

Práctica Final: Ecuación de ondas

Jaume Adrover
Marc Cañellas
Eduardo Bonnin
Joan Balaguer

Índice

Introducción	3
Problema matemático	3
2.1 Inicialización de la matriz U	4
2.2 Inicialización de la matriz del sistema	4
2.3 Cálculo de las columnas	5
2.4 Simulación gráfico	6
Resultados	7

1. Introducción

En el ejercicio que se nos ha asignado, consideramos un hilo de grosor infinitesimal de longitud L . Este, está fijado en sus dos extremos. Nos indican que la función $u(x,t)$, es la función que define la posición del trozo del hilo x en un instante de tiempo t , y que esta está definida en un dominio $\Omega = [0,L] \times [0,T]$. Lo que nos piden es que, dada la posición inicial de la cuerda ($f(x)=\sin(x\pi)$), calculemos la evolución de la cuerda a lo largo del tiempo.

A parte del pdf de la memoria, dentro del zip que contiene esta práctica, hemos realizado los cálculos correspondientes en un script con Octave. Estos los podrá encontrar en una carpeta llamada "Scripts". El script ejecutable se llama "main" y en él, encontrará todos los cálculos necesarios para la realización de la práctica, programados. En esta memoria se hará un seguimiento de estos cálculos y se irán introduciendo imágenes aclaratorias sobre el código del mismo. Una vez ejecute el script ejecutable, por consola le aparecerá la matriz final calculada (llamada U) y su matriz transpuesta (llamada U'). Por último, nos hemos tomado la libertad de programar, para que se viera de manera más visual, el movimiento de la cuerda en función del tiempo. Cuando ejecute el script, se le abrirá una ventana donde podrá observar el movimiento de la misma a lo largo de un periodo de tiempo t (en caso de que no le aparezca la ventana o le salte un error por consola similar a "pkg symbolic not found", ejecute la siguiente línea de código en consola y vuelva a probar de ejecutarlo: "pkg install -forge symbolic" y a continuación "pkg load symbolic"). De cara a que pueda observar de forma más clara los números que contiene la matriz U (ya que con las capturas que hemos realizado, no se aprecian del todo bien).

2. Problema matemático

Queremos calcular una matriz M , que nos indique los valores de la cuerda respectivamente según la posición y el tiempo transcurrido. Las filas nos indican los puntos de esta y las columnas los instantes de tiempo. Como no hemos estudiado este temario respectivamente de forma continua, nos disponemos a discretizar y coger determinados puntos de la cuerda, con la finalidad de poder resolver este problema con matrices, los elementos de la cual serán dependientes de las discretizaciones.

- Tenemos dos vectores para los posibles valores de x , t :
 - `vector_x=linspace(0,L,I+1);`
 - `vector_t=linspace(0,T,J+1);`

Aclaración: el comando `linspace(x,y,z)`, coge un intervalo de $[x,y]$ y lo corta en z intervalos de misma longitud.

- Tenemos diferentes variables y dos funciones:
 - $L=1;$
 - $T=10;$
 - $I=15;$
 - $J=50;$
 - $h=L/I;$
 - $k=T/J;$
 - $\alpha=k/h;$
- Funciones que nos indican las condiciones iniciales de la cuerda:
 - $F(x)=\sin(\pi \cdot x)$
 - $G(x)=1;$

2.1 Inicialización de la matriz U

La matriz inicial se llama U, y la que nos piden después será la transpuesta U'. Primero la rellenamos de 0's y le introducimos la primera columna, que vendrá a ser la condición inicial de la función $f(x)$, que recibirá por x el vector de posibles valores de este.

```
U=zeros(I+1,J+1);
U(:,1)=f(vector_x)';
```

2.2 Inicialización de la matriz del sistema

A continuación, inicializaremos la matriz del sistema a resolver con el objetivo de poder ir calculando columna a columna.

$$\begin{pmatrix} \frac{1+\alpha^2}{2} & -\frac{\alpha^2}{4} & 0 & \dots & 0 \\ -\frac{\alpha^2}{4} & \frac{1+\alpha^2}{2} & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & \ddots & \ddots & \ddots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & -\frac{\alpha^2}{4} \\ 0 & \dots & 0 & -\frac{\alpha^2}{4} & \frac{1+\alpha^2}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} w_1 \\ w_2 \\ \vdots \\ w_{I-1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_{1,j} \\ u_{2,j} \\ \vdots \\ u_{I-1,j} \end{pmatrix}$$

La matriz de arriba es nuestro objetivo, en el siguiente bucle, vamos rellenando con la fórmula y el α correspondiente, llegando a la penúltima fila.

