8

Bien contextualizado, la mayoría de los gráficos no han sido seleccionados de forma adecuada.

PRÁCTICA 2: CAMBIO DE LA FRECUENCIA DE MUESTREO

Procesamiento Digital de la Señal

Grupo G2-LE1

En el siguiente informe de laboratorio se responden a las preguntas planteadas en la práctica 2 de laboratorio

Álvaro Prado Moreno y Javier Álvarez Martínez

201800742 y 201707599

Introducción

En esta práctica se va a ahondar en el proceso de cambio de la frecuencia de muestreo. Se va a reducir la frecuencia de muestreo haciendo uso de un diezmador. A continuación, se va a aumentar la misma mediante un interpolador y un filtro digital. Por último, se pretende unir ambos módulos y un único filtro para lograr cambiar la frecuencia por un factor racional.

Parte 1: Diezmado por un factor entero

En esta sección nos vamos a centrar en el diezmado de una señal por un factor entero. A partir de una señal dada $x[n]$ utilizaremos un factor de diezmado y analizaremos el proceso tanto en frecuencia como en tiempo.

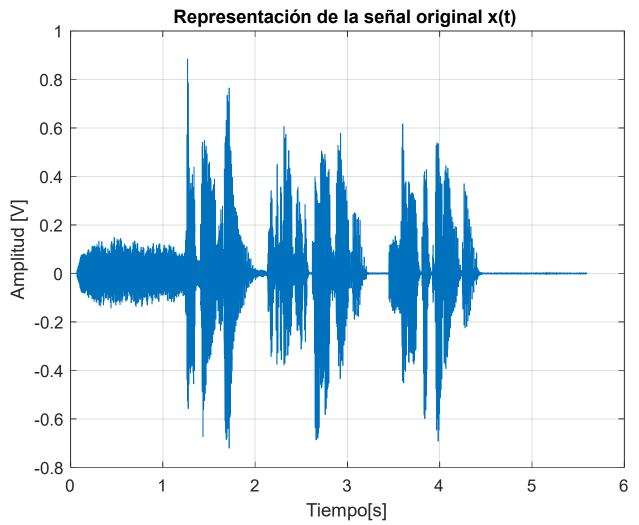
Apartado a)

Tras leer la señal mediante la función *audioread*, esta nos devuelve la frecuencia con la que ha muestreado la señal. $x[n]$ tiene la siguiente frecuencia de muestreo:

$$fs1 = 96\ KHz$$

Apartado b)

A continuación, se adjunta la señal $x(t)$ representada en el dominio temporal mediante las muestras del vector $x[n]$ y un vector de tiempos que empieza en $t = 0$.



Como puede observarse en la imagen, existen muestras con valores muy cercanos a $0V$. Aquellas que se encuentran al principio y final de la señal serán eliminadas en el siguiente apartado dando lugar a una nueva señal $y[n]$ con la que se llevará a cabo el resto de operaciones.

Apartado d)

En esta parte de la sección se ha generado una función en Matlab para diezmar una señal de entrada. Los argumentos de la función son:

- Entrada: Señal a diezmar, su vector de tiempos y el factor racional de diezmado
- Salida: Señal diezmada y su correspondiente vector de tiempos

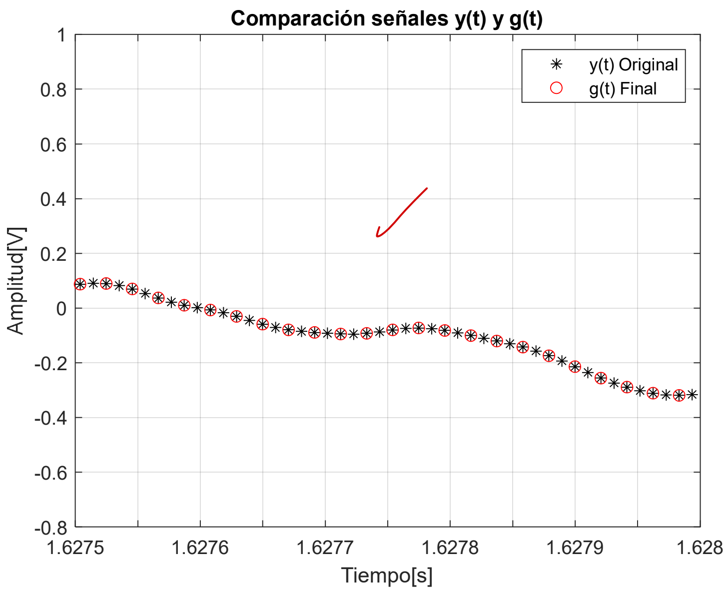
La señal $y[n]$ es diezmada con un factor de $M = 2$ dando lugar a la señal $g[n]$ (Consultar código en matlab). Los siguientes apartados hacen referencia a este proceso.

