Laboratorio de Procesado Digital de Señal - 3º GITT

Informe Práctica 1: muestreo y cuantificación

Alumno 1:	*Jaime Arana Cardelús*
Alumno 2:	*Guillermo Fernández Pérez*
ID Grupo:	3A_LE2_06
Calificación:	
Comentarios:	

Muestreo

A partir de la señal facilitada al alumno, realice los siguientes apartados, respondiendo a las preguntas que se plantean:

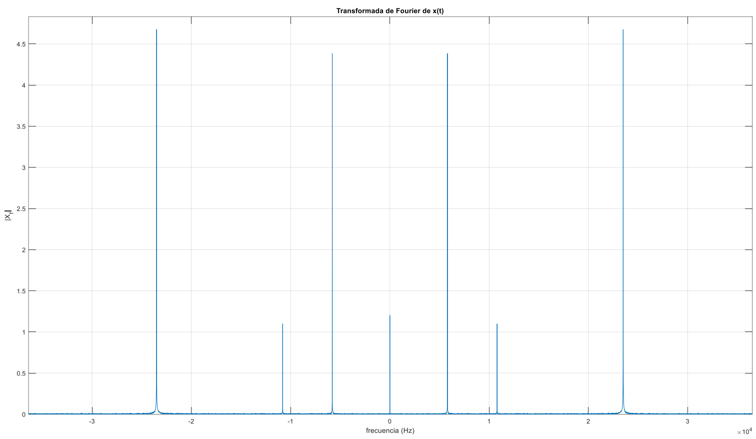
a) Indique la frecuencia de muestreo (f_{s-x}) de la señal facilitada (x(t)).

Para calcular la frecuencia de muestreo hemos cargado la señal y luego restado dos valores consecutivos del vector de tiempos proporcionado al cargar la señal. Si hacemos el inverso del periodo calculado, obtenemos una frecuencia de muestreo de 160 kHz y, por lo tanto, un periodo de muestreo de 6.25 us.

$$f_s = 1 / T_s$$

b) Indique la frecuencia de Nyquist (f_{s-min}) de la señal x(t).

Hemos representado el espectro de la señal para ver el BW de la señal y así poder determinar a qué frecuencia mínima se puede muestrear sin que se produzca pérdida de información por solapamiento espectral (aliasing).



En la gráfica se puede ver que la señal tiene un BW = 23.5 kHz.

$$f_s \geq 2 f_{\max}$$

*Por lo tanto, la frecuencia mínima o la frecuencia de Nyquist será 2*BW = 47 kHz.*

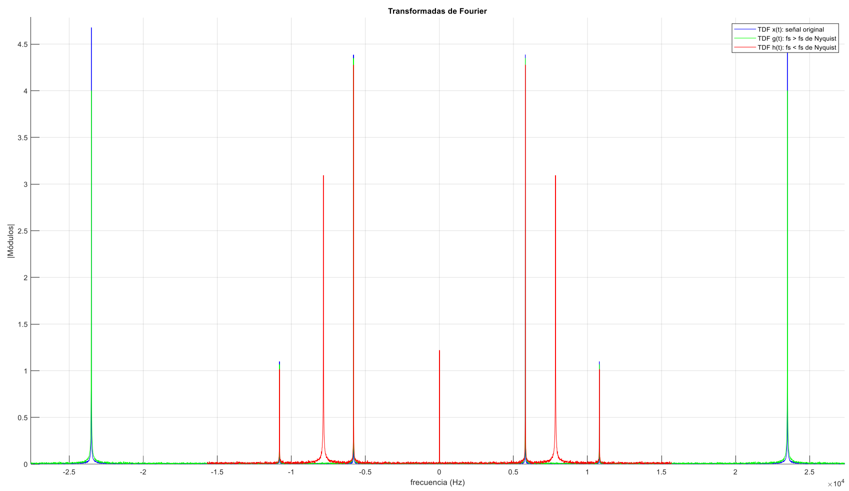
c) Calcule la señal g(t) como resultado de muestrear la señal x(t), entre `t(1)` y `t(end)`, a una frecuencia $f_{s-g} = \frac{3}{2} \cdot f_{s-min}$ y una frecuencia $f_{s-h} = \frac{2}{3} \cdot f_{s-min}$, comente los resultados.

