Espacios de color

Que es el color?

- Es una medida subjetiva.
- Definición básica: el color es invariante a la intensidad de la iluminación. Algunos invariantes:

$$P_N(\lambda) = \frac{P(\lambda)}{\int P(\lambda) d\lambda}$$

Distribución normalizada de la potencia de iluminación en torno a una frecuencia

$$\prod_i \left(\int A_i(\lambda) P(\lambda) d\lambda \right)^{n_i} \text{con} \quad \sum_i n_i = 0$$

Combinación de funcionales

$$\sum_i n_i \log \left(\int A_i(\lambda) P(\lambda) d\lambda \right)$$

Idem en formulación logarítmica

Espacios de color

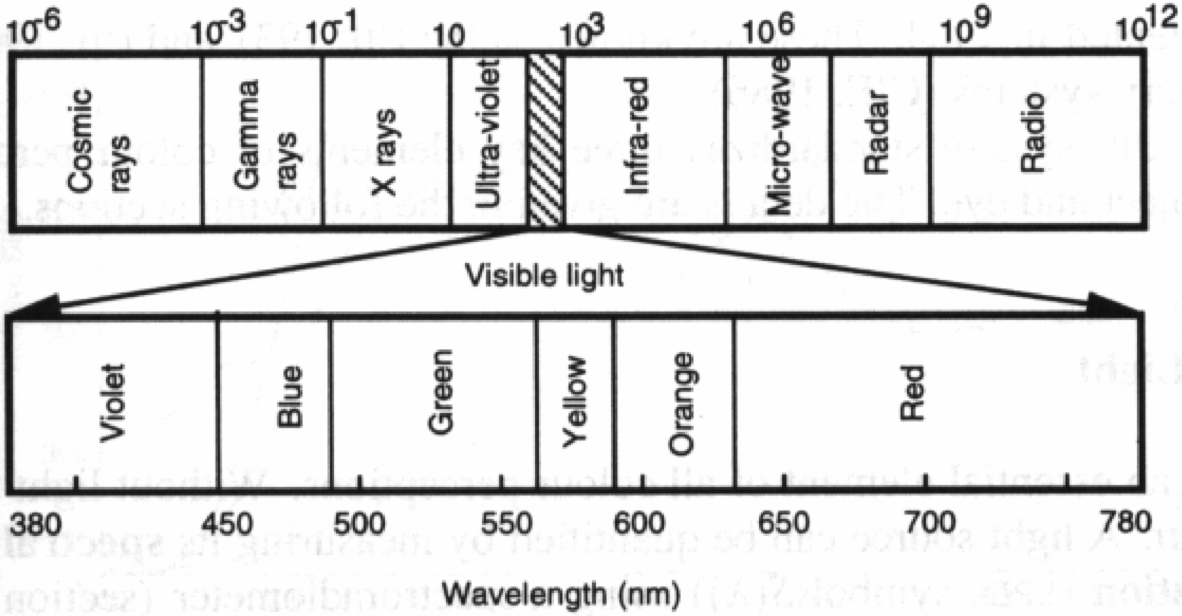

Fig. 3.1 The electromagnetic spectrum. The visible spectrum is expanded to show the spectral colours associated with different wavelengths.

Espacios de color

Reflectancia: porcentaje de luz reflejada por la superficie del objeto

Reflectancia especular: luz reflejada en el ángulo opuesto al de incidencia de la luz

Reflectancia difusa: producto de la dispersión de la luz, se refleja en todos los ángulos.

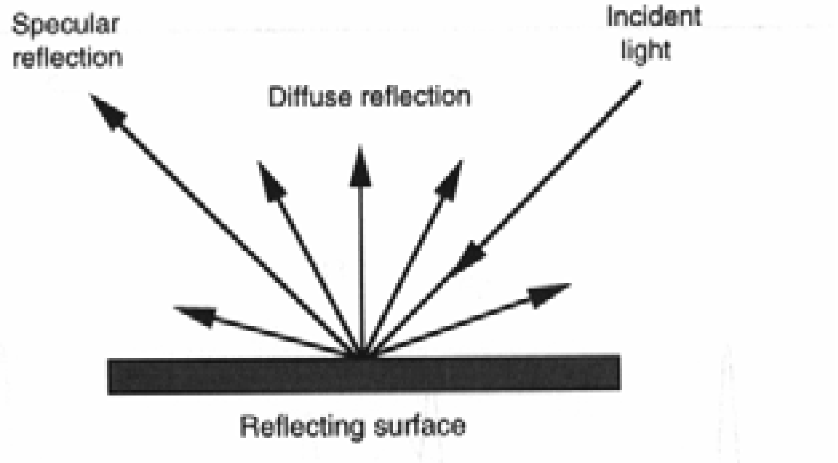

Fig. 3.7 Specular and diffuse reflection.

Espacios de color

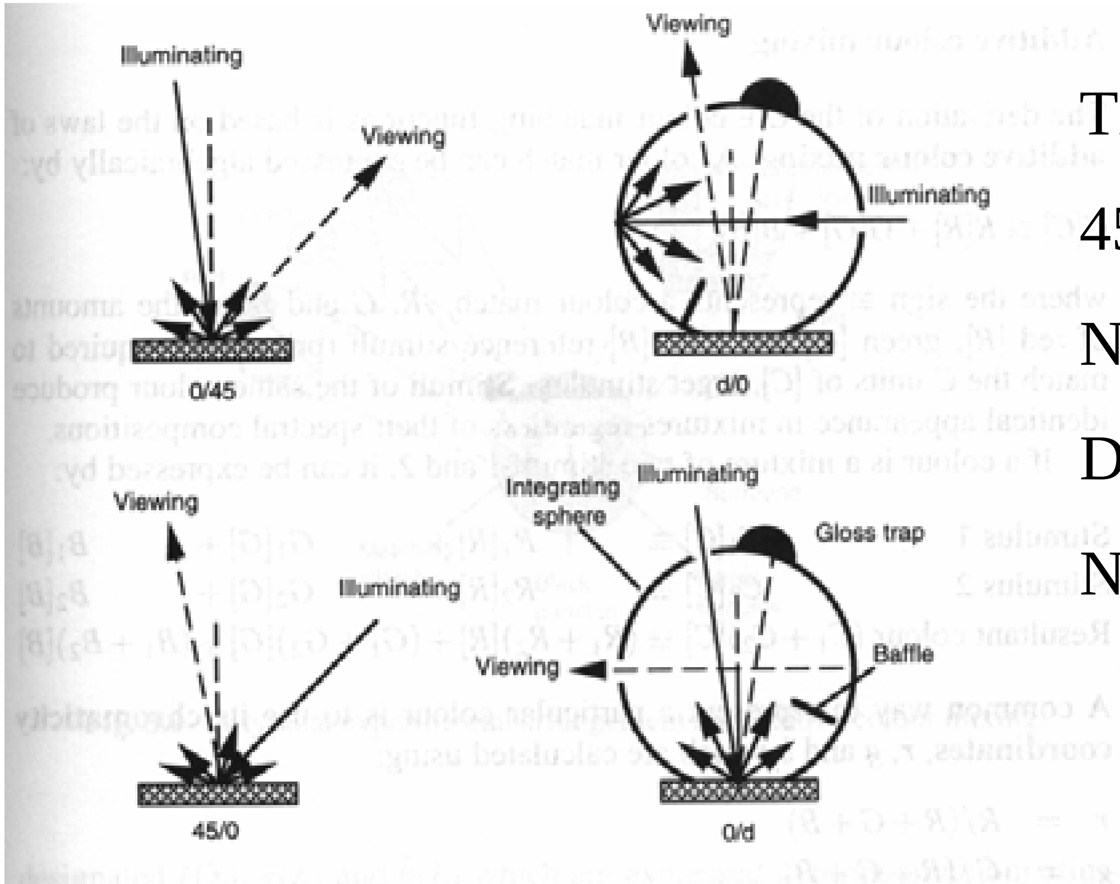

Fig. 3.8 Schematic diagram showing the four CIE standard illuminating and viewing geometries for reflectance measurement.

