(Fecha: 22/02/2022)
(ID Grupo: 3A_LE2_06)

Laboratorio de Procesado Digital de Señal - 3º GITT

Informe Práctica 2: Cambio de la frecuencia de muestreo

Alumno 1:	*Jaime Arana Cardelús*
Alumno 2:	*Guillermo Fernández Pérez*
ID Grupo:	3A_LE2_06
Calificación:	
Comentarios:	

Diezmado por un factor entero

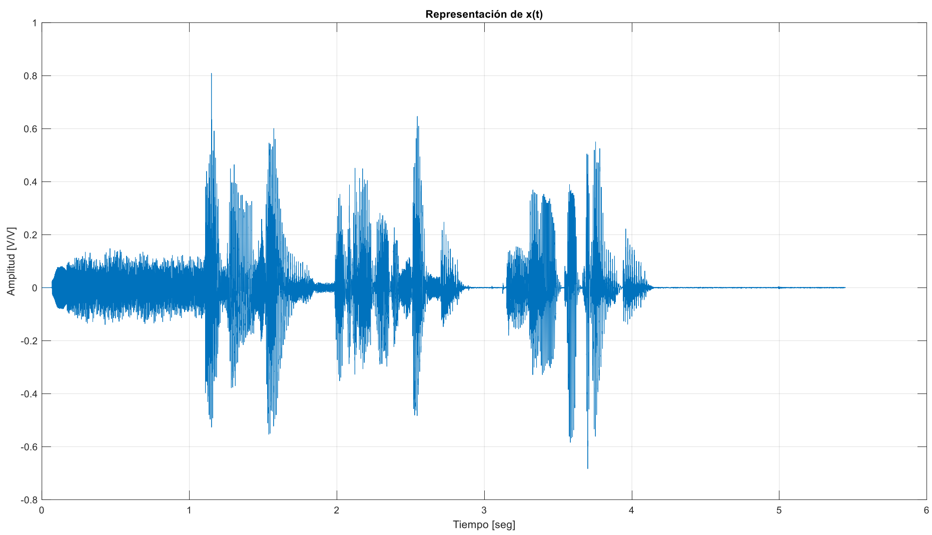
En esta primera sección de la práctica se analiza el proceso de diezmado, implementando una función de diezmado y analizando los resultados obtenidos. De esta forma comprobamos el correcto funcionamiento de la función de diezmado creada y profundizamos en los conceptos aprendidos en las clases de teoría.

a) Lea el archivo que le ha facilitado el profesor con una señal de audio. La señal obtenida se denominará x[n]. Reproduzca esta señal de audio. Indica la frecuencia de muestre.

Reproducimos la señal con el comando audioread('NOMBRE_DE_LA_SEÑAL').
La función audioread() devuelve la señal x[n] y la frecuencia de muestreo, que tiene un valor de 96 kHz.

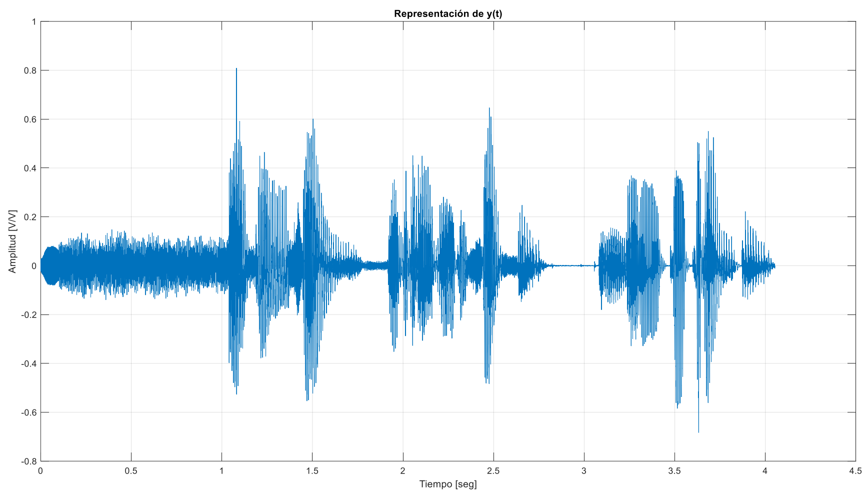
```
>> disp(fs_xn);
      96000
```

b) Represente en el tiempo x(t), a partir de las muestras x[n], con el vector de tiempo empezando en t = 0.



