Laboratorio de Procesado Digital de Señal - 3º GITT

Informe Práctica 3: filtros digitales FIR

Alumno 1:	*Jaime Arana Cardelús*
Alumno 2:	*Guillermo Fernández Pérez*
ID Grupo:	
Calificación:	
Comentarios:	

Filtrado de señales

A partir de la señal facilitada al alumno, realice los siguientes apartados, respondiendo a las preguntas que se plantean:

a) Indique la frecuencia de muestreo (f_s) de la señal facilitada (x(t)).

Cargamos la señal y la función load() nos devuelve la señal x[n] y su vector de tiempos. Calculamos el periodo haciendo la diferencia entre dos muestras y haciendo el inverso del periodo obtenemos la frecuencia de muestreo. Obtenemos un valor de fs = 212 kHz.

```
fs =

      212000
```

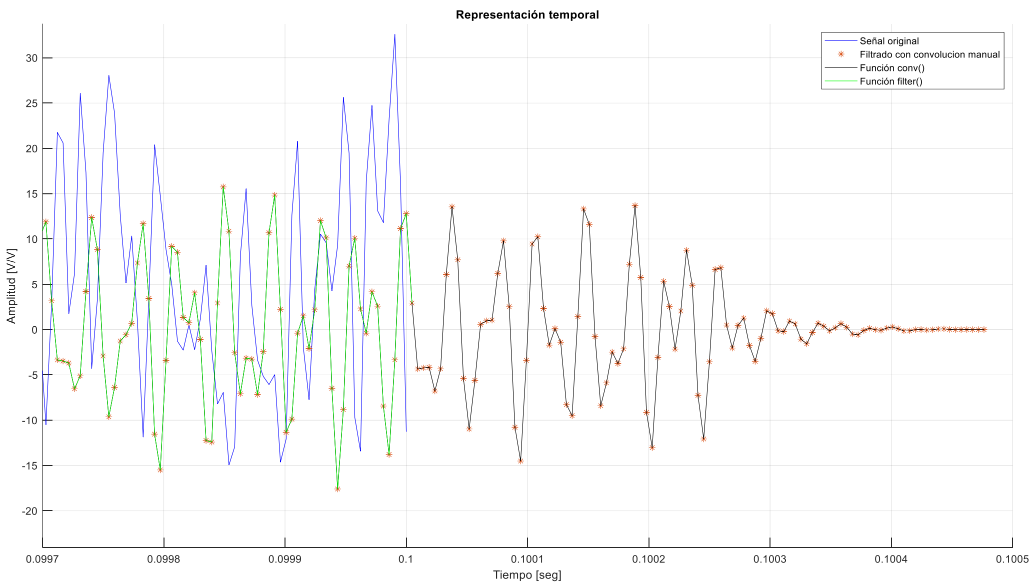
b) Filtre la señal x[n] con el filtro FIR facilitado, calculando el resultado (y[n]) manualmente, es decir, calculando el sumatorio indicado anteriormente. Tenga en cuenta que, al principio, las muestras $x[n-k] = 0$ mientras $n \leq k$, con $n \geq 1$.

c) Filtre la señal x[n] con el filtro FIR facilitado, calculando el resultado (g[n]) mediante la convolución.

d) Filtre la señal x[n] con el filtro FIR facilitado, calculando el resultado (h[n]) mediante la aplicación de filtros en Matlab.

e) Analice, en el dominio del tiempo, las diferencias entre los resultados obtenidos (señales filtradas y[n], g[n] y h[n]), y respecto de la señal original x[n]. Exponga y justifique gráficamente las conclusiones extraídas de dicho análisis. Preste especial atención al vector de tiempo de cada una de las señales.

En la gráfica se muestran las diferencias entre la señal calculada haciendo la convolución manual y[n], haciendo la convolución con la función de Matlab conv(), g[n], y por la señal filtrada con la función filter() de Matlab, h[n].



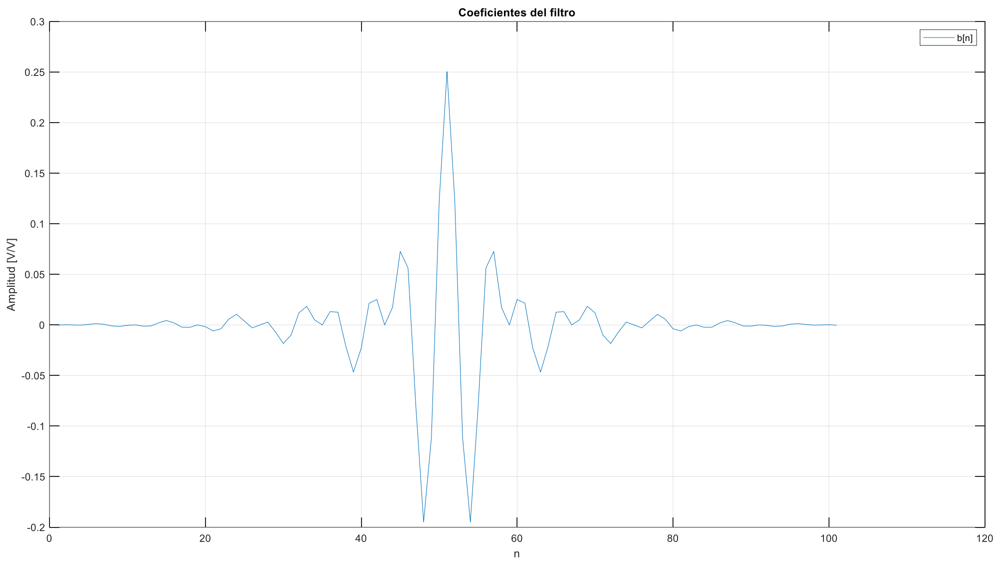
En la gráfica superior se puede observar que hasta el segundo 0.1 las tres señales se solapan perfectamente. Para valores temporales > 0.1 seg la señal filtrada deja de estar definida. Esto significa que solo hay valores para las señales y[n] y g[n].

