Innehåll

1. Introduktion

Detta häfte har flera syften, bland annat

- Visa hur bra skalor ska konstrueras och hur de ser ut för lätt avläsning
- Visa hur de kan användas i ingenjörsmässiga tillämpningar
- Visa hur dubbelskalor och nomogram konstrueras

Häftet kan läsas enbart för skalornas skull, dubbelskalor och nomogram kan ses som intressanta utvidgningar.

1.1. Skalor

En skala är i det här fallet en gradering längs en axel. Vi träffar på och använder skalor hela tiden, det kan vara på linjaler, måttband, barometrar, kartor, voltmetrar, tankmätare i bilen, termometrar osv. Sålunda kan skalor användas för att mäta avstånd, volymer, fysikaliska storheter och annat.

Även om analoga skalor numera ofta ersatts av digitala displayer på mätinstrument av olika slag har den traditionella skalan definitiva fördelar. En position på en skala ger till exempel ofta mer direkt och snabb information med tillräcklig information: Till exempel ger en vanlig analog klocka redan efter ett ögonkast en uppfattning om tiden. En snabb blick ger omedelbart ”kvart över två” och ofta behövs inte högre noggrannhet.

En analog skala ger också snabbt en uppfattning om en storhet ändras långsamt eller fort. Något som inte är lika tillgängligt med en digital display som måste ”bläddra klart” innan värdet kan avläsas.[1]

En skalas syfte är att meddela betraktaren en storhet av något slag. En skala måste av detta skäl vara lättavläst. Man ska inte behöva fundera på vad skalan beskriver eller vilket siffervärde den förmedlar. För denna skull måste skalor utformas på ett sätt som är bekant för användaren. En skala med ovanliga beteckningar eller oväntat utseende är en dålig skala, den tar längre tid att läsa av. En skala ska inte vara i vägen för förståelsen.

I denna text förekommer lineära och icke-lineära skalor. De förra utgör grunden för hur en skala skall se ut med sin indelning av enheter, tjocka och tunnare streck osv. De senare ärver alla utseenden från sina lineära motsvarigheter men är oftast logaritmiska.

[1] Här kan man också nämna att visad noggrannhet inte alltid överensstämmer med faktiska värden. En spänning kanske visas som ”1.697 V” med millivoltsiffra men kanske egentligen är ”1.7 V” när voltmeterns prestanda analyserats.

1.2. Noggrannhet

Den enklaste lineära skalan är den som återfinns på en linjal eller ett måttband. Den kan vara graderad i centimeter och millimeter eller meter och centimeter, mer sällan meter, centimeter *och* millimeter. Ofta finns även markeringar för att underlätta läsandet, där en linjal har gärna halv-centimetrar inritade och ett måttband kan ha olikfärgade fält för närliggande decimetrar osv.

Graderingen utförs med hänsyn till syfte och användning. En 30 cm lång linjal utförs med ofta med millimeterskala medan det vanligen är ointressant med millimetergradering på ett 50 m långt måttband.

Det är intressant att notera att det överhuvudtaget ofta är helt onödigt med en mätnoggrannhet som överstiger storleksordningen en procent: En vanlig bordslinjal är ofta 30 cm och är indelad i millimeter (1/300 = 0.3%), även ett 50 m måttband med angivna centimeter är indelad i (1/5000 = 0.0002%).[2]

Oavsett längd på skalan är mer än tre nivåer av märkning ovanligt. Det kan handla om

- Centimeter och millimeter, eller
- Meter, decimeter och centimeter, eller
- Grader Celsius och tiondelar därav eller
- Volt och tiondels volt

1.3. Mätnoggrannhet

Det är i praktiken ovanligt att en mätt storhet har en dynamik överstigande 100:1 eller 1000:1. Man mäter till exempel spänningar i enstaka volt ner till hundradels volt (1.42 V) eller 10-tals volt ner till tiondels volt (18.7 V), 100-tals volt ner till enstaka volt (204 V). Man anger inte spänningar som 1.421 V, 18.333 V eller 204.984 V.

Detta leder naturligt in på frågan *Hur noggrant kan man mäta?* En vanlig multimeter har en noggrannhet på i storleksordningen en procent. Ofta varierar dessutom mätnoggrannheten både med vilket mätområde som använts och dessutom med det faktiskt avlästa värdet.

Exempel

> Vilken noggrannhet kan man förvänta sig på mätområdet 2000 mV med en Digital Multimeter av typen Uni-T UT131D?

[2] Man kan fundera över hur mycket ett sådant måttband töjs vid användning: Töjs det 10 cm är detta 10/5000 = 0.002% dvs hela 10 gånger mer!

Ur databladet kan man läsa att för detta mätområde gäller

- Upplösning *Resolution*: 1 mV
- Noggrannhet *Accuracy:* $\pm(0.5\% + 2)$

Med störst utslag på detta område, mätvärde på 1.999 V, beräknas noggrannheten som $1.999 \cdot 0.005 = 10\,\text{mV}$ plus 2 siffror i upplösning dvs sammantaget $10 + 2 = 12\,\text{mV}$. Procentuellt är noggrannheten alltså $\pm(12/2000) = \pm 0.6\,\%$.

Kompletterad med andra spänningar kan noggrannheten beräknas som

Mätvärde (V)	Noggrannhet ($\pm$mV)[3]	Noggrannhet ($\pm$%) av mätvärde
1.999	$1999 \cdot 0.005 = 10 + 2 = 12$	0.6
1.500	$1500 \cdot 0.005 = 8 + 2 = 10$	0.7
1.000	$1000 \cdot 0.005 = 5 + 2 = 7$	0.7
0.500	$500 \cdot 0.005 = 3 + 2 = 5$	1.0
0.010	$10 \cdot 0.005 = 0 + 2 = 2$	20

Man ser tydligt hur noggrannheten urartar vid låga spänningar[4]. En slutsats är att anpassa mätområdet till mätvärdet så att så stor del som möjligt av mätområdet används och oavsett hur man gör är en mätnoggrannhet överstigande 1 % svår att uppnå.

■

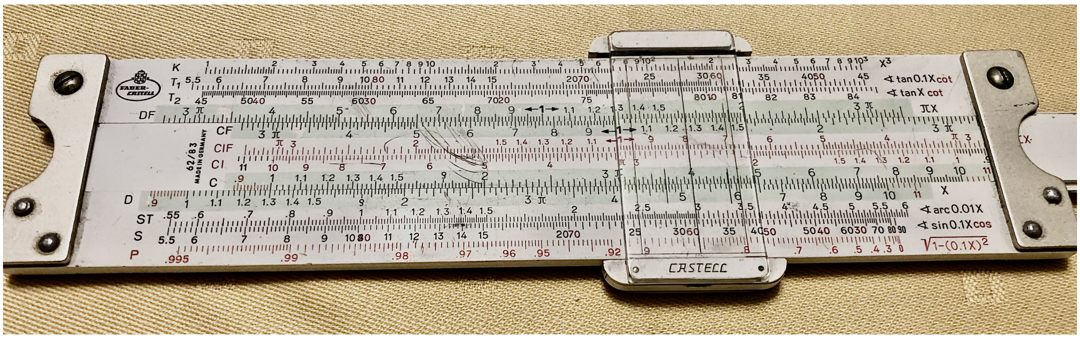
Verkligheten är helt enkelt inte så beskaffad att man behöver hantera en stor dynamik i mätvärden. När angav du din längd i annat än meter och centimeter (”1.84 m”) eller enbart centimeter (”165 cm”)? Aldrig är det ”1 792 mm”.

1.4. Räknesticka

Skalor har varit centrala för att förenkla beräkningar i flera århundraden. Med miniräknarens intåg har det dagliga bruket av skalor dock blivit sällsynt vilket är synd då en vana vid skalor fortfarande behövs för att konstruera och läsa av diagram.

Under en lång tid användes *räknestickor* som den nedan för allehanda ingenjörsberäkningar. Den baserar sig till stor del på addition av logaritmiska skalor för att utföra multiplikation och division. Precisionen på ”bröstficks”-räknestickan i figuren är minst två siffror. För ytterligare noggrannhet användes räknestickor med längre skala där ungefär 30 cm långa skalor var det vanliga.