c) Calcule la señal y[n] como la parte de x[n] que contiene sonido. Es decir, ignore de x[n] las muestras de los intervalos de reposo (|x[n]| < 0,01 V) anteriores y posteriores a la voz grabada.

Haciendo uso de la función find() de Matlab encontramos la posición de todas la muestras menores que 0.01V al principio y al final de la señal x[n] . Una vez que tenemos las posiciones seleccionadas, creamos la señal y[n], quitando las posiciones mencionadas anteriormente.



d) Genere una función de Matlab en la que se diezme una señal muestreada, por un factor M dado. Indique los argumentos de entrada y salida de la función generada.

Se presenta una captura de la explicación y descripción de la función de diezmado implementada en Matlab con nombre Diezmador.m

```
%%  Función: Diezmador
%
%  Descripción: Aplica un factor de diezmado a una señal muestreada.
%
%  Argumentos de entrada:
%  - x_n: señal de entrada.
%  - M: factor de diezmado.
%  - t_xn: vector de tiempos de la señal x[n]
%
%  Argumentos de y_n:
%  - y_n: señal de y_n, diezmada.
%  - t_yn: nuevo vector de tiempos para x_n[n]

function [y_n, t_yn] = Diezmador(x_n, t_xn, M)
    aux =(t_xn(2)-t_xn(1))*M;
    t_yn = t_xn(1):aux:t_xn(end);

    y_n = zeros(1, floor(length(x_n)/M));
    y_n = x_n(1:M:end);
end
```

e) Realice el diezmado de y[n] con un coeficiente M=2. La señal resultante será g[n].

Hacemos uso de la función creada en el apartado anterior, pasando como argumento el factor de diezmado M = 2, la señal a diezmar y[n] y su vector de tiempos.

f) Calcule la nueva frecuencia de muestreo ($fs2$) de la señal y[n], con la que da lugar a g[n]. ¿Cuál será la nueva frecuencia de muestreo de x[n]?

A la salida del diezmador se obtiene una frecuencia de muestreo de 48 kHz. Dicha frecuencia se calcula con la siguiente expresión:

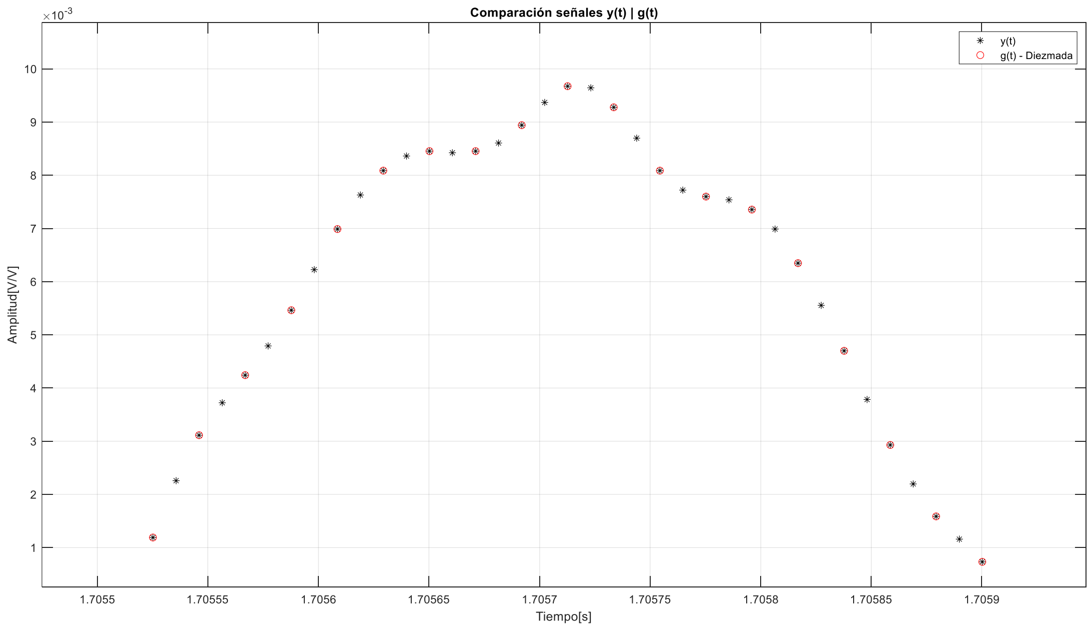
$$fs_{final} = \frac{fs_{original}}{M}$$

```
fs_gn =

       48000
```