Al cambiar la frecuencia de muestreo para calcular las señales g(t) y h(t), lo que obtendremos es una señal con una con mayor cantidad de muestras (g(t)) y una con menor cantidad de muestras (h(t)).

Esto se debe a que al aumentar o disminuir la frecuencia de muestreo se está aumentando o disminuyendo la cantidad de muestras que se cogen cada segundo.

d) Represente el espectro en frecuencia de x(t), desde $-f_{s-x}/2$ hasta $f_{s-x}/2$; de g(t), desde $-f_{s-g}/2$ hasta $f_{s-g}/2$; y de h(t), desde $-f_{s-h}/2$ hasta $f_{s-h}/2$, superpuestas en la misma figura. Explique las conclusiones extraídas de analizar el resultado de la figura. ¿Qué es la energía de poca potencia que se ve en todo el rango de frecuencias?

En este apartado se van a mostrar los diferentes espectros de las señales x(t), g(t) y h(t) calculadas en el apartado anterior. Los espectros de las tres señales se muestran en la siguiente gráfica.

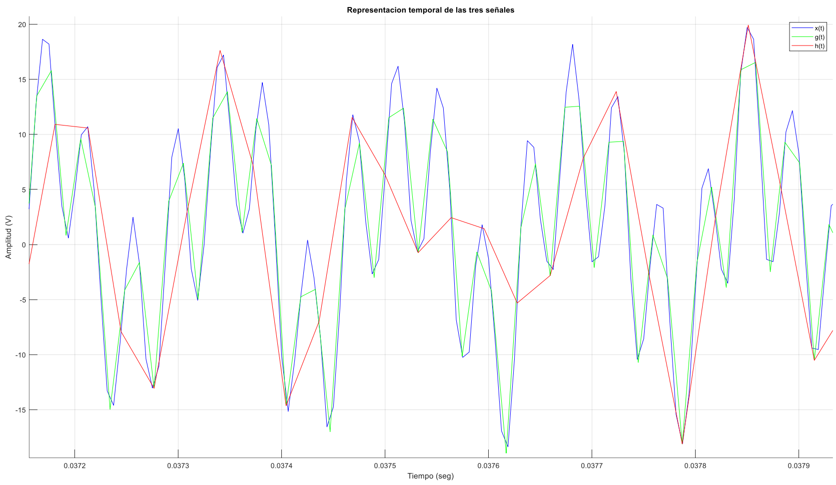


Como se puede apreciar en la gráfica, la señal g(t) y x(t) tienen el mismo espectro. Esto se debe a que la señal g(t) ha sido muestreada a una frecuencia mayor a la de Nyquist y, por lo tanto, no tiene ninguna pérdida de información.

Sin embargo, la señal h(t) ha sido muestreada a una frecuencia inferior a la de Nyquist y eso significa que se va a producir pérdida de información debido al aliasing (solapamiento espectral). Es por eso, que la TDF de h(t) no tiene la componente en 23.5 kHz, pero sí que crea una componente en 7.8 kHz que el espectro de la señal original x(t) no tiene.

e) Superponga en una misma figura x(t), g(t) y h(t) en el tiempo, con el vector de tiempo correspondiente para cada uno. Exponga las conclusiones extraídas de la representación.

En este apartado se van a analizar las diferencias entre las tres señales x(t), h(t) y g(t) en el dominio temporal. Se van a comparar las tres señales en una misma gráfica y de esa forma poder ver las diferencias entre las tres.



La señal h(t) al estar muestreada con una frecuencia de muestreo, en valor menor, a la de x(t), tiene un periodo de muestreo menor. Al haber pérdida de información por el muestreo con una frecuencia de muestreo inferior a la de Nyquist, la señal tiene en un mismo intervalo temporal menos muestras que la x(t).