[4] Upp till 100 mV dominerar ± '+2' dvs avläst 15 mV kan vara faktisk spänning 12–17 mV.



Räknestickan har en fast D-skala och en *slid* med bland annat en likadan C-skala. Stickan ovan är inställd på multiplikationen ”1.3 · 4”. C-skalans ”1” ställs över ”1.3” på D-skalan varefter löparstrecket skjuts till ”4” på C-skalan och resultatet ”5.2” avläses på D-skalan. Exakt samma inställning görs för divisionen 52/4 där resultatet med siffrorna ”13” avläses under C-skalans ”1”. Man kan också läsa av $5.2^3 = 140$ på den översta X^3-skalan. Exakta svaret är 140.608 men närmevärdet 140 duger i de flesta sammanhang.

Slidens CI-skala är C-skalans inverterade värde och DF-skalan D-skalans värde gånger π. På räknestickans baksida finns ytterligare skalor. Till exempel kan $\sqrt{x}$ beräknas genom att ställa in x på D-skalan och läsa av resultatet på stickans baksida.

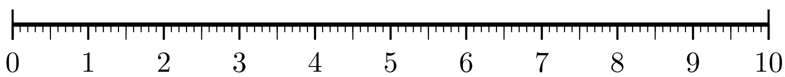
Man noterar att räknestickan bara ger siffrorna, och skiljer inte på 0.13, 1.3 eller 13 000. Storleksordningarna får man göra bredvid eller i huvudet.

Det fanns också speciella räknestickor för olika yrkesområden. Man kan tänka sig en räknesticka för elektronik och beräkningar av kortslutningsström, resonansfrekvens hos kretsar med kondensatorer och spolar, serie- och parallellkopplingar av impedanser osv. Eller för vattenflöde genom rörledningar av viss längd och diameter givet visst tryck; beräkningar man är glad att slippa göra från grunden varje gång.

Mycket tid har ägnats åt att minimera risken för felavläsning av räknestickans skalor. Den kunskapen kan i dag nyttjas för att konstruera enkla och lättavlästa skalor.

1.5. Lineära standardskala

En *standardskala* med värden mellan 0 och 10 cm med lätt avläsning är denna där skalstreck avsätts mot en *stomlinje*:



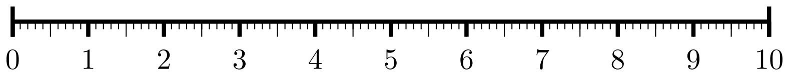
Varje linjal har en skala som denna. Mer specifikt:

- Den har gradering under varje enhet (centimeter),

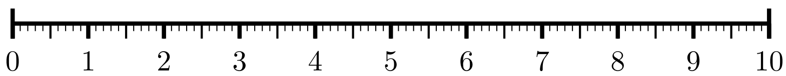
- däremellan 10 tunnare uppdelningar (millimeter) och,
- för att lättare hitta mittpunkten (5 mm) även ett längre tunt streck i denna punkt.

Notera att skalans ändar markeras med genomgående vertikala streck för de yttersta graderingarna 0 och 10 *enbart* om dessa finns med.

För många fall räcker denna typ av gradering. Det går att betona på annat sätt utan att den känns förvirrande, till exempel

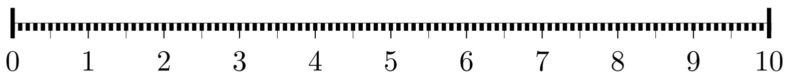


eller till och med

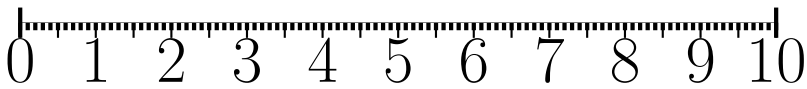


Här utgörs de olika nivåerna av 1) skalstreck för numrerade enheter, 2) lika långa men tunnare skalstreck för mittpunkten ("5 mm") mellan varje numrerad enhet och 3) något kortare, tunna skalstreck för varje millimeter.

Vid tillverkning av skalor och graderingar krävs ett visst mått av känsla för balans och syfte. Att blanda tjockare streck "i fel ordning" upplevs omedelbart störande, som denna:



Värre blir det med oproportionerliga siffror:

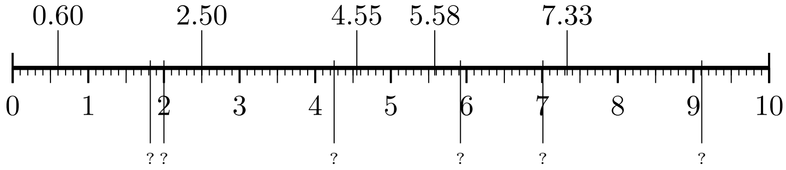


där skalans markeringar försvinner bakom de stora siffrorna.[5]

[5]En linjal som är tänkt att användas i dåligt ljus kan till exempel mycket väl ha stora siffror. Men detta är i så fall ett mycket speciellt användningsområde.

1.6. Avläsning

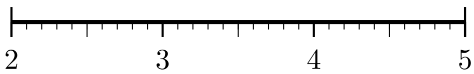
Avläsningsprecisionen är ofta två till tre siffror även om skalstrecken antyder färre siffror. Se hur värdena nedan placerats även mellan de minsta skalstrecken.



Läs av de med ”?” markerade strecken. Vilka värden med två decimaler motsvarar dessa? Eventuellt behövs förstoring av skalan men det är då enbart för att man ska kunna avläsa tydligt, det har inget med skalans egentliga upplösning att göra.

1.7. Förstoring hos skalor

En skala kan behöva tillverkas för ett annat spann än en dekad (tiopotens). Det går utmärkt att ha en skala för värden mellan 2 och 5 till exempel:



Här ser man att intervallen mellan skalstrecken blivit större. Skalan är alltså både *förstorad* jämfört med standardskalan och också avklippt mellan 2 och 5.

Generellt gäller att *modulen*, dvs *förstoringsgraden*, anges med m och beräknas som

$$m = \frac{L}{x_{max} - x_{min}}$$

där L är skalans önskade längd och x_{max} och x_{min} skalans största och minsta värde. Ekvationen måste memoreras.

Exempel

Ange modulen m för en standardskala med längden 100 mm.

För standardskalan är $L = 100$ mm, $x_{max} = 10$ och $x_{min} = 0$ dvs

$$m = \frac{L}{x_{max} - x_{min}} = \frac{100}{10 - 0} = 10\,\text{mm/modul}$$

För skalan gäller alltså att skalstreck för värdet n avsätts vid $m \cdot n$ mm från origo, dvs skalstrecken för $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, \ldots, 10\}$ avsätts vid $\{0, 10, 20, 30, 40, 50, \ldots, 100\}$ mm

■

Exempel

> Ange modulen m för en en skala med gränserna 2 och 5 och med längden 60 mm.

Här är $L = 60$ mm, $x_{max} = 5$ och $x_{min} = 2$ dvs

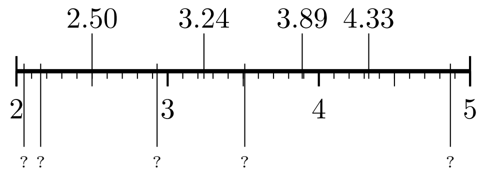
$$m = \frac{L}{x_{max} - x_{min}} = \frac{60}{5 - 2} = 20\,\text{mm/modul}$$

Skalan konstrueras med start i $2 \cdot m = 2 \cdot 20 = 40$ mm från origo och avslutas vid $5 \cdot m = 5 \cdot 20 = 100$ mm. Skalans längd blir $100 - 40 = 60$ mm som önskat.

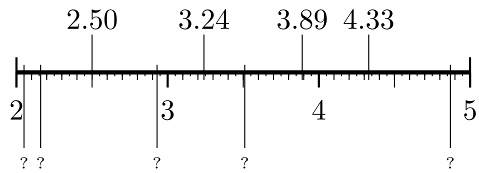
■

1.8. Avläsning

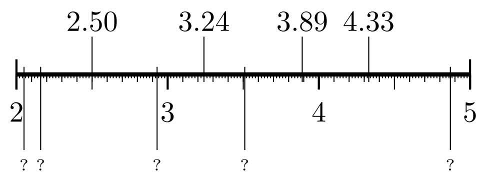
Med förstorad skala följer högre avläsningsprecision:



Det saknas ytterligare skalstreck för säker avläsning. Dessa *kan* utföras genom att markera hälften av avståndet, 0.05, mellan de minsta skalstrecken 0.1:



eller *endast undantagsvis* genom att dela upp i 0.02:



Denna icke-konventionella uppdelning med *fyra* kan motiveras av att det annars skulle bli för tätt mellan skalstrecken, och får endast användas på den lägsta nivån.

