

Построение оптимального расписания работ по выполнению проектов IT компании

точные и эвристические алгоритмы

ПМ-1901

Описание задачи

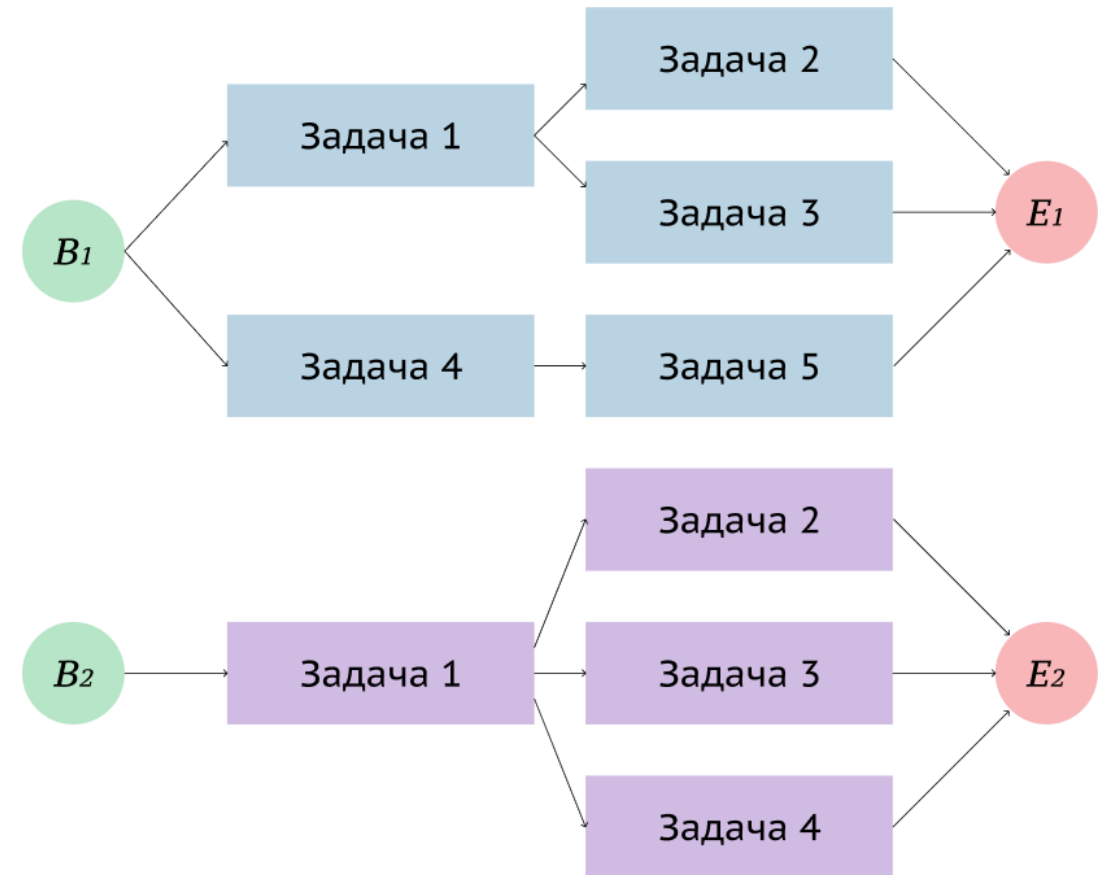
Создание ПО представляет собой проект, состоящий из множества различных задач. Работа над задачами занимают определенное время. Для выполнения некоторых задач, может потребоваться выполнение других.

Важной подзадачей является назначение задач сотрудникам. Каждая задача для своего выполнения требует определенного навыка, которым должен обладать сотрудник для ее выполнения. Сотрудники, в свою очередь, имеют предпочтения по задачам, которые необходимо учитывать.

IT компании обычно занимаются несколькими проектами одновременно, и для каждого из них существует срок сдачи (дедлайн), который нельзя нарушать.

Описание проекта

Каждый проект представляется в виде связного ориентированного графа $g = (V, E)$ без циклов.



Развитие задачи планирования работ IT-компании

непрерывное время

Исходные данные:

Пусть имеется k проектов, n работников, m задач.

- $G = \{g_1, g_2, \dots, g_k\}$ – множество проектов;
- $W = \{w_1, w_2, \dots, w_n\}$ – множество работников;
- $Q = \{q_1, q_2, \dots, q_m\}$ – множество задач;
- Q_w – множество задач, которые может выполнять работник $w \in W$;
- W_q – множество работников, которые могут выполнять задачу $q \in Q$;

Исходные данные:

- T_g – дедлайн проекта $g \in G$;
- $T = \max_{g \in G} T_g$;
- $[0; T]$ горизонт планирования;
- t_q – время выполнения задачи $q \in Q$;

Исходные данные:

- для каждого работника w задан список предпочтений, обозначаемый π_w . Список предпочтений – это упорядоченное множество элементов Q_w , расположенных в порядке убывания приоритета заданий для сотрудника;
- введем обозначение $\pi_w(i)$ – i -ое задание в списке предпочтений сотрудника w ;
- M матрица смежности графов-проектов (связи задач родитель-ребенок внутри проектов);
- $R: G \times Q \rightarrow \{0, 1\}$ матрица принадлежности задач к проектам.