El último elemento lo hacemos manualmente.

```

for j=1:I-2
    matriu_sistema(j,j)=(1+alpha^2)/2;
    matriu_sistema(j,j+1)=-(alpha^2)/4;
    matriu_sistema(j+1,j)=-(alpha^2)/4;
end
matriu_sistema(I-1,I-1)=(1+alpha^2)/2;

```

2.3 Cálculo de las columnas

En este apartado nos dedicaremos a calcular las columnas de la matriz resultante U. El procedimiento a seguir es calcular dos vectores anteriores al que obtendremos mediante la siguiente ecuación:

Notemos que para iniciar el proceso, esto es para calcular u_1 , necesitamos u_0 y u_{-1}

$$u_{i,-1} = \frac{1}{2}w_i - g(x_i)k, \quad i = 1, 2, \dots, I-1.$$

Es decir, a partir de los dos vectores anteriores, obtendremos u_1 .

Primero realizamos una descomposición LU, para obtener una matriz inferior LOW, que utilizaremos posteriormente un una ForwardSubst(). La matriz Y1, obtenida de este método anterior, volverá a ser resuelta junto a la matriz superior UP, sacando así el resultado w_0 .

En resumen, primero calculamos la columna -1, que junto a la 0 (o primera), nos permitirá obtener la segunda. Posteriormente, añadimos esta columna ficticia a la matriz U.

```

[LOW,UP,P]=DescLU(matriu_sistema);
[Y1]=SustitucionProgresiva(LOW,P*u_0(2:I));

w_0=SustitucionRegresiva(UP,Y1);
u_menos1=zeros(I+1,1);
u_menos1(2:I)=(1/2).*w_0-(g_0(2:I).*k)';
U=[u_menos1,U];

```

Después de haber calculado la columna necesaria para los cálculos, realizaremos un bucle con estos para ir rellenando la matriz.

En primer paso, realizamos una descomposición LU de la matriz del sistema y con los u_{-1}, u_0 calculamos u_k . Esto se realiza mediante una ForwardSubst() y una BackwardSubst() respectivamente. El vector u_k se cuenta desde 2 ya que la primera columna es ficticia y deberá eliminarse. Así, sucesivamente van añadiendo las columnas a la matriz U (última instrucción del bucle).

```
for l=3:J+2
    [LOW2,UP2,P]=DescLU(matriu_sistema);
    u_kmenos2=U(:,l-2);
    u_kmenos1=U(:,l-1);
    u_k=U(:,l);
    [Y2]=SustitucionProgresiva(LOW2,P*u_kmenos1(2:I));
    w=SustitucionRegresiva(UP2,Y2);
    u_k(2:I)=w-u_kmenos2(2:I);
    U(:,l)=u_k;
end
U(:,1)=[];
```

Eliminaremos la columna -1, que ya no necesitamos.

2.4 Simulación gráfico

En este trozo del código vamos a realizar una simulación de como sería el movimiento de la cuerda. En este bucle vamos realizando un gráfico de cada vector, con un tiempo de pausa para apreciar mejor el movimiento. Ejecute el código para una mejor visualización, donde se abrirá una ventana nueva con este gráfico plot.

```
for j=1:J+1
    plot(vector_x,U(:,j))
    ylim([-2,2])
    pause(k);
end
```

3. Resultados

- Vectores de la matriz resultante U

Cada una de las siguientes columnas, representa cada uno de los vectores que conforman la matriz U. En cada fila, tenemos representados 8 vectores. Por ejemplo, en la primera fila quedan representados los vectores que van desde u0 a u7, en la segunda fila los vectores que van desde u8 a u15 etc.

0	0	0	0	0	0	0	0
0.2079	0.3737	0.2314	-0.0551	-0.1726	-0.1181	-0.1213	-0.2148
0.4067	0.5399	0.4034	0.0653	-0.2482	-0.3736	-0.3525	-0.3123
0.5878	0.6912	0.5333	0.1558	-0.2762	-0.5574	-0.5986	-0.4773
0.7431	0.8210	0.6307	0.2189	-0.2839	-0.6803	-0.8118	-0.6670
0.8660	0.9237	0.7011	0.2600	-0.2847	-0.7575	-0.9730	-0.8410
0.9511	0.9948	0.7470	0.2841	-0.2840	-0.8018	-1.0784	-0.9707
0.9945	1.0311	0.7697	0.2952	-0.2836	-0.8219	-1.1299	-1.0392
0.9945	1.0311	0.7697	0.2952	-0.2836	-0.8219	-1.1299	-1.0392
0.9511	0.9948	0.7470	0.2841	-0.2840	-0.8018	-1.0784	-0.9707
0.8660	0.9237	0.7011	0.2600	-0.2847	-0.7575	-0.9730	-0.8410
0.7431	0.8210	0.6307	0.2189	-0.2839	-0.6803	-0.8118	-0.6670
0.5878	0.6912	0.5333	0.1558	-0.2762	-0.5574	-0.5986	-0.4773
0.4067	0.5399	0.4034	0.0653	-0.2482	-0.3736	-0.3525	-0.3123
0.2079	0.3737	0.2314	-0.0551	-0.1726	-0.1181	-0.1213	-0.2148
0.0000	0	0	0	0	0	0	0