La razón de estos resultados es que al hacer la convolución completa el vector de tiempos es mayor que el de la señal original. La longitud del vector de tiempos después de hacer la convolución es: longitud x[n] + nº coeficientes filtro – 1.

La señal y[n] y g[n] se solapan perfectamente ya que la función de Matlab conv() hace una convolución completa, al igual que la función de convolución que se ha programado manualmente.

f) ¿Cuánto es, en milisegundos, el retardo del filtro para cada uno de los casos? ¿Con qué parámetro del filtro tiene relación este retardo?

En primera instancia es útil representar el filtro para ver si es simétrico y obtener así información adicional.



Como se puede ver en la gráfica superior, el filtro es en efecto simétrico. Para poder representarlo se necesita desplazarlo $\frac{L-1}{2}$ *muestras para que así sea causal y por lo tanto realizable.*

El retardo de grupo provocado por este tipo de filtros es:

$$\frac{L-1}{2} * T_{MUESTREO} = 0.2356 \text{ ms}$$

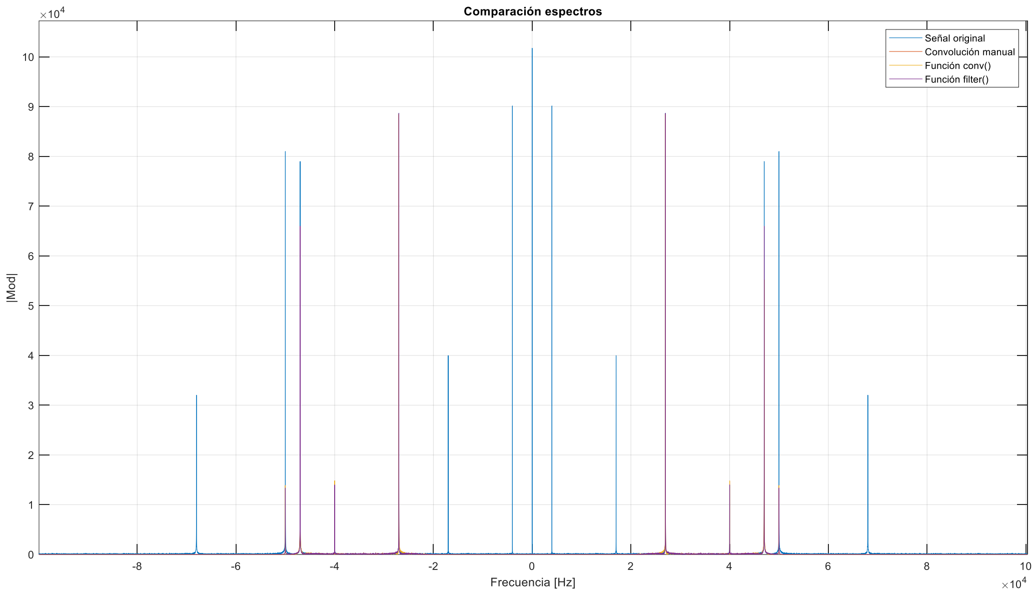
```
retardo_grupo =

   2.3585e-04
```

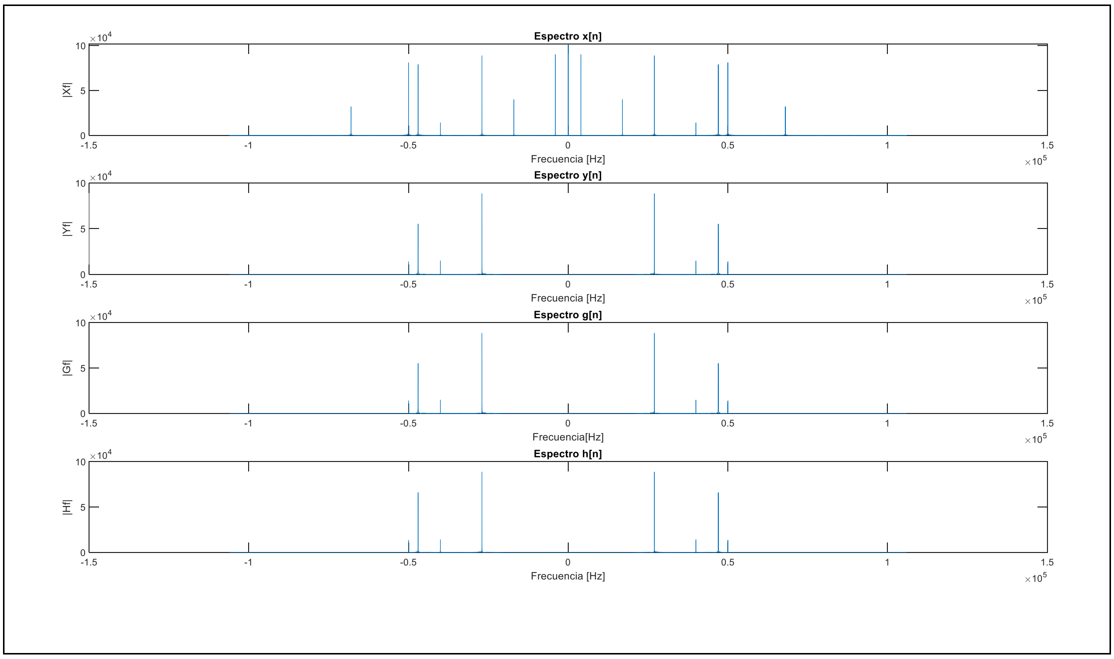
g) Analice, en el dominio de la frecuencia, las diferencias entre los resultados obtenidos (señales filtradas y[n], g[n] y h[n]), y respecto de la señal original x[n]. Exponga y justifique gráficamente las conclusiones extraídas de dicho análisis. Preste especial atención al rango de frecuencia de cada una de las señales.