g) Justifique gráficamente, en el dominio del tiempo, que el proceso de diezmado realizado es correcto. Utilice marcadores (puntos, círculos, asteriscos…) en las muestras de la gráfica para apreciar las diferencias más fácilmente.

En la gráfica inferior se puede observar que el diezmado ha sido exitoso ya que la señal g[n] tiene una de cada dos muestras de la señal original. Esto tiene como consecuencia una reducción en la frecuencia de muestreo en un factor M y, por lo tanto, un aumento del periodo en un factor M.

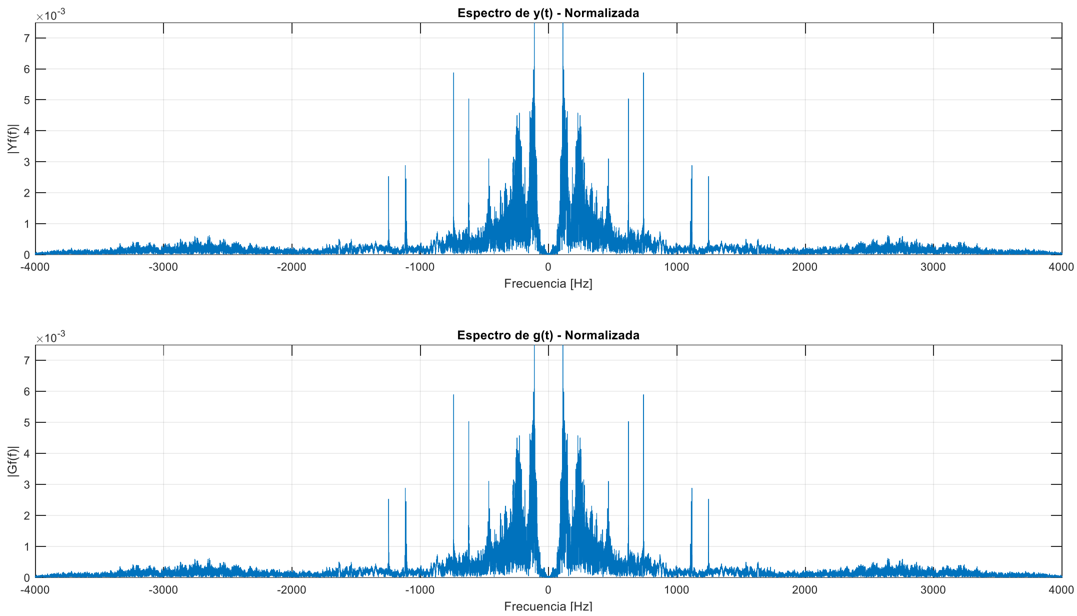


h) Justifique gráficamente, en el dominio de la frecuencia, que el proceso de diezmado realizado es correcto. No utilice frecuencias normalizadas (frecuencia digital). Utilice frecuencias analógicas.