0	0	0	0	0	0	0	0
-0.1945	0.0066	0.1971	0.2317	0.1880	0.1539	0.0662	-0.1123
-0.2540	-0.0640	0.2567	0.5058	0.4960	0.2674	0.0005	-0.2043
-0.2944	-0.0378	0.3263	0.6673	0.7364	0.4451	-0.0063	-0.3467
-0.3541	0.0295	0.4392	0.7827	0.8733	0.5887	0.0551	-0.4304
-0.4284	0.0967	0.5724	0.8833	0.9334	0.6638	0.1377	-0.4349
-0.4961	0.1447	0.6881	0.9666	0.9533	0.6850	0.2038	-0.3959
-0.5362	0.1684	0.7545	1.0151	0.9576	0.6844	0.2380	-0.3613
-0.5362	0.1684	0.7545	1.0151	0.9576	0.6844	0.2380	-0.3613
-0.4961	0.1447	0.6881	0.9666	0.9533	0.6850	0.2038	-0.3959
-0.4284	0.0967	0.5724	0.8833	0.9334	0.6638	0.1377	-0.4349
-0.3541	0.0295	0.4392	0.7827	0.8733	0.5887	0.0551	-0.4304
-0.2944	-0.0378	0.3263	0.6673	0.7364	0.4451	-0.0063	-0.3467
-0.2540	-0.0640	0.2567	0.5058	0.4960	0.2674	0.0005	-0.2043
-0.1945	0.0066	0.1971	0.2317	0.1880	0.1539	0.0662	-0.1123
0	0	0	0	0	0	0	0

0	0	0	0	0	0	0	0
-0.2462	-0.2170	-0.1140	-0.0709	-0.0361	0.1091	0.2883	0.2972
-0.3505	-0.4181	-0.3533	-0.1711	0.0514	0.2720	0.4605	0.5028
-0.5008	-0.5513	-0.5174	-0.3129	0.0725	0.4761	0.6921	0.6346
-0.6777	-0.7202	-0.6359	-0.3813	0.0883	0.6109	0.8872	0.7751
-0.8230	-0.9229	-0.7580	-0.3780	0.1554	0.6857	0.9763	0.8892
-0.9108	-1.1049	-0.8787	-0.3476	0.2554	0.7327	0.9793	0.9471
-0.9478	-1.2113	-0.9568	-0.3251	0.3286	0.7596	0.9579	0.9630
-0.9478	-1.2113	-0.9568	-0.3251	0.3286	0.7596	0.9579	0.9630
-0.9108	-1.1049	-0.8787	-0.3476	0.2554	0.7327	0.9793	0.9471
-0.8230	-0.9229	-0.7580	-0.3780	0.1554	0.6857	0.9763	0.8892
-0.6777	-0.7202	-0.6359	-0.3813	0.0883	0.6109	0.8872	0.7751
-0.5008	-0.5513	-0.5174	-0.3129	0.0725	0.4761	0.6921	0.6346
-0.3505	-0.4181	-0.3533	-0.1711	0.0514	0.2720	0.4605	0.5028
-0.2462	-0.2170	-0.1140	-0.0709	-0.0361	0.1091	0.2883	0.2972
0	0	0	0	0	0	0	0

0	0	0	0	0	0	0	0
0.1086	-0.0841	-0.1433	-0.1384	-0.1700	-0.1966	-0.1204	0.0508
0.2892	-0.0773	-0.3290	-0.3533	-0.3058	-0.3156	-0.2522	0.0450
0.3536	-0.0308	-0.3731	-0.5574	-0.5672	-0.4581	-0.2421	0.1148
0.4049	-0.0160	-0.3947	-0.6948	-0.8124	-0.6409	-0.2244	0.2562
0.5048	0.0140	-0.4555	-0.8299	-0.9778	-0.7618	-0.2321	0.3499
0.6248	0.0765	-0.5316	-0.9763	-1.0775	-0.7905	-0.2358	0.3630
0.7048	0.1307	-0.5810	-1.0782	-1.1276	-0.7774	-0.2296	0.3442
0.7048	0.1307	-0.5810	-1.0782	-1.1276	-0.7774	-0.2296	0.3442
0.6248	0.0765	-0.5316	-0.9763	-1.0775	-0.7905	-0.2358	0.3630
0.5048	0.0140	-0.4555	-0.8299	-0.9778	-0.7618	-0.2321	0.3499
0.4049	-0.0160	-0.3947	-0.6948	-0.8124	-0.6409	-0.2244	0.2562
0.3536	-0.0308	-0.3731	-0.5574	-0.5672	-0.4581	-0.2421	0.1148
0.2892	-0.0773	-0.3290	-0.3533	-0.3058	-0.3156	-0.2522	0.0450
0.1086	-0.0841	-0.1433	-0.1384	-0.1700	-0.1966	-0.1204	0.0508
0	0	0	0	0	0	0	0