2. Dubbelskalor

Dubbelskalor är skalor som avläses mot varann. De kan beskriva enkla funktionssamband eller mer komplicerade.

Genom lämplig skalning och med kunskap om ingående sifferområden kan praktiska dubbelskalor med tillräcklig precision för många tillämpningar tillverkas. Även en liten och därmed enbart ungefärlig dubbelskala kan ge snabb överblick om ett värde är rimligt eller ej.

2.1. Lineära dubbelskalor av typen $y(x) = ax + b$

Dessa dubbelskalor innehåller sammanhängande värden förenade med en variabel. Exempel är enhetsomvandlingar: tum till centimeter, grader Celsius till grader Fahrenheit, kronor till euro och så vidare. Den färdiga dubbelskalan kan användas för omvandling åt båda hållen.

Exempel

> Tillverka en dubbelskala för omvandling mellan tum och centimeter. Dubbelskalans gränser skall vara 0 och 25 cm och längden 14 cm. En tum är 25.4 mm. Markeringar för $\frac{1}{10}$-dels tum tillåts på tumskalan.

Här behövs två skalor som skall avsättas mot samma stomlinje. Skalorna olika moduler beräknas sålunda:

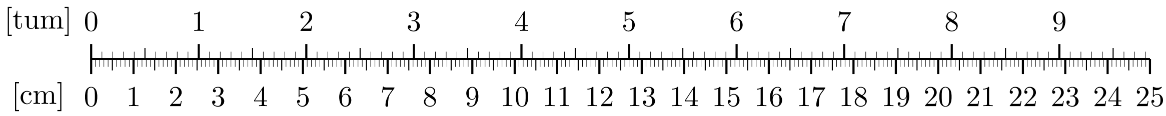
- För centimeterskalan: Här är $L = 140$ mm, $x_{max} = 25$ och $x_{min} = 0$ dvs

$$m_{cm} = \frac{L}{x_{max} - x_{min}} = \frac{140}{25 - 0} = 5.6\,\text{mm/cm}$$

- För tumskalan: Här är $L = 140$ mm, $x_{max} = 250/25.4 = 9.84$ tum och $x_{min} = 0/25.4 = 0$ tum dvs

$$m_{tum} = \frac{L}{x_{max} - x_{min}} = \frac{140}{9.84 - 0} = 14.22\,\text{mm/tum}$$

Mot en 140 mm stomlinje avsätts de olika skalorna, en på varje sida:



■

Med dubbelskalan kan man nu snabbt konstatera att 3 tum på den övre skalan motsvarar 7.62 cm på den lägre. På liknande sätt kan 19 cm på den nedre avläsas som 7.48 tum på den övre. Med lite träning kan man läsa av skalorna med överraskande precision.

Exempel

> Tillverka en dubbelskala för att omvandla temperaturer mellan grader Celsius och grader Fahrenheit. Dubbelskalans gränser skall vara 36 °C och 42 °C och längden 10 cm. Sambandet kan skrivas
>
> $$^\circ F = {}^\circ C \cdot 1.8 + 32$$
>
> .

Här behövs två skalor som skall avsättas mot samma stomlinje. Skalornas olika m beräknas sålunda:

- m_C: Här är $L = 100$ mm, $x_{max} = 42\,^\circ C$ och $x_{min} = 36\,^\circ C$ dvs

  $$m_C = \frac{L}{x_{max} - x_{min}} = \frac{100}{42 - 36} = 16.7\,\mathrm{mm}/^\circ C$$

  Här noteras att avståndet från origo till $x_{min} = 36$ blir $36 \cdot 16.7 = 600$ mm. För att placera ”36” i origo måste alltså 600 subtraheras och de färdiga positionerna för siffra $n \in \{36...42\}$ blir

  $$n \cdot 16.7 - 600\,\mathrm{mm}.$$

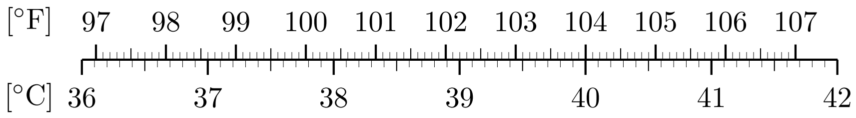
- m_F: Här är $L = 100$ mm, $x_{max} = 42 \cdot 1.8 + 32 = 107.6\,^\circ F$ och $x_{min} = 36 \cdot 1.8 + 32 = 96.8\,^\circ F$ dvs

  $$m_F = \frac{L}{x_{max} - x_{min}} = \frac{100}{107.6 - 96.8} = 9.26\,\mathrm{mm}/^\circ F$$

  På samma sätt som ovan måste $96.8 \cdot 9.26 = 896.30$ subtraheras för att få punkten 96.8 att sammanfalla med origo. För $n \in \{97...107\}$ blir avstånden

  $$n \cdot 9.26 - 896.30\,\mathrm{mm}.$$

Mot en 100 mm stomlinje avsätts de olika skalorna, en på varje sida:



En enkel kontrollpunkt är att 104 °F motsvarar 40 °C *exakt*.

3. Olineära skalor

En lineär skala kännetecknas av konstant modul, dvs ekvidistanta skalstreck. En lineär funktion av typen $y(x) = ax + b$ ger lineära skalor.

En olineär skala har inte konstant modul. Ett vanligt exempel är logaritmfunktionen $y(x) = \lg x$ som är olineär. En logaritmisk standardskala för $x \in \{1, ..., 10\}$ och längden 140 mm konstrueras i princip på samma sätt som ovan men funktionen $y(x) = \lg x$ används.

Exempel

> Konstruera en logaritmisk standardskala för $x \in \{1, ..., 10\}$ och längden 140 mm.

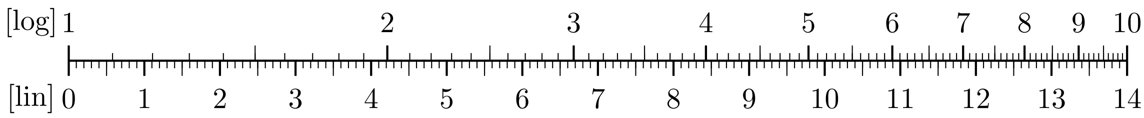
I detta fall är skalans funktion $y(x) = \lg x$ och m beräknas med detta uttryck med $y(x_{max})$ och $y(x_{min})$. Tillvägagångssättet är för övrigt som förut:

- m_{lg}: Här är $L = 140$ mm, $y(x_{max}) = \lg 10$ och $y(x_{min}) = \lg 1$ dvs

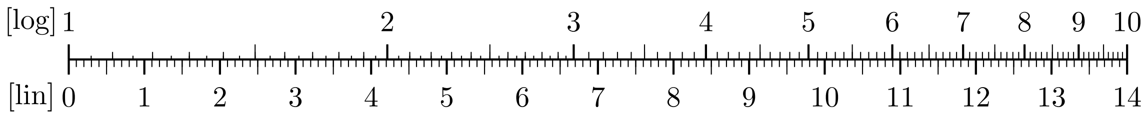
$$m_{lg} = \frac{L}{y(x_{max}) - y(x_{min})} = \frac{140}{1 - 0} = 140\,\text{mm/modul}$$

  Då $y(1) = \lg 1 = 0$ sammanfaller skalans första skalstreck med origo och ingen förskjutning behövs.

För att förtydliga konstruktionen anges här en linjal under den logaritmiska skalan:

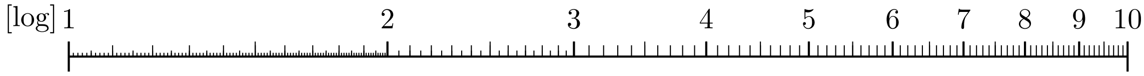


Man ser att skalstrecken är väsentligt glesare från vänster och allt tätare åt höger. För att underlätta noggrann avläsning kan skalan kompletteras i den glesa delen:



För att inte förväxla strecken för 1.1 med 1.15 osv måste de ytterligare tillagda markeringarna vara än mindre och någonstans når man skalans praktiska gräns för tillagda markeringar[1].