En las siguientes gráficas se presentan las diferencias entre el espectro de la señal original y el resto de las señales. Como se puede observar la señal original tiene los siguientes armónicos:

$F_0 = 0$ *kHz*
$F_1 = 4$ *kHz*
$F_2 = 17$ *kHz*
$F_3 = 27$ *kHz*
$F_4 = 40$ *kHz*
$F_5 = 47$ *kHz*
$F_6 = 50$ *kHz*
$F_7 = 68$ *kHz*

De estos armónicos al filtrar la señal se elimina el armónico en 68 kHz y las frecuencias centrales en 0 kHz, 4 kHz y 17 kHz. Los armónicos cercanos a 50 kHz se atenúan considerablemente. Por lo tanto, el efecto es el de un filtro paso banda.



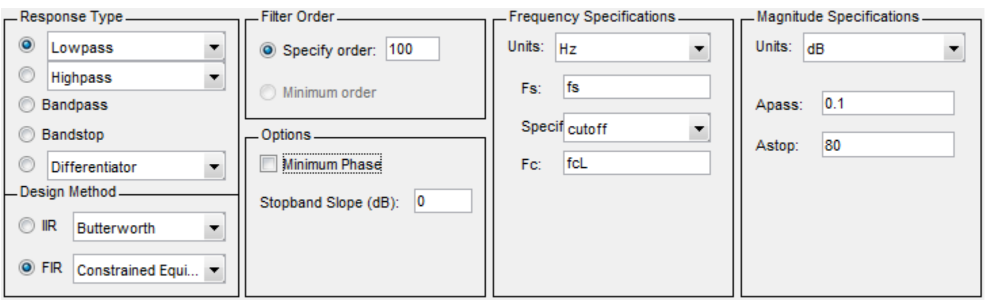


Diseño de filtros FIR

A partir de la señal facilitada al alumno, realice los siguientes apartados, respondiendo a las preguntas que se plantean:

a) **<u>Diseñe un filtro paso bajo</u>** con las siguientes características:

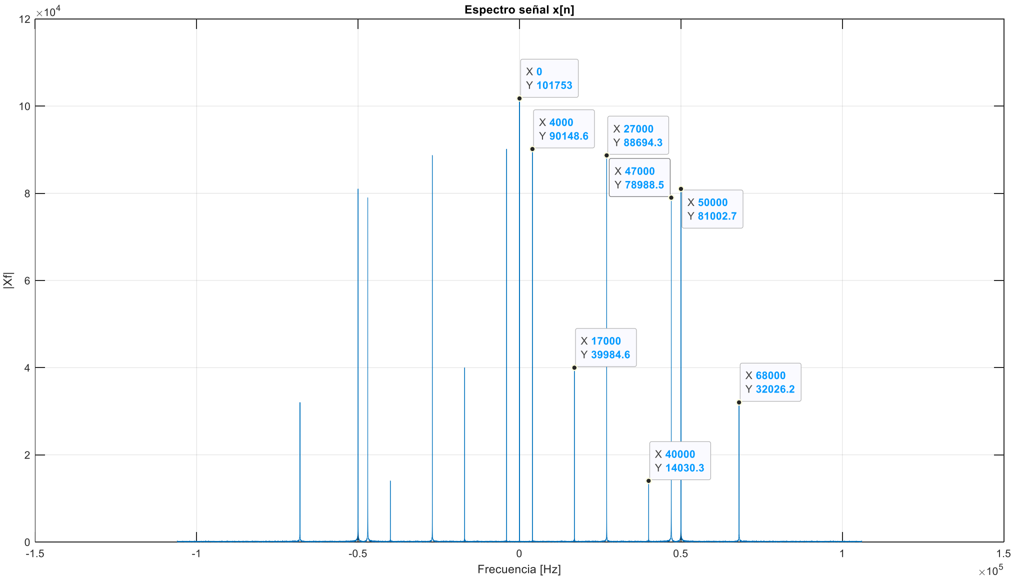
- Tipo de respuesta: Lowpass
- Método de diseño: FIR – Constrained Equiripple
- Orden del filtro: 100
- Especificación de frecuencias:
  - Fs: *frecuencia de muestreo* (a especificar por el alumno)
  - Especificación: cutoff
  - Fc: f_{cL}
- Especificación de magnitudes:
  - Apass = 0,1 dB
  - Astop = 80 dB



La frecuencia de corte (f_{cL}) ha de ser tal que atenúe en más de 80 dB los dos armónicos fundamentales de mayor frecuencia de x(t), y altere lo menos posible (menos de 3 dB) el resto de armónicos. Indique la frecuencia de corte (f_{cL}) del filtro diseñado.

