Univerza v Ljubljani
Fakulteta za matematiko in fiziko
Finančna matematika

Tina Vovk, Gašper Potočnik

Najdaljša 2-robna pot brez križanja poti

Projektna pri predmetu Finančni praktikum

11. november 2021

1 Kratek opis problema

V evklidski ravnini imamo množico P 3n točk. Iskala bova 2-robne poti, ki pokrivajo P, so paroma disjunktne in njihovi robovi se ne križajo. Pomagala si bova tako, da bova naredila trojice točk in jih povezala tako, da se njihove poti ne smejo križati. Upoštevati morava dva optimizacijska problema: maksimizirati morava dolžino vseh poti skupaj (maksimizacija vsote dolžin) in dolžino najkrajšega roba uporabljenega na vseh poteh.

1.1 Način reševanja

Problema bova rešila s celoštevilskim linearnim programiranjem, ki ga bova uporabila tudi na primerih. Primerjala bova razmerje med dolžinami obeh rešitev in časovno zahtevnost za naključno ustvarjene točke (enakomerno porazdeljene v kvadratu, kolobarju...). Programirala bova v programu *Sage*. In sicer se boma ukvarjala z nabori treh točk. Najprej bova izračunala vse razdalje, ki jih bova kasneje uporabila pri iskanju maksimalne dolžine vseh poti in najkrajšega roba na vseh poteh, nato pa bova preverila ali se poti sekajo. To bova naredila s pomočjo determinante $3x3$ matrike takšne, kot je prikazana spodaj v funkciji, ki jo bova uporabila za preverjanje tega pogoja. Predznak te determinante nama pove ali je daljica med točkama usmerjena levo ali desno.
Naj bodo torej a, b in c naše točke.

$$zasuk(a,b,c) = \begin{vmatrix} 1 & a_x & a_y \\ 1 & b_x & b_y \\ 1 & c_x & c_y \end{vmatrix} \tag{1}$$

Zgoraj izračunano determinanto bova uporabila v naslednji enačbi, ki nama pove, da se daljici ab, cd sekata, če velja:

$$zasuk(a,b,c) \cdot zasuk(a,b,c) < 0 \wedge zasuk(a,b,d) \cdot zasuk(b,c,d) < 0 \tag{2}$$

Definirala bova spodnjo spremenljivko:
$x_{ij} = 1 \Leftrightarrow$ ko se uporabi daljica ij, pri čemer je i vrh. Vsaka točka se mora pokazati na enem mestu kot list ali na dveh kot vrh.

1.2 Cilj

Zanimali naju bosta torej maksimalna dolžina vseh poti in maksimalna dolžina najkrajšega roba na vseh poteh, ter razmerje teh dveh. Ali se optimalna vrednost veča ali manjša, ko se n veča?