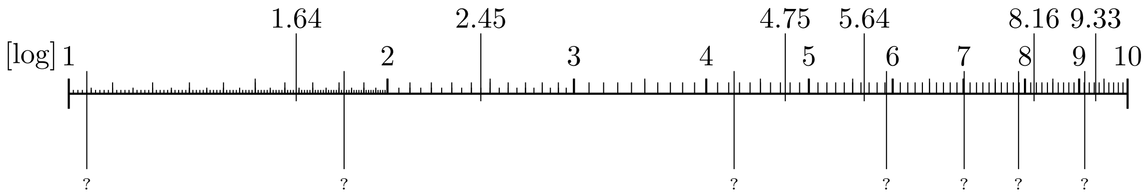
Fler än dessa skalstreck mellan 1 och 2 är svårmotiverade:



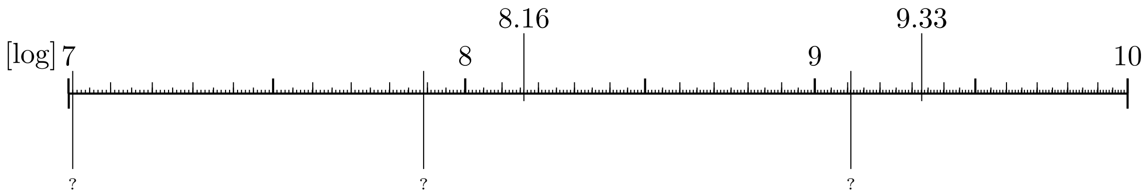
Konstruktören får här göra en avvägning mellan praktisk användbarhet och önskad precision i avläsningen.

3.1. Avläsning

Avläsning görs på samma sätt som med lineära skalor men med större omsorg då skalan ändrar skalstreck och avstånd över hela skalan. Dessutom varierar avläsningsprecisionen längs skalan och blir sämre åt höger som ses nedan:



Avläsningsprecisionen kan ökas med ett noggrant val av skalans område. Ett mindre utsnitt av en logaritmisk skala ser närapå lineärt ut. Här är området mellan 7 och 10 valt (hela skalan mellan 1 och 10 är opraktiska 90 centimeter lång!):



3.2. Andra skalor

Med metoderna ovan kan vilken skala som helst tillverkas så länge ett uttryck $y(x)$ finns tillgängligt.

[1] De måste ju fortfarande synas liksom…

Exempel

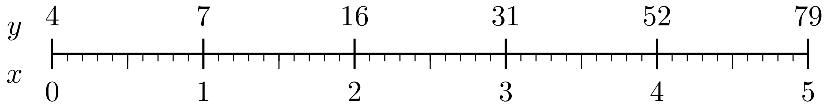
> Konstruera ett dubbelskala för funktionen $y(x) = 3x^2 + 4$ med $x \in \{0, ..., 5\}$ med längden 100 mm.

Först bestäms m som förut:

- För standardskalan: Här är $L = 100$ mm, $x_{max} = 5$ och $x_{min} = 0$ dvs

$$m = \frac{L}{x_{max} - x_{min}} = \frac{100}{5 - 0} = 20\,\text{mm/modul}$$

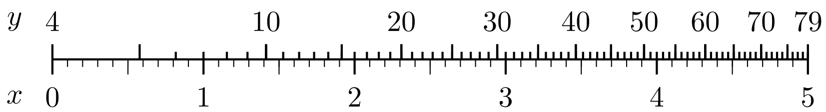
Funktionsvärden för $y(x)$ avsättes på samma punkter och ger dessa skalor:



Man ser att den övre skalans värden, visserligen är korrekta y-värden för de givna x-värdena, men *inte* sådana vi vill ha för enkel avläsning. Skalan skall vara lättavläst och alltså ange åtminstone 4, 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70 och 79. För att kunna placera godtyckliga värden på övre skalan måste x lösas ut ur ekvationen $y(x) = 3x^2 + 4$ dvs

$$x(y) = \sqrt{\frac{y - 4}{3}}$$

och låta denna utgöra graderingen för $y \in 4, \ldots, 79$:



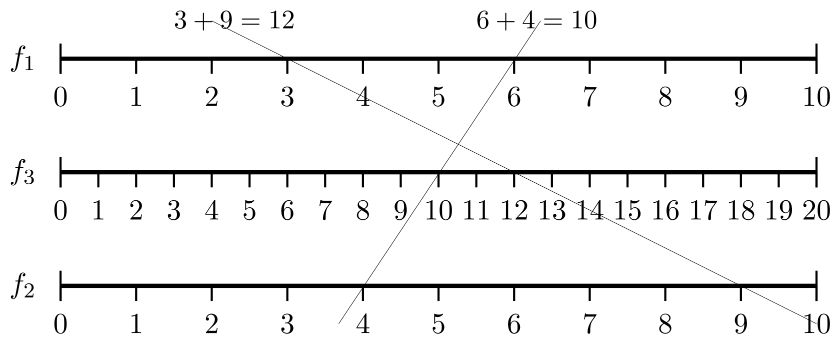
Vilket ger en mer praktisk skala som är lättare att avläsa och använda.

4. Nomogram

Genom att använda flera skalor konstrueras *nomogram* genom vilka *addition* kan utföras. Nedan visas ett s k *syftlinjesnomogram* för $f_3 = f_1 + f_2$. Genom att dra ett streck mellan skalorna f_1 och f_2 passerar strecket över f_3 på exakt den plats som anger summan. Denna princip är grunden för avläsning av alla nomogram.

Med fördel används en *genomskinlig* linjal för placering och avläsning då man får en uppfattning om punkternas omgivning och täthet på båda sidor om strecket.

Avläsningsprecisionen bestäms av skalornas längd och gradering och kan utan större problem vara två eller tre värdesiffror. En skala av 30 cm:s längd tillåter cirka tre siffrors noggrannhet.



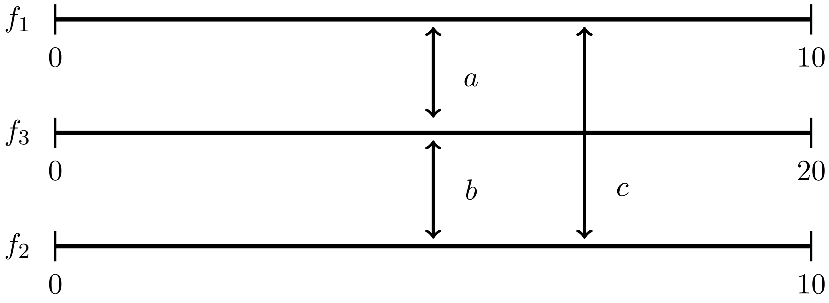
(*Nomo 1*)

Här visas tunna streck för additionerna $6 + 4$ och $3 + 9$. Genom att läsa av skalorna i annan ordning kan nomogrammet även användas för *subtraktion*, här $10 - 6 = 4$ och $12 - 9 = 3$ osv.

Nomogrammets konstruktion baserar sig på dimensionering av den övre och undre skalan som sedan leder till

- mittenskalans skalvärden, <u>och</u>
- placering mellan de övriga.

Avståndet mellan de tre skalorna benämns a och b och totala avståndet c är då $a + b$:



Skalan f_3:s placering kan beräknas beroende på de yttre skalornas förstoring m_a och m_b enligt förhållandet

$$\frac{a}{b} = \frac{m_a}{m_b}$$

Nomogrammet *Nomo 1* ovan konstruerades med $m_1 = m_2 = 10\,\text{mm/modul}$. m_3 bestäms precis som tidigare

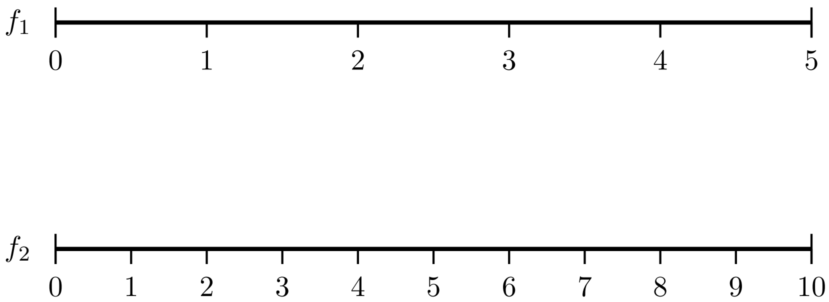
- med kännedom om f_3:s största och minsta värde och
$$m_3 = \frac{L}{x_{max} - x_{min}}$$
- eller enligt formeln
$$m_3 = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}$$
.

