

CONJECTURE ON ANNIHILATION VS. DOMINATION

EVA ROZMAN, LANA ZAJC

1. UVOD

V sklopu najinega projekta bova testirali domnevo, da vsak povezan, netrivialen graf G zadošča neenakosti

$$\gamma_t(G) \leq a(G) + 1,$$

kjer je $\gamma_t(G)$ dominacijsko število grafa G , $a(G)$ pa anihilacijsko število grafa G .

Neenakost bova najprej preverili za netrivialne, povezane grafe z majhnim številom vozlišč. Začeli bova z vsemi grafi s tremi vozlišči, nato pa število vozlišč povečevali, dokler bo neenakost izračunana v relativno kratkem času.

Za grafe z velikim številom vozlišč bova napisali algoritem, ki generira naključni graf z večjim številom vozlišč, izračuna razliko $a(G) + 1 - \gamma_t(G)$, nato pa z neko verjetnostjo grafu odstrani oz. doda naključno povezavo. Ponovno izračuna $a(G) + 1 - \gamma_t(G)$ in preveri, ali je razlika spremenjenega grafa manjša. Če je, se algoritem zažene na novem grafu. Cilj je za različna števila vozlišč poiskati minimum razlike $a(G) + 1 - \gamma_t(G)$ in poiskati skupne karakteristike teh grafov.

V splošnem naju bo zanimalo, ali lahko najdeva graf, kjer bo razlika $a(G) + 1 - \gamma_t(G) = 0$, ali celo graf, kjer bo $a(G) + 1 - \gamma_t(G) < 0$ in bova s tem hipotezo ovrgli.

Kot pomoč pri računanju bova v orodju *CoCalc* definirali še funkciji:

- *dominacijsko število*, ki bo za dani graf izračunala dominacijsko število;
- *anihilacijsko število*, ki bo za dani graf izračunala anihilacijsko število.

2. RAZLAGA POJMOV

2.1. Netrivialen povezan graf. Naj bo $G = (V, E)$ graf. G je netrivialen povezan graf, če ima vsaj dve vozlišči in lahko iz poljubnega vozlišča pridemo v vsa druga vozlišča v G .

2.2. Anihilacijsko število (Annihilation number). Naj bo $G = (V, E)$ graf, n število njegovih vozlišč in m število povezav. Stopnje vozliščev grafa naj bodo urejene v nepadajoče zaporedje $d_1 \leq d_2 \leq \dots \leq d_n$. *Anihilacijsko število* $a(G)$ grafa G je največje naravno število k , da velja:

$$d_1 + d_2 + \dots + d_k \leq m.$$

2.3. Dominacijska množica grafa (Domination set). *Dominacijska množica* A grafa $G = (V, E)$ je podmnožica množice vozlišč V , če je vsako vozlišče iz V bodisi element A , ali pa je sosednje vozlišče kakšnega vozlišča iz A .

2.4. Dominacijsko število (Domination number). *Dominacijsko število* $\gamma_t(G)$ je število vozlišč v najmanjši dominacijski množici grafa G .