Naključni sprehod bližine centralnosti

Urban Čretnik

Lenart Zavrtanik

Mentorja: prof. dr. Sergio Cabello, asist. dr. Janoš Vidali

## Definicije

V teoriji grafov in analizi omrežja *kazalniki centralnosti* identificirajo najpomembnejše točke v grafu. Vloge vključujejo identifikacijo najbolj vplivnih oseb v družbenem omrežju, ključnih infrastrukturnih vozlišč v internetu ali urbanih omrežjih in razširjevalce bolezni.

V povezanem grafu je normalizirana *centralnost bližine* vozlišča povprečna dolžina najkrajše poti med vozliščem in vsemi drugimi vozlišči v grafu. Tako bolj kot je vozlišče *centralno*, bližje je vsem ostalim vozliščem.

kjer je razdalja med oglišči x in y. Ko pa govorimo o središču bližine, se ljudje običajno sklicujemo na njegovo normalizirano obliko, ki jo ponavadi daje prejšnja formula, pomnožena s N-1, kjer je N število vozlišč na grafu . Ta prilagoditev omogoča primerjave med vozlišči grafov različnih velikosti.

Če imamo usmerjen ali neusmerjen graf z n vozlišči označenimi z ; in proces naključnega sprehoda na tem omrežju s prehodno matriko . -ti element matrike opisuje *verjetnost naključnega sprehajalca, ki je dosegel vozlišče , da nadaljuje direktno v vozlišče* . Te verjetnosti so definirane na naslednji način:

kjer je -ti element matrike z utežmi omrežja . Ko med dvema vozliščema ni roba, je ustrezni element v matriki enak 0.

*Srednji čas prvega prehoda od vozlišča do vozlišča*  je pričakovano število korakov, da proces prvič doseže vozlišče iz vozlišča :

kjer označuje verjetnost, da prvič potrebujemo natančno korakov, da dosežemo iz . Za izračun teh verjetnosti, da prvič dosežemo vozlišče v korakih, je koristno, da ciljno vozlišče obravnavamo kot absorpcijsko in da uvedemo transformacijo tako, da izbrišemo njegovo -to vrstico in stolpec in jo označimo z . Ker verjetnost procesa, ki se začne pri in je v po korakih, preprosto podaja -ti element , lahko označimo kot

*Naključni sprehod bližine centralnosti* je merilo centralnosti omrežja, ki opisuje povprečno hitrost, s katero procesi naključnega sprehajanja dosežejo vozlišče iz drugih vozlišč v omrežju. Podobno je bližini centralnosti s to razliko, da se oddaljenost meri s pričakovano dolžino naključnega sprehoda, namesto s najkrajšo potjo.

Naključni sprehod bližine centralnosti vozlišča je inverzna povprečju srednjega časa prvega prehoda do tega vozlišča:

## Opis problema

Pogledala si bova različne tipe grafov: 3-dimenzionalne mreže, unije ciklov in binarna drevesa. Pogledala si bova različne tipe omrežij: 1x, 2x, x.

Naslednji postopek bova izvedla na različnih omrežjih:

1. Na vsakem omrežju bova prvo poiskala centralno vozlišče.
2. V vsakem vozlišču omrežja bova izračunala naključni sprehod bližine centralnosti.
3. Zabeležila si bova najmanjšo, največjo in povprečno vrednost v posameznem omrežju.

Podatke bova primerjala s teoretičnimi trditvami in jih poizkušala potrditi oziroma ovreči.