Tipos de reflectancia:

45/Normal (45/0)

Normal/45 (0/45)

Diffusa/Normal (d/0)

Normal/Difusa (0/d)

Absorción de la luz y tricromaticidad

- La percepción del color comienza con la absorción de la luz por los fotoreceptores de la retina. Hay dos tipos: bastones y conos.
- Los conos son los responsables de la percepción del color.
- Tres tipos de conos dependiendo de la longitud de onda a la que son sensibles: Long (L, 570nm), Medium (M, 545nm) y Short (S, 440nm)

$$
\begin{aligned}
a_L &= \int L(\lambda) P(\lambda)\, d\lambda, \\
a_M &= \int M(\lambda) P(\lambda)\, d\lambda, \\
a_S &= \int S(\lambda) P(\lambda)\, d\lambda,
\end{aligned}
$$

Cantidad de luz absorbida por los conos.

Espacios de color

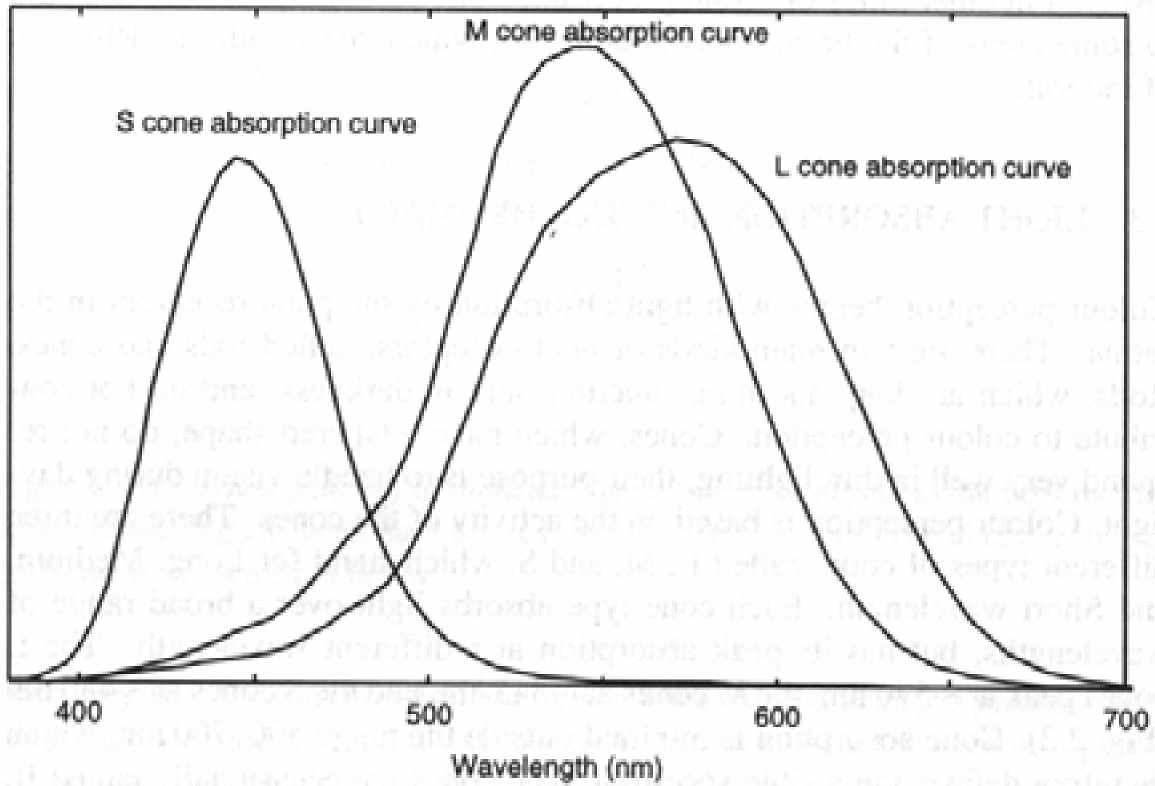

Fig. 2.2 Absorption curves for the L, M, and S cones, from Vos, Estevez and Walraven (1990). The curves have been normalized to produce equal cone absorption rates when shown 'equal energy white' (CIE coordinates $X = Y = Z$).

Espacios de color

$$\begin{aligned}
\int L(\lambda)\,(P_1(\lambda)-P_2(\lambda))d\lambda &= 0\\
\int M(\lambda)\,(P_1(\lambda)-P_2(\lambda))d\lambda &= 0\\
\int S(\lambda)\,(P_1(\lambda)-P_2(\lambda))d\lambda &= 0
\end{aligned}$$

Metameros: dos distribuciones de color que producen la misma respuesta de los conos en la retina

$$A(\lambda),\ B(\lambda),\ C(\lambda)$$

Distribuciones de potencia normalizadas de los colores primarios.

$$P(\lambda) = aA(\lambda) + bB(\lambda) + cC(\lambda)$$

Expresión de una luz como combinación de los primarios

Absorción de los conos en función de los primarios.

$$\begin{aligned}
a_L &= \int L(\lambda)P(\lambda)\,d\lambda\\
&= a\int L(\lambda)A(\lambda)\,d\lambda \ + \ b\int L(\lambda)B(\lambda)\,d\lambda \ + \ c\int L(\lambda)C(\lambda)\,d\lambda\\
a_M &= \int M(\lambda)P(\lambda)\,d\lambda\\
&= a\int M(\lambda)A(\lambda)\,d\lambda \ + \ b\int M(\lambda)B(\lambda)\,d\lambda \ + \ c\int M(\lambda)C(\lambda)\,d\lambda\\
a_S &= \int S(\lambda)P(\lambda)\,d\lambda\\
&= a\int S(\lambda)A(\lambda)\,d\lambda \ + \ b\int S(\lambda)B(\lambda)\,d\lambda \ + \ c\int S(\lambda)C(\lambda)\,d\lambda
\end{aligned}$$

- Tricromaticidad: descomponibilidad de la luz en primarios
- Gamut: conjunto de colores reproducibles como combinación de los primarios.
  - Colores que impliquen coeficientes (potencias) negativas no son realizables.
  - Se puede hacer que el gamut corresponda a todos los colores posibles escogiendo primarios imposibles.

Colorimetría

- La colorimetría especifica numericamente un color en relación al sistema de percepción del color humano.
- CIE: Commission Internationale de l’Eclairage
- Areas: Especificación del color, diferencia de color y apariencia del color.