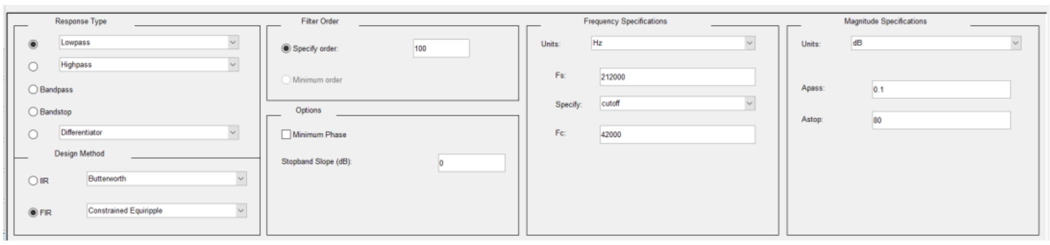
Antes de diseñar el filtro es importante representar el espectro de la señal original, x[n], para poder ver que las frecuencias que se quieren eliminar y asegurarse que al filtrar no se van a eliminar armónicos accidentalmente. Como se ha explicado en el apartado anterior, la señal tiene los siguientes armónicos:

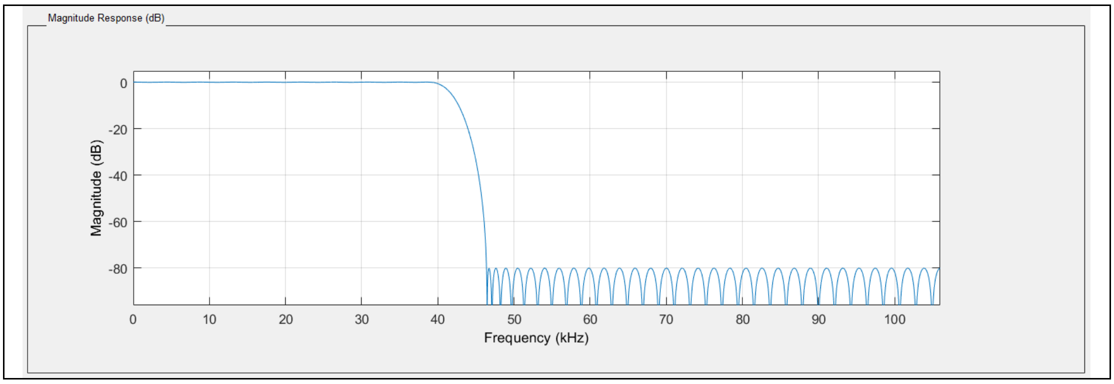
$F_0 = 0$ *kHz*
$F_1 = 4$ *kHz*
$F_2 = 17$ *kHz*
$F_3 = 27$ *kHz*
$F_4 = 40$ *kHz*
$F_5 = 47$ *kHz*
$F_6 = 50$ *kHz*
$F_7 = 68$ *kHz*



Como nos piden eliminar los dos armónicos más altos con un filtro paso bajo, se eliminarán los armónicos en 68 kHz y 50 kHz. Como se puede ver que, en la gráfica superior, hay un armónico en 47 kHz que está muy pegado a 50 kHz, así que es posible que se atenúe ligeramente al filtrar la señal.

Para poder filtrar los dos armónicos superiores y no atenuar demasiado el armónico en 47 kHz, se ha escogido una frecuencia de corte de $f_{CL} = 42$ *kHz.*

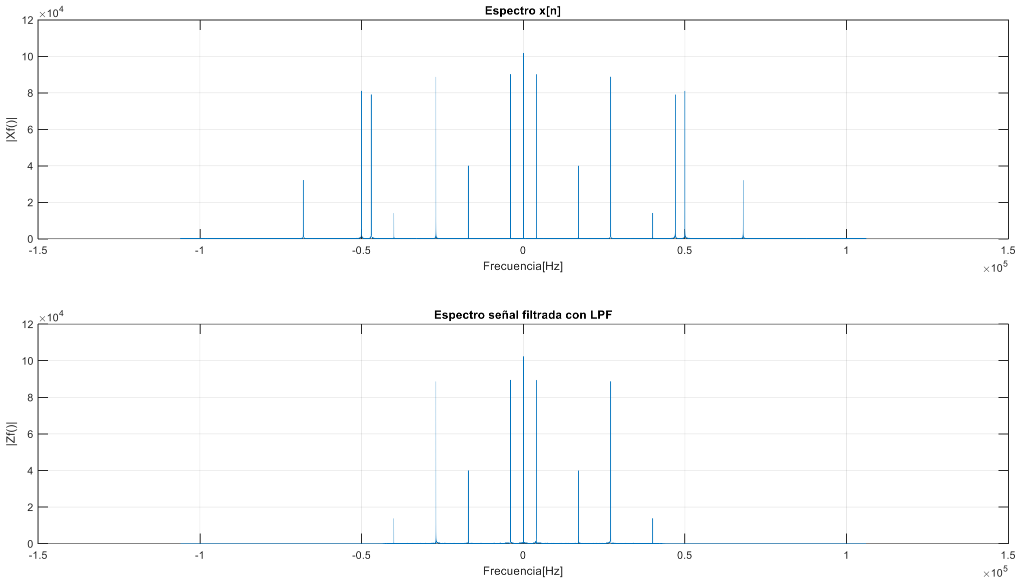




b) Justifique el correcto diseño del filtro mediante las gráficas que considere oportunas.

Como se puede observar en la gráfica inferior, los armónicos superiores se han filtrado correctamente. Como se había explicado antes el armónico en 47 kHz también se ha atenuado ya que está muy pegado al armónico superior en 50 kHz.