Cuantificación Uniforme

Responda a las siguientes preguntas para un cuantificador uniforme:

a) ¿Cuántos niveles de cuantificación se tendrán si se utilizan B bits para cada nivel de cuantificación (con 1 bit para el signo) y D bits decimales?

Como se ha visto en la teoría si se utilizan B bits para la cuantificación, habrá 2 $^{B\ bits}$ niveles de cuantificación.

b) ¿De qué magnitud es el salto entre dos niveles de cuantificación consecutivos en el caso anterior?

El salto de cuantificación se determina por los bits decimales. Esto significa que cada unidad salto es de $\Delta = \frac{1}{2^D}$, *estando cada unidad dividida por* $2^{D\ bits}$

c) ¿Cuál es el rango (niveles máximo y mínimo) de la cuantificación para el caso planteado?

Los extremos de la cuantificación son [-2^{B-1}, -2^{B-1} - 1], por lo tanto, los valores máximos y mínimos son:

$$V_{max} = \Delta * \left(2^{B-1} - 1\right) = \frac{\left(2^{B-1} - 1\right)}{2^D}$$

$$V_{min} = \Delta * \left(-2^{B-1}\right) = \frac{\left(-2^{B-1}\right)}{2^D}$$

d) ¿Cuál es el rango (valores máximo y mínimo) de error de cuantificación ε para una muestra?

Para una muestra el error de cuantificación se comporta como una variable aleatoria uniforme, con los límites entre $[-\frac{\Delta}{2}, \frac{\Delta}{2}]$. *Por lo tanto, el rango de valores máximo y mínimo son:*

$$\varepsilon_{min} = -\frac{1}{2^{D+1}}$$

$$\varepsilon_{max} = \frac{1}{2^{D+1}}$$

e) Indique el número de niveles de cuantificación, el salto entre dos niveles consecutivos, los niveles máximo y mínimo de la cuantificación, y el rango de error de cuantificación, para B = 5 y D = 3.

Niveles = 2^B = 32

$\Delta = \frac{1}{2^B} = \frac{1}{8}$

Rango valores: [-2, 1.875]

Rango error: [-$\frac{1}{16}$, $\frac{1}{16}$]

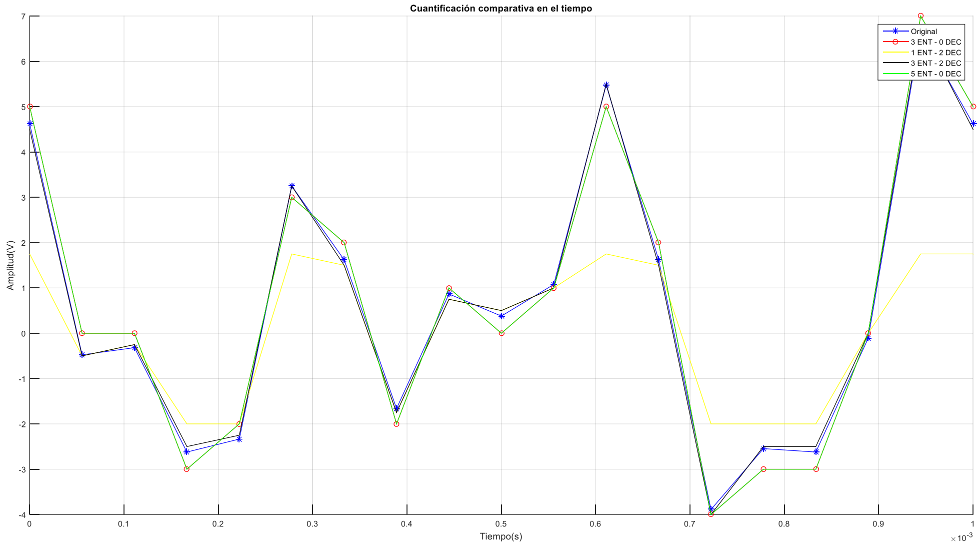
f) Cuantifique la señal k(t) con palabras que tengan 1 bit de signo con:

- 3 bits de parte entera y 0 bits de parte decimal. La señal resultante será $k_{S3.0}(t)$.
- 1 bit de parte entera y 2 bits de parte decimal. La señal resultante será $k_{S1.2}(t)$.
- 3 bits de parte entera y 2 bits de parte decimal. La señal resultante será $k_{S3.2}(t)$.
- 5 bits de parte entera y 0 bits de parte decimal. La señal resultante será $k_{S5.0}(t)$.
-

Este apartado se contesta en el código Matlab, ya que no se pide explicar nada.

g) Analice, en el dominio del tiempo, las diferencias entre las señales k(t), $k_{S3.0}(t)$, $k_{S1.2}(t)$, $k_{S3.2}(t)$ y $k_{S5.0}(t)$. También analice, en el dominio de la frecuencia, las diferencias entre las señales K(f), $K_{S3.0}(f)$ y $K_{S1.2}(f)$. Exponga y justifique gráficamente las conclusiones extraídas de dicho análisis. Para ello, muestre las figuras que considere necesarias, ampliando convenientemente la zona de análisis.

En la siguiente gráfica se muestran las señales cuantificadas en comparación con la señal original:



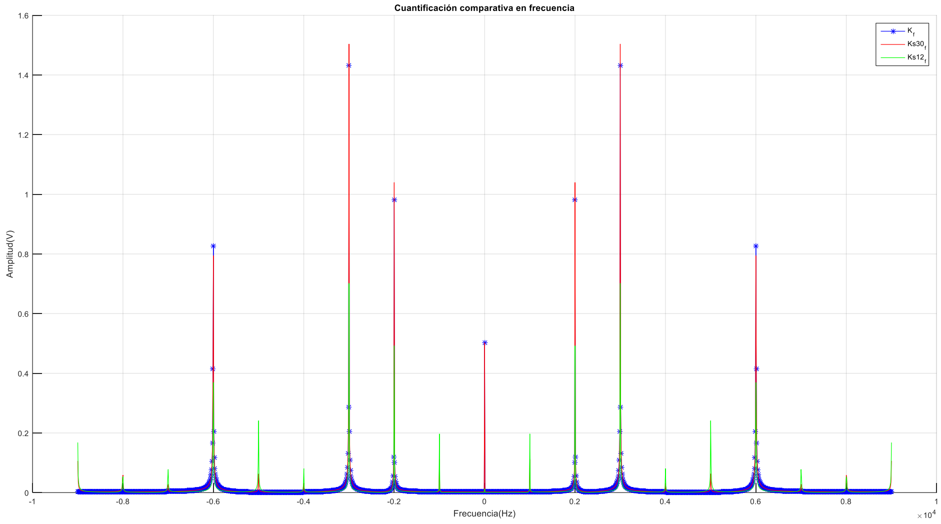
Antes de ver analizar los resultados es importante pensar que es lo uno espera ver en la gráfica para así entender mejor los resultados. En este caso la esperamos que la cuantificación con 3 bits para la parte entera y 2 en la decimal. En primera instancia puede parecer que la mejor cuantificación se produzca con 5 bits para la parte entera y 0 para la decimal, no obstante, si se ve el rango de valores de la señal original tenemos como valor máximo alrededor de 7 [V/V] y el valor mínimo en aproximadamente -4 [V/V]. Esto significa solo nos hacen falta 3 bits para poder representar la parte entera. Es por eso, que esperamos que la cuantificación de 3 bits para la parte entera y 2 para la decimal sea la mejor de todas.

Analizando los resultados en la gráfica es posible ver como la peor cuantificación de todas se produce cuando se utiliza 1 bit para la parte entera y 2 para la decimal. Este resultado era de esperar ya que el rango de valores es demasiado pequeño y los valores más altos y bajos (picos) no consigue cuantificarlos correctamente. Por lo tanto, se obtiene saturación.

Como se había previsto la mejor cuantificación se produce con 3 bits para la parte entera y 2 para la decimal. Los dos bits para la parte introducen una precisión mayor ya que el escalón de cuantificación se hace más estrecho.

