

Laboratorio de Procesado Digital de Señal - 3º GITT

Informe Práctica 5: efectos de la precisión finita en el diseño de filtros digitales

Alumno 1:	Jaime Arana Cardelús
Alumno 2:	Guillermo Fernández Pérez
ID Grupo:	3A_LE2_G6
Calificación:	
Comentarios:	

Análisis general

En este bloque se realiza un análisis entre cada uno de los procesos realizados en los bloques anteriores.

Realice los siguientes apartados, a partir de los resultados de los bloques anteriores:

- a) Calcule el error cuadrático medio de las raíces (polos y ceros) de cada uno de los tres filtros cuantificados, con el filtro original.

$$ECM = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n |r_i - \hat{r}_i|^2$$

Donde r_i es la raíz i-esima del filtro original, \hat{r}_i es la raíz i-ésima cuantificada, y n es el número de raíces.

Indique el valor obtenido.

En la tabla inferior se presentan los errores cuadráticos medios de los diferentes filtros cuantificados con respecto al filtro original.

FILTROS CUANTIFICADOS	ECM
Cuantificación de los coeficientes	0.6146
Secciones de segundo orden	9.3878×10^{-6}
Cuantificación de las raíces	2.3052×10^{-6}

Para poder entender mejor los resultados es conveniente mostrar la función de transferencia de un filtro:

$$H(z) = \frac{\sum_{k=0}^M b_k * z^{-k}}{\sum_{k=0}^N a_k * z^{-k}} = \dots = \frac{\prod_{k=0}^M (1 - c_k * z^{-1})}{\prod_{k=0}^N (1 - p_k * z^{-1})}$$

En primer lugar, analizamos la cuantificación de los coeficientes. Como se puede observar en la función de transferencia, lo que caracteriza al filtro son sus raíces. Esto significa que cuanto más se asemejen las raíces del filtro tras la cuantificación al filtro original, menor será el valor del error cuadrático medio. Por lo tanto, en este primer caso, al cuantificar los coeficientes a_k y b_k el impacto que tendrá sobre las raíces del filtro no es directo. Esto conlleva a que el ECM sea el mayor de los casos analizados.

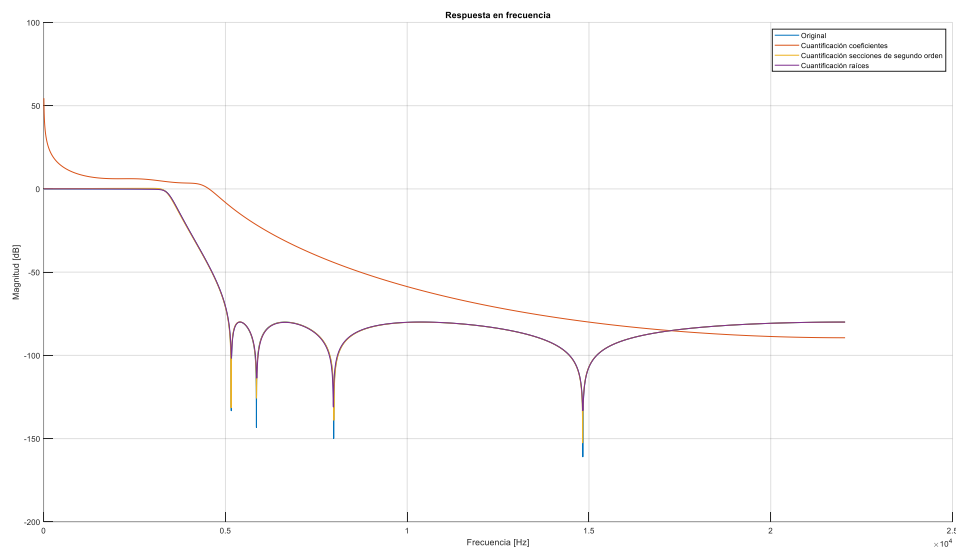
Con respecto a los siguientes casos, el impacto si es directo y esto tiene como consecuencia que el ECM sea mucho menor. Al tratarse el filtro original de un filtro con simetría par, el productorio de raíces se puede reescribir como un productorio de secciones de segundo orden. Al cuantificar las secciones de segundo orden no cuantificamos las raíces directamente, pero si se asemeja mucho a la cuantificación directa de las raíces. Es por esto, que la directa cuantificación de las raíces es el que menor ECM tiene, seguido de la cuantificación de las secciones de segundo orden.