Apartado f)

La frecuencia de muestreo de la señal a la entrada x[n] es 96KHz y la señal $y[n]$, a la salida del diezmador, pasa a tener una frecuencia de $fs2 = \frac{fs}{2} = 48kHz$.

Apartado g)

A continuación, se adjunta una gráfica que muestra en el dominio temporal la señal $y(t)$ antes de ser diezmada y la señal $g(t)$ resultado de diezmar la señal por un factor $M = 2$

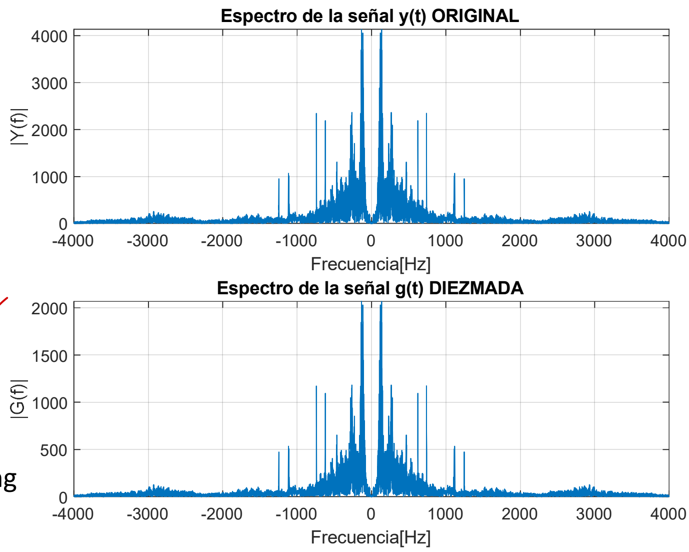


Puede verse como la señal final es resultado de tomar 1 de cada dos muestras de la señal original. Esto tiene como consecuencia un aumento del período en un factor M y una reducción de la frecuencia de muestreo tal que:

$$fs_{final} = \frac{fs_{original}}{M}$$

Apartado h)

A continuación, se adjunta la representación en el dominio de la frecuencia de ambas señales, la señal original y la señal a la salida del diezmador.



Puede observarse que el espectro es el mismo y que, por tanto, no ha habido pérdida de información. Esto se debe a que la frecuencia de muestreo $fs \geq 2 * BW$ cumpliendo el teorema de Nyquist desde un principio sin necesidad de un filtrado antialiasing previo.

También puede observarse como la amplitud de la señal diezmada se ha visto multiplicada por la frecuencia de muestreo $f_{muestreo} = \frac{1}{M} = \frac{1}{2}$ quedando reducida a la mitad de la amplitud original. $\Rightarrow$ ¡No!

Esto os pasa por no normalizar de forma adecuada la FFT.

Nota: se han representado ambas transformadas sin ser normalizadas por el <u>número</u> de muestras con el objetivo se ve los efectos del diezmado en la amplitud de la señal. $\rightarrow$ Esto es incorrecto.

Apartado i)

En caso de que la señal y[n] tuviera energía entre $[\frac{fs1}{2},\frac{fs2}{2}]$ a la hora de diezmar habría aliasing. Si lo pensamos en digital la frecuencia de muestreo es $\frac{1}{M}=\frac{1}{2}$ y habría señal entre $[\frac{1}{2},\frac{1}{4}]$. De tal manera que no se estaría cumpliendo el teorema de Nyquist $fs \geq 2*BW$. La solución sería un filtro paso bajo de frecuencia de corte $fc=\frac{fs1}{4}=24\ kHz$ para evitar el solapamiento.

Parte 2: Interpolación por un factor entero

En esta parte nos centraremos en la interpolación de una señal con un factor entero. Estudiaremos el proceso tanto a la salida del interpolador creado como a la salida del filtro usado tras interpolar.