La cuantificación con 5 bits para la parte entera y 0 para la parte decimal es igual que la cuantificación con 3 bits para la parte entera y 0 para la parte decimal. Si se tuviese que elegir entre ambas cuantificaciones se cogería la cuantificación con solo 3 bits para la parte entera, ya que con menor cantidad de bits se es capaz de hacer la misma aproximación.

En la siguiente gráfica se muestras los espectros de las señales cuantificadas, *$K(f)$, $K_{S3.0}(f)$ y $K_{S1.2}(f)$, en comparación con la señal original:*



La señal cuantificada $K_{S3.0}(f)$ se asemeja bastante a la señal original, como era de esperar después analizar las señales en el dominio del tiempo. En el dominio de la frecuencia también se puede ver como la señal $K_{S3.0}(f)$ es prácticamente igual que la señal original.

Al igual que con $K_{S3.0}(f)$, los resultados de $K_{S1.2}(f)$ también concuerdan con los resultados obtenidos en el dominio temporal. En el espectro aparecen no linealidades que se producen por el efecto de la saturación comentado y analizado en el dominio temporal.

h) Calcule el error cuadrático medio cometido en cada una de las señales cuantificadas respecto de la señal original k(t).

$$ECM = \frac{1}{N} \cdot \sum_{n=1}^{N} |k[n] - k_{SE.D}[n]|^2$$

Donde $k[n]$ es la muestra n-ésima de la señal original, $k_{SE.D}[n]$ es la muestra n-ésima de la señal cuantificada, y N es el número de muestras de las señales.
Comente los resultados obtenidos en función de la parte entera y la parte decimal de los niveles de cuantificación.

En este apartado se van a analizar los ECM para ver y corroborar los resultados obtenidos en los apartados anteriores.

ECM para cuantificación con 3 bits entera y 0 decimal:

```
ecm_s30 =

    0.1153
```

ECM para cuantificación con 1 bit entera y 2 decimal:

```
ecm_s12 =

    2.9667
```

ECM para cuantificación con 3 bits entera y 2 decimal:

```
ecm_s32 =

    0.0090
```

ECM para cuantificación con 5 bits entera y 0 decimal:

```
ecm_s50 =

    0.1153
```

Viendo los valores para el ECM obtenemos el siguiente resultado (menor es mejor):

ECM_s32 < ECM_s30 < ECM_s50 < ECM_s12

Estos resultados con congruentes con los obtenidos en apartados anteriores ya que la cuantificación con 3 bits para la parte entera y 2 para la decimal es la menor ECM tiene y por lo tanto la que mejor se aproxima a la señal original.

Al igual que en apartados anteriores se puede observar que la cuantificación con 3 bits para la parte entera y 0 para la parte decimal tiene el mismo ECM que la cuantificación con 5 bits para la parte entera y 0 para la parte decimal. Como se ha explicado antes esto se debe a que solo hacen falta 3 bits para poder representar la parte entera. Los 2 bits adicionales no aportan ninguna mejora.