Med $c = 60$ mm beräknas både a och b till 15 mm dvs f_3 placeras exakt mittemellan de övriga.

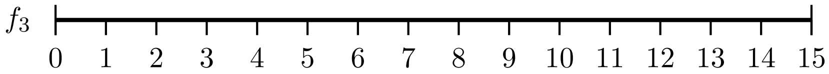
Exempel

> Konstruera nomogrammet ovan med $m_1 = 20$ och $m_2 = 10$. $L = 100\,\text{mm}$. $c = 60\,\text{mm}$.

Med $m_1 = 20\,\text{mm/modul}$ kommer första skalan, f_1, anta värden mellan 0 och 5, $m_2 = 10\,\text{mm/modul}$ ger att f_2 är oförändrad med tidigare.



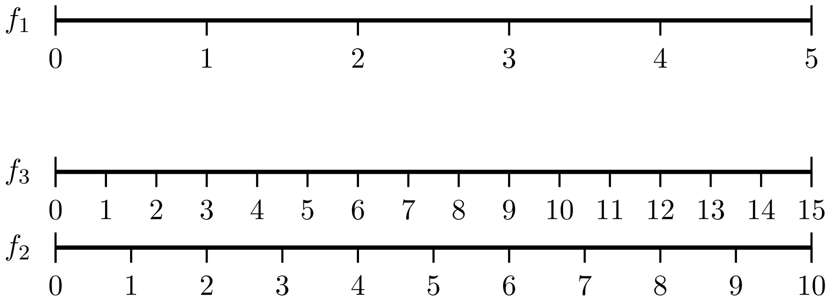
Skalan f_3 kan nu anta värden mellan 0 och 15 dvs $m_3 = 6.67$ mm/modul:



Enligt givna värden erhålls

$$\frac{a}{b} = \frac{m_1}{m_2} = \frac{20}{10} = 2$$

dvs $a = 2b$ och $a + b = c$ ger $2b + b = c = 60$ och $b = 20$, $a = 40$. Skalan f_3 skall alltså placeras 40 mm från f_1, och det färdiga nomogrammet blir:[1]



■

På ovanstående sätt kan godtyckliga additions- och subtraktionsekvationer lösas.

Man kan notera att det alltså finns ett samband mellan skalornas förstoring m och placeringen av f_3-skalan. Med visst val av skalor kommer f_3-skalan *för nära* någon av de övriga för att vara användbar. Innan man börjar konstruera ett nomogram måste man noggrant välja vilket talområde som verkligen behövs, och om det valda talområdet ger en acceptabel placering av f_3. Idealt ur avläsningssynpunkt är om $a = b$ dvs om f_3 placeras mittemellan ytterskalorna.

4.1. Logaritmiska nomogram

Logaritmiska nomogram utför samma addition eller subtraktion som tidigare men med logaritmiska skalor. Den operation som utförs är alltså som förut $f_3 = f_1 + f_2$ men då f_i är logaritmiska får vi

$$\lg f_3 = \lg f_1 + \lg f_2$$

dvs enligt logaritmlagarna egentligen multiplikationen

$$f_3 = f_1 \cdot f_2$$

I och med detta blir nomogrammet betydligt mer användbart.

[1] $\frac{a}{c} = \frac{40}{60} \approx 67\,\%$ från f_1-skalan.

4.1.1. Nomogram för temperaturbestämning

Från fysiken kan man få ett uttryck för den resistansändring en metall undergår vid uppvärmning. Tillämpat på en glödtråd i en lampa kan man med en mätt resistans vid rumstemperatur, R_0, och beräknad resistans, R, vid normal drift beräkna glödtrådens temperaturhöjning ΔT enligt formeln

$$\Delta T = \frac{R - R_0}{\alpha R_0} \;[°\mathrm{C}]$$

där α är en materialkonstant. För volfram gäller $\alpha = 4.5 \cdot 10^{-3}/°\mathrm{C}$.

Uttrycket är ännu inte på en form som lämpar sig för ett nomogram. Genom omskrivningen

$$\Delta T = \frac{R - R_0}{\alpha R_0} = \frac{1}{\alpha}\frac{R}{R_0} - \frac{1}{\alpha}$$

och

$$\alpha \Delta T = \frac{R}{R_0} - 1$$

till

$$1 + \alpha \Delta T = \frac{R}{R_0}$$

fås efter logaritmering

$$\lg(1 + \alpha \Delta T) = \lg R - \lg R_0$$

I denna form kan nomogrammet konstrueras. Termen ”$-\lg R_0$” innebär att R_0-skalan skall ritas baklänges[2].

Exempel

> Konstruera ett nomogram enligt ovanstående formel av 150 mm längd med följande förutsättningar:
>
> - $f_1 : 15 \leq R \leq 25\Omega$
> - $f_3 : 1.5 \leq R_0 \leq 4\Omega$
> - Glödtråden förutsätts vara av volfram
>
> En direkt följd av de angivna gränserna är $611.11\,°\mathrm{C} \leq \Delta T \leq 3481.48\,°\mathrm{C}$.

Här behövs tre skalor för vardera R, R_0 och ΔT. De konstrueras som tidigare:

f_1 :

$$m_1 = \frac{150}{\lg 25 - \lg 15} = 676.14\,[\mathrm{mm}/\lg\Omega]$$

[2]Dvs från höger till vänster.

Punkten 15 skall placeras i origo varför den sammanlagda funktionen blir

$$f_1(R) = 676.14 \cdot \lg R - 676.14 \cdot \lg 15 = 676.14 \cdot \lg R - 795.20\,[\mathrm{mm}]$$

$R\,[\Omega]$

f_3 :

$$m_3 = \frac{150}{\lg 4 - \lg 1.5} = 352.14\,[\mathrm{mm}/\lg\Omega]$$

Med resonemang som förut blir den sammanlagda funktionen

$$f_3(R_0) = 352.14 \cdot \lg R_0 - 352.14 \cdot \lg 1.5 = 352.14 \cdot \lg R_0 - 62.01\,[\mathrm{mm}]$$

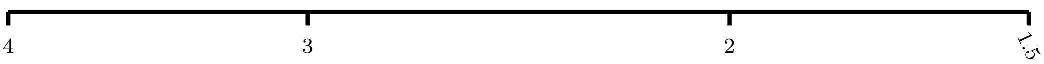
.

Skalan ritas nu med origo till höger eller så subtraheras värdet från skallängden 150 mm:

$$f_3 = 150 - (352.14 \cdot \lg R_0 - 62.01) = -352.14 \cdot \lg R_0 + 212.01\,[\mathrm{mm}]$$

.

$R_0\,[\Omega]$



f_2 : Skalan m_2 kan enligt tidigare beräknas på två sätt beroende på vilket som är lättast, antingen genom

- $m_2 = \frac{m_1 \cdot m_3}{m_1 + m_3} = 231.55\,[\mathrm{mm}/\lg\Delta T]$

  eller

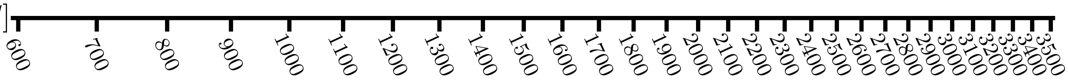
- $m_2 = \frac{150}{\lg(1+\alpha 3481.48) - \lg(1+\alpha 611.11)} = 231.55\,[\mathrm{mm}/\lg\Delta T]$.

  Med resonemang som förut blir den sammanlagda funktionen inklusive förskjutning

$$f_2(\Delta T) = 231.47 \cdot \lg(1+\alpha\Delta T) - 231.47 \cdot \lg(1+\alpha 611.11) = 231.47 \cdot \lg \Delta T - 132.87\,[\mathrm{mm}]$$

.

