

Procesamiento Digital de la Señal

# Práctica 1: Muestreo y cuantificación

Informe de laboratorio



Javier Álvarez Martínez y Álvaro Prado Moreno  
3ºA LE1 G2  
19-2-2021

## Muestreo

### Apartado a)

La señal que se nos facilita es una señal digital. Se nos entrega un vector con los valores de  $\mathbf{x}$  y uno con la referencia temporal  $\mathbf{t}$ . Restando dos valores consecutivos del vector de tiempo obtenemos el período.  $T_{señal} = 6.25 \text{ us}$

### Apartado b)

Pasando la señal al dominio de la frecuencia y observando su ancho de banda podemos concluir:  $BW = 16\text{KHz} \Rightarrow f_{nyquist} = 32\text{KHz}$

### Apartado c)

Tras muestrear la señal  $x(t)$  con dos frecuencias distintas se obtienen dos vectores con una menor dimensión que la señal original:

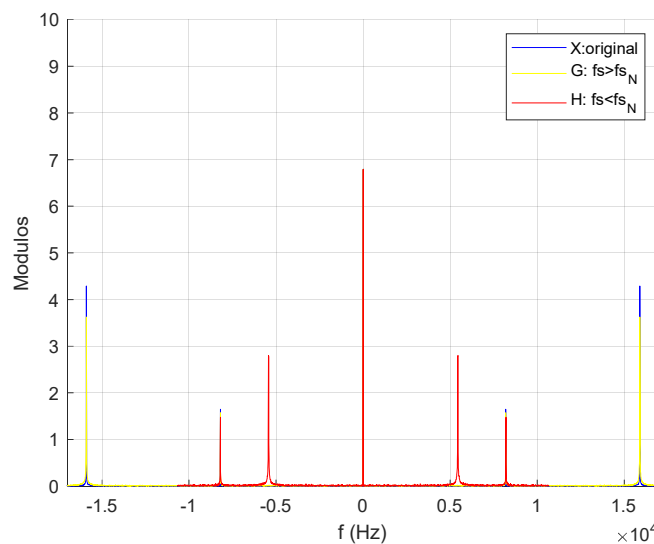
$g(t)$  resultado de muestrear con  $fs_g = 1.5 f_{nyquist} \Rightarrow 4801 \text{ muestras}$

$h(t)$  resultado de muestrear con una  $fs_h = \left(\frac{2}{3}\right) f_{nyquist} \Rightarrow 2134 \text{ muestras}$

A su vez la señal  $g(t)$  es mayor que  $h(t)$  porque el período de muestreo es menor.

### Apartado d)

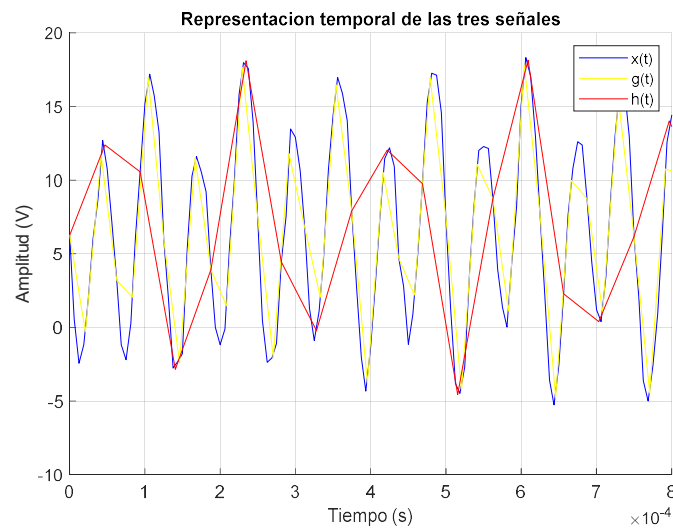
Se adjunta espectro de las tres señales:



Puede observarse como el espectro de  $g(t)$  coincide completamente con el espectro de  $x(t)$  debido a que se ha muestreado la señal con una frecuencia superior a la mínima (frecuencia de Nyquist). No obstante, el espectro de  $h(t)$  no coincide con el de  $x(t)$  tiene componentes en  $5.4\text{KHz}$  inexistentes en la señal original. Esto se debe a que la señal  $h(t)$  surge de muestrear con una frecuencia menor que la mínima, lo cual produce pérdida de la información debido al solapamiento espectral (aliasing).