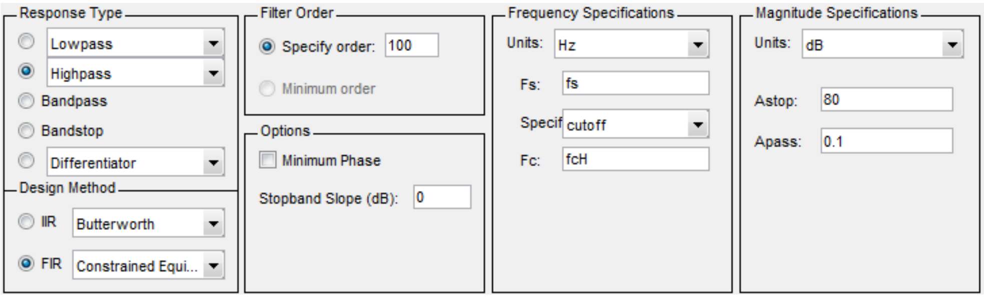
El resto de los armónicos han quedado intactos como se puede ver comparando con la señal original.



c) **<u>Diseñe un filtro paso alto</u>** con las siguientes características:

- Tipo de respuesta: Highpass
- Método de diseño: FIR – Constrained Equiripple
- Orden del filtro: 100
- Especificación de frecuencias:
  - Fs: *frecuencia de muestreo* (a especificar por el alumno)
  - Especificación: cutoff
  - Fc: f_{cH}

- Especificación de magnitudes:
    - Astop = 80 dB
    - Apass = 0,1 dB

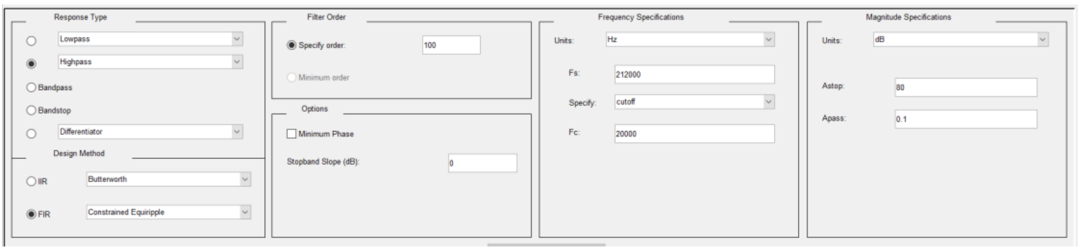


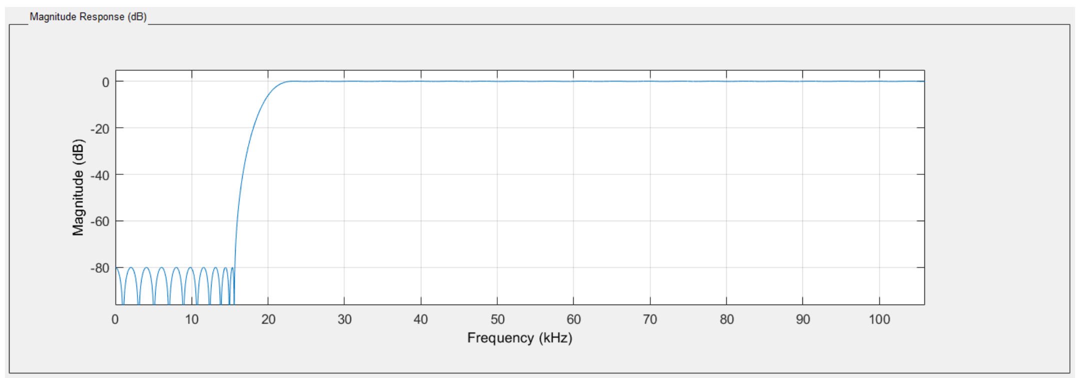
La frecuencia de corte (f_{cH}) ha de ser tal que atenúe en más de 80 dB la componente continua y los dos armónicos fundamentales de menor frecuencia de x(t), y que altere lo menos posible (menos de 3 dB) el resto de armónicos. Indique la frecuencia de corte (f_{cH}) del filtro diseñado.

En este caso nos piden eliminar los dos armónicos fundamentales y la componente continua de la señal original mediante un filtro paso alto. Por lo tanto, los armónicos que se van a eliminar son los siguientes:

$$F_0 = 0 \text{ kHz}$$
$$F_1 = 4 \text{ kHz}$$
$$F_2 = 17 \text{ kHz}$$

Sabiendo esto, escogemos una f_{CL} = 20 kHz.

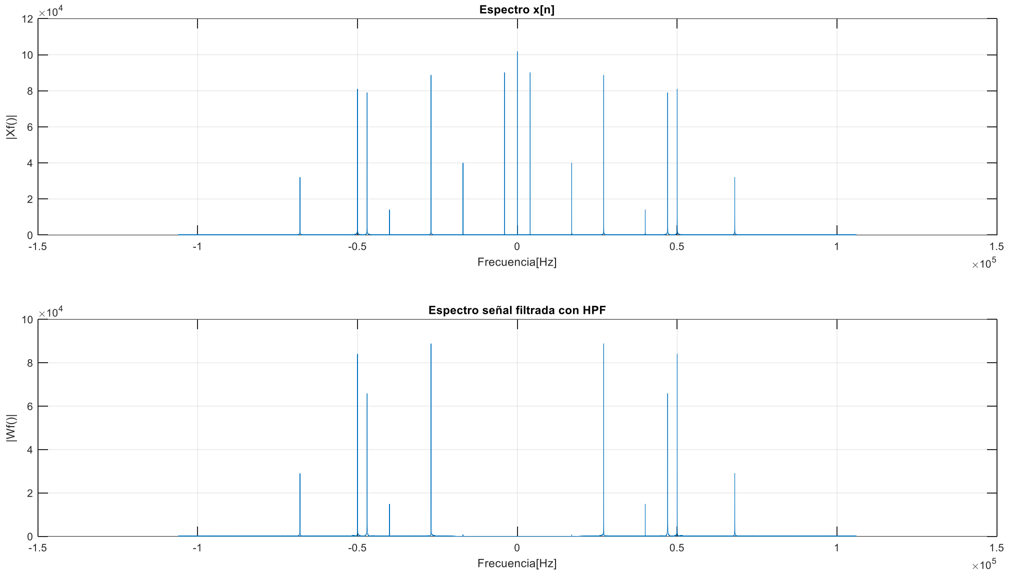




d) Justifique el correcto diseño del filtro mediante las gráficas que considere oportunas.