Oponentes

- Se considera los colores dispuestos en dos ejes de opuestos: rojo-verde y amarillo-azul

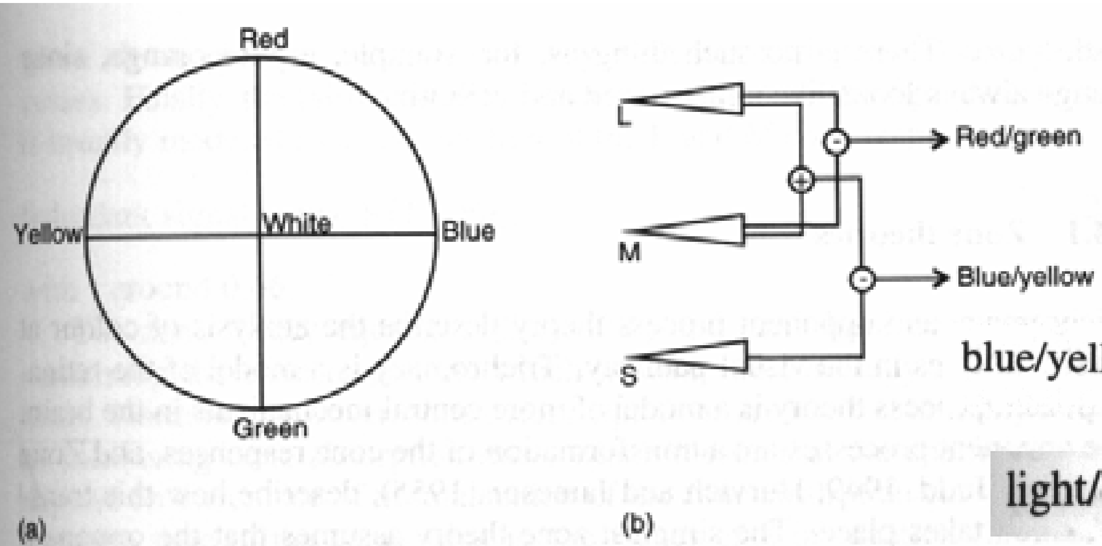

Fig. 2.3 (a) The opponent colour wheel. The upper semicircle contains all colours that appear reddish, the lower semicircle all colours that appear greenish; the left semicircle contains all yellowish colours, and the right semicircle all bluish colours. (b) Diagram of the cone contributions to opponent processes, according to zone theories. L and M cones are differenced to yield a red/green signal. S cones are compared with a sum of L and M cones to yield a blue/yellow signal.

$$\text{red/green signal} = \alpha(r_L - r_M)$$

$$\text{blue/yellow signal} = \beta(r_S - (\delta r_L + (1-\delta) r_M)),$$

$$\text{light/dark signal} = \gamma r_L + (1-\gamma) r_M$$

Espacio RGB

- Es el más común en sistemas de proceso digital de imagen (escanners, cámaras, monitores, …)
- Inconvenientes:
  - Alta correlación entre sus componentes
  - No intuitivo sicológicamente
  - No uniforme: la distancia en el espacio RGB no se corresponde con la distancia perceptiva.

Espacios de color

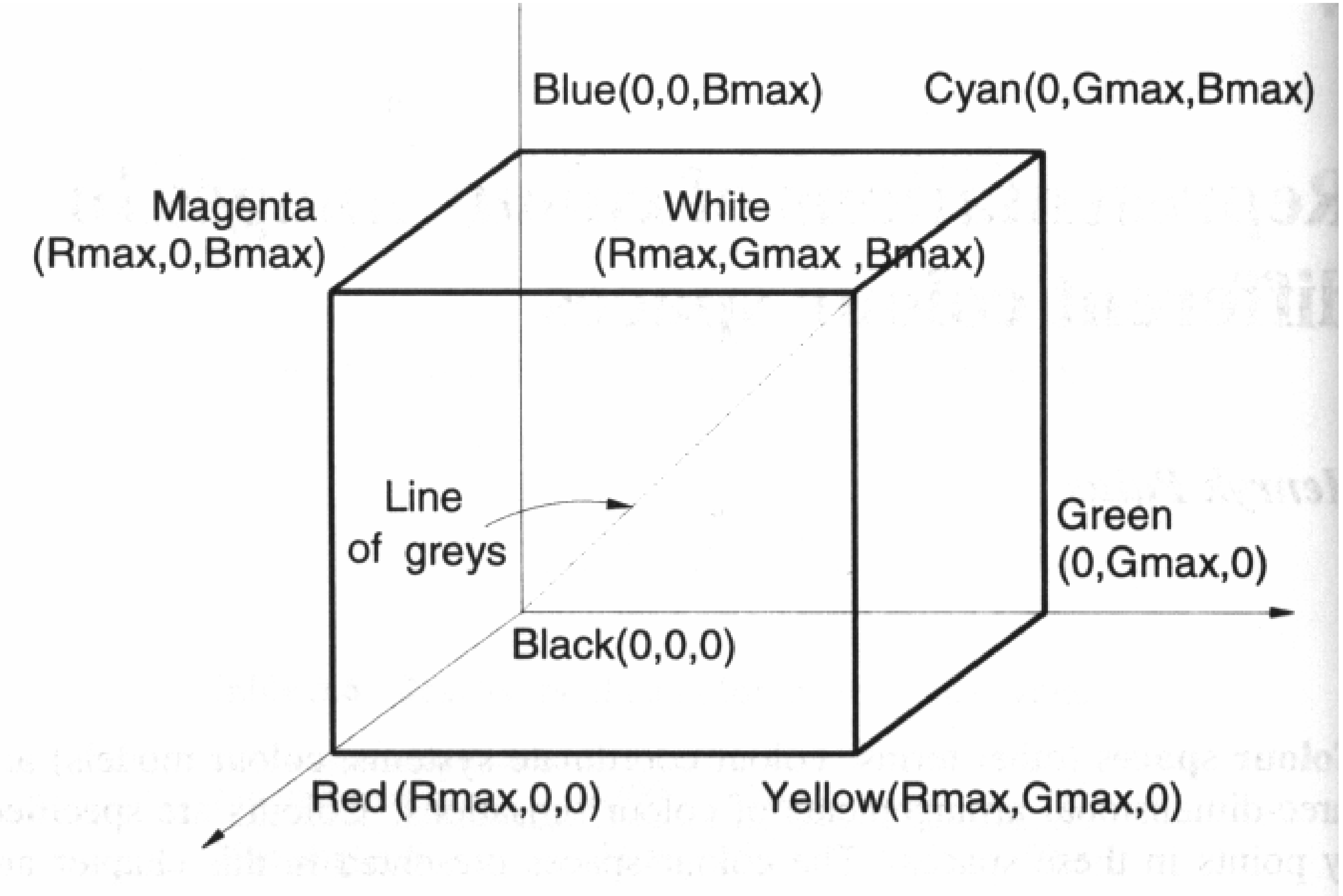

Fig. 4.1 Representation of colour in RGB colour space.

Coordenadas cromáticas

$$r = \frac{R}{R+G+B}$$
$$g = \frac{G}{R+G+B}$$
$$b = \frac{B}{R+G+B} = 1 - r - g$$

Se puede reducir a dos colores, dada la dependencia lineal (b puede calcularse para verificar)

Estas coordenadas cromaticas son más independientes de la iluminación.