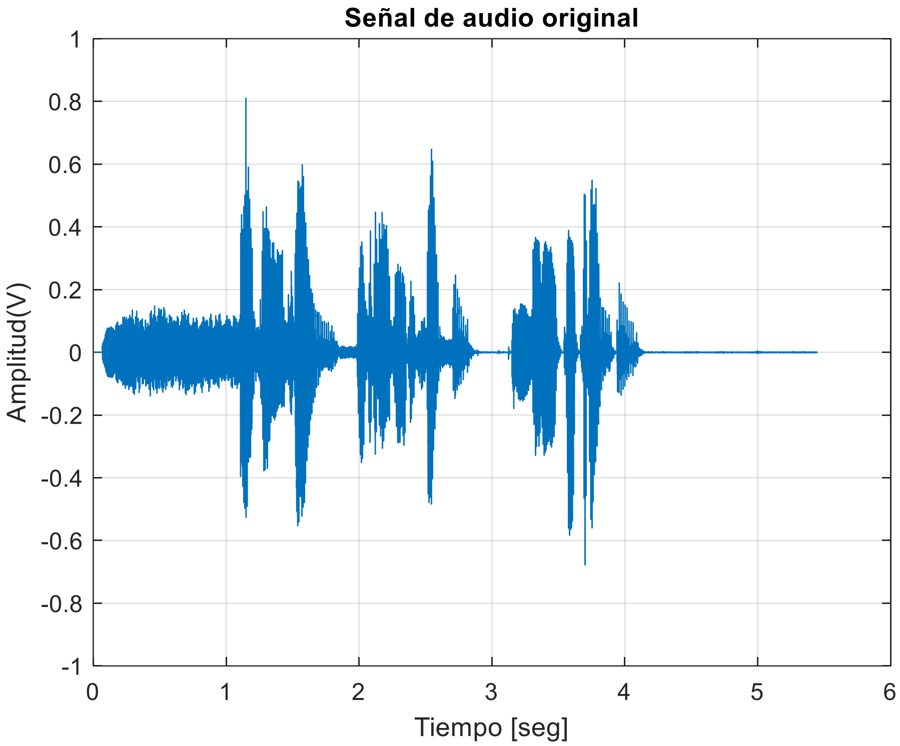
Basándose en los resultados anteriores y teniendo en cuenta **el archivo de audio suministrado**, realice los siguientes apartados:

Nota: Para el desarrollo de esta parte de la práctica el alumno necesita unos altavoces o auriculares.

a) Cuantifique uniformemente la señal y[n] obtenida a partir de la señal de audio facilitada por el profesor, donde y[n] es la parte de x[n] que contiene sonido. Es decir, ignore de x[n] las muestras de los intervalos de reposo (|x[n]| < 0,01 V)[1] anteriores y posteriores a la voz. **Emplee para ello un cuantificador de 7 bits**. La señal resultante será q_u[n]. Use la función ''**audioread''** o ''**wavread'' para leer el fichero y "sound'' para reproducirlo**. El alumno deberá seleccionar el número bits que asigna a la parte entera y a la parte decimal respectivamente y exponer el razonamiento llevado a cabo.

[1] Ajuste el nivel de 0,01 V al valor adecuado para eliminar los silencios anterior y posterior a la voz, en función de la onda facilitada por el profesor.

En primera instancia es importante mostrar gráficamente la señal original y así poder ver los valores de la amplitud de la señal original. Para poder elegir la escala de cuantificación es importante hacer esto, ya que sino no se sabe con qué rango de valores se está trabajando.



Como se puede apreciar la señal no tiene valores enteros, ya que su amplitud oscila entre los valores [-0.7, 0.9], por lo tanto, como nos piden un cuantificador de 7 bits, escogemos 6 bits para la parte decimal y 1 bit para el bit de signo. De esta forma obtendremos la mayor resolución.

Cuantificación No Uniforme

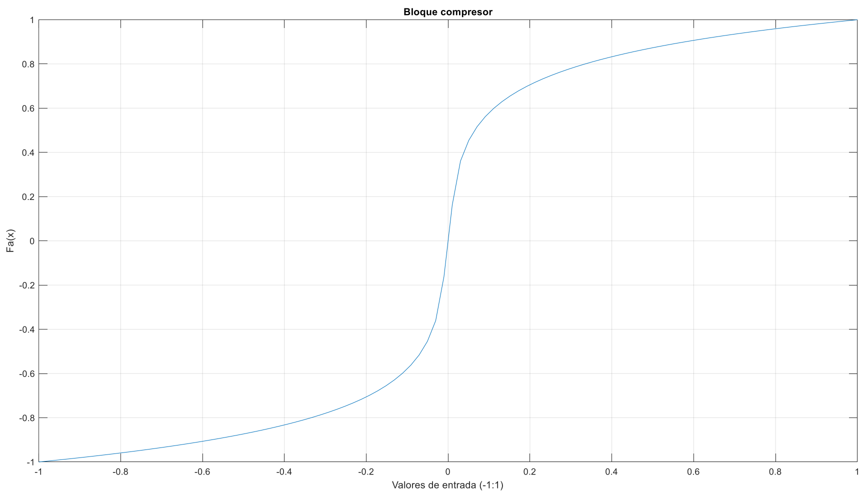
En este apartado se va a construir y analizar un cuantificador no uniforme, comparando sus efectos con los resultados obtenidos mediante un cuantificador uniforme.