Como se puede observar en la gráfica inferior, los armónicos dos armónicos fundamentales y la componente continua se han filtrado correctamente.

El resto de los armónicos han quedado intactos como se puede ver comparando con la señal original.



Análisis de filtros

Superposición

En este apartado se va a analizar el efecto de encadenar varios filtros.

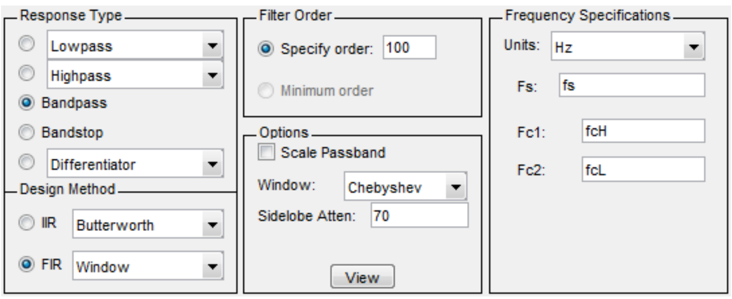
A partir de la señal facilitada y de los resultados del bloque anterior, realice los siguientes apartados, respondiendo a las preguntas que se plantean:

a) Empleando el filtro **<u>paso bajo</u>** diseñado en el bloque anterior, y empleando uno de los métodos vistos en el primer bloque de la práctica, filtre la señal x(t) y obtendrá la señal y[n].

b) Empleando el filtro **<u>paso alto</u>** diseñado en el bloque anterior, filtre la señal y[n] y obtendrá la señal g[n].

c) **<u>Diseñe un filtro paso banda</u>** con las siguientes características:

- Tipo de respuesta: Bandpass
- Método de diseño: FIR – Window
- Orden del filtro: 100
- Opciones:
  - Window: Chebyshev
  - Sidelobe Atten: 70
- Especificación de frecuencias:
  - Fs: *frecuencia de muestreo* (a especificar por el alumno)

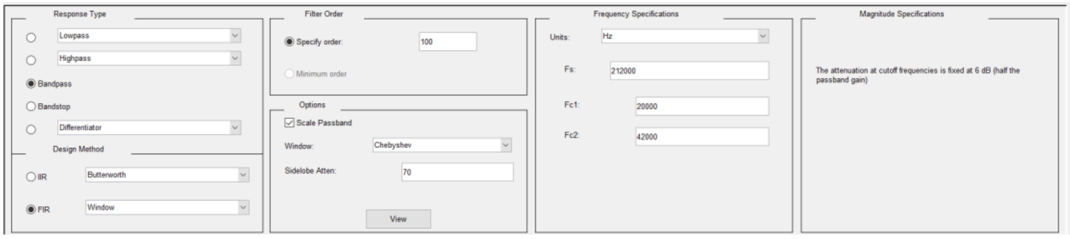


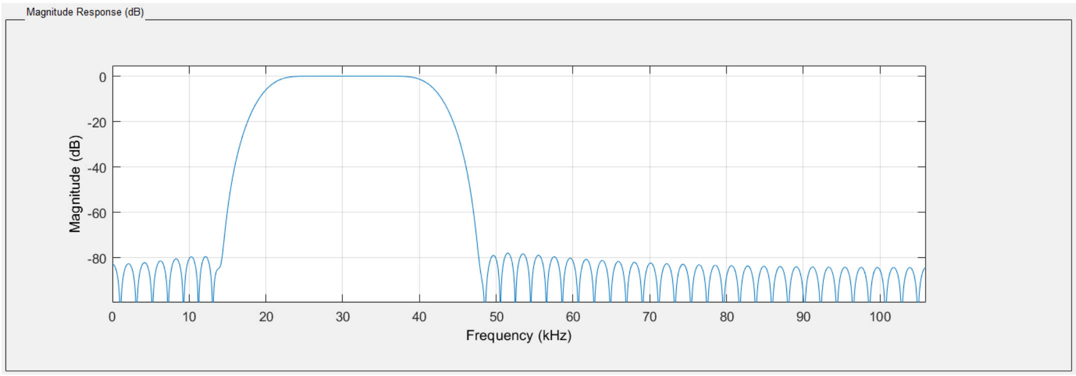
- Fc1: f_{cH}
- Fc2: f_{cL}

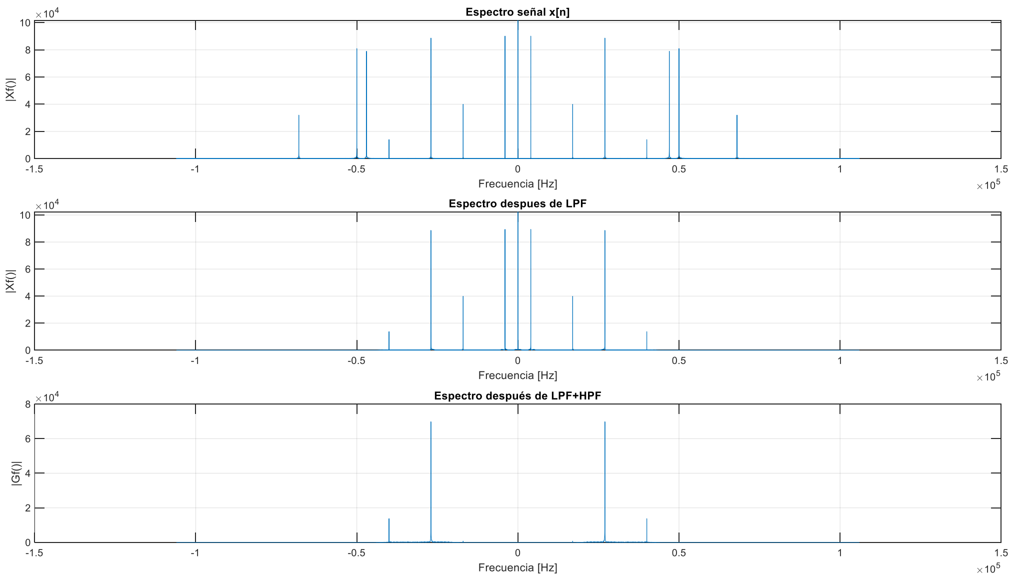
d) Filtre la señal x(t) con este filtro y obtendrá la señal h[n].