0	0	0	0	0	0	0	0
0.2115	0.2725	0.2129	0.0723	-0.0666	-0.1364	-0.1553	-0.1835
0.4322	0.5795	0.3900	0.0922	-0.0968	-0.2051	-0.3356	-0.4368
0.5309	0.7577	0.6141	0.2169	-0.1501	-0.3606	-0.4979	-0.5968
0.6352	0.8221	0.7503	0.3989	-0.1086	-0.5387	-0.7386	-0.7257
0.7423	0.8915	0.8263	0.5138	-0.0417	-0.6324	-0.9537	-0.8916
0.8032	0.9875	0.9008	0.5472	-0.0273	-0.6524	-1.0563	-1.0461
0.8190	1.0586	0.9601	0.5462	-0.0468	-0.6493	-1.0759	-1.1316
0.8190	1.0586	0.9601	0.5462	-0.0468	-0.6493	-1.0759	-1.1316
0.8032	0.9875	0.9008	0.5472	-0.0273	-0.6524	-1.0563	-1.0461
0.7423	0.8915	0.8263	0.5138	-0.0417	-0.6324	-0.9537	-0.8916
0.6352	0.8221	0.7503	0.3989	-0.1086	-0.5387	-0.7386	-0.7257
0.5309	0.7577	0.6141	0.2169	-0.1501	-0.3606	-0.4979	-0.5968
0.4322	0.5795	0.3900	0.0922	-0.0968	-0.2051	-0.3356	-0.4368
0.2115	0.2725	0.2129	0.0723	-0.0666	-0.1364	-0.1553	-0.1835
0	0	0	0	0	0	0	0

0	0	0	0	0	0	0	0
-0.1985	-0.1035	0.1030	0.2663	0.2584	0.1377	0.0373	-0.0253
-0.3692	-0.1126	0.2030	0.4286	0.4819	0.3542	0.1140	-0.1210
-0.5203	-0.1732	0.2965	0.6223	0.6735	0.4991	0.1977	-0.1440
-0.5541	-0.2047	0.3000	0.7550	0.8942	0.6549	0.2240	-0.1868
-0.5783	-0.1596	0.3282	0.8001	1.0199	0.8142	0.3027	-0.2286
-0.6590	-0.1027	0.4284	0.8297	1.0176	0.8944	0.4414	-0.1957
-0.7390	-0.0770	0.5224	0.8618	0.9741	0.9031	0.5480	-0.1321
-0.7390	-0.0770	0.5224	0.8618	0.9741	0.9031	0.5480	-0.1321
-0.6590	-0.1027	0.4284	0.8297	1.0176	0.8944	0.4414	-0.1957
-0.5783	-0.1596	0.3282	0.8001	1.0199	0.8142	0.3027	-0.2286
-0.5541	-0.2047	0.3000	0.7550	0.8942	0.6549	0.2240	-0.1868
-0.5203	-0.1732	0.2965	0.6223	0.6735	0.4991	0.1977	-0.1440
-0.3692	-0.1126	0.2030	0.4286	0.4819	0.3542	0.1140	-0.1210
-0.1985	-0.1035	0.1030	0.2663	0.2584	0.1377	0.0373	-0.0253
0	0	0	0	0	0	0	0

0	0	0
-0.1158	-0.2180	-0.2354
-0.2773	-0.3682	-0.4064
-0.4281	-0.5766	-0.5762
-0.5089	-0.7350	-0.7831
-0.6223	-0.8731	-0.9178
-0.7652	-1.0542	-0.9771
-0.8610	-1.2036	-1.0023
-0.8610	-1.2036	-1.0023
-0.7652	-1.0542	-0.9771
-0.6223	-0.8731	-0.9178
-0.5089	-0.7350	-0.7831
-0.4281	-0.5766	-0.5762
-0.2773	-0.3682	-0.4064
-0.1158	-0.2180	-0.2354
0	0	0