$\Delta T\,[^oC]$



Skalavstånd Återstår nu att bestämma avstånden a och b. Ur de tidigare ekvationerna $\frac{a}{b} = \frac{m_1}{m_3}$ och $a + b = c$ fås, med $c = 100\,\text{mm}$

$$\frac{a}{b} = \frac{m_1}{m_3}$$

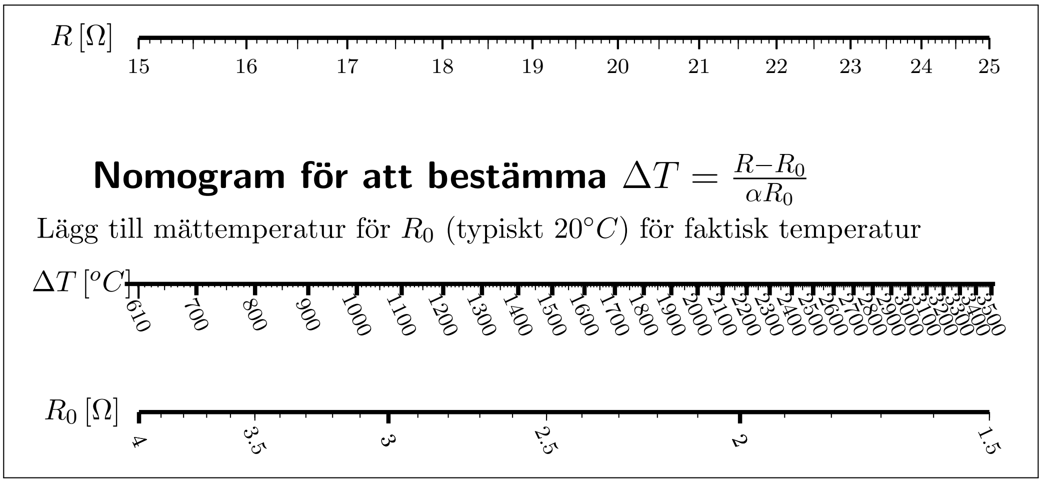
$$b\frac{m_1}{m_3} + b = b(\frac{m_1}{m_3} + 1) = c$$

$$b = \frac{c}{\frac{m_1}{m_3} + 1} = \frac{100}{\frac{676.14}{352.14} + 1} = 34.24\,\text{mm}$$

och

$$a = c - b = 100 - 34.24 = 65.75\,\text{mm}$$

Det resulterande nomogrammet med alla tre skalor försedda med finmarkeringar återges här i något förminskad form.



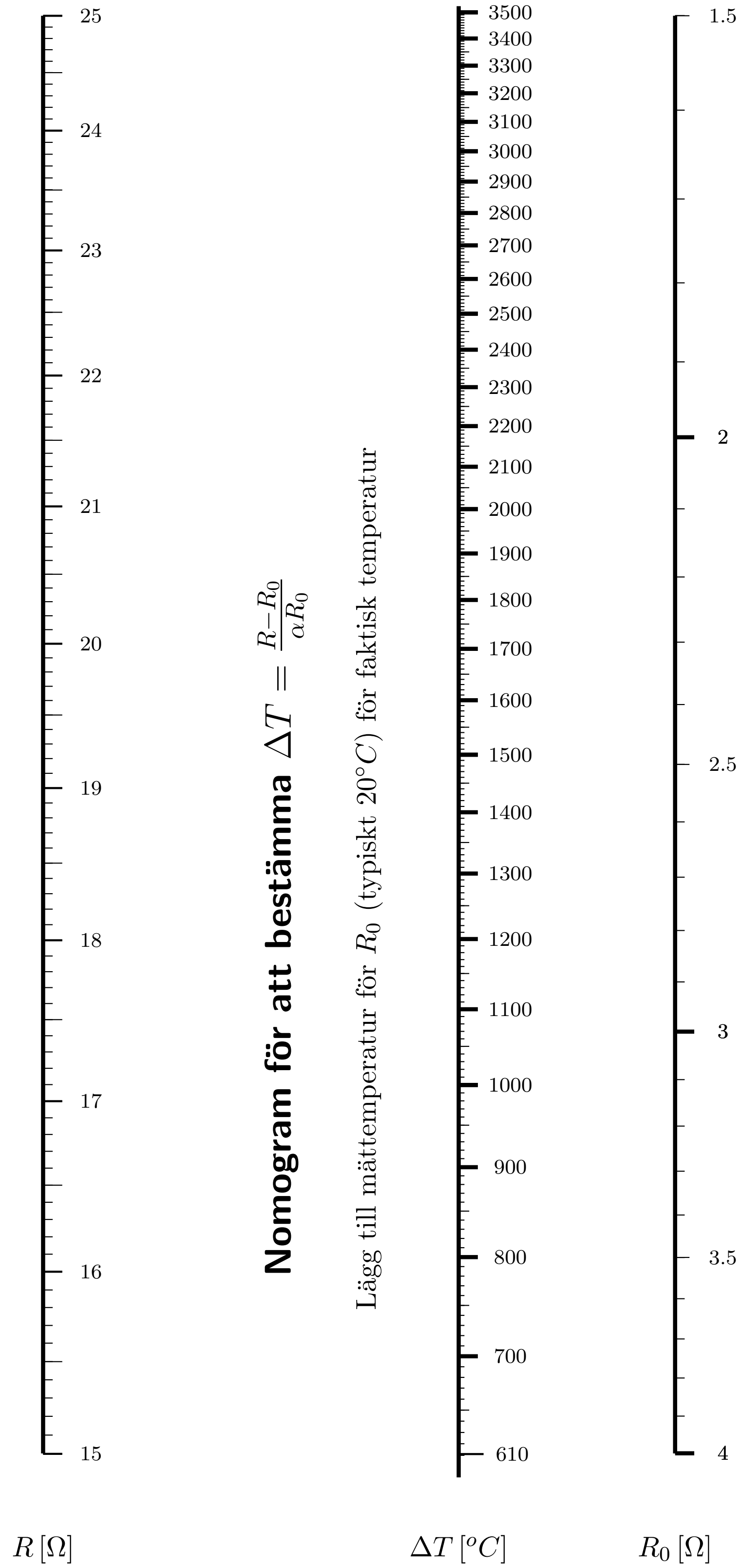
4.2. Känslighetsanalys med nomogram

En intressant sidoeffekt av ett nomogram är att man lätt kan få en uppfattning om hur känslig ett värde är för förändringar i de övriga. I nomogrammet för ΔT ovan ser man att temperaturen ändras snabbare till höger än till vänster.

Man ser att en liten ändring i R_0 ger stor ändring i ΔT, medan samma ändring i R knappt ger någon ändring alls på ΔT-skalan. För ett korrekt värde på ΔT behövs alltså att R_0 är bestämd med hög noggrannhet.