Aumentan la discriminación entre colores.

Los pixels oscuros se deben ignorar

Espacio de color XYZ

$$
\begin{aligned}
X &= 0.490R + 0.310G + 0.200B \\
Y &= 0.177R + 0.812G + 0.011B \\
Z &= 0.000R + 0.010G + 0.990B
\end{aligned}
$$

Se usa como intermedio en algunas transformaciones de espacios de color

Calculado en función de las siguientes coordenadas en CIE RGB

$$
\begin{aligned}
x_R &= 0.735 & y_R &= 0.265 \\
x_G &= 0.274 & y_G &= 0.717 \\
x_B &= 0.167 & y_B &= 0.009
\end{aligned}
$$

$$x_W = 0.333 \qquad y_W = 0.333$$

Blanco de referencia

$$
\begin{aligned}
x &= \frac{X}{X+Y+Z} \\
y &= \frac{Y}{X+Y+Z} \\
z &= \frac{Z}{X+Y+X} = 1 - x - y
\end{aligned}
$$

Coordenadas cromáticas

Espacios de color

Table 4.1 EBU and FCC tristimulus values of CRT phosphors.

	EBU		FCC	
	x	y	x	y
R	0.640	0.330	0.670	0.330
G	0.290	0.600	0.210	0.710
B	0.150	0.060	0.140	0.080

European Broadcast Union

$x_W = 0.313 \qquad y_W = 0.329$

Federal Communications Commission

$x_W = 0.310 \qquad y_W = 0.316$

$$
\begin{aligned}
X &= 0.430\,R + 0.342\,G + 0.178\,B \\
Y &= 0.222\,R + 0.707\,G + 0.071\,B \\
Z &= 0.020\,R + 0.130\,G + 0.939\,B
\end{aligned}
$$

EBU

$$
\begin{aligned}
X &= 0.607\,R + 0.174\,G + 0.200\,B \\
Y &= 0.299\,R + 0.587\,G + 0.114\,B \\
Z &= 0.000\,R + 0.066\,G + 1.116\,B
\end{aligned}
$$

FCC

Espacios de color de TV

Están diseñados para minimizar el ancho de banda en la transmisión

Son espacios de color de oponentes. Se han utilizado también para segmentación.

Espacio YUV es la base del sistema PAL europeo

$$
\begin{aligned}
Y &= 0.299R + 0.587G + 0.114B \\
U &= -0.147R - 0.289G + 0.437B = 0.493(B - Y) \\
V &= 0.615R - 0.515G - 0.100B = 0.877(R - Y)
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
H_{UV} &= \tan^{-1}(V/U) \\
S_{UV} &= \sqrt{U^2 + V^2}
\end{aligned}
$$

El espacio YIQ es la base del sistema NTSC americano

$$
\begin{aligned}
H_{IQ} &= \tan^{-1}(Q/I) \\
S_{IQ} &= \sqrt{I^2 + Q^2}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
I &= 0.596R - 0.274G - 0.322B = 0.74(R - Y) - 0.27(B - Y) \\
Q &= 0.211R - 0.523G + 0.312B = 0.48(R - Y) + 0.41(B - Y)
\end{aligned}
$$

El espacio YC_rC_b es independiente de la codificación TV

$$
\begin{aligned}
C_b &= -0.169R - 0.331G + 0.500B = 0.564(B - Y) \\
C_r &= 0.500R - 0.418G - 0.081B = 0.713(R - Y)
\end{aligned}
$$

Colores oponentes

$$RG = R - G$$ Canal rojo-verde

$$YeB = 2B - R - G$$ Canal amarillo-azul $$YeB = 0.4(R+G) - B$$

$$WhBl = R + G + B$$ Canal blanco-negro

$$RG = \log R - \log G$$
$$YeB = \log B - (\log R + \log G)/2$$
$$WhBl = \log G$$

Tienen una motivación sicológica y fisiológica.

Se han utilizado para segmentación, codificación, detección de bordes, etc

Espacio de Ohta

$$
\begin{aligned}
I_1 &= (R+G+B)/3 \\
I_2 &= (R-B)/2 \\
I_3 &= (2G-R-B)/4
\end{aligned}
$$

Resultado de la búsqueda de componentes estadísticamente incorrelados

Espacios Matiz-Saturación

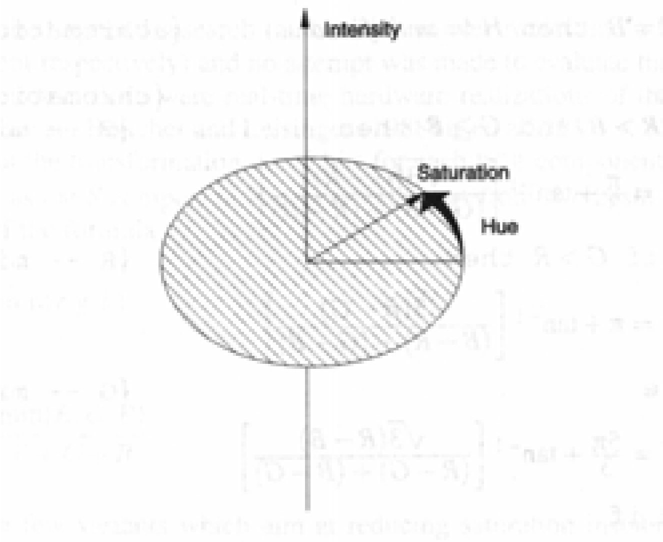

Fig. 4.3 Cylindrical nature of IHS colour space.

Intensidad I: cantidad de luz

Matiz (Hue H): sensación de color dominante (RGB)

Saturación (S): cercanía al color puro.

Proceden de la conversión de RGB cartesiano a un espacio cilíndrico.

Cálculo del Matiz

$$H = \cos^{-1} \frac{2r - g - b}{\sqrt{6[(r-\frac{1}{3})^2 + (g-\frac{1}{3})^2 + (b-\frac{1}{3})^2]}} \qquad \text{if } b > g, \text{ then } H := 360 - H.$$

Formula original

$$H = \cos^{-1} \frac{0.5[(R-G)+(R-B)]}{\sqrt{(R-G)(R-G)+(R-B)(G-B)}} \qquad \text{if } B > G, \text{ then } H := 360 - H.$$

if $R=G=B$ then $H := undefined$ {achromatic case}
else
  begin {chromatic case}
    if $R>B$ and $G \geq B$ then {B -- minimum}

$$H = \frac{\pi}{3} + \tan^{-1}\left[\frac{\sqrt{3}(G-R)}{(G-B)+(R-B)}\right]$$

    elsif $G>R$ then {R -- minimum}

$$H = \pi + \tan^{-1}\left[\frac{\sqrt{3}(B-G)}{(B-R)+(G-R)}\right]$$

    else {G -- minimum}

$$H = \frac{5\pi}{3} + \tan^{-1}\left[\frac{\sqrt{3}(R-B)}{(R-G)+(B-G)}\right]$$

    end if
  end
end if

if $\min(R,G,B) = B$ then

$$H = \frac{G-B}{3(R+G-2B)}$$

elsif $\min(R,G,B) = R$ then

$$H = \frac{B-R}{3(G+B-2R)} + \frac{1}{3}$$

elsif $\min(R,G,B) = G$ then

$$H = \frac{R-G}{3(R+B-2G)} + \frac{2}{3}$$

end

Cálculo de la saturación e intensidad

$$S = 1 - 3\min(r, g, b)$$

$$S = 1 - 3\frac{\min(R, G, B)}{R+G+B}$$

```
if I ≤ I_max/3 then
    S = I_max − 3 min(I_max − R, I_max − G, I_max − B) / (3 − (R+G+B))
else
    S = I_max − 3 min(R,G,B) / (R+G+B)
end
```