#### Apartado e)

A continuación, se adjunta la representación temporal de las tres señales:



La señal  $h(t)$  tiene un menor  $T_{\text{muestreo}}$  que la señal  $g(t)$ . Esto puede observarse en la figura. Esta señal toma valores cada  $T_h = 46.875\text{ ns}$  de la señal original, de tal manera que acaba formando una señal que no representa con fidelidad a la  $x(t)$ . Por el contrario, la señal  $g(t)$  al tener un periodo de muestreo de  $T_g = 20.833\text{ ns}$  sí se ajusta con precisión al comportamiento de la señal original.

## Cuantificación Uniforme

### Apartado a)

Se utilizan B bits en total para la cuantificación. Por tanto, habrá  $2^B$  niveles de cuantificación

### Apartado b)

El salto de cuantificación viene determinado por los bits decimales. Cada unidad está dividida por  $2^D$  bits decimales. Por tanto, el salto de cuantificación es de  $\Delta = \frac{1}{2^D}$

### Apartado c)

Los extremos de la cuantificación serán  $[-2^{B-1}, 2^{B-1} - 1]$  teniendo en cuenta que se sigue una notación en complemento a 2. Por tanto, los valores máximo y mínimo son:

$$V_{max} = \Delta * (2^{B-1} - 1) = \frac{(2^{B-1} - 1)}{2^D}$$

$$V_{min} = \Delta * (-2^{B-1}) = \frac{(-2^{B-1})}{2^D}$$

### Apartado d)

El error de cuantificación se comporta como una variable aleatoria uniforme entre  $[-\frac{\Delta}{2}, \frac{\Delta}{2}]$  para cada muestra

$$\varepsilon_{min} = -\frac{1}{2^{D+1}}$$

$$\varepsilon_{max} = \frac{1}{2^{D+1}}$$

### Apartado e)

Concretando para B=5 y D=3, quedan los siguientes valores:

$$Niveles = 32$$

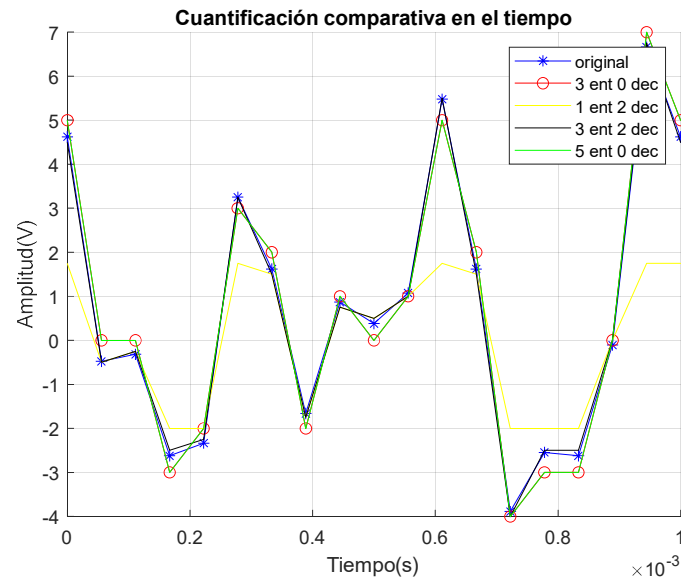
$$\Delta = \frac{1}{8}$$

$$Rango \text{ valores: } [-2, +1.875]$$

$$Rango \text{ valores error: } [-\frac{1}{16}, \frac{1}{16}]$$

## Apartado g)

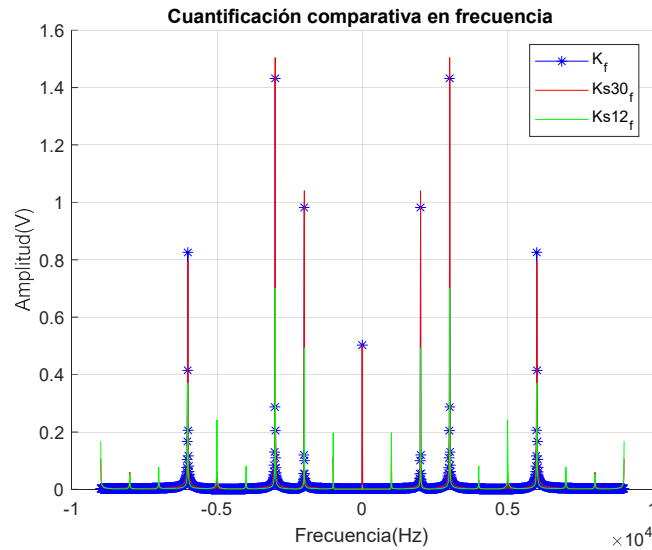
Análisis temporal:



En la representación temporal se puede apreciar que la señal que mejor se aproxima a la señal original es la que se ha cuantificado con 3 bits de parte entera y 2 bits de parte decimal. Con esta escala disponemos de un rango de valores de  $[-8, 7.75]$  siendo el máximo de nuestra señal 6.7 aproximadamente y el mínimo -3.4, por lo que se cumple con los límites y al tener bits reservados para la parte decimal la precisión es mayor por tener un escalón de cuantificación más estrecho.

También se puede ver como la cuantificación con 3 bits para la parte entera y 0 bits para la parte decimal coincide con la cuantificación de 5 bits para la parte entera y 0 bits para la decimal. Esto es debido a que únicamente son necesarios 3 bits para representar la parte entera. Por ello, pese a que ambas cuantificaciones son buenas, escogeríamos primero la que utiliza 3 bits para la parte entera y 0 para la decimal ya que con un menor número de bits somos capaces de realizar la misma aproximación. Por último, se puede apreciar como la representación mediante 1 bit de parte entera y 0 para la decimal no es correcta, ya que el rango de valores de esta escala es más pequeño que el rango de valores que toma  $k(t)$ .

Análisis espectral:



En la representación en frecuencia podemos apreciar lo explicado anteriormente. La señal cuantificada  $ks30$  se ajusta bastante bien a la señal original ( $k$ ) mientras que la señal cuantificada  $ks12$ , comete varios errores incluso llegando a crear valores en puntos donde la señal original vale 0.

Por ello entre estas dos señales es preferible elegir la que se ha cuantificado con 3 bits para parte entera y 0 para la parte decimal.

#### Apartado h)

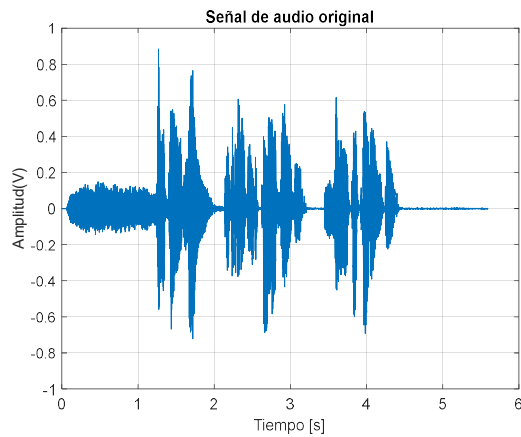
El error cuadrático medio mide el promedio de los errores al cuadrado entre dos conjuntos de datos, por lo que cuanto más grande es el error cuadrático medio peor es la cuantificación.

Sabiendo eso previamente podemos afirmar que la cuantificación que mejor se ajusta a la original es la que usa 3 bits para parte entera y 2 para decimal, ya que el error cuadrático medio es el de menor valor.

También se puede observar como coincide el error cuadrático medio entre las dos cuantificaciones que no disponen de bits para la parte decimal. Por último, la señal cuantificada que peor se ajusta a la original ya que tiene el error más alto es la que únicamente dispone de 1 bit para la parte entera y 2 para la parte decimal.