En este apartado se adjunta la representación mostrando las diferencias entre el espectro de la señal original y la señal diezmada. Como se puede apreciar en la gráfica y como era de esperar, no ha habido pérdida de información y los espectros son los mismos. La razón es que la frecuencia de muestreo (del diezmado) cumple el teorema de Nyquist:

$$fs \geq 2 * BW$$

Por lo tanto, en este caso no hace falta un filtro antialiasing. Como se ha normalizado la amplitud para normalizar la energía, la amplitud también es igual en ambos espectros.



i) En el dominio de la frecuencia, ¿qué pasaría al diezmar y[n] si su espectro tuviese energía entre $fs_1/2$ y $fs_2/2$? ¿Qué habría que hacer para evitarlo?

Si la señal tuviese energía entre fs1/2 y fs2/2, a la hora de diezmar se tendría solapamiento espectral o aliasing. Esto se debe a que habría señal entre [48 kHz, 24 kHz] así que no se cumpliría el teorema de Nyquist, al estar muestreando a 48 kHz.
Si se hiciese uso de un filtro paso bajo con frecuencia de corte fc = 24 kHz, se evitaría el solapamiento espectral. La frecuencia de corte del filtro se escogería de la siguiente forma:

fc = fs1 / 4 = 96 kHz / 4 = 24 kHz

Interpolación por un factor entero

En este apartado se va a analizar el proceso de interpolación, implementando una función de interpolado y analizando los resultados obtenidos. De esta forma comprobamos el correcto funcionamiento de la función de interpolación creada y profundizamos en los conceptos aprendidos en las clases de teoría.

a) Genere una función de Matlab en la que se interpole una señal muestreada por un factor L dado. Indique los argumentos de entrada y salida de la función generada.

Se presenta una captura de la explicación y descripción de la función de interpolado implementada en Matlab con nombre Interpolador.m

```
%%  Función: Interpolador
%
%  Descripción: Aplica un factor de interpolado a una señal muestreada.
%
%  Argumentos de entrada:
%  - x_n: señal de entrada.
%  - L: factor de interpolado.
%  - t_xn: vector de tiempos de la señal x[n]
%
%  Argumentos de y_n:
%  - y_n: señal de salida, interpolada.
%  - t_yn: nuevo vector de tiempos para y[n]

function [y_n, t_yn] = Interpolador(x_n, t_xn, L)
    y_n = zeros(1, length(x_n)*L);
    y_n(1:L:end) = x_n;

    aux =(t_xn(2)-t_xn(1))/L;

    t_yn = t_xn(1):aux:(t_xn(end) + aux);
end
```

b) Realice la interpolación de y[n] con un coeficiente L=2. La señal resultante será h[n].

Hacemos uso de la función programada en el apartado anterior. Como parámetros de entrada le pasamos la señal y[n], su vector de tiempos y el factor de interpolado L = 2.

c) Calcule la nueva frecuencia de muestreo de la señal y[n], con la que da lugar a h[n].

Hacemos uso de la función programada en el apartado anterior y obtenemos la señal interpolada con un factor L = 2, h[n]. Dicha señal tiene una frecuencia de muestreo de 192 kHz.

$$f_{s2} = L \cdot f_{s1}$$

```
fs_hn =

     192000
```

d) Filtre la señal h[n] con el filtro facilitado por el profesor. La señal resultante será k[n]. Los argumentos de entrada del filtro son:

- Señal muestreada a filtrar.
- Frecuencia de muestreo de dicha señal.
- Ganancia del filtro en la banda de paso.
- Frecuencia de corte analógica del filtro.

El argumento de salida es la señal muestreada filtrada.

Este apartado está explicado en detalle en el archivo Práctica.m adjuntado en la entrega.

e) Indique cuánto debe valer la ganancia del filtro en la banda de paso.