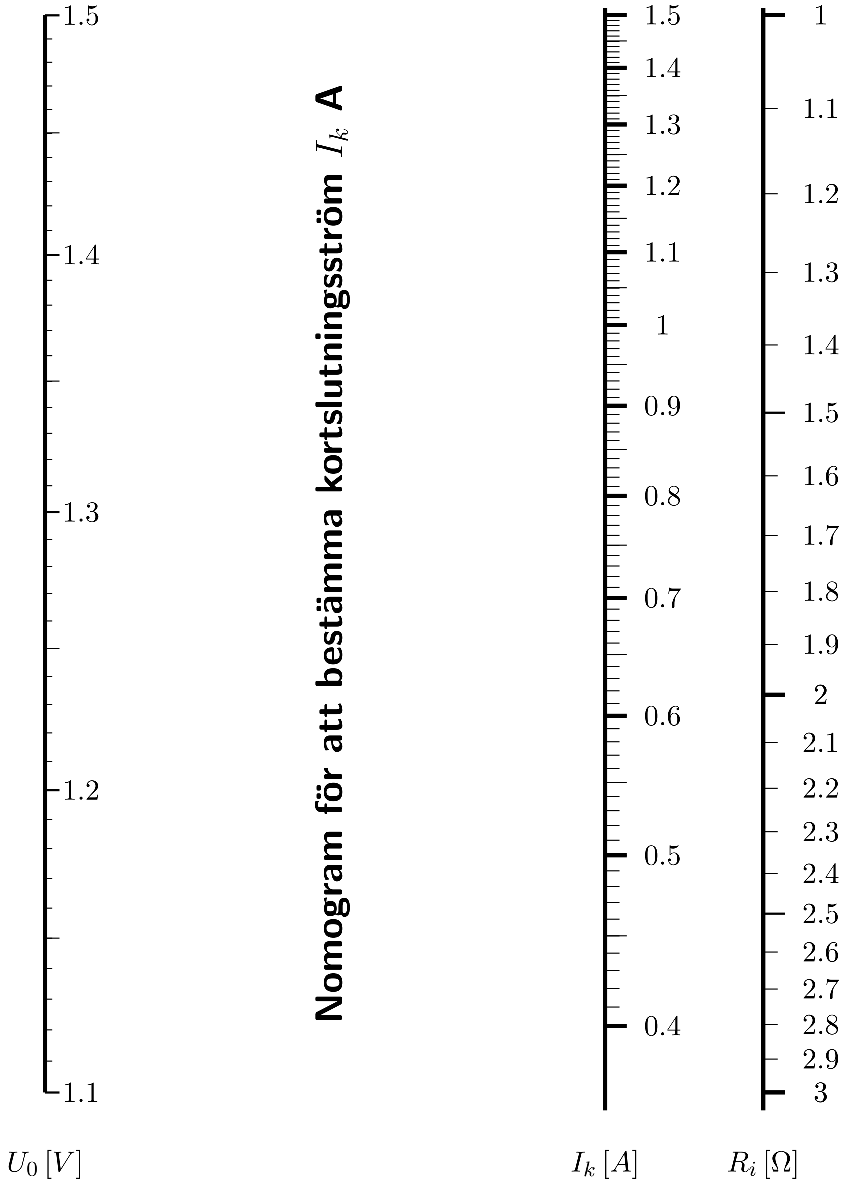
En följd av denna observation är att om $R_0 = 2.0\,\Omega$ är säker på till exempel $\pm 0.1\Omega$ och $R = 20\,\Omega$ varierar ΔT med från 1900 °C till strax över 2100 °C. Ett korrekt svar med högre precision än två siffror är inte rimligt. I talspråk anges 2000 °C, då det underförstås att det är ett närmevärde.

A. Nomogram över ΔT



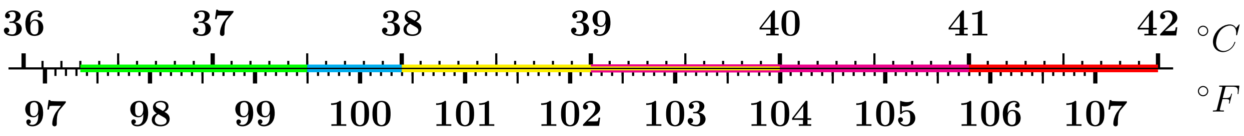
B. Théveninekvivalent

Nomogrammet visar sambandet mellan tomgångsspänning U_0, inre resistans R_i och kortslutningsström I_k hos en Théveninekvivalent.

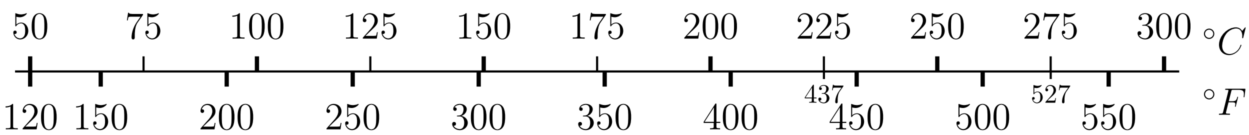


C. Dubbelskalor

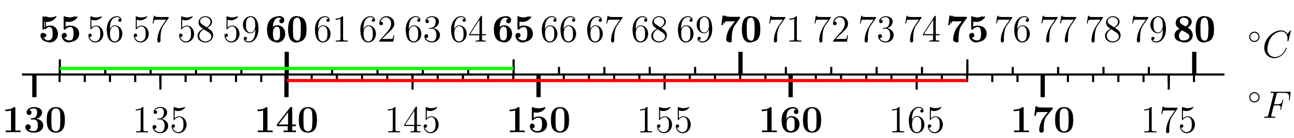
Termometer För att jämföra kroppstemperatur i grader Celsius och grader Fahrenheit är följande praktisk. Färgmarkeringen överensstämmer med normal temperatur, förhöjd temperatur och feber.



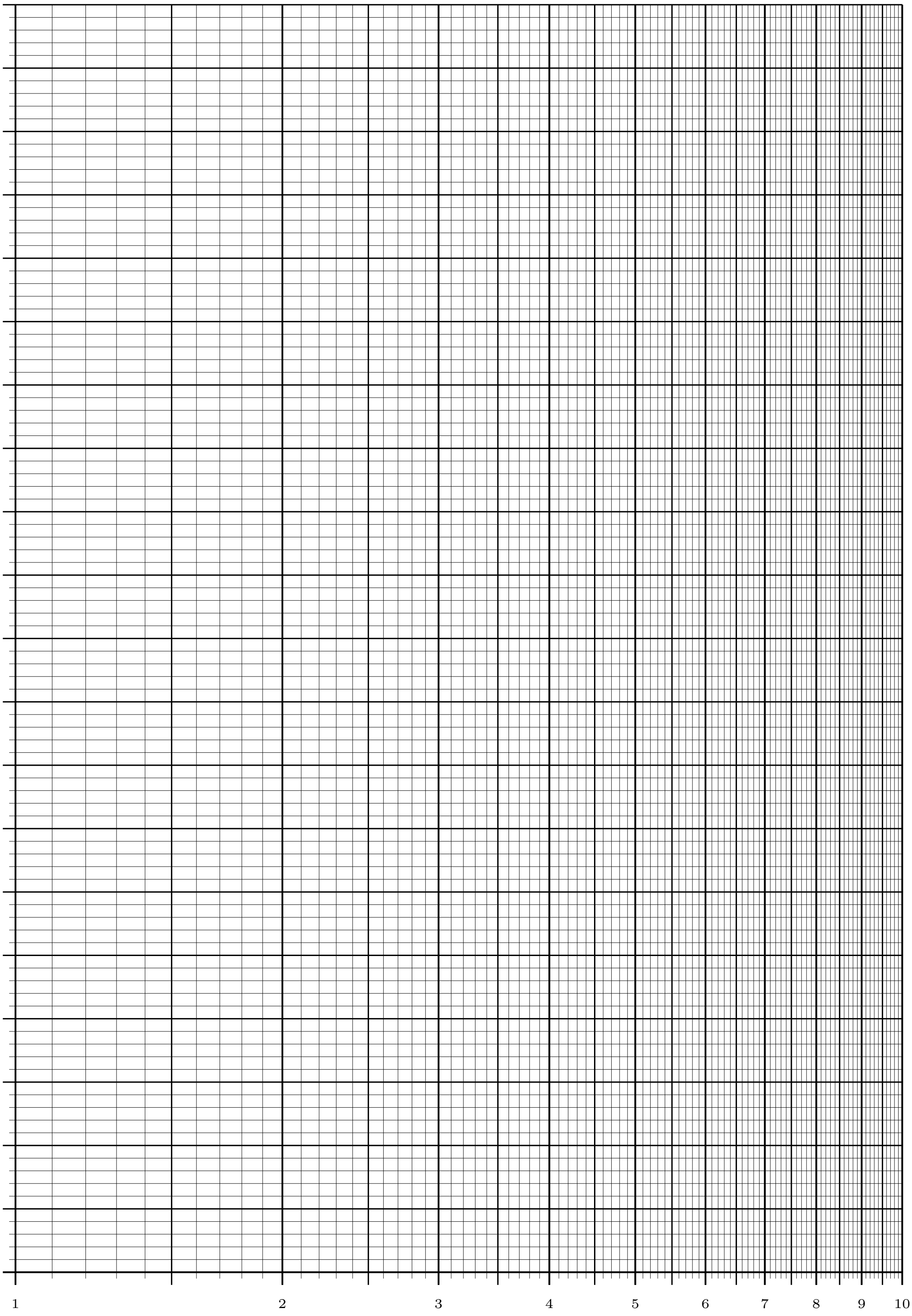
Matlagning Ugnstemperatur i amerikanska recept är angivna i grader Fahrenheit. Med denna dubbelskala översätts lätt till grader Celsius. Typiska standardtemperaturer i i vardera skalan är angivna.