$$I = \frac{R+G+B}{3}$$

$$I = R+G+B$$

Variantes de IHS

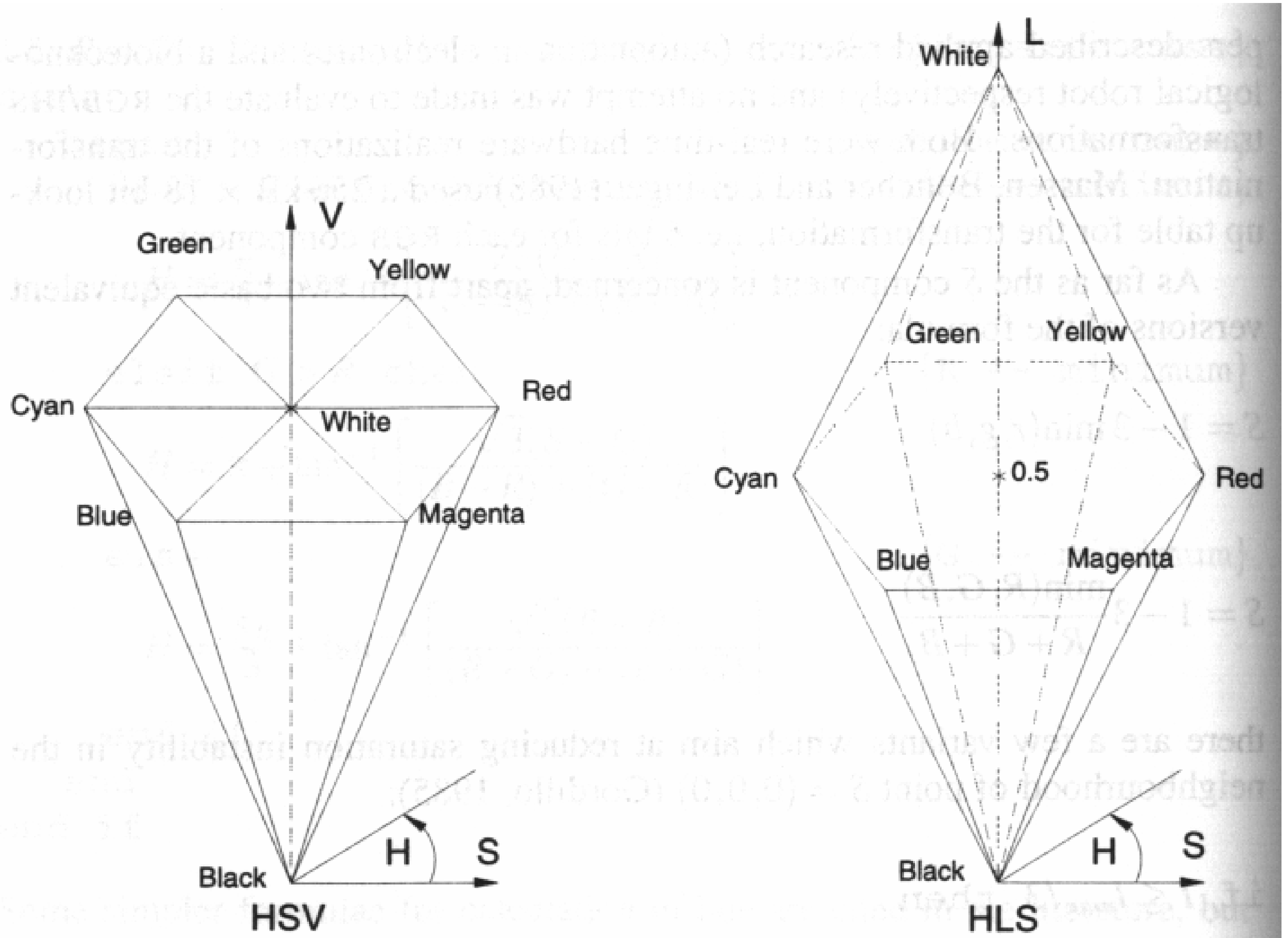

Fig. 4.4 The HSV and HLS models.

Espacios de color

HSV

min := minimum(r,g,b)

max := maximum(r,g,b)

V := max

if $max \neq 0$ then

$\quad S := \frac{\max - \min}{\max}$

else

$\quad S := 0$

end

HLS

min := minimum(r,g,b)

max := maximum(r,g,b)

$L := \frac{\max + \min}{2}$

if $\max = \min$ then

$\quad S := 0$

end if

if $L \leq 0.5$ then

$\quad S := \frac{\max - \min}{\max + \min}$

else

$\quad S := \frac{\max - \min}{2 - \max - \min}$

end

Espacios de color perceptivamente uniformes

Se busca que diferencias perceptivas en los colores correspondan a distancias Euclideas

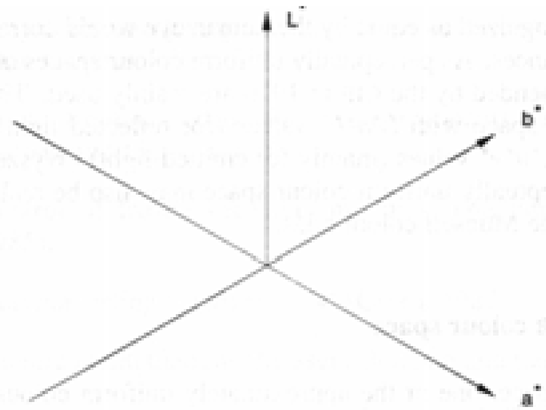

Fig. 4.5 CIELAB colour space coordinates.

Intensidad

Rojo-verde

Amarillo-azul

$$L^* = 116 f\left(\frac{Y}{Y_0}\right) - 16$$

$$a^* = 500\left[f\left(\frac{X}{X_0}\right) - f\left(\frac{Y}{Y_0}\right)\right]$$

$$b^* = 200\left[f\left(\frac{Y}{Y_0}\right) - f\left(\frac{Z}{Z_0}\right)\right]$$

$$f(x) = \begin{cases} x^{\frac{1}{3}}, & x > 0.008856 \\ 7.787x + \frac{16}{116} & \text{otherwise,} \end{cases}$$

(X_0, Y_0, Z_0) Referencia color blanco

$$\boxed{\begin{aligned} L^* &= L^* \\ H^\circ &= \tan^{-1}(b^*/a^*) \\ C^* &= \sqrt{a^{*2} + b^{*2}} \end{aligned}}$$