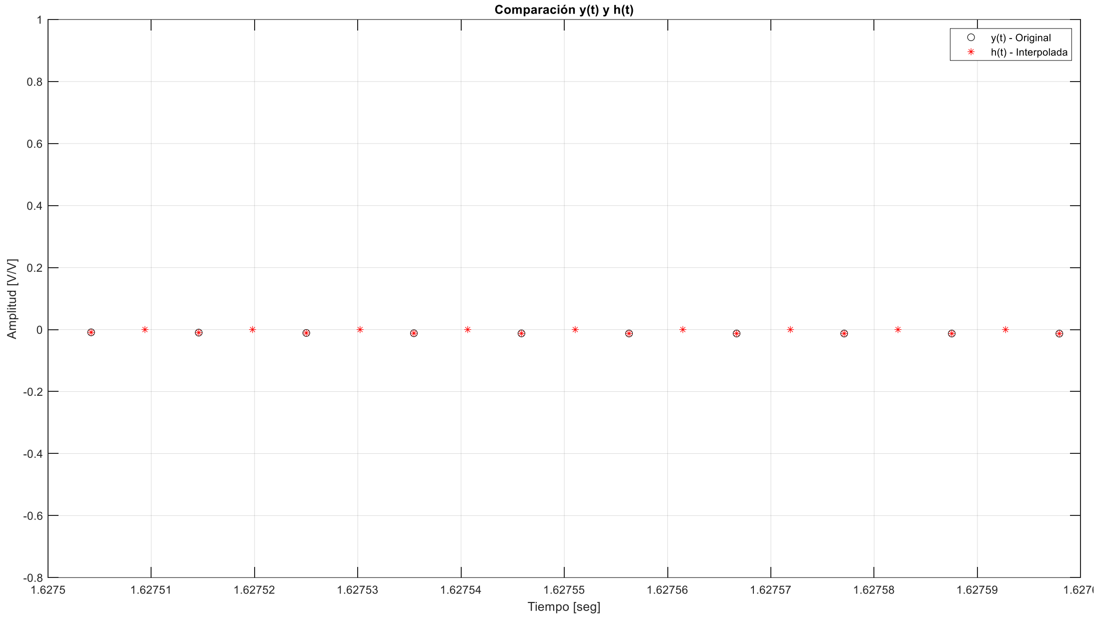
La señal h[n] se flitra, ya que al interpolar se han añadido ceros y el espectro se ha comprimido. Al comprimirse el espectro aparecen réplicas que se repiten dentro del periodo fundamental.
El filtro aparte de introducir un retardo con respecto a la señal original, va a suponer una pérdida de potencia que se tendrá que corregir poniendo una ganancia de G = L = 2.

f) Justifique la frecuencia de corte del filtro empleado.

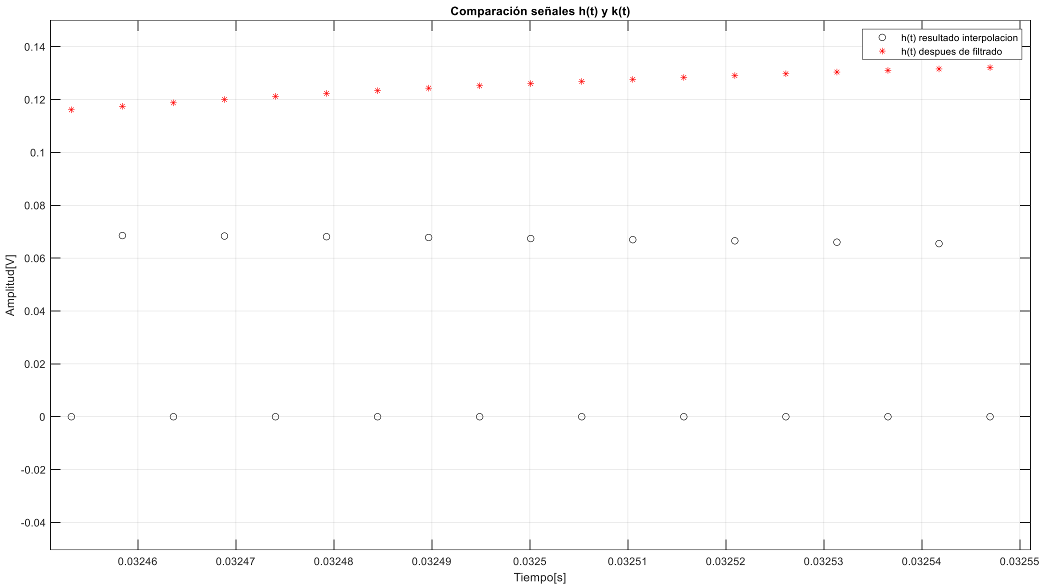
Para el filtro se ha escogido una frecuencia de corte de fc = $\frac{fs2}{2*L} = \frac{L*fs1}{2*L} = \frac{fs1}{L}$ *= 48 kHz.*