- b) Analice las diferencias en la ganancia, en función de la frecuencia, de los cuatro filtros empleados en la práctica (filtro original, filtro con los coeficientes a y b cuantificados, filtro con los coeficientes de las Secciones de Segundo Orden cuantificados, y filtro con las raíces cuantificadas). Exponga y justifique gráficamente las conclusiones extraídas de dicho análisis.

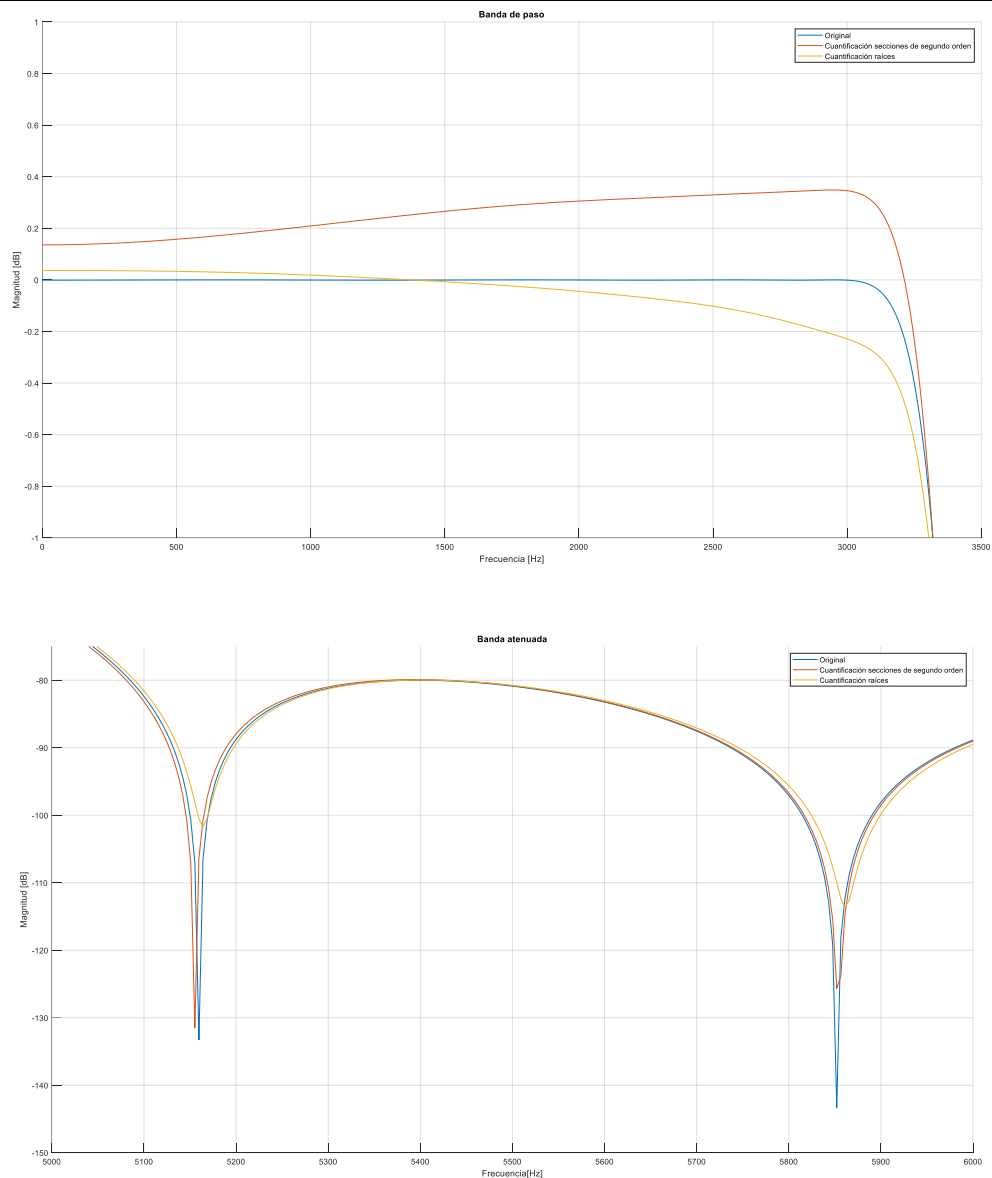
Para la representación de la ganancia deberá obtener la respuesta en frecuencia de cada uno de los filtros anteriores (utilizando la función `freqz` con 50.000 puntos) y representarla en decibelios vs. Hertzios.

