

Univerza v Ljubljani  
Fakulteta za matematiko in fiziko  
Finančna matematika - 1. stopnja

Karmen Zupančič in Rok Stanič

## **Convexity in complex networks (kratko poročilo)**

Finančni praktikum

Mentorja: prof. dr. Riste Škrekovski in asist. dr. Janoš Vidali

Ljubljana, december 2019

# 1 Navodila za delo

Naj bo  $G$  enostaven, povezan graf in naj bo  $S$  podgraf na neki podmnožici vozlišč  $G$ -ja. Podgraf  $S$  je konveksen podgraf  $G$ -ja, če vsebuje vse najkrajše poti med vozlišči. Konveksna ovojnica podmnožice vozlišč  $S$  je konveksen graf, ki vsebuje minimalno število povezav, ki vsebuje vsa vozlišča iz  $S$ . Hul-lovo število grafa, je najmanjše število vozlišč, katerih konveksna ovojnica je ravno celoten graf. Hul-lovo število lahko interpretiramo, kot mero konveksnosti, ki raziskuje globalno strukturo omrežja.

Potrebno je izvesti naslednje tri korake:

- Uporabi Algoritem 1 pri razširitvi konveksnega podgrafa.
- Z uporabo empiričnih mrež iz različnih domen in Algoritma 1, razišči konveksnost v kompleksnih mrežah s tem da analiziraš majhen del vozlišč v rastočem konveksnem podgrafu na različnih korakih v algoritmu. Poskusi demonstrirati da so mreže, ki so karakterizirane z drevesno strukturo ali gručasta struktura globalno konveksne, kar pomeni, da bo katerikoli povezana podmnožica vozlišč po vsej verjetnosti inducirala konveksen podgraf.
- S pomočjo generiranja grafov in Algoritma 1, pokaži, da so naključni grafi samo lokalno konveksni, kar pomeni, da velikost konveksnih podgrafov v prvih korakih počasi narašča potem pa se velikosti podgrafa hitro bliža velikosti celotnega grafa.

Algoritem1:

Expansion of convex subsets Let  $N_\nu$  denote the set of neighbours of a vertex  $\nu$ . Select a random seed vertex  $u$  and set  $S = \{u\}$ ; while  $S$  does not contain all vertices do

1. Select vertex  $\nu \notin S$  with probability proportional to  $|N_\nu \cap S|$ ;
2. Expand  $S$  to the vertices of  $\mathcal{H}(S \cup \{\nu\})$ ;

end

## 2 Razlaga algoritma

Algoritem sprejema enostavne povezane grafe. Praznemu grafu dodamo naključno vozlišče iz podanega grafa. Zapeljemo se po zanki, ki jo zaključimo, ko podgraf vsebuje vse točke. Glede na frekvenco pojavljanja v sosedih vozlišč v podgrafu naključno izberemo vozlišče in ga dodamo podgrafu, potem

pa grafu dodamo še vsa potrebna vozlišča in povezave, da bo ta naš podgraf konveksna ovojnica. Podgrafe sproti shranjujemo. Algoritem nam vrne seznam vseh podgrafov in s tem razvoj konveksne ovojnice.