

Conocimiento de la matemática desde enunciados de identidad

Balam T. Fuentes V.

Facultad de Filosofía y Letras, UNAM.

`bllvllnv@gmail.com`

29 de noviembre de 2024

Índice

- 1 Introducción
 - Dilema de Benacerraf
 - Plan de trabajo
- 2 La propuesta de Rayo
 - Primer argumento
 - Metafísicalismo
 - “Es simplemente”
 - Composicionalismo
 - Segundo argumento
 - Tercer argumento
- 3 Conclusión
- 4 Conclusión
- 5 Bibliografía

Introducción

En la filosofía de las matemáticas existe un dilema epistémico. El reto epistémico es planteado por Benacerraf en su texto *Mathematical truth*.

Introducción

En la filosofía de las matemáticas existe un dilema epistémico. El reto epistémico es planteado por Benacerraf en su texto *Mathematical truth*.

Dicho reto, consiste en que para que haya un conocimiento matemático tiene que cumplir con una de dos cosas:

Dilema de Benacerraf

Dilema de Benacerraf

“Es mi opinión que dos tipos muy distintos de preocupaciones han motivado por separado consideraciones sobre la naturaleza de la verdad matemática:

- (1) la preocupación por tener una teoría semántica homogénea en la que la semántica para las proposiciones de las matemáticas sea paralela a la semántica para el resto del lenguaje, y

Dilema de Benacerraf

Dilema de Benacerraf

“Es mi opinión que dos tipos muy distintos de preocupaciones han motivado por separado consideraciones sobre la naturaleza de la verdad matemática:

- (1) la preocupación por tener una teoría semántica homogénea en la que la semántica para las proposiciones de las matemáticas sea paralela a la semántica para el resto del lenguaje, y
- (2) la preocupación de que la exposición de la verdad matemática engrane una epistemología razonable” (Benacerraf, 2004).

Dilema de Benacerraf

Aún así, Benacerraf conciderá que para que haya una buena justificación de las verdades de la matemática sería necesario que cumplan con ambas condiciones.

Dilema de Benacerraf

Aún así, Benacerraf conciderá que para que haya una buena justificación de las verdades de la matemática sería necesario que cumplan con ambas condiciones.

El problema surge al considerar la semántica tarskiana para las oraciones matemáticas, dicha semántica nos compromete con la existencia de objetos matemáticos.

Dilema de Benacerraf

Aún así, Benacerraf conciderá que para que haya una buena justificación de las verdades de la matemática sería necesario que cumplan con ambas condiciones.

El problema surge al considerar la semántica tarskiana para las oraciones matemáticas, dicha semántica nos compromete con la existencia de objetos matemáticos.

El dilema surge al considerar nuestra epistemología, dado que es necesario explicar cuál es el acceso que tenemos a dichos objetos, el cual no puede ser causal

Plan de trabajo

A esto surge la pregunta:

Pregunta principal

¿cómo podemos conocer las verdades matemáticas?

Plan de trabajo

A esto surge la pregunta:

Pregunta principal

¿cómo podemos conocer las verdades matemáticas?

La postura filosófica de Agustín Rayo nos ayudará a responder a esta pregunta. Dicha postura es la que presenta en *La construcción del espacio de posibilidades*.

Plan de trabajo

A esto surge la pregunta:

Pregunta principal

¿cómo podemos conocer las verdades matemáticas?

La postura filosófica de Agustín Rayo nos ayudará a responder a esta pregunta. Dicha postura es la que presenta en *La construcción del espacio de posibilidades*.

El plan de trabajo consistirá primero en exponer tres argumentos de Rayo los cuales nos ayudan a 'disolver' el problema de Benacerraf.

[Números]

Para obtener una buena epistemología de las matemáticas Rayo da un ejemplo el cual denomina como:

[Números]

[Números]

Para obtener una buena epistemología de las matemáticas Rayo da un ejemplo el cual denomina como:

[Números]

“[Números]

Que el número de las Fs sea n es simplemente que haya n Fs ”
(Rayo, 2013).

[Números]

Para obtener una buena epistemología de las matemáticas Rayo da un ejemplo el cual denomina como:

[Números]

“[Números]

Que el número de las Fs sea n es simplemente que haya n Fs ”
(Rayo, 2013).

Para observar como es que este ejemplo nos ayuda a ‘disolver’ el dilema de Benacerraf tenemos que revisar tres argumentos de Rayo.