- Matriz U transpuesta

En la siguiente imagen, se puede ver la matriz U final transpuesta

>> U'
ans =

0	0.2079	0.4067	0.5878	0.7431	0.8660	0.9511	0.9945	0.9945	0.9511	0.8660	0.7431	0.5878	0.4067	0.2079	0.0000
0	0.3737	0.5399	0.6912	0.8210	0.9237	0.9948	1.0311	1.0311	0.9948	0.9237	0.8210	0.6912	0.5399	0.3737	0
0	0.2314	0.4034	0.5333	0.6307	0.7011	0.7470	0.7697	0.7697	0.7470	0.7011	0.6307	0.5333	0.4034	0.2314	0
0	-0.0551	0.0653	0.1558	0.2189	0.2600	0.2841	0.2952	0.2952	0.2841	0.2600	0.2189	0.1558	0.0653	-0.0551	0
0	-0.1726	-0.2482	-0.2762	-0.2839	-0.2847	-0.2840	-0.2836	-0.2836	-0.2840	-0.2847	-0.2839	-0.2762	-0.2482	-0.1726	0
0	-0.1181	-0.3736	-0.5574	-0.6803	-0.7575	-0.8018	-0.8219	-0.8219	-0.8018	-0.7575	-0.6803	-0.5574	-0.3736	-0.1181	0
0	-0.1213	-0.3525	-0.5986	-0.8118	-0.9730	-1.0784	-1.1299	-1.1299	-1.0784	-0.9730	-0.8118	-0.5986	-0.3525	-0.1213	0
0	-0.2148	-0.3123	-0.4773	-0.6670	-0.8410	-0.9707	-1.0392	-1.0392	-0.9707	-0.8410	-0.6670	-0.4773	-0.3123	-0.2148	0
0	-0.1945	-0.2540	-0.2944	-0.3541	-0.4284	-0.4961	-0.5362	-0.5362	-0.4961	-0.4284	-0.3541	-0.2944	-0.2540	-0.1945	0
0	0.0066	-0.0640	-0.0378	0.0295	0.0967	0.1447	0.1684	0.1684	0.1447	0.0967	0.0295	-0.0378	-0.0640	0.0066	0
0	0.1971	0.2567	0.3263	0.4392	0.5724	0.6881	0.7545	0.7545	0.6881	0.5724	0.4392	0.3263	0.2567	0.1971	0
0	0.2317	0.5058	0.6673	0.7827	0.8833	0.9666	1.0151	1.0151	0.9666	0.8833	0.7827	0.6673	0.5058	0.2317	0
0	0.1880	0.4960	0.7364	0.8733	0.9334	0.9533	0.9576	0.9576	0.9533	0.9334	0.8733	0.7364	0.4960	0.1880	0
0	0.1539	0.2674	0.4451	0.5887	0.6638	0.6850	0.6844	0.6844	0.6850	0.6638	0.5887	0.4451	0.2674	0.1539	0
0	0.0662	0.0005	-0.0063	0.0551	0.1377	0.2038	0.2380	0.2380	0.2038	0.1377	0.0551	-0.0063	0.0005	0.0662	0
0	-0.1123	-0.2043	-0.3467	-0.4304	-0.4349	-0.3959	-0.3613	-0.3613	-0.3959	-0.4349	-0.4304	-0.3467	-0.2043	-0.1123	0
0	-0.2462	-0.3505	-0.5008	-0.6777	-0.8230	-0.9108	-0.9478	-0.9478	-0.9108	-0.8230	-0.6777	-0.5008	-0.3505	-0.2462	0
0	-0.2170	-0.4181	-0.5513	-0.7202	-0.9229	-1.1049	-1.2113	-1.2113	-1.1049	-0.9229	-0.7202	-0.5513	-0.4181	-0.2170	0
0	-0.1140	-0.3533	-0.5174	-0.6359	-0.7580	-0.8787	-0.9568	-0.9568	-0.8787	-0.7580	-0.6359	-0.5174	-0.3533	-0.1140	0
0	-0.0709	-0.1711	-0.3129	-0.3813	-0.3780	-0.3476	-0.3251	-0.3251	-0.3476	-0.3780	-0.3813	-0.3129	-0.1711	-0.0709	0
0	-0.0361	0.0514	0.0725	0.0883	0.1554	0.2554	0.3286	0.3286	0.2554	0.1554	0.0883	0.0725	0.0514	-0.0361	0
0	0.1091	0.2720	0.4761	0.6109	0.6857	0.7327	0.7596	0.7596	0.7327	0.6857	0.6109	0.4761	0.2720	0.1091	0
0	0.2883	0.4605	0.6921	0.8872	0.9763	0.9793	0.9579	0.9579	0.9793	0.9763	0.8872	0.6921	0.4605	0.2883	0
0	0.2972	0.5028	0.6346	0.7751	0.8892	0.9471	0.9630	0.9630	0.9471	0.8892	0.7751	0.6346	0.5028	0.2972	0
0	0.1086	0.2892	0.3536	0.4049	0.5048	0.6248	0.7048	0.7048	0.6248	0.5048	0.4049	0.3536	0.2892	0.1086	0