g) Justifique gráficamente, en el dominio del tiempo, que los procesos de interpolación y filtrado realizados son correctos. Utilice marcadores en las muestras para apreciar las diferencias más fácilmente.
Más adelante en la asignatura aprenderá que al filtrar una señal se introduce un retardo en el tiempo. Para poder comparar adecuadamente la señal k(t) con las demás, retrase dicha señal quitando manualmente tantas muestras como necesite al principio de la señal hasta que se superponga con las otras señales. Mantenga la longitud del vector añadiendo ceros al final del mismo.

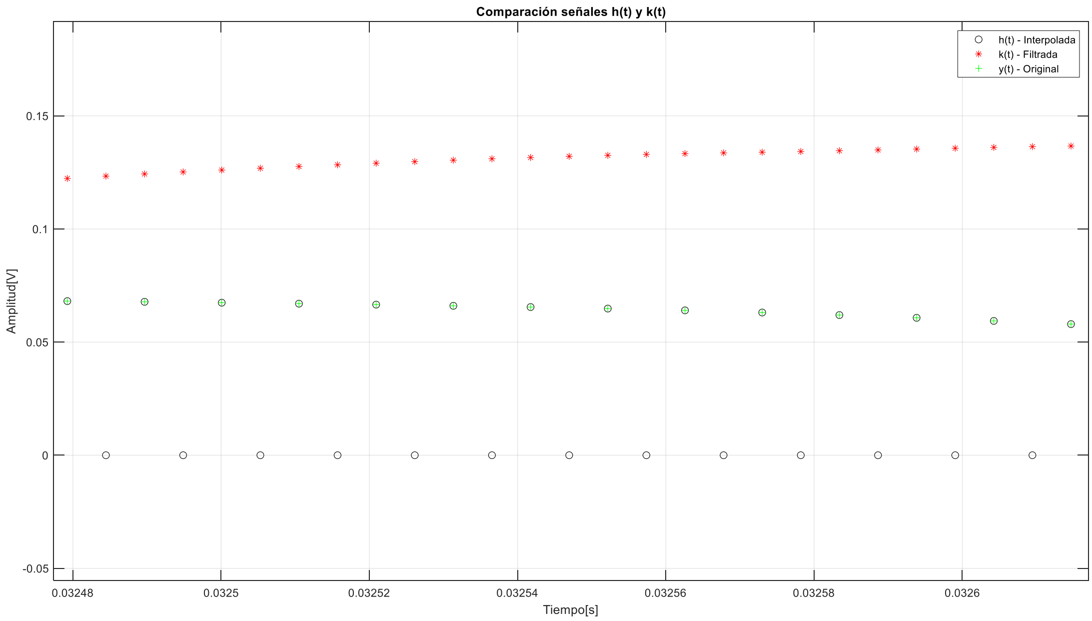
En primera instancia se va a observar y analizar el funcionamiento del interpolado en el dominio temporal. Como se puede ver en la gráfica inferior, el proceso de introducir un cero por cada muestra (interpolar) ha funcionado con éxito.



En esta segunda gráfica se compara la señal filtrada con la señal interpolada. Al filtrar la señal h[n] y obtener la señal k[n], la señal se reconstruye perfectamente y los ceros introducidos inicialmente con el interpolador se convierten en nuevos valores de la señal.



En esta siguiente gráfica solamente hemos añadido la señal original y[n] a la gráfica superior para que se pueda ver, cuáles son los valores que coinciden con la señal original.