Como era de esperar habiendo analizado el ECM de cada caso, la cuantificación de los coeficientes tiene una respuesta en frecuencia que no se asemeja nada con el filtro original. El error cometido es tan grande que hasta cambian las propiedades del filtro.

En el caso de la cuantificación de las raíces y de las secciones de segundo orden la respuesta en frecuencia, tanto de la banda de paso como la banda de rechazo se asemejan mucho, lo que corrobora los valores de ECM calculados en el apartado anterior.



En las siguientes gráficas se ha representado la banda de paso y la banda de rechazo ampliadas, del filtro original, el filtro con las secciones segundo orden cuantificadas y el filtro con las raíces cuantificadas, para ver las diferencias con mayor precisión.



En las gráficas superiores se puede apreciar que en la banda de paso el filtro resultante de cuantificar las secciones de segundo orden tiene mayor ganancia que el filtro original. Esto como se verá más adelante se puede observar en el diagrama de polos y ceros, en el cual los polos se encuentran más cerca de la circunferencia de radio unidad. Con respecto al filtro creado con la cuantificación de las raíces, tiene menor ganancia que el filtro original.

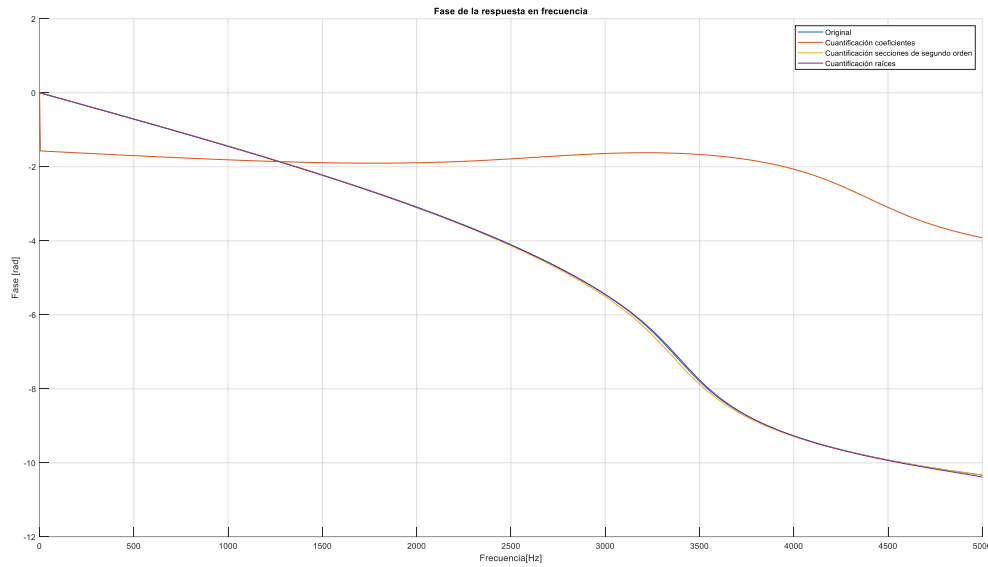
Por último, en la banda de rechazo se puede observar que la atenuación es muy parecida en los tres filtros, siendo la atenuación del filtro original ligeramente mayor.