Para ello, realice los siguientes apartados:

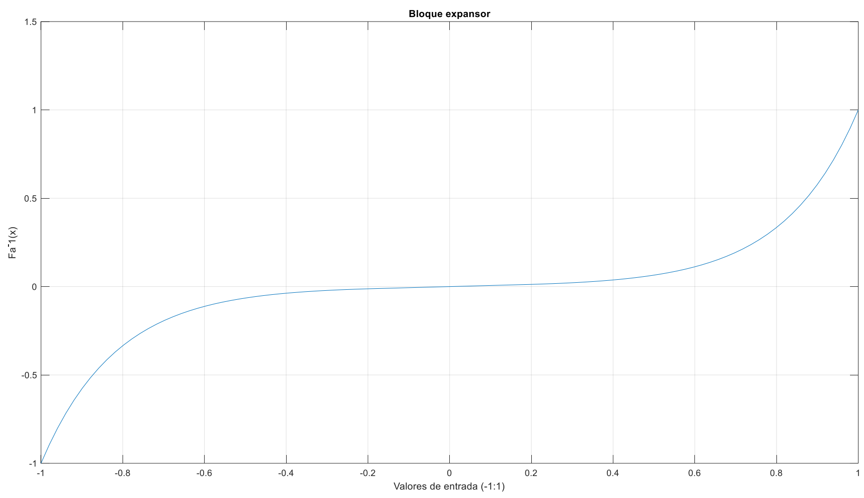
a) Genere una función de Matlab en la que se implemente un bloque compresor y una segunda función en la que se implemente un bloque expansor, ambos de ley A, tal y como se ha descrito anteriormente. Indique los argumentos de entrada y salida de la función generada.
b) Represente gráficamente, en dos figuras independientes, la respuesta del bloque compresor y la del bloque expansor para valores de la entrada normalizados entre -1 y 1.

En este apartado se implementan dos funciones, una es un compresor de Ley A y el segundo es un expansor también de Ley A. Los comentarios con respecto a los parámetros de entrada y salida de las funciones se encuentran en los códigos de Matlab.

Compresor de Ley A:



Expansor Ley A:



c) Cuantifique no uniformemente la señal de audio y[n]. Para ello, implemente un cuantificador no uniforme completo integrando los bloques compresor y expansor anteriores, con el cuantificador uniforme empleado previamente en la Práctica. La señal resultante será $q_{nu}[n]$.

Este apartado se contesta o se ejecuta en el código de Matlab ya que no se pide mostrar o explicar nada.

Análisis de resultados

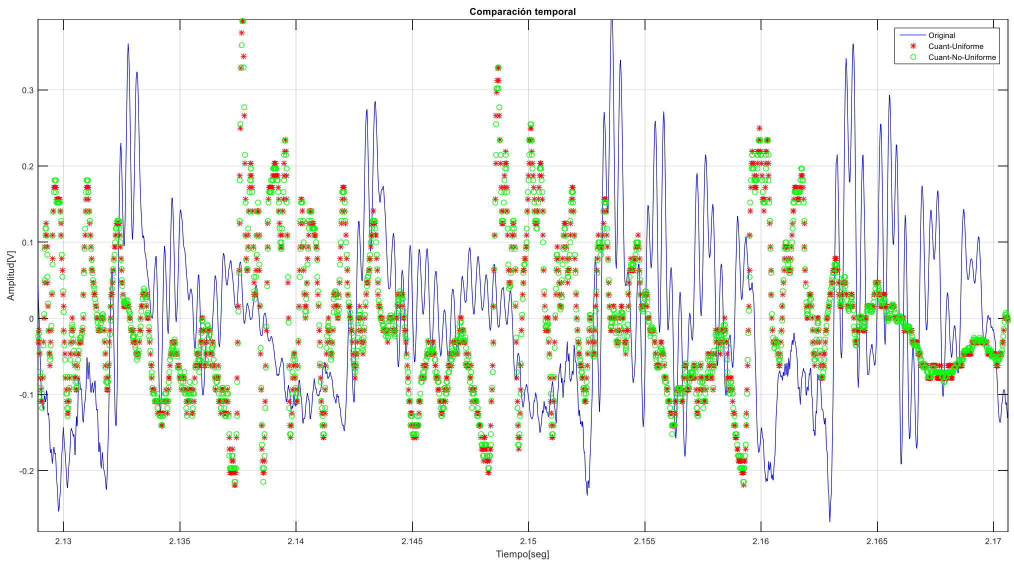
En este apartado se van a analizar los resultados obtenidos en los bloques anteriores.