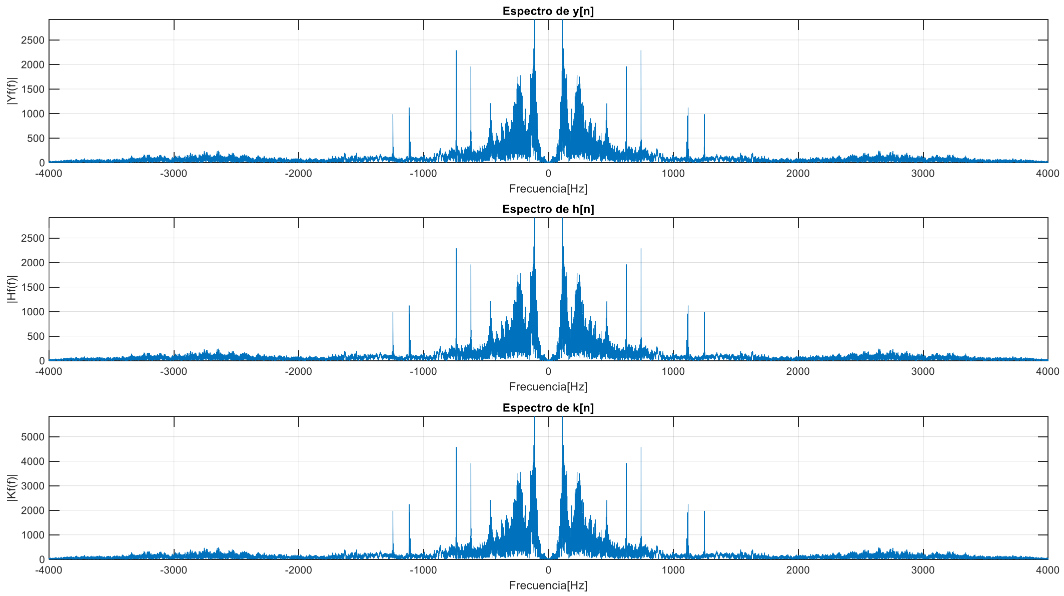


h) Justifique gráficamente, en el dominio de la frecuencia, que los procesos realizados son correctos. No utilice frecuencias normalizadas (frecuencia digital).

En este apartado se van a analizar las señales y[n], h[n] y k[n] en el dominio de la frecuencia para así comprender mejor el funcionamiento de la interpolación y el filtrado.

Como se observa en la figura inferior el espectro no cambia con respecto al de la señal original y eso significa que no ha habido ninguna pérdida de información. Esto es correcto y coherente con lo que deberíamos obtener, ya que se ha cumplido el teorema de Nyquist al interpolar.

Por último, se puede ver que la amplitud se ve afectada en la señal filtrada, ya que el filtro tiene una ganancia G = L, como se ha visto en apartados anteriores. Como L = 2 el espectro de k[n] tiene el doble de amplitud que el de la señal interpolada, h[n].



i) ¿De qué otra forma se puede obtener el mismo resultado sin emplear un filtro? ¿Cómo se llama a esta técnica?

El archivo Interpolador.m implementa la interpolación en el dominio temporal. Para poder implementar una interpolación en el dominio de la frecuencia habría que añadir ceros a ambos lados del espectro de nuestra señal, por ambos lados igual.

De esta forma el ancho de banda relativo de nuestra señal es menor y se consigue comprimir/estrechar el espectro de nuestra señal. Además, al solo añadir ceros en ambos lados no se generan réplicas indeseadas en la señal.

Cambio de la frecuencia de muestreo por un factor racional

En este apartado de la práctica se van a aplicar los conceptos de los apartados anteriores. Para poder cambiar la frecuencia de muestreo por un factor racional haremos uso del interpolador y diezmador programados en apartados anteriores.

a) Se pretende muestrear la señal y[n] aportada por el profesor a una frecuencia de 128 kHz. Calcule los factores de interpolación y diezmado que son necesarios aplicar a su señal y[n] para cambiar la frecuencia de muestreo.