## Señal de audio

#### Apartado a)

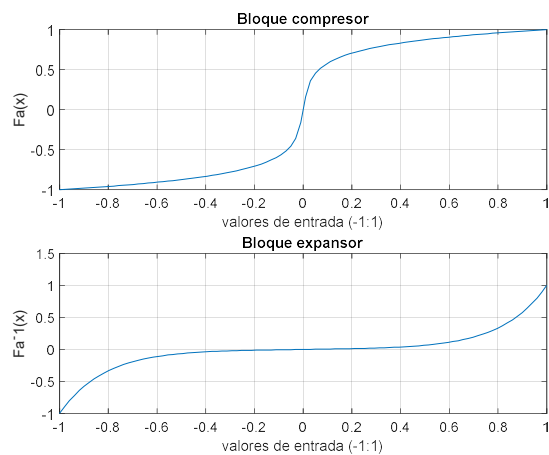


En esa gráfica se muestra la señal de audio original. Para elegir el muestreo hemos observado los valores máximo y mínimo de la señal que son 0.8843 -0.7211 respectivamente. Una vez vimos que la señal no disponía de parte entera decidimos que la mejor escala de cuantificación eran 7 bits de los cuales utilizamos 6 para la parte decimal y 1 para el bit de signo.

## Cuantificación no uniforme

### Apartado b)

A continuación, se muestra una imagen de los bloques compresor y expansor de la cuantificación no uniforme:

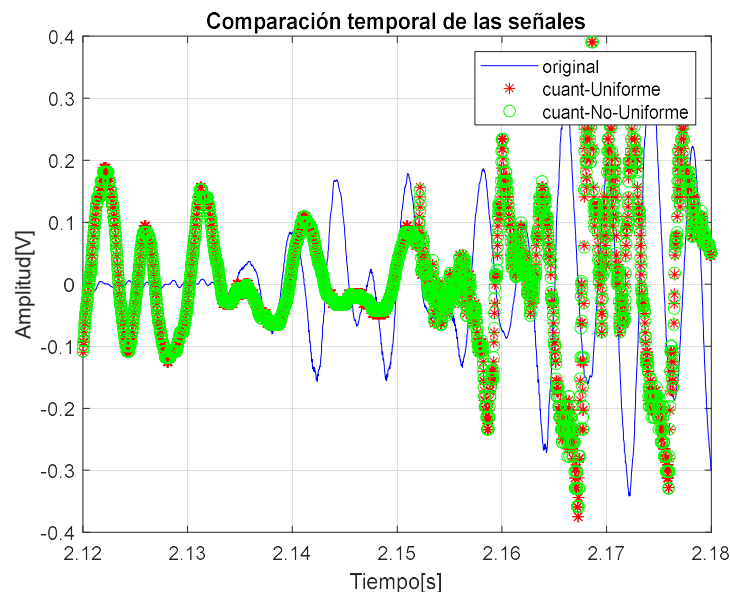


## Análisis de los resultados

### Apartado a)

Una vez reproducidas las señales en Matlab se puede apreciar como la señal cuantificada uniformemente tiene algo de distorsión de fondo mientras que la cuantificada no uniformemente pese a no ser perfecta, no se aprecia algo de distorsión en el fondo por lo que la cuantificación no uniforme se aproxima mejor a la señal original.

#### Apartado b)



En la imagen superior se puede apreciar como las dos señales se aproximan bastante a la señal original, aunque se puede distinguir que cuando la señal es aproximadamente 0, las señales cuantificadas dan algo de voltaje. Cuanto mayor es el nivel de amplitud de la señal original mejor es la aproximación de la cuantificación.

#### Apartado c)

Error cuadrático medio de la señal cuantificada uniformemente:  $1.907 \cdot 10^{-5}$

Error cuadrático medio de la señal cuantificada uniformemente:  $9.634 \cdot 10^{-6}$

Podemos ver como ambas señales se aproximan bastante a la señal original puesto que el error cuadrático medio es muy pequeño, sin embargo, si cabe destacar que la cuantificación no uniforme es mejor que la uniforme ya que es menor su error cuadrático medio. Esto último nos ayuda a reafirmar lo dicho con anterioridad, la señal cuantificada no uniformemente realiza una aproximación mejor a la señal original.