Argumentos

Los argumentos que tenemos que revisar son tres, los cuales son:

Argumentos

Los argumentos que tenemos que revisar son tres, los cuales son:

Argumentos

- 1 Composicionalismo + *“es simplemente”*

Argumentos

Los argumentos que tenemos que revisar son tres, los cuales son:

Argumentos

- 1 Composicionalismo + *“es simplemente”*
- 2 Epistemología de enunciados de identidad

Argumentos

Los argumentos que tenemos que revisar son tres, los cuales son:

Argumentos

- 1 Composicionalismo + *“es simplemente”*
- 2 Epistemología de enunciados de identidad
- 3 Una semántica acorde a [Números]

Primer argumento

Rayo en su texto menciona que de hecho no hay razones lingüísticas para rechazar el ejemplo de [Números].

Primer argumento

Rayo en su texto menciona que de hecho no hay razones lingüísticas para rechazar el ejemplo de [Números].

Para esto tenemos que revisar la postura de composicionalismo y la metafísicalista.

Metafísicalismo

El metafísicalismo lo definiremos como:

Metafísicalismo

Metafísicalismo

El metafísicalismo lo definiremos como:

Metafísicalismo

Es aquella postura que se compromete con que de hecho hay una única y privilegiada manera de representar el mundo.

Metafísicalismo

El metafísicalismo lo definiremos como:

Metafísicalismo

Es aquella postura que se compromete con que de hecho hay una única y privilegiada manera de representar el mundo.

Es decir, el metafísicalismo no aceptaría el ejemplo de [Números].

Operador de Rayo

Hay dos posibles lecturas para el operador '*es simplemente*'.

Es simplemente

- Lectura simétrica:

Operador de Rayo

Hay dos posibles lecturas para el operador '*es simplemente*'.

Es simplemente

- Lectura simétrica: "I will be treating 'just is'-statements as equivalent to the corresponding 'no difference' statements, I will be treating the 'just is'-operator as symmetric" (Rayo, 2013a)

Operador de Rayo

Hay dos posibles lecturas para el operador '*es simplemente*'.

Es simplemente

- Lectura simétrica: "I will be treating 'just is'-statements as equivalent to the corresponding 'no difference' statements, I will be treating the 'just is'-operator as symmetric" (Rayo, 2013a)
- Lectura asimétrica:

Operador de Rayo

Hay dos posibles lecturas para el operador *'es simplemente'*.

Es simplemente

- Lectura simétrica: "I will be treating 'just is'-statements as equivalent to the corresponding 'no difference' statements, I will be treating the 'just is'-operator as symmetric" (Rayo, 2013a)
- Lectura asimétrica: "that a 'just is'-statements should only be counted as true if the right-hand-side 'explains' the right-hand-side, or if it is in some sense 'more fundamental' " (Rayo, 2013a)

Composicionalismo

El composicionalismo lo definiremos como:

Composicionalismo

Composicionalismo

El composicionalismo lo definiremos como:

Composicionalismo

Es aquella postura que se compromete con que se puede representar al mundo de diferentes maneras y no se compromete con que exista una única manera de representar al mundo y que haya una representación privilegiada del mundo.

Segundo argumento

En este segundo argumento Rayo habla de la epistemología de los enunciados de identidad. Sus principales objetivos son

Objetivos del segundo argumento

Segundo argumento

En este segundo argumento Rayo habla de la epistemología de los enunciados de identidad. Sus principales objetivos son

Objetivos del segundo argumento

- ¿en qué consiste la verdad de un enunciado de identidad?

Segundo argumento

En este segundo argumento Rayo habla de la epistemología de los enunciados de identidad. Sus principales objetivos son

Objetivos del segundo argumento

- ¿en qué consiste la verdad de un enunciado de identidad?
- ¿qué quiere decir que una concepción del espacio de posibilidad sea objetivamente correcta?

Segundo argumento

En este segundo argumento Rayo habla de la epistemología de los enunciados de identidad. Sus principales objetivos son

Objetivos del segundo argumento

- ¿en qué consiste la verdad de un enunciado de identidad?
- ¿qué quiere decir que una concepción del espacio de posibilidad sea objetivamente correcta?

Para esto necesitamos justificar cómo es que podemos configurar el espacio de posibilidades y cómo es que se satisfacen las condiciones de verdad de los enunciados de identidad del tipo 'ser simplemente'.

Definición del espacio de posibilidad

Para comenzar necesitamos la definición del espacio de posibilidad de Rayo la cual es:

Espacio de posibilidad

Definición del espacio de posibilidad

Para comenzar necesitamos la definición del espacio de posibilidad de Rayo la cual es:

Espacio de posibilidad

“el espacio de posibilidades es el conjunto de alternativas con las que trabajamos cuando nos preguntamos cómo es el mundo” (Rayo, 2013b).

Configuración del espacio de posibilidades

Para responder a las preguntas necesitamos saber como es que se configura dicho espacio.