Исходные данные:

- по матрицам R и M сформируем граф проектов – $N = (V, A)$,
- где $V = \{0, |Q| + 1\} \cup Q$ – множество вершин, которое включает две фиктивные вершины $0, |Q| + 1$ и множество заданий,
- по матрице M построим дуги $A_{tasks} = \{(q_1, q_2): q_1, q_2 \in Q, M_{q_1, q_2} = 1\}$, начальные задания в проектах соединим с вершиной 0 – $A_{start} = \{(0, q): q \in Q, M_{q', q} = 0, \forall q' \in Q\}$, финальные задания в проектах соединим с вершиной $|Q| + 1$ – $A_{end} = \{(q, |Q| + 1): q \in Q, M_{q, q'} = 0, \forall q' \in Q\}$. Тогда $A = A_{start} \cup A_{tasks} \cup A_{end}$.

Исходные данные:

- введем множество допустимых пар заданий для последовательного выполнения работником $w \in W$ из множества $Q_w - \Gamma_w$, т.е. это:
 - либо задания из разных проектов;
 - либо такая пара заданий $(q_1, q_2) \in \Gamma_w$ из одного проекта $q_1, q_2 \in Q_w: \exists g \in G, R_{g,q_1} = R_{g,q_2} = 1$, при этом в графе проекта g , либо не существует путей из q_1 в q_2 и из q_2 в q_1 , либо существует путь из q_1 в q_2 ;
 - либо пары из $A_{start} \cup A_{end}$ – связь фиктивной вершины и задания из Q_w ;
- обозначим $\Gamma_{w,q,\#} \subset \Gamma_w$ – множество всех пар из Γ_w , где первое задание q ;
- обозначим $\Gamma_{w,\#,q} \subset \Gamma_w$ – множество всех пар из Γ_w , где второе задание q .

Неизвестные:

- $\forall w \in W, \forall (q_1, q_2) \in \Gamma_w: x_{w,q_1,q_2}$ – бинарная переменная, где $x_{w,q_1,q_2} = 1$, если сотрудник w выполняет q_2 после выполнения q_1 и $x_{w,q_1,q_2} = 0$ в обратном случае;
- $\forall q \in Q: u_q \geq 0$ – время начала выполнения задания q ;
- $\forall g \in G: f_g \geq 0$ – время завершения проекта g .

Критерии оптимизации:

- минимизация времени окончания работ по проектам;

$$f_g \rightarrow \min, \quad \forall g \in G$$

- удовлетворение предпочтений сотрудников;

$$\sum_{i=1}^{|\pi_w|} \sum_{(q_1, q_2) \in \Gamma_{w, \pi_w(i), \#}} i \times x_{w, q_1, q_2} \rightarrow \min, \quad \forall w \in W$$

Критерии оптимизации:

- минимизация количества переключений работников между проектами. Необходимо добавить штраф, если сотрудник сначала начал делать задание j в одном проекте, а после завершения задания j начал делать задание i в другом проекте;

$$\sum_{\substack{(q_1, q_2) \in \Gamma_w: \\ R_{g_1, q_1} = R_{g_2, q_2} = 1, g_1 \neq g_2}} x_{w, q_1, q_2} \rightarrow \min, \quad \forall w \in W$$

Ограничения (без естественных ограничений):

- $\sum_{w \in W} \sum_{(q, q') \in \Gamma_w} x_{w, q, q'} = 1, \quad \forall q \in Q$
- $\sum_{(q', q) \in \Gamma_w} x_{w, q', q} = \sum_{(q, q') \in \Gamma_w} x_{w, q, q'}, \quad \forall q \in Q, \forall w \in W$
- $\sum_{(0, q) \in \Gamma_w} x_{w, 0, q} \leq 1, \quad \forall w \in W$
- $u_{q_1} - u_{q_2} + K \times \sum_{w \in W} x_{w, q_1, q_2} \leq K - t_{q_1}, \forall (q_1, q_2) \in \bigcup_{w \in W} \Gamma_w$
- $u_{q_2} \geq u_{q_1} + t_{q_1}, \quad \forall (q_1, q_2) \in A$
- $f_g \geq u_q + t_q, \quad \forall g \in G, \forall q \in Q: R_{g, q} = 1, (q, 0) \in A_{end}$
- $f_g \leq T_g, \quad \forall g \in G$

где K – большое число