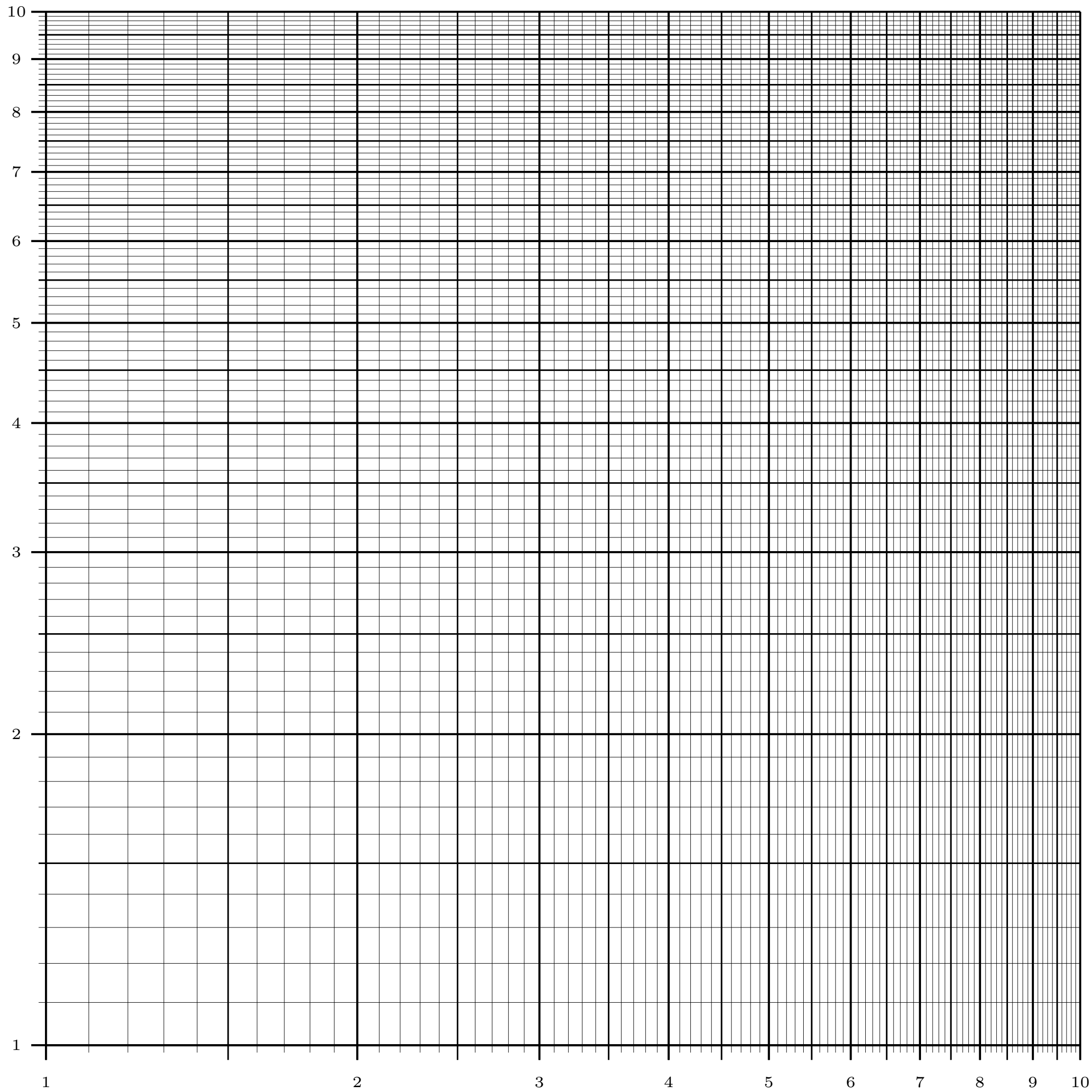
Mäsktemperatur Vid mäskning av malt vid öltillverkning används olika mäsktemperaturer. Optimala temperaturområden för enzymerna α- och β-amylas anges med röd respektive grön markering.



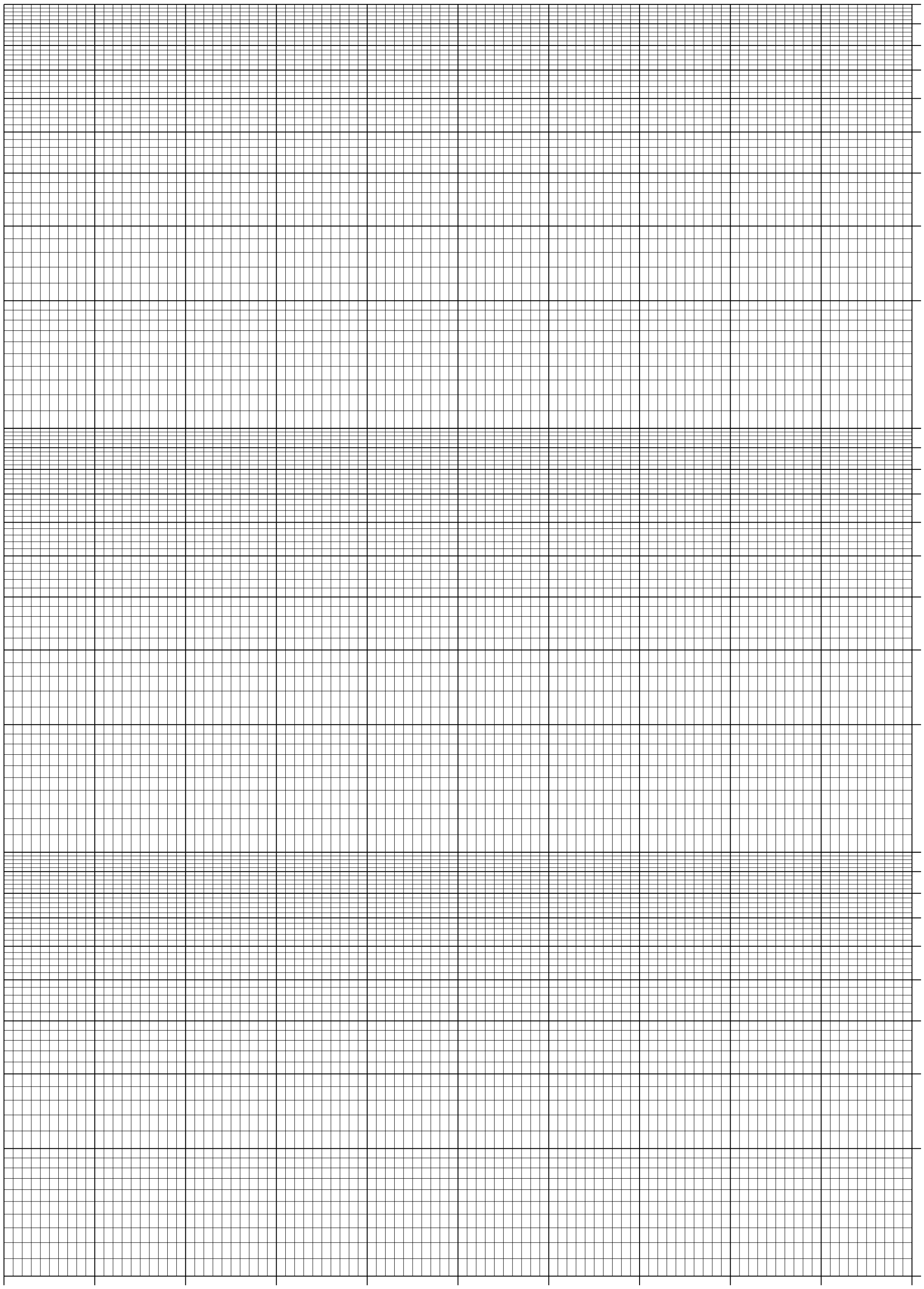
D. Lin-log 1 dekad



E. Log-log 1 dekad



F. Lin-log 3 dekader



G. Log-log 3 dekader