Primero Necesitamos aceptar los enunciados de identidad del operador 'es simplemente'.

Ya que gracias a ellos empezamos la configuración de dicho espacio.

Al aceptar los enunciados de identidad vamos recortando el espacio de posibilidad, con el cuál estamos trabajando.

Aceptar ó rechazar estos enunciados de identidad equivale a una ventaja teórica; si es una desventaja los rechazaremos.

Satisfacción de enunciados de identidad

La definición de satisfacción de enunciados de identidad es la siguiente:

Enunciados de identidad

Satisfacción de enunciados de identidad

La definición de satisfacción de enunciados de identidad es la siguiente:

Enunciados de identidad

"I shall say that a sentence's truth-conditions are trivial when the assumption that they fail to be satisfied would lead to absurdity. (In other words: a sentence has trivial truth-conditions just in case its negation is metaphysically inconsistent.)" (Rayo, 2013a).

Satisfacción de enunciados de identidad

La definición de satisfacción de enunciados de identidad es la siguiente:

Enunciados de identidad

"I shall say that a sentence's truth-conditions are trivial when the assumption that they fail to be satisfied would lead to absurdity. (In other words: a sentence has trivial truth-conditions just in case its negation is metaphysically inconsistent.)" (Rayo, 2013a).

Es decir, las condiciones de verdad serán triviales a menos que de hecho pueda haber una contradicción verdadera, lo cuál es algo absurdo.

Satisfacción de enunciados de identidad

Por lo tanto podemos concluir que la epistemología de los enunciados de identidad tiene que ver en cómo es que se satisfacen dichos enunciados de identidad y que aceptar estos implica que se garantiza una ganancia teórica al respecto.

La única manera de rechazarlos es cuando no garantice una ganancia porque significaría tener una pérdida teórica. Además la verdad de estos enunciados es trivial ya que tiene que coincidir con el mundo serán falsos en el caso en que el mundo sea contradictorio, lo cuál es falso.

Tercer argumento

Hace falta mostrar como es que Rayo propone una semántica que vaya acorde con el ejemplo de [Números] y que haya una epistemología que respalde dicha semántica.

Tesis matemáticas

Para esto Rayo parte de dos la unión de dos tesis de la filosofía de las matemáticas.

Tercer argumento

Hace falta mostrar como es que Rayo propone una semántica que vaya acorde con el ejemplo de [Números] y que haya una epistemología que respalde dicha semántica.

Tesis matemáticas

Para esto Rayo parte de dos la unión de dos tesis de la filosofía de las matemáticas.

1 *platónismo matemático*

Tercer argumento

Hace falta mostrar como es que Rayo propone una semántica que vaya acorde con el ejemplo de [Números] y que haya una epistemología que respalde dicha semántica.

Tesis matemáticas

Para esto Rayo parte de dos la unión de dos tesis de la filosofía de las matemáticas.

- 1 *platónismo matemático*
- 2 *trivialismo matemático*

Definición de platónismo y trivialismo

La definición que Rayo ofrece es:

Platónismo y trivialismo matemático

Definición de platónismo y trivialismo

La definición que Rayo ofrece es:

Platónismo y trivialismo matemático

“el *platonismo matemático*, es decir, la tesis de que existen objetos [...] *trivialismo matemático*, [...], en otras palabras: no se requiere de nada del mundo para que sea verdadera una verdad de las matemáticas puras y se requeriría algo absurdo del mundo para que fuera una falsedad del mundo para que fuera verdadera una falsedad de las matemáticas puras” (Rayo, 2013b).

Trivialismo platónico

- Rayo defiende sus tesis de la siguiente manera. El trivialismo lo defiende diciendo que no hay nada que evite que existan [Números] en el mundo porque la exigencia de eso es trivial.

Trivialismo platónico

- Rayo defiende sus tesis de la siguiente manera. El trivialismo lo defiende diciendo que no hay nada que evite que existan [Números] en el mundo porque la exigencia de eso es trivial.
- El platonismo lo defiende de una manera muy similar, solo que no hace una reducción al absurdo, pero como la conclusión de la prueba resulta siendo verdadera porque que no haya números implica que exista el 0 siendo así lo mismo.
- Gracias a esto podemos agregar ciertos axiomas de manera trivial, siempre y cuando al agregar estos enunciados matemáticos nuestro espacio de posibilidad siga siendo consistente.