0	-0.0841	-0.0773	-0.0308	-0.0160	0.0140	0.0765	0.1307	0.1307	0.0765	0.0140	-0.0160	-0.0308	-0.0773	-0.0841	0
0	-0.1433	-0.3290	-0.3731	-0.3947	-0.4555	-0.5316	-0.5810	-0.5810	-0.5316	-0.4555	-0.3947	-0.3731	-0.3290	-0.1433	0
0	-0.1384	-0.3533	-0.5574	-0.6948	-0.8299	-0.9763	-1.0782	-1.0782	-0.9763	-0.8299	-0.6948	-0.5574	-0.3533	-0.1384	0
0	-0.1700	-0.3058	-0.5672	-0.8124	-0.9778	-1.0775	-1.1276	-1.1276	-1.0775	-0.9778	-0.8124	-0.5672	-0.3058	-0.1700	0
0	-0.1966	-0.3156	-0.4581	-0.6409	-0.7618	-0.7905	-0.7774	-0.7774	-0.7905	-0.7618	-0.6409	-0.4581	-0.3156	-0.1966	0
0	-0.1204	-0.2522	-0.2421	-0.2244	-0.2321	-0.2358	-0.2296	-0.2296	-0.2358	-0.2321	-0.2244	-0.2421	-0.2522	-0.1204	0
0	0.0508	0.0450	0.1148	0.2562	0.3499	0.3630	0.3442	0.3442	0.3630	0.3499	0.2562	0.1148	0.0450	0.0508	0
0	0.2115	0.4322	0.5309	0.6352	0.7423	0.8032	0.8190	0.8190	0.8032	0.7423	0.6352	0.5309	0.4322	0.2115	0
0	0.2725	0.5795	0.7577	0.8221	0.8915	0.9875	1.0586	1.0586	0.9875	0.8915	0.8221	0.7577	0.5795	0.2725	0
0	0.2129	0.3900	0.6141	0.7503	0.8263	0.9008	0.9601	0.9601	0.9008	0.8263	0.7503	0.6141	0.3900	0.2129	0
0	0.0723	0.0922	0.2169	0.3989	0.5138	0.5472	0.5462	0.5462	0.5472	0.5138	0.3989	0.2169	0.0922	0.0723	0
0	-0.0666	-0.0968	-0.1501	-0.1086	-0.0417	-0.0273	-0.0468	-0.0468	-0.0273	-0.0417	-0.1086	-0.1501	-0.0968	-0.0666	0
0	-0.1364	-0.2051	-0.3606	-0.5387	-0.6324	-0.6524	-0.6493	-0.6493	-0.6524	-0.6324	-0.5387	-0.3606	-0.2051	-0.1364	0
0	-0.1553	-0.3356	-0.4979	-0.7386	-0.9537	-1.0563	-1.0759	-1.0759	-1.0563	-0.9537	-0.7386	-0.4979	-0.3356	-0.1553	0
0	-0.1835	-0.4368	-0.5968	-0.7257	-0.8916	-1.0461	-1.1316	-1.1316	-1.0461	-0.8916	-0.7257	-0.5968	-0.4368	-0.1835	0
0	-0.1985	-0.3692	-0.5203	-0.5541	-0.5783	-0.6590	-0.7390	-0.7390	-0.6590	-0.5783	-0.5541	-0.5203	-0.3692	-0.1985	0
0	-0.1035	-0.1126	-0.1732	-0.2047	-0.1596	-0.1027	-0.0770	-0.0770	-0.1027	-0.1596	-0.2047	-0.1732	-0.1126	-0.1035	0
0	0.1030	0.2030	0.2965	0.3000	0.3282	0.4284	0.5224	0.5224	0.4284	0.3282	0.3000	0.2965	0.2030	0.1030	0
0	0.2663	0.4286	0.6223	0.7550	0.8001	0.8297	0.8618	0.8618	0.8297	0.8001	0.7550	0.6223	0.4286	0.2663	0
0	0.2584	0.4819	0.6735	0.8942	1.0199	1.0176	0.9741	0.9741	1.0176	1.0199	0.8942	0.6735	0.4819	0.2584	0
0	0.1377	0.3542	0.4991	0.6549	0.8142	0.8944	0.9031	0.9031	0.8944	0.8142	0.6549	0.4991	0.3542	0.1377	0
0	0.0373	0.1140	0.1977	0.2240	0.3027	0.4414	0.5480	0.5480	0.4414	0.3027	0.2240	0.1977	0.1140	0.0373	0
0	-0.0253	-0.1210	-0.1440	-0.1868	-0.2286	-0.1957	-0.1321	-0.1321	-0.1957	-0.2286	-0.1868	-0.1440	-0.1210	-0.0253	0
0	-0.1158	-0.2773	-0.4281	-0.5089	-0.6223	-0.7652	-0.8610	-0.8610	-0.7652	-0.6223	-0.5089	-0.4281	-0.2773	-0.1158	0
0	-0.2180	-0.3682	-0.5766	-0.7350	-0.8731	-1.0542	-1.2036	-1.2036	-1.0542	-0.8731	-0.7350	-0.5766	-0.3682	-0.2180	0
0	-0.2354	-0.4064	-0.5762	-0.7831	-0.9178	-0.9771	-1.0023	-1.0023	-0.9771	-0.9178	-0.7831	-0.5762	-0.4064	-0.2354	0