Apartado a)

La función generada en Matlab para realizar la interpolación de una señal tiene los siguientes argumentos:

- Entrada: Señal a interpolar, su vector de tiempos y el factor racional de interpolación.
- Salida: Señal interpolada con su respectivo vector de tiempos.

Apartado c)

La señal que se introduce en el módulo que introduce 0 es la señal y[n] resultado de acortar la señal x[n] al principio de la práctica. La señal a la salida del interpolador es $h[n]$

$$y[n] => fs1 = 96\ KHz$$

$$h[n] => fs2 = fs1 * L = 192\ KHz$$

Apartado e)

A la señal $h[n]$ se le somete a un filtrado ya que, debido a la compresión del espectro tras el módulo que añadía ceros, hay información redundante en réplicas repetidas dentro del período fundamental. Este filtrado supone una pérdida de potencia que debe ser compensada con una ganancia $G = L$ por parte del filtro. ¿ Justificación matemática de la ganancia ?

Apartado f)

Para filtrar se ha elegido una frecuencia de corte de $fc = \frac{1}{2*L}$ en digital que equivale en analógico a $fc = \frac{1}{2*L} * fs2 = 48\ KHz$. Esta decisión se ha tomado ya que el $BWmáx$ de la señal antes de la interpolación es de $BW = \frac{1}{2}$ en digital. Por tanto, aplicando el efecto de la interpolación obtenemos que el $BWmax = \frac{1}{2*L} = \frac{1}{4}$ tras la interpolación.

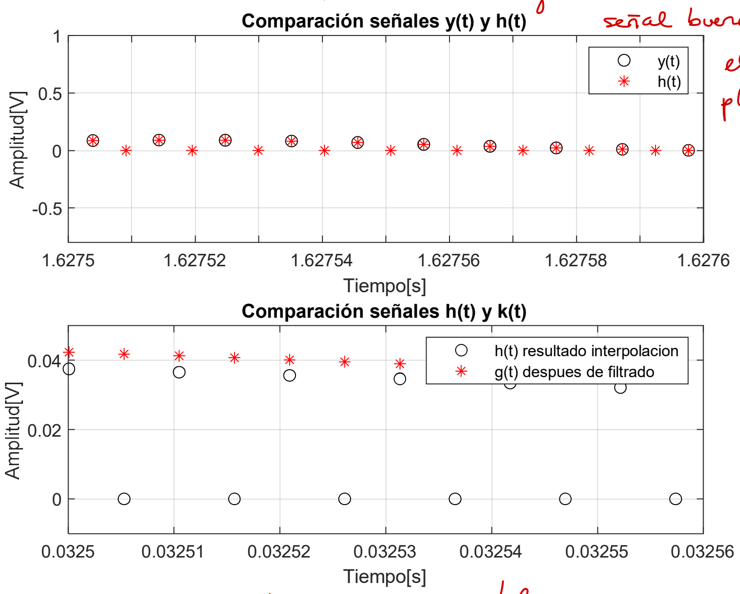
$$fc = \frac{fs_2}{2L} = \frac{L \cdot fs_1}{2L} = \frac{fs_1}{2}$$

No habéis elegido un trozo de señal bueno para el plot.

Apartado g)

En la primera gráfica se puede observar como la señal $h(t)$ es resultado de introducir un 0 por cada muestra de la señal $y(t)$. Teniendo esta primera 2 veces más muestras que la señal original por ser la $L = 2$

En cuanto a la siguiente gráfica, se puede observar como al someter a la señal h(t) a un filtrado óptimo la señal se reconstruye y los ceros introducidos pasan a ser nuevos valores de la señal.

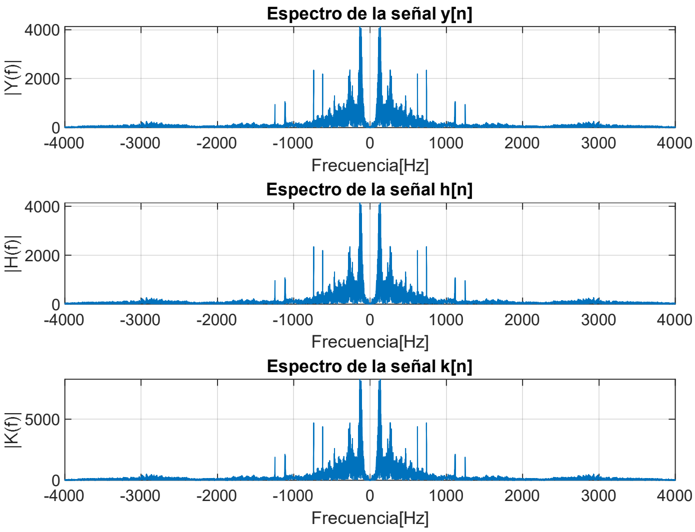


Estas gráficas no son muy útiles.