e) Analice, en el dominio de la frecuencia, las diferencias entre los espectros de x[n], y[n] y g[n], prestando especial atención al rango de frecuencias de cada señal. Exponga y justifique gráficamente las conclusiones extraídas de dicho análisis.

Para el filtro paso banda se han escogido las mismas frecuencias de corte para el filtro paso bajo y paso alto de los apartados anteriores.







f) Analice las diferencias entre los espectros de x[n], g[n] y h[n], desde $-f_s/2$ hasta $f_s/2$. Exponga y justifique gráficamente las conclusiones extraídas de dicho análisis.

Lo primero es pensar que resultado deberíamos obtener. En primera instancia al filtrar con un filtro paso banda o un filtro paso bajo en cascada con un filtro paso alto, el resultado debería ser el mismo en ambos casos.

Por otra parte, los armónicos que se deberían eliminar serían:

$F_0 = 0$ *kHz*

$F_1 = 4$ *kHz*

$F_2 = 17$ *kHz*

$F_5 = 47$ *kHz (por estar muy cerca de 50 kHz)*

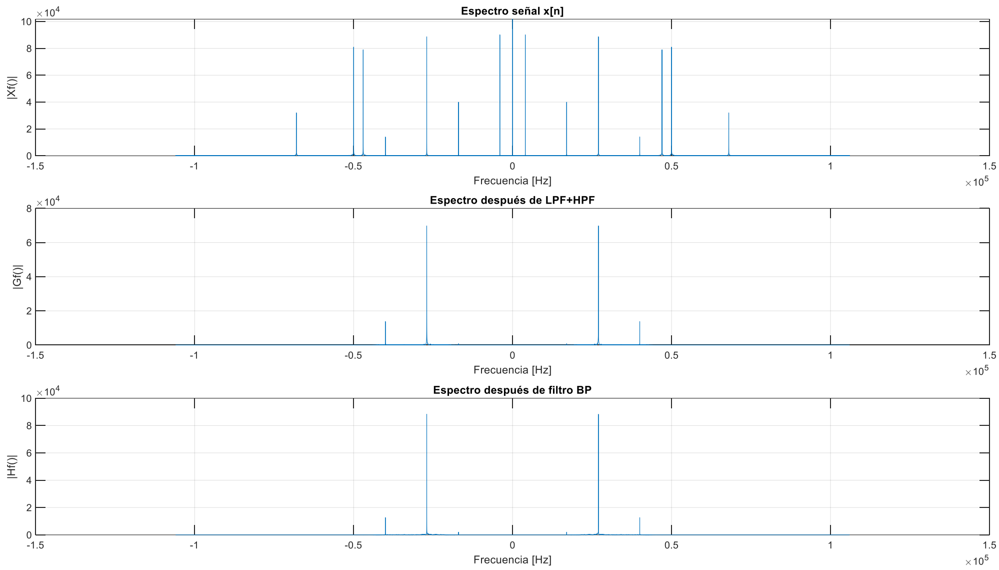
$F_6 = 50$ *kHz*

$F_7 = 68$ *kHz*

Por lo tanto, nos quedaríamos solo con dos armónicos, siendo estos:

$F_3 = 27$ *kHz*

$F_4 = 40$ *kHz*



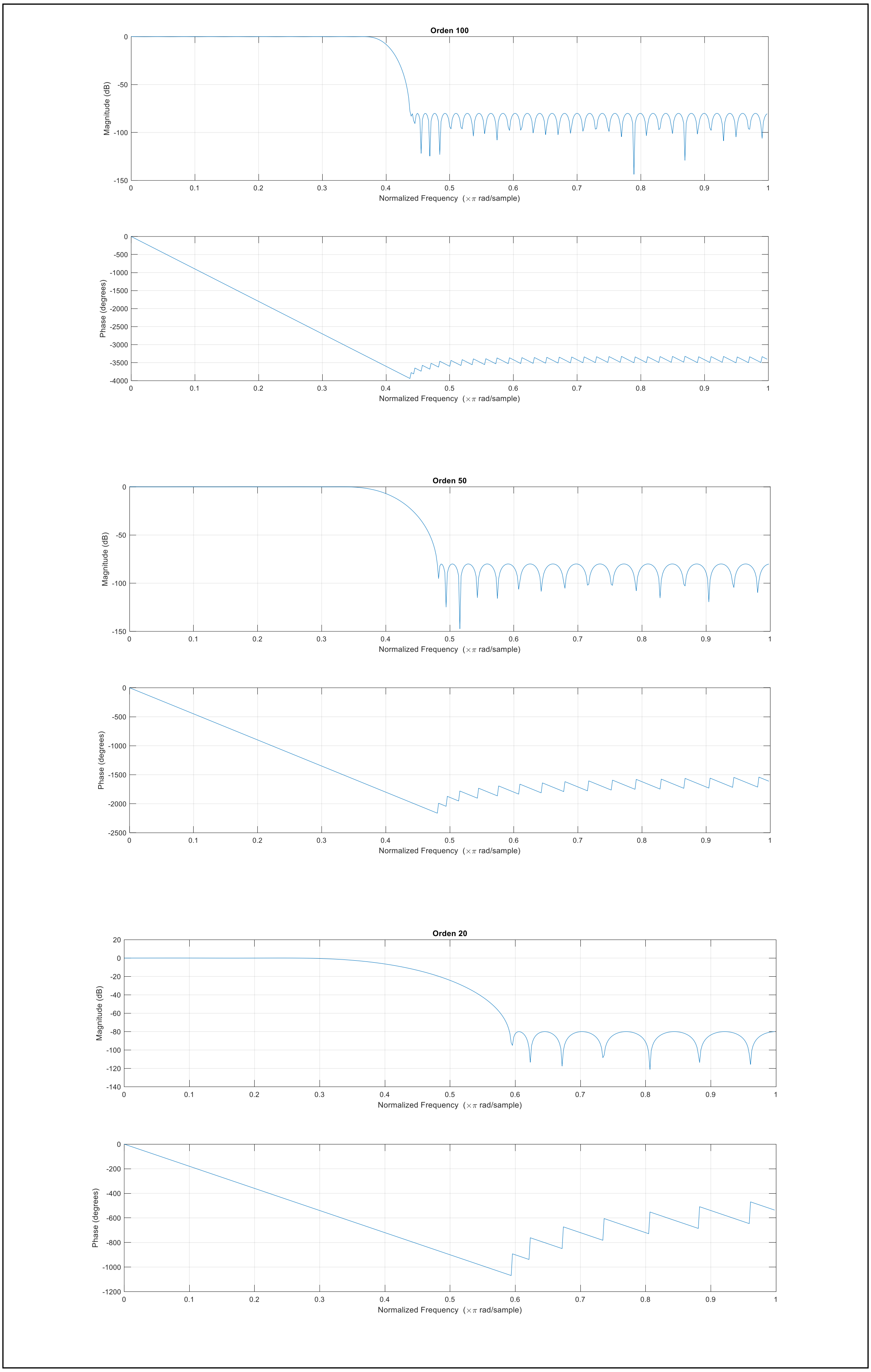
Como se puede ver en la gráfica superior los resultados son coherentes y concuerdan con lo explicado anteriormente.

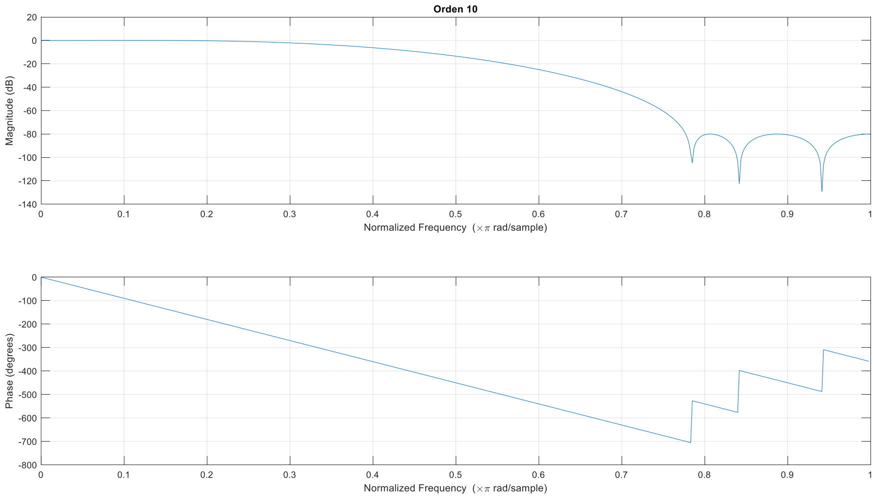
Orden del filtro

a) Modifique el orden del **filtro paso bajo** diseñado previamente a valores de 10, 20 y 50.

b) Analice los espectros en frecuencia de los cuatro filtros (órdenes 10, 20, 50 y 100). Para ello, emplee la función **`freqz`** de Matlab. Exponga y justifique gráficamente las conclusiones obtenidas del análisis.

Lo que se debería observar es que, a mayor número de coeficientes del filtro, menor es la banda de transición. Esto significa que hay mayor "precisión/resolución" en frecuencias cercanas a la frecuencia de corte del filtro.


Orden 100
Magnitude (dB)
Normalized Frequency (×π rad/sample)
Phase (degrees)
Normalized Frequency (×π rad/sample)
Orden 50
Magnitude (dB)
Normalized Frequency (×π rad/sample)
Phase (degrees)
Normalized Frequency (×π rad/sample)
Orden 20
Magnitude (dB)
Normalized Frequency (×π rad/sample)
Phase (degrees)
Normalized Frequency (×π rad/sample)



En primer lugar, se verifica que, a mayor número de coeficientes, se puede verificar que la banda de transición en efecto disminuye con el incremento del orden del filtro.

Por otra parte, se puede apreciar que el retardo de grupo va decreciendo a medida que se reduce la orden del filtro. Esto se observa en la fase del filtro, concretamente viendo como la pendiente va disminuyendo a medida que disminuye el orden del filtro.

c) ¿Cuántos milisegundos de retardo introduce cada uno de los cuatro filtros a la señal?

Los filtros van a producir un retardo de grupo de $\frac{L-1}{2} * T_{MUESTREO}$ *ya que son filtros simétricos y causales. En la gráfica inferior se han calculado los retardos de grupo de cada filtro en ms:*

```
retardo_100 =

    0.2358

>> retardo_50

retardo_50 =

    0.1179

>> retardo_20

retardo_20 =

    0.0472

>> retardo_10

retardo_10 =

    0.0236
```