Coordenadas cilíndricas

Distancia entre dos colores

$$\Delta E_{Lab} = \sqrt{(\Delta L^*)^2 + (\Delta a^*)^2 + (\Delta b^*)^2}$$

Espacios de color

CIELUV para condiciones aditivas: displays

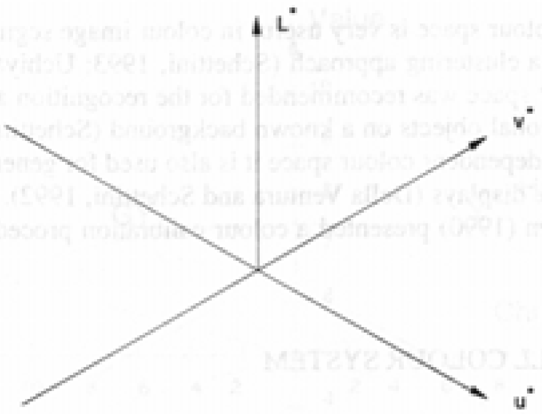

Fig. 4.6 CIELUV colour space coordinates.

$$u^* = 13L^*(u' - u'_0)$$

$$v^* = 13L^*(v' - v'_0)$$

where:

$$u' = \frac{4X}{X + 15Y + 3Z}$$

$$v' = \frac{9Y}{X + 15Y + 3Z}$$

Diferencia perceptiva entre dos fuentes de luz

$$\Delta E_{Luv} = \sqrt{(\Delta L^*)^2 + (\Delta u^*)^2 + (\Delta v^*)^2}$$

Espacios de color

Espacio de Munsell

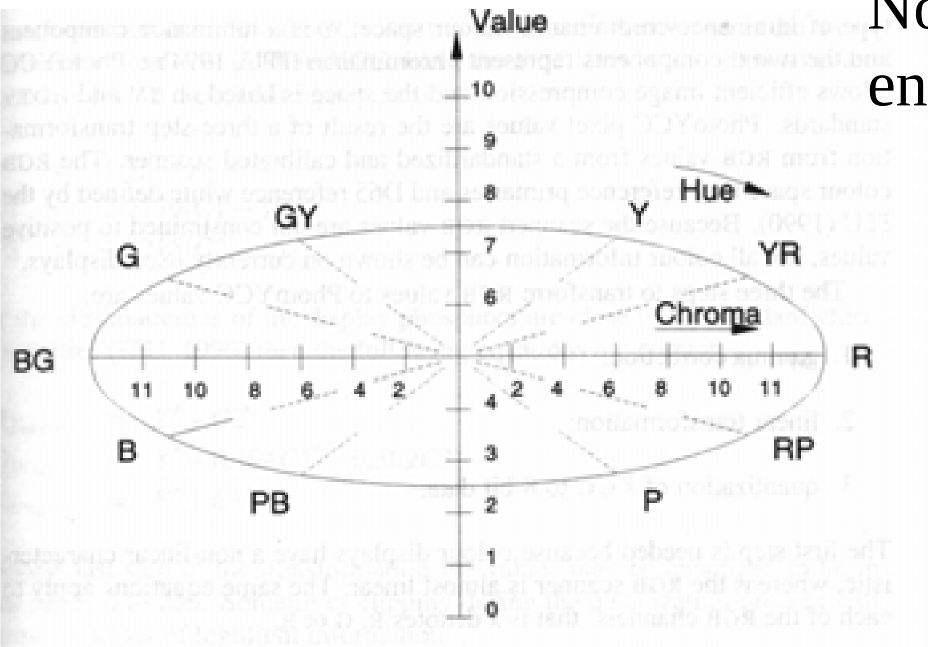

Fig. 4.7 Munsell colour system.

No existe relación analítica entre HVC y RGB o XYZ

La distancia entre colores no es Euclídea

$$\Delta E_g = \sqrt{2C_1C_2(1-\cos(\pi\Delta H/180)) + (\Delta C)^2 + (4\Delta V)^2}$$

where:

$$\Delta H = |H_1 - H_2|$$
$$\Delta V = |V_1 - V_2|$$
$$\Delta C = |C_1 - C_2|$$

Espacios de color

Table 4.2 Properties of transformations between RGB and other colour spaces.

Colour space	*Linearity of transformation*	*Stability of calculations*	*Perceptual uniformity*
rgb	No	No	No
XYZ	Yes	Yes	No
xyz	No	No	No
YUV	Yes	Yes	No
YIQ	Yes	Yes	No
YC_bC_r	Yes	Yes	No
Opponent	Yes	Yes	No
Ohta	Yes	Yes	No
IHS	No	No	No
CIELAB	No	Yes	Yes
CIELUV	No	Yes	Yes
Munsell	No	Yes	Yes
PhotoYCC	No	Yes	No

Invariantes de color (PickTo Seek)

Respuesta del k-esimo sensor

Luz incidente en la superficie

Sensibilidad del k-esimo sensor

$$\rho_k(\vec{x}) = \int_\lambda E(\vec{x}, \lambda) L(\vec{x}, \lambda) F_k(\lambda)\, d\lambda$$

Longitud de onda

Función de reflectancia de la superficie

Espacios de color

Puede descomponerse la reflectancia de un cuerpo opaco en componentes

- •Cuerpo, reflectancia mate, albedo de la superficie $B(\vec{x}, \lambda)$
- •Superficie o reflectancia especular, reflencia de Fresnel $S(\vec{x}, \lambda)$

$$\phi_k(\vec{x}) = G_B(\vec{x}, \vec{n}, \vec{s}) \int_\lambda E(\vec{x}, \lambda) B(\vec{x}, \lambda) F_k(\lambda)\, d\lambda$$
$$+ G_S(\vec{x}, \vec{n}, \vec{s}, \vec{v}) \int_\lambda E(\vec{x}, \lambda) S(\vec{x}, \lambda) F_k(\lambda)\, d\lambda$$

Dependencias geométricas

Espacios de color

Con iluminación blanca pura $S(\vec{x}, \lambda) = S(\vec{x})$, and $E(\vec{x}, \lambda) = E(\vec{x})$.

$$\omega_k(\vec{x}) = G_B(\vec{x}, \vec{n}, \vec{s})E(\vec{x}) \int_\lambda B(\vec{x}, \lambda)F_k(\lambda)\, d\lambda + G_S(\vec{x}, \vec{n}, \vec{s}, \vec{v})E(\vec{x})S(\vec{x}) \int_\lambda F_k(\lambda)\, d\lambda$$

$$\omega_k(\vec{x}) = G_B(\vec{x}, \vec{n}, \vec{s})E(\vec{x}) \int_\lambda B(\vec{x}, \lambda)F_k(\lambda)\, d\lambda + G_S(\vec{x}, \vec{n}, \vec{s}, \vec{v})E(\vec{x})S(\vec{x})F.$$

Para sensibilidades iguales de los sensores

$$\int_\lambda F_i(\lambda)\, d\lambda = \int_\lambda F_j(\lambda)\, d\lambda.$$

$$\omega_k = G_B(\vec{n}, \vec{s})E \int_\lambda B(\lambda)F_k(\lambda)\, d\lambda + G_S(\vec{n}, \vec{s}, \vec{v})ESF.$$

Si las propiedades de la superficie son invariantes a la posición

Espacios de color

Término de reflectancia del cuerpo o mate.

$$\beta_k(\vec{x}) = \boxed{G_B(\vec{x},\, \vec{n},\, \vec{s})}\boxed{E(\vec{x})}\boxed{\int_\lambda B(\vec{x},\, \lambda) F_k(\lambda)\, d\lambda}$$