Apartado h)

En la figura que se muestra a continuación, se puede observar como la forma del espectro no ha cambiado en ninguno de los pasos que se han llevado a cabo en la interpolación. Por tanto, esto quiere decir que la información se ha mantenido.

Tras insertar 0, puede observarse como la amplitud del espectro se mantiene. Por último, tras el filtrado se observa la ganancia que ha aportado el filtro para compensar la pérdida de potencia debido a la eliminación de réplicas (que no se ven porque estamos representando únicamente un periodo). Por ello, el último espectro tiene el doble de amplitud que los anteriores ya que la ganancia era de $L = 2$



Apartado i)

Esto habría quedado más claro con una gráfica del algoritmo.

Si se quiere realizar el proceso de interpolación sin tener que llevar a cabo un filtrado se puede añadir ceros a la transformada de Fourier de la señal original ya que esto tiene el efecto de compresión del espectro sin que aparezcan nuevas réplicas. Tras hacer esto y obtener la transformada inversa tendremos nuestra señal interpolada.

El objetivo es tener NL muestras en la señal de salida por lo que tenemos que introducir NL-N muestras a cero en nuestra señal, siendo L el factor de interpolado y N el número original de muestras. A cada lado de nuestra señal deberemos introducir (N*L-N)/2 muestras a cero para que así nos de el total de muestras deseada y una vez realicemos la transformada inversa ya tengamos la interpolación.

En nuestro caso en el que el factor de interpolación es 2 tendríamos que añadir $(2 * N - N)/2$= N/2= 208779 muestras a cero a cada lado de la transformada de Fourier de nuestra señal original.

Parte 3: Cambiar la frecuencia de muestreo por un factor racional

En la última parte de la práctica utilizaremos los conceptos trabajados anteriormente para cambiar la frecuencia de muestreo por un factor racional. Nos serviremos del interpolador y del diezmador usados previamente para trabajar con el factor racional.

Apartado a)

La frecuencia de la señal $y[n]$ es de $fs1 = 96KHz$ para a la salida tener una frecuencia de $fs2 = 128KHz$ habrá que multiplicar la $fs1$ por un factor $K = \frac{4}{3} = \frac{L}{M}$

Apartado c)

La frecuencia de muestreo de la señal a la salida del interpolador $h[n]$ es de $fs2 = L * fs1 = 4 * fs1 = 384KHz$

Apartado e)

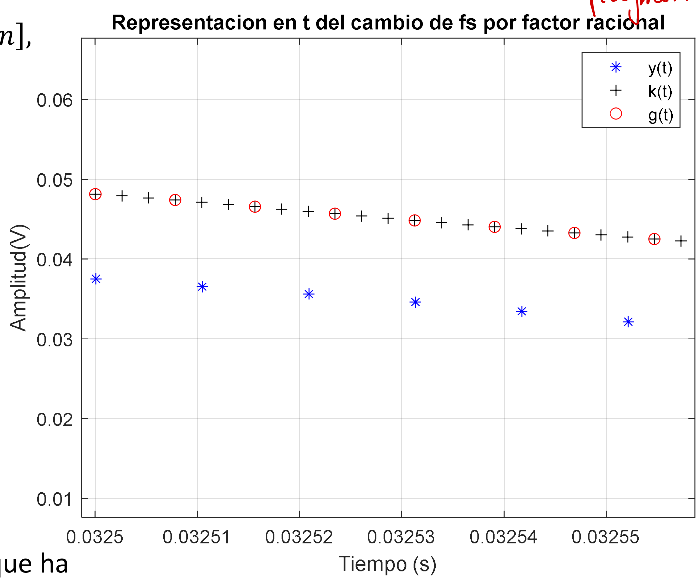
La ganancia del filtro al igual que el apartado anterior es de L. En este caso el factor de interpolación es $L = 4$. Con esta ganancia se consigue compensar la pérdida de potencia por la pérdida de réplicas.