- c) Analice las diferencias en la fase, en función de la frecuencia, de los cuatro filtros empleados en la práctica (filtro original, filtro con los coeficientes a y b cuantificados, filtro con los coeficientes de las Secciones de Segundo Orden cuantificados, y filtro con

las raíces cuantificadas). Exponga y justifique gráficamente las conclusiones extraídas de dicho análisis.

Para la representación de la fase, utilice la función `unwrap` para eliminar saltos en la fase.

En la gráfica inferior se presentan las fases de los filtros en la banda de paso, ya que son las frecuencias relevantes.



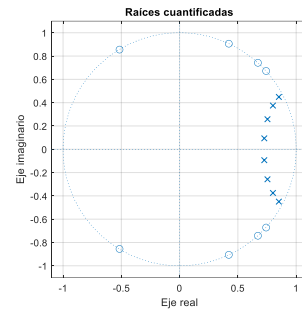
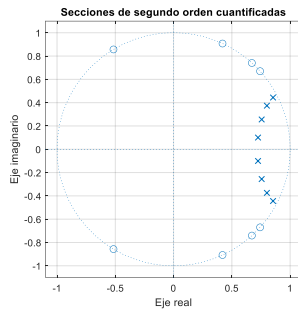
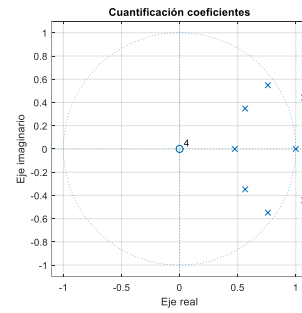
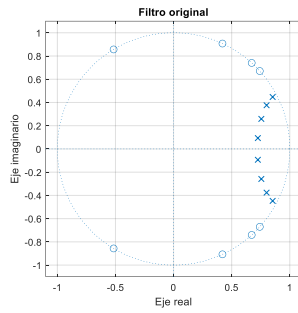
Para el caso de la cuantificación de los coeficientes como era de esperar la fase difiere de la fase original. El resto de las fases son prácticamente idénticas a la fase original.

Por último, hay que mencionar que como la fase no es lineal, la pendiente cambia en función de la frecuencia, por lo tanto, el retardo de grupo provocado también cambia en función de la frecuencia. Con esto podemos afirmar que son filtros IIR.

- d) Analice las diferencias en el diagrama de polos y ceros, de los cuatro filtros empleados en la práctica (filtro original, filtro con los coeficientes a y b cuantificados, filtro con los coeficientes de las Secciones de Segundo Orden cuantificados, y filtro con las raíces cuantificadas). Exponga y justifique gráficamente las conclusiones extraídas de dicho análisis.

Para evitar errores en la representación de los diagramas de polos y ceros emplee la función `zplane` con las raíces (polos y ceros) de cada uno de los filtros.

En la gráfica inferior se presentan los diferentes diagramas de polos y ceros para poder observar y analizar las diferencias entre ellos.



Como se puede observar y como era de esperar los diagramas del filtro creado a partir de las secciones de segundo orden cuantificadas y de las raíces cuantificadas, son prácticamente iguales que el diagrama de polos y ceros del filtro original. Como se había mencionado en el primer apartado los polos del filtro creado a partir de la cuantificación de las secciones de segundo orden, están ligeramente más cerca de la circunferencia de radio unidad, provocando ese aumento en ganancia.

En segundo lugar, el diagrama de polos y ceros del filtro creado a partir de la cuantificación de los coeficientes es coherente con los resultados anteriores. Como se había visto en la respuesta en frecuencia del filtro, cambiaba completamente con respecto al filtro original. Esto se puede ver en el diagrama de polos y ceros, pasando a ser un filtro inestable ya que hay polos que se encuentran fuera de la circunferencia de radio unidad.

Por último, se puede observar que en este último caso se pasa de tener 8 raíces en el filtro original, a solo 4. Esto se debe a que como se cuantifican los coeficientes, hay algunos que a la hora de cuantificarlos se han aproximado a cero, quedando eliminados de la expresión.