Semántica

¿Cuál es la semántica que Rayo propone para que le haga justicia al ejemplo de [Números]?. Rayo para esto plantea una semántica donde dicha semántica empieza con que el lenguaje se basa en la siguiente manera de denotar las fórmulas:

Semántica

Semántica

¿Cuál es la semántica que Rayo propone para que le haga justicia al ejemplo de [Números]? Rayo para esto plantea una semántica donde dicha semántica empieza con que el lenguaje se basa en la siguiente manera de denotar las fórmulas:

Semántica

- “Consideremos la notación $[\dots]_w$ que se lee ‘es verdad que en el mundo posible ...’ ” (Rayo, 2013b).
- Después agrega una semántica trivialista la cual Rayo dice que se expresa así: $\#x \text{ (Números } x) = 0$.
- Dónde está semántica cumple con una asignación interna y una externa. La cual se va a denotar de la siguiente manera: “el número de las z tales que $[z \text{ es un número}]_w = 0$ ” y “[el número de las z tales que z es un número $= 0$] $_w$ ”.

Semántica

Donde la primera manera es la asignación externa y la segunda es la asignación interna. Ambas son muy parecidas y son denotaciones metalingüísticos que denotan lo mismo de diferentes formas, pero gracias a nuestro operador es que podemos ponerlos en una identidad.

Rayo aclara que no se presupone que en estos ejemplos de hecho haya 0 números. A lo que quiere apuntar es que como filósofos/teóricos podemos tener las herramientas y la capacidad de hablar de números o cualquier objeto que satisface con dichas propiedades en cualquier w .

Semántica

Rayo dice que el trivialismo platónico de hecho no reconoce al dilema de Benacerraf como un dilema genuino, ya que parte de que no necesitamos nada del mundo para que de hecho existan los números.

De hecho si nos damos cuenta lo que pasa es que todo lo que ha propuesto Rayo satisface ambas condiciones que propone Benacerraf, siendo así que disuelve el problema. Pero lo que plantea Rayo es que no porque el trivialismo platónico disuelva esto signifique no se tiene que justificar.

Logros cognitivos

Él justifica este hecho diciendo que el conocimiento matemático que podemos conseguir desde esta tesis se convierten en logros cognitivos.

Se convierten en logros cognitivos porque como las condiciones de verdad de los enunciados de identidad son triviales solo necesitamos dos cosas para justificar esto.

Logros cognitivos

- (i) Saber cómo es que funciona la adquisición de información del mundo y
- (ii) saber cómo es que funciona esta adquisición y como somos capaces de utilizarla.

Logros cognitivos

En la primer parte, podemos decir que la adquisición de conocimiento cuando suponemos por ejemplo que aceptamos ciertos axiomas de la matemática.

En la parte de las deducciones lo que hacemos es saber como es que ciertas verdades se siguen por consecuencia lógica.

Como expusimos a lo largo de esta ponencia podemos responder la pregunta principal diciendo que los enunciados de identidad nos ayudan a configurar el espacio de posibilidad donde las condiciones de satisfacción de verdad son triviales porque no hay nada en el mundo que evite que existan números, siendo así que de hecho estos conocimientos son logros cognitivos.

La respuesta es bastante satisfactoria, pero esta misma respuesta arroja otras preguntas, algunas de ellas son:

Problematicas

- ¿los logros cognitivos necesariamente son genuinos?
- ¿esta manera de ver el conocimiento matemática no cae en el problema de la omnisciencia lógica?

Pero dichas preguntas se abordarán en otro trabajo.

Bibliografía

- Benacerraf, P. (1973). Mathematical truth. *the Journal of philosophy* , 70(19), 661-679.
- Benacerraf, P. (2004). La verdad matemática. *Biblioteca Digital del ILCE* .
- Elga A, y Rayo, A. (2004). Fragmentation and logical omniscience. *Noûs*, 56(3), 716-714.
- Frege, G. (2016). Escritos sobre lógica, semántica y filosofía de las matemáticas, trad. X. de Donato, C.U. Molines, H. Padilla y M. Valdés, UNAM-IIF, Ciudad de México.
- Orayen, R. (1991). La lógica y el dilema de Benacerraf. *Crítica: Revista Hispanoamericana de Filosofía* , 127-138.

Bibliografía

- Pritchard, D. (2009). Knowledge, understanding and epistemic value. *Royal Institute of Philosophy Supplements*, 64 , 19–43.
- Pritchard, D. (2016). Epistemic risk. *The Journal of Philosophy*, 113 (11), 550–571.
- Rayo, A. (2008). On specifying truth-conditions. *Philosophical Review*, 117 (3), 385–443.
- Rayo, A. (2013a). *The construction of logical space*. OUP Oxford
- Rayo, A. (2013b). *La construcción del espacio de posibilidad*. México: IIF/UNAM.
- Stalnaker, R. (1991). The problem of logical omniscience, i. *Synthese*, 425–440.
- Stalnaker, R. (1978). Assertion. *En Pragmatics* (pp. 315–332). Brill.