En cuanto a la frecuencia de corte del filtro, esta es $fc = \frac{1}{2*L} = \frac{1}{8}$. Esto pasado a analógico es $fc = \frac{1}{8} * fs2 = 48KHz$. El motivo por el que se ha elegido esta frecuencia de corte es que es igual que el BW de la señal tras el efecto de compresión por el factor L.

Apartado g)

Aquí no se aprecia bien, no habéis elegido un buen fragmento de señal.

Tras filtrar la señal $h[n]$ se obtiene la señal $k[n]$, la cual se somete a un diezmado de factor $M = 3$ dando lugar a $g[n]$. A continuación se ilustra el proceso.



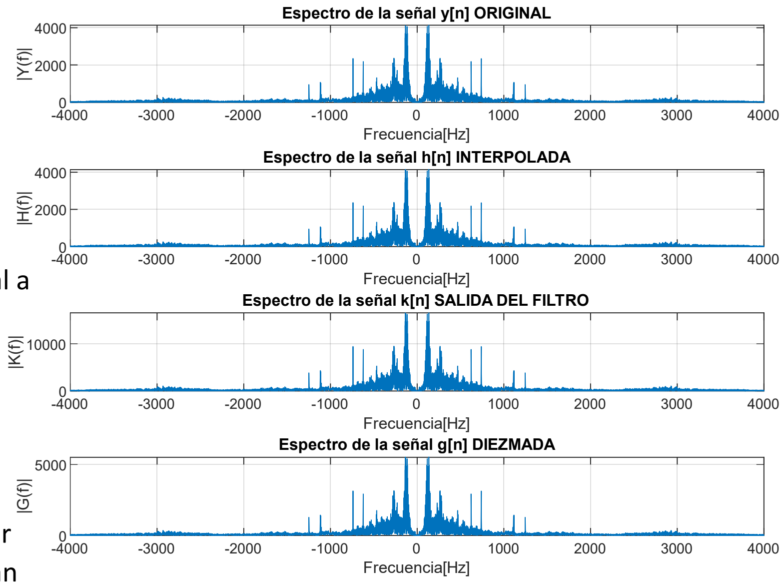
En la imagen adjunta se puede observar como la señal k(t) es resultado de añadir 3 muestras por cada muestra de la señal original (interpolación de factor L=4).

Posteriormente, se lleva a cabo un diezmado de factor (M=3) dando como resultado la señal g(t). Esta última toma 1 de cada 3 muestras de la señal k(t).

~~El cambio en amplitud se debe a la ganancia que ha introducido el filtro.~~

Apartado h)

En la imagen que se adjunta a continuación se muestra la comparación de los espectros a lo largo de todo el proceso de cambio de frecuencia de muestreo. Se puede ver la señal original, la señal a la salida del interpolador, la señal a la salida del filtro y, por último, la señal a la salida del diezmador que es la señal al final del proceso.



Como se puede observar la forma del espectro de la señal no ha cambiado en ninguno de los procesos realizados, por lo que podemos afirmar que el interpolado y el diezmado se han efectuado correctamente y no tenemos pérdida de información.

Los únicos cambios que se pueden observar son las amplitudes de las señales. Como se ha explicado previamente, tras insertar ceros, no hay cambio de amplitud, sin embargo, la amplitud a la salida del filtro ha cambiado, ya que está multiplicada por la ganancia de dicho filtro (L=4) para compensar la pérdida de potencia y la amplitud de la señal a la salida del diezmador se ha visto disminuida 1/3 por el factor de diezmado.

Conclusión

En esta práctica hemos sometido a una señal de audio a los procesos de interpolación y diezmado explicados previamente en las clases de teoría.

Se ha comprendido que para realizar una buena interpolación o un buen diezmado, el espectro de la señal a la salida de cada proceso no debe variar, para que no haya pérdida de información. ~~Así mismo, se ha comprobado que la amplitud sí varía sin afectar esto a la información.~~

Se ha comprobado de manera experimental como realmente en el dominio temporal las operaciones de diezmado y filtrado se traducen en coger muestras de la señal original y en introducir ceros, respectivamente.

Por último, al trabajar con el cambio de frecuencia de muestreo por un factor racional se ha verificado que es importante interpolar primero, ya que con este proceso se evita el aliasing que pudiera introducir el diezmado.