La estructura de la distribución de los pixeles en el espacio de color depende del albedo de la superficie. La iluminación y la forma son factores de amplificación, determinan el volumen ocupado en el espacio de color

Un invariante de color es una expresión que define colores en el mismo cluster de color dado por el vector de reflexion del cuerpo centrado en el origen y bajo iluminación blanca

$$\frac{\beta_i(\vec{x})}{\beta_j(\vec{x})} = \frac{\beta_i}{\beta_j}$$

$$\frac{\beta_i}{\beta_j} = \frac{G_B(\vec{n},\, \vec{s})E \int_\lambda B(\lambda)F_i(\lambda)\, d\lambda}{G_B(\vec{n},\, \vec{s})E \int_\lambda B(\lambda)F_j(\lambda)\, d\lambda} = \frac{\int_\lambda B(\lambda)F_i(\lambda)\, d\lambda}{\int_\lambda B(\lambda)F_j(\lambda)\, d\lambda}$$

En estos invariantes de color desaparecen los términos de iluminación y geometría del objeto

Combinaciones (lineales o no) de invariantes de color son invariantes de color

Espacios de color

Sensores RG: respuesta a un fragmento infinitesimal bajo iluminación blanca

$$R_b = G_B(\vec{n}, \vec{s})E \int_\lambda B(\lambda)F_R(\lambda)\, d\lambda$$

$$G_b = G_B(\vec{n}, \vec{s})E \int_\lambda B(\lambda)F_G(\lambda)\, d\lambda$$

$$B_b = G_B(\vec{n}, \vec{s})E \int_\lambda B(\lambda)F_B(\lambda)\, d\lambda$$

Conjunto de invariantes de color irreducibles basados en los colores primarios

$$\frac{R_b}{G_b} = \frac{G_B(\vec{n}, \vec{s})E \int_\lambda B(\lambda)F_R(\lambda)\, d\lambda}{G_B(\vec{n}, \vec{s})E \int_\lambda B(\lambda)F_G(\lambda)\, d\lambda} = \frac{\int_\lambda B(\lambda)F_R(\lambda)\, d\lambda}{\int_\lambda B(\lambda)F_G(\lambda)\, d\lambda}$$

$$\frac{B_b}{R_b} = \frac{G_B(\vec{n}, \vec{s})E \int_\lambda B(\lambda)F_B(\lambda)\, d\lambda}{G_B(\vec{n}, \vec{s})E \int_\lambda B(\lambda)F_R(\lambda)\, d\lambda} = \frac{\int_\lambda B(\lambda)F_B(\lambda)\, d\lambda}{\int_\lambda B(\lambda)F_R(\lambda)\, d\lambda}$$

$$\frac{G_b}{B_b} = \frac{G_B(\vec{n}, \vec{s})E \int_\lambda B(\lambda)F_G(\lambda)\, d\lambda}{G_B(\vec{n}, \vec{s})E \int_\lambda B(\lambda)F_B(\lambda)\, d\lambda} = \frac{\int_\lambda B(\lambda)F_G(\lambda)\, d\lambda}{\int_\lambda B(\lambda)F_B(\lambda)\, d\lambda}.$$

Expresión general de los invariantes de color basados en los colores primarios

$$C(R_b, G_b, B_b) = \frac{\sum_i a_i (R_b)_i^p (G_b)_i^q (B_b)_i^r}{\sum_j b_j (R_b)_j^s (G_b)_j^t (B_b)_j^u}$$

where $p + q + r = s + t + u$, and $p,\ q,\ r,\ s,\ t,\ u \in \mathcal{R}$.

$i,\ j \geq 1$ and $a_i,\ b_j \in \mathcal{R}$.

Lema : asumiendo reflexión dicromática e iluminación blanca, C es independiente del punto de vista, orientación de la superficie, dirección e intensidad de la iluminación

Espacios de color

Invariantes de primer orden

$$p+q+r=s+t+u=1),$$

$$\left\{\frac{R}{B}, \frac{-B}{G}, \frac{R+G+B}{3R+B}, \frac{R}{R+G+B}, \frac{3(B-G)}{2R+G}, \dots, \right\}$$

$$r(R,G,B)=\frac{R}{R+G+B}, \qquad c_4(R,G,B)=\frac{R-G}{R+G}$$

$$g(R,G,B)=\frac{G}{R+G+B}, \qquad c_5(R,G,B)=\frac{R-B}{R+B}$$

$$b(R,G,B)=\frac{B}{R+G+B} \qquad c_6(R,G,B)=\frac{G-B}{G+B}$$

Invariantes de segundo orden

$$p+q+r=s+t+u=2$$

$$\left\{\frac{RB}{B^2}, \frac{4BR}{5B^2}, \frac{R^2+G^2}{B^2}, \frac{B^2+3R^2}{R^2}, \dots, \right\}$$

Invariantes de tercer orden

$$\left\{\frac{G^3}{R^3+5B^3}, \frac{RGB}{R^3}, \frac{RG^2+B^3}{B^3}, \frac{BR^2+G^3}{R^3+G^3}, \dots, \right\}$$

Espacios de color

Invariantes a reflectancia mate y especular (body & surface reflectance)

$$\omega_k(\vec{x}) = G_B(\vec{x}, \vec{n}, \vec{s})E(\vec{x}) \int_\lambda B(\vec{x}, \lambda)F_k(\lambda)\, d\lambda + G_S(\vec{x}, \vec{n}, \vec{s}, \vec{v})E(\vec{x})S(\vec{x}) \int_\lambda F_k(\lambda)\, d\lambda$$

Invariantes irreducibles

$$\frac{\omega_i(\vec{x}) - \omega_j(\vec{x})}{\omega_k(\vec{x}) - \omega_l(\vec{x})} = \frac{\omega_i - \omega_j}{\omega_k - \omega_l}$$

Colores primarios percibidos

$$R_w = G_B(\vec{n}, \vec{s})E \int_\lambda B(\lambda)F_R(\lambda)\, d\lambda + G_S(\vec{n}, \vec{s}, \vec{v})ESF$$

$$G_w = G_B(\vec{n}, \vec{s})E \int_\lambda B(\lambda)F_G(\lambda)\, d\lambda + G_S(\vec{n}, \vec{s}, \vec{v})ESF$$

$$B_w = G_B(\vec{n}, \vec{s})E \int_\lambda B(\lambda)F_B(\lambda)\, d\lambda + G_S(\vec{n}, \vec{s}, \vec{v})ESF$$

Invariantes de color irreducibles

$$\frac{(R_w - G_w)}{(B_w - R_w)}$$

$$\frac{(R_w - G_w)}{(G_w - B_w)}$$

$$\frac{(G_w - B_w)}{(B_w - R_w)}$$

Invariantes de color a reflectancia especular y mate generales

$$L(R_w, G_w, B_w) = \frac{\sum_i a_i (R_w - G_w)_i^p (B_w - R_w)_i^q (G_w - B_w)_i^r}{\sum_j b_j (R_w - G_w)_j^s (B_w - R_w)_j^t (G_w - B_w)_j^u}$$

where $p + q + r = s + t + u$, and $p,\ q,\ r,\ s,\ t,\ u \in \mathcal{R}$.

$i, j \geq 1$ and $a_i, b_j \in \mathcal{R}$.