- Matriz U resultante de los cálculos realizados:

Matriz U:

Columns 1 through 25:

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0.2079	0.3737	0.2314	-0.0551	-0.1726	-0.1181	-0.1213	-0.2148	-0.1945	0.0066	0.1971	0.2317	0.1880	0.1539	0.0662	-0.1123	-0.2462	-0.2170	-0.1140	-0.0709	-0.0361	0.1091	0.2883	0.2972	0.1086
0.4067	0.5399	0.4034	0.0653	-0.2482	-0.3736	-0.3525	-0.3123	-0.2540	-0.0640	0.2567	0.5058	0.4960	0.2674	0.0005	-0.2043	-0.3505	-0.4181	-0.3533	-0.1711	0.0514	0.2720	0.4605	0.5028	0.2892
0.5878	0.6912	0.5333	0.1558	-0.2762	-0.5574	-0.5986	-0.4773	-0.2944	-0.0378	0.3263	0.6673	0.7364	0.4451	-0.0063	-0.3467	-0.5008	-0.5513	-0.5174	-0.3129	0.0725	0.4761	0.6921	0.6346	0.3536
0.7431	0.8210	0.6307	0.2189	-0.2839	-0.6803	-0.8118	-0.6670	-0.3541	0.0295	0.4392	0.7827	0.8733	0.5887	0.0551	-0.4304	-0.6777	-0.7202	-0.6359	-0.3813	0.0883	0.6109	0.8872	0.7751	0.4049
0.8660	0.9237	0.7011	0.2600	-0.2847	-0.7575	-0.9730	-0.8410	-0.4284	0.0967	0.5724	0.8833	0.9334	0.6638	0.1377	-0.4349	-0.8230	-0.9229	-0.7580	-0.3780	0.1554	0.6857	0.9763	0.8892	0.5048
0.9511	0.9948	0.7470	0.2841	-0.2840	-0.8018	-1.0784	-0.9707	-0.4961	0.1447	0.6881	0.9666	0.9533	0.6850	0.2038	-0.3959	-0.9108	-1.1049	-0.8787	-0.3476	0.2554	0.7327	0.9793	0.9471	0.6248
0.9945	1.0311	0.7697	0.2952	-0.2836	-0.8219	-1.1299	-1.0392	-0.5362	0.1684	0.7545	1.0151	0.9576	0.6844	0.2380	-0.3613	-0.9478	-1.2113	-0.9568	-0.3251	0.3286	0.7596	0.9579	0.9630	0.7048
0.9945	1.0311	0.7697	0.2952	-0.2836	-0.8219	-1.1299	-1.0392	-0.5362	0.1684	0.7545	1.0151	0.9576	0.6844	0.2380	-0.3613	-0.9478	-1.2113	-0.9568	-0.3251	0.3286	0.7596	0.9579	0.9630	0.7048
0.9511	0.9948	0.7470	0.2841	-0.2840	-0.8018	-1.0784	-0.9707	-0.4961	0.1447	0.6881	0.9666	0.9533	0.6850	0.2038	-0.3959	-0.9108	-1.1049	-0.8787	-0.3476	0.2554	0.7327	0.9793	0.9471	0.6248
0.8660	0.9237	0.7011	0.2600	-0.2847	-0.7575	-0.9730	-0.8410	-0.4284	0.0967	0.5724	0.8833	0.9334	0.6638	0.1377	-0.4349	-0.8230	-0.9229	-0.7580	-0.3780	0.1554	0.6857	0.9763	0.8892	0.5048
0.7431	0.8210	0.6307	0.2189	-0.2839	-0.6803	-0.8118	-0.6670	-0.3541	0.0295	0.4392	0.7827	0.8733	0.5887	0.0551	-0.4304	-0.6777	-0.7202	-0.6359	-0.3813	0.0883	0.6109	0.8872	0.7751	0.4049
0.5878	0.6912	0.5333	0.1558	-0.2762	-0.5574	-0.5986	-0.4773	-0.2944	-0.0378	0.3263	0.6673	0.7364	0.4451	-0.0063	-0.3467	-0.5008	-0.5513	-0.5174	-0.3129	0.0725	0.4761	0.6921	0.6346	0.3536
0.4067	0.5399	0.4034	0.0653	-0.2482	-0.3736	-0.3525	-0.3123	-0.2540	-0.0640	0.2567	0.5058	0.4960	0.2674	0.0005	-0.2043	-0.3505	-0.4181	-0.3533	-0.1711	0.0514	0.2720	0.4605	0.5028	0.2892
0.2079	0.3737	0.2314	-0.0551	-0.1726	-0.1181	-0.1213	-0.2148	-0.1945	0.0066	0.1971	0.2317	0.1880	0.1539	0.0662	-0.1123	-0.2462	-0.2170	-0.1140	-0.0709	-0.0361	0.1091	0.2883	0.2972	0.1086
0.0000	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Columns 26 through 50:

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
-0.0841	-0.1433	-0.1384	-0.1700	-0.1966	-0.1204	0.0508	0.2115	0.2725	0.2129	0.0723	-0.0666	-0.1364	-0.1553	-0.1835	-0.1985	-0.1035	0.1030	0.2663	0.2584	0.1377	0.0373	-0.0253	-0.1158	-0.2180	-0.0773
-0.0773	-0.3290	-0.3533	-0.3058	-0.3156	-0.2522	0.0450	0.4322	0.5795	0.3900	0.0922	-0.0968	-0.2051	-0.3356	-0.4368	-0.3692	-0.1126	0.2030	0.4286	0.4819	0.3542	0.1140	-0.1210	-0.2773	-0.3682	-0.0308
-0.0308	-0.3731	-0.5574	-0.5672	-0.4581	-0.2421	0.1148	0.5309	0.7577	0.6141	0.2169	-0.1501	-0.3606	-0.4979	-0.5968	-0.5203	-0.1732	0.2965	0.6223	0.6735	0.4991	0.1977	-0.1440	-0.4281	-0.5766	-0.0160
-0.0160	-0.3947	-0.6948	-0.8124	-0.6409	-0.2244	0.2562	0.6352	0.8221	0.7503	0.3989	-0.1086	-0.5387	-0.7386	-0.7257	-0.5541	-0.2047	0.3000	0.7550	0.8942	0.6549	0.2240	-0.1868	-0.5089	-0.7350	0.0140
0.0140	-0.4555	-0.8299	-0.9778	-0.7618	-0.2321	0.3499	0.7423	0.8915	0.8263	0.5138	-0.0417	-0.6324	-0.9537	-0.8916	-0.5783	-0.1596	0.3282	0.8001	1.0199	0.8142	0.3027	-0.2286	-0.6223	-0.8731	0.0765
0.0765	-0.5316	-0.9763	-1.0775	-0.7905	-0.2358	0.3630	0.8032	0.9875	0.9008	0.5472	-0.0273	-0.6524	-1.0563	-1.0461	-0.6590	-0.1027	0.4284	0.8297	1.0176	0.8944	0.4414	-0.1957	-0.7652	-1.0542	0.1307
0.1307	-0.5810	-1.0782	-1.1276	-0.7774	-0.2296	0.3442	0.8190	1.0586	0.9601	0.5462	-0.0468	-0.6493	-1.0759	-1.1316	-0.7390	-0.0770	0.5224	0.8618	0.9741	0.9031	0.5480	-0.1321	-0.8610	-1.2036	0.1307
0.1307	-0.5810	-1.0782	-1.1276	-0.7774	-0.2296	0.3442	0.8190	1.0586	0.9601	0.5462	-0.0468	-0.6493	-1.0759	-1.1316	-0.7390	-0.0770	0.5224	0.8618	0.9741	0.9031	0.5480	-0.1321	-0.8610	-1.2036	0.0765
0.0765	-0.5316	-0.9763	-1.0775	-0.7905	-0.2358	0.3630	0.8032	0.9875	0.9008	0.5472	-0.0273	-0.6524	-1.0563	-1.0461	-0.6590	-0.1027	0.4284	0.8297	1.0176	0.8944	0.4414	-0.1957	-0.7652	-1.0542	0.0140
0.0140	-0.4555	-0.8299	-0.9778	-0.7618	-0.2321	0.3499	0.7423	0.8915	0.8263	0.5138	-0.0417	-0.6324	-0.9537	-0.8916	-0.5783	-0.1596	0.3282	0.8001	1.0199	0.8142	0.3027	-0.2286	-0.6223	-0.8731	-0.0160
-0.0160	-0.3947	-0.6948	-0.8124	-0.6409	-0.2244	0.2562	0.6352	0.8221	0.7503	0.3989	-0.1086	-0.5387	-0.7386	-0.7257	-0.5541	-0.2047	0.3000	0.7550	0.8942	0.6549	0.2240	-0.1868	-0.5089	-0.7350	-0.0308
-0.0308	-0.3731	-0.5574	-0.5672	-0.4581	-0.2421	0.1148	0.5309	0.7577	0.6141	0.2169	-0.1501	-0.3606	-0.4979	-0.5968	-0.5203	-0.1732	0.2965	0.6223	0.6735	0.4991	0.1977	-0.1440	-0.4281	-0.5766	-0.0773
-0.0773	-0.3290	-0.3533	-0.3058	-0.3156	-0.2522	0.0450	0.4322	0.5795	0.3900	0.0922	-0.0968	-0.2051	-0.3356	-0.4368	-0.3692	-0.1126	0.2030	0.4286	0.4819	0.3542	0.1140	-0.1210	-0.2773	-0.3682	-0.0841
-0.0841	-0.1433	-0.1384	-0.1700	-0.1966	-0.1204	0.0508	0.2115	0.2725	0.2129	0.0723	-0.0666	-0.1364	-0.1553	-0.1835	-0.1985	-0.1035	0.1030	0.2663	0.2584	0.1377	0.0373	-0.0253	-0.1158	-0.2180	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Column 51:

0
-0.2354
-0.4064
-0.5762
-0.7831
-0.9178
-0.9771
-1.0023
-1.0023
-0.9771
-0.9178
-0.7831
-0.5762
-0.4064
-0.2354
0