a) Compare **cualitativamente** la señal original x[n] con la señal cuantificada uniformemente $q_u[n]$ y con la cuantificada no uniformemente $q_{nu}[n]$, es decir, reproduciendo ambas. Explique las diferencias percibidas y justifíquelas.

Después de reproducir ambas señales, $q_{nu}[n]$ y $q_u[n]$, se pueden apreciar ciertas diferencias. La señal cuantificada uniformemente $q_u[n]$, tiene distorsión de fondo. Sin embargo, la señal cuantificada no uniformemente no tiene esa distorsión de fondo. Por lo tanto, como era de esperar, la cuantificación no uniforme se aproxima más a la señal original.

b) Represente en el tiempo y superpuestas en una misma figura las señales x[n], $q_u[n]$ y $q_{nu}[n]$. Utilice marcadores (puntos, círculos, asteriscos…) en las muestras de las señales. Una exclusivamente los marcadores de la señal x[n] y no de las otras dos, para apreciar más fácilmente las diferencias de la cuantificación.

En este apartado se analiza y se comparan ambas señales cuantificadas, viendo cuales de las dos cuantifica mejor y se asemeja más a la señal original.



La mayor inconsistencia que se puede observar es que cuando la amplitud de la señal es pequeña, la aproximación de la cuantificación ya sea uniforme o no uniforme, no es buena. La cuantificación mejora cuando la amplitud de la señal aumenta.

En este caso las dos señales cuantificadas si se aproximan a la señal original, como se puede ver en la gráfica superior, no habiendo mucha diferencia claramente visible entre ambas cuantificaciones. No obstante, la cuantificación no uniforme parece seguir mejor la forma de la señal original.

c) Compare **cuantitativamente** la señal original x[n] con la señal cuantificada uniformemente $q_u[n]$ y con la señal cuantificada no uniformemente $q_{nu}[n]$. Es decir, calcule el error cuadrático medio entre la señal original y la señal cuantificada uniformemente y compárelo con el error cuadrático medio entre la señal original y la señal cuantificada no uniformemente.

$$ECM = \frac{1}{N} \cdot \sum_{n=1}^{N} |x[n] - q[n]|^2$$

Donde $x[n]$ es la muestra n-ésima de la señal original, $q[n]$ es la muestra n-ésima de la señal (uniforme o no uniformemente) cuantificada, y N es el número de muestras de las señales.
Exponga las conclusiones extraídas de analizar el error cometido en cada método de cuantificación.

En este apartado se compara el ECM entre la señal original y las señales cuantificadas.

```
ecm_qu =

   1.8881e-05
```

Cuantificación uniforme

```
ecm_qnu =

    5.9136e-06
```

Cuantificación no uniforme

Viendo ambos valores, podemos afirmar que ambas señales son bastante parecidas a la señal original, ya que el ECM de cada señal es pequeño.

No obstante, como era de esperar el ECM de la cuantificación no uniforme es menor que el ECM de la señal cuantificada uniformemente, en un factor de x10.

Con esto reafirmamos lo comprobado en los apartados anteriores, que la señal cuantificada no uniformemente se aproxima más a la señal original.