

# Lógica con Lean

José A. Alonso Jiménez

---

Grupo de Lógica Computacional  
Dpto. de Ciencias de la Computación e Inteligencia Artificial  
Universidad de Sevilla  
Sevilla, 6 de septiembre de 2020

Esta obra está bajo una licencia Reconocimiento-NoComercial-CompartirIgual 2.5 Spain de Creative Commons.

**Se permite:**

- copiar, distribuir y comunicar públicamente la obra
- hacer obras derivadas

**Bajo las condiciones siguientes:**

**Reconocimiento.** Debe reconocer los créditos de la obra de la manera especificada por el autor.



**No comercial.** No puede utilizar esta obra para fines comerciales.



**Compartir bajo la misma licencia.** Si altera o transforma esta obra, o genera una obra derivada, sólo puede distribuir la obra generada bajo una licencia idéntica a ésta.

- Al reutilizar o distribuir la obra, tiene que dejar bien claro los términos de la licencia de esta obra.
- Algunas de estas condiciones pueden no aplicarse si se obtiene el permiso del titular de los derechos de autor.

Esto es un resumen del texto legal (la licencia completa). Para ver una copia de esta licencia, visite <http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/2.5/es/> o envíe una carta a Creative Commons, 559 Nathan Abbott Way, Stanford, California 94305, USA.

# Índice general

<b>1</b>	<b>Introducción</b>	<b>5</b>
<b>2</b>	<b>Lógica proposicional</b>	<b>7</b>
2.1	Reglas del condicional . . . . .	7
2.1.1	Eliminación del condicional . . . . .	7



# Capítulo 1

## Introducción

El objetivo de este trabajo es presentar una introducción a la Lógica usando [Lean](#) para usarla en las clases de la asignatura de [Razonamiento automático](#) del [Máster Universitario en Lógica, Computación e Inteligencia Artificial](#) de la Universidad de Sevilla. Por tanto, el único prerrequisito es, como en el Máster, cierta madurez matemática como la que deben tener los alumnos de los Grados de Matemática y de Informática.

La exposición se hará mediante una colección de ejercicios. En cada ejercicio se mostrarán distintas pruebas del mismo resultado y se comentan las tácticas conforme se van usando y los lemas utilizados en las demostraciones.

Además, en cada ejercicio hay tres enlaces: uno al código, otro que al pulsarlo abre el ejercicio en Lean Web (en una sesión del navegador) de forma que se puede navegar por las pruebas y editar otras alternativas, y el tercero es un enlace a un vídeo explicando las soluciones del ejercicio.

El trabajo se desarrolla como un [proyecto en GitHub](#) que contiene [libro en PDF](#). Además, los vídeos correspondientes a cada uno de los ejercicios se encuentran en [YouTube](#).

El trabajo se basa fundamentalmente en el libro [Logic and proof](#) de Jeremy Avigad, Robert Y. Lewis y Floris van Doorn.



# Capítulo 2

## Lógica proposicional

### 2.1. Reglas del condicional

#### 2.1.1. Eliminación del condicional

- Enlaces al [código](#), a la [sesión en Lean Web](#) y al vídeo.

```
-- Eliminación del condicional en Lean
-- =====

-- Demostrar que
--   (P → Q), P ⊢ Q.

import tactic
variables (P Q : Prop)

-- 1ª demostración
example
  (h1 : P → Q)
  (h2 : P)
  : Q :=
begin
  apply h1,
  exact h2,
end

-- 2ª demostración
example
  (h1 : P → Q)
  (h2 : P)
  : Q :=
```

```
begin
  exact h1 h2,
end

-- 3ª demostración
example
  (h1 : P → Q)
  (h2 : P)
  : Q :=
by exact h1 h2

-- 4ª demostración
example
  (h1 : P → Q)
  (h2 : P)
  : Q :=
h1 h2

-- 5ª demostración
example
  (h1 : P → Q)
  (h2 : P)
  : Q :=
by tauto

-- 6ª demostración
example
  (h1 : P → Q)
  (h2 : P)
  : Q :=
by finish

-- 7ª demostración
example
  (h1 : P → Q)
  (h2 : P)
  : Q :=
by solve_by_elim
```