Invariantes de primer orden

$$\left\{ \frac{(R-G)}{(R-B)}, \frac{(B-G)}{(R-B)}, \frac{(R-G)+(B-G)}{(R-B)}, \frac{(R-G)+3(B-G)}{(R-B)+2(R-G)}, \ldots \right\}$$

$$\text{hue} \quad H(R,G,B) = \arctan\left(\frac{\sqrt{3}(G-B)}{(R-G)+(R-B)}\right)$$

$$l_4(R,G,B) = \frac{|R-G|}{|R-G|+|B-R|+|G-B|},$$

$$l_5(R,G,B) = \frac{|R-B|}{|R-G|+|B-R|+|G-B|},$$

$$l_6(R,G,B) = \frac{|G-B|}{|R-G|+|B-R|+|G-B|}$$

Invariantes de segundo orden

$$\left\{ \frac{(R-G)(R-B)}{(R-B)^2}, \frac{(B-G)(R-B)}{(R-B)^2}, \frac{(R-G)^2+(B-G)^2}{(R-B)^2}, \frac{(R-G)^2+3(B-G)^2}{(R-B)^2+2(R-G)^2}, \ldots \right\}$$

Espacios de color

Gradientes en imágenes de color (multiespectrales)

Imagen multibanda $\Theta(x_1, x_2)\colon \Re^2 \rightarrow \Re^m \quad \Theta_i(x_1, x_2)\colon \Re^2 \rightarrow \Re$ for $i = 1, 2, \cdots, m.$

$P = (x_1^0, x_2^0)$ and $Q = (x_1^1, x_2^1) \quad \Delta\Theta = \Theta(P) - \Theta(Q).$

Limite infinitesimal $d\Theta = \sum_{i=1}^{2} (\partial\Theta/\partial x_i)\, dx_i$

Con norma al cuadrado

$$d\Theta^2 = \sum_{i=1}^{2}\sum_{k=1}^{2} \frac{\partial\Theta}{\partial x_i}\frac{\partial\Theta}{\partial x_k}\, dx_i\, dx_k = \sum_{i=1}^{2}\sum_{k=1}^{2} g_{ik}\, dx_i\, dx_k = \begin{bmatrix} dx_1 \\ dx_2 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} g_{11} & g_{12} \\ g_{21} & g_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dx_1 \\ dx_2 \end{bmatrix}$$

where $g_{ik} := (\partial\Theta/\partial x_i) \cdot (\partial\Theta/\partial x_k)$

Los autovalores de la matriz $[g_{ik}]$ definen la magnitud de los extremos de la norma y los autovectores la dirección de la mínima y máxima variación

$$\lambda_{\pm} = \frac{g_{11} + g_{22} \pm \sqrt{(g_{11} - g_{22})^2 + 4g_{12}^2}}{2}$$

$$(\cos\theta_{\pm},\ \sin\theta_{\pm}),$$

where $\theta_+ = (1/2)\arctan(2g_{12}/g_{11} - g_{22})$ and $\theta_- = \theta_+ + \pi/2.$

Espacios de color

Gradiente de color en RGB

$$\nabla \mathcal{C}_{RGB} = \sqrt{\lambda_+^{RGB} - \lambda_-^{RGB}}$$

$$\lambda_\pm = \frac{g_{11}^{RGB} + g_{22}^{RGB} \pm \sqrt{(g_{11}^{RGB} - g_{22}^{RGB})^2 + 4(g_{12}^{RGB})^2}}{2}$$

$$g_{11}^{RGB} = \left|\frac{\partial R}{\partial x}\right|^2 + \left|\frac{\partial G}{\partial x}\right|^2 + \left|\frac{\partial B}{\partial x}\right|^2,$$

$$g_{22}^{RGB} = \left|\frac{\partial R}{\partial y}\right|^2 + \left|\frac{\partial G}{\partial y}\right|^2 + \left|\frac{\partial B}{\partial y}\right|^2,$$

$$g_{12}^{RGB} = \frac{\partial R}{\partial x}\frac{\partial R}{\partial y} + \frac{\partial G}{\partial x}\frac{\partial G}{\partial y} + \frac{\partial B}{\partial x}\frac{\partial B}{\partial y}.$$

Gradiente sobre invariantes para objetos mate

$$\nabla \mathcal{C}_{c_4 c_5 c_6} = \sqrt{\lambda_+^{c_4 c_5 c_6} - \lambda_-^{c_4 c_5 c_6}}$$

$$\lambda_\pm = \frac{g_{11}^{c_4c_5c_6} + g_{22}^{c_4c_5c_6} \pm \sqrt{(g_{11}^{c_4c_5c_6} - g_{22}^{c_4c_5c_6})^2 + 4(g_{12}^{c_4c_5c_6})^2}}{2}$$

$$g_{11}^{c_4c_5c_6} = \left|\frac{\partial c_4}{\partial x}\right|^2 + \left|\frac{\partial c_5}{\partial x}\right|^2 + \left|\frac{\partial c_6}{\partial x}\right|^2,$$

$$g_{22}^{c_4c_5c_6} = \left|\frac{\partial c_4}{\partial y}\right|^2 + \left|\frac{\partial c_5}{\partial y}\right|^2 + \left|\frac{\partial c_6}{\partial y}\right|^2,$$

$$g_{12}^{c_4c_5c_6} = \frac{\partial c_4}{\partial x}\frac{\partial c_4}{\partial y} + \frac{\partial c_5}{\partial x}\frac{\partial c_5}{\partial y} + \frac{\partial c_6}{\partial x}\frac{\partial c_6}{\partial y}.$$

Gradiente sobre invariantes para objetos brillantes

$$\nabla \mathcal{C}_{l_4 l_5 l_6} = \sqrt{\lambda_+^{l_4 l_5 l_6} - \lambda_-^{l_4 l_5 l_6}}$$

$$\lambda_\pm = \frac{g_{11}^{l_4l_5l_6} + g_{22}^{l_4l_5l_6} \pm \sqrt{(g_{11}^{l_4l_5l_6} - g_{22}^{l_4l_5l_6})^2 + 4(g_{12}^{l_4l_5l_6})^2}}{2}$$

$$g_{11}^{l_4l_5l_6} = \left|\frac{\partial l_4}{\partial x}\right|^2 + \left|\frac{\partial l_5}{\partial x}\right|^2 + \left|\frac{\partial l_6}{\partial x}\right|^2,$$

$$g_{22}^{l_4l_5l_6} = \left|\frac{\partial l_4}{\partial y}\right|^2 + \left|\frac{\partial l_5}{\partial y}\right|^2 + \left|\frac{\partial l_6}{\partial y}\right|^2,$$

$$g_{12}^{l_4l_5l_6} = \frac{\partial l_4}{\partial x}\frac{\partial l_4}{\partial y} + \frac{\partial l_5}{\partial x}\frac{\partial l_5}{\partial y} + \frac{\partial l_6}{\partial x}\frac{\partial l_6}{\partial y}.$$

Algunas referencias

T. Gevers, A.W.M. Smeulders, PicToSeek: Combining color and shape invariant features for image retrieval, IEEE trans. Image Processing, (2000) 9(1) pp.102-119

The colour image processing handbook, S.J. Sangwine, R.E:N. Horne, London: Chapman&Hall, 1998