El ancho de banda de la señal original es de 96 kHz, y se pretende muestrear a 128 kHz. Por lo tanto, si se observa la expresión proporcionada, se puede ver que hace falta multiplicar por un factor de $\frac{L}{M} = \frac{4}{3}$. *De esa forma obtenemos la frecuencia de muestreo deseada.*

b) Realice una interpolación de y[n] con el factor L calculado. Utilice la función generada en el bloque anterior. La señal resultante será h[n].

Para generar la señal interpolada h[n] se hace uso de la función Interpolador.m creada en apartados anteriores. Como parámetros de entrada le pasamos la señal original y[n], su vector de tiempos y el factor de interpolado L = 4.

c) Calcule la frecuencia de muestreo de la señal h[n].

Como se ha visto en apartados anteriores, la frecuencia de muestreo a la salida del interpolador viene dada por:

$$f_{s2} = L \cdot f_{s1}$$

Esto significa que tendremos una frecuencia de muestreo de 384 kHz.

```
fs2 =

      384000
```

d) Filtre la señal h[n] con el filtro facilitado por el profesor. La señal resultante será k[n]. No olvide eliminar el retardo introducido por el filtro.

Este apartado se explica en detalle en el código Práctica2.m

e) Indique la ganancia en la banda de paso del filtro y la frecuencia de corte analógica.

Al igual que se ha explicado en un apartado anterior, la ganancia del filtro debe ser G = L. Esto se debe a que hay que compensar las pérdidas que se producen en potencia por las réplicas. Por lo tanto, la ganancia del filtro será G = L = 4.

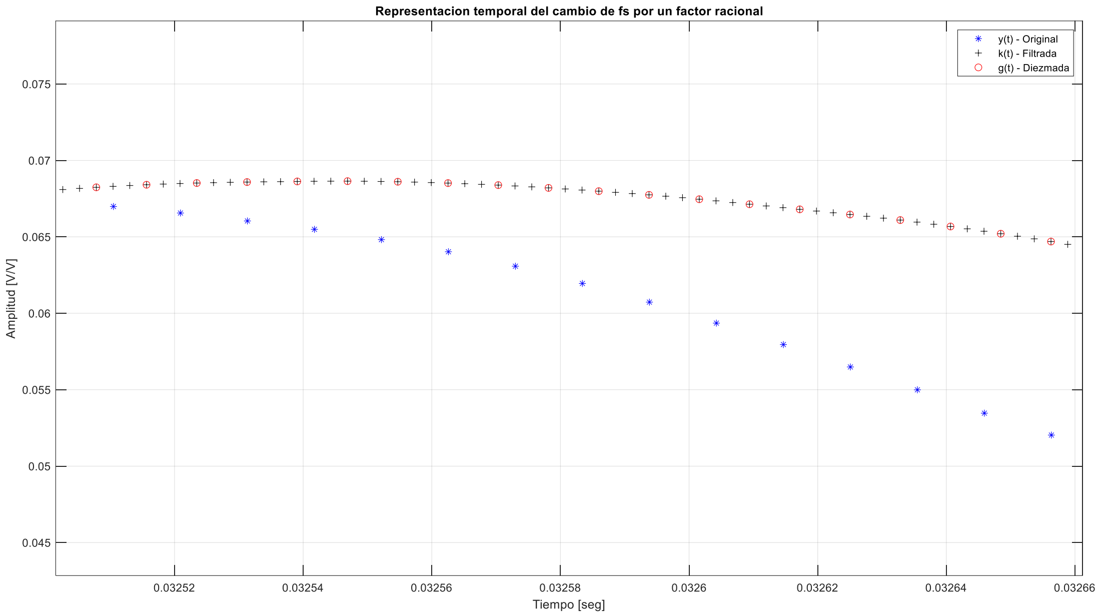
Con respecto a la frecuencia de corte del filtro se ha elegido una frecuencia de $fc = \frac{1}{2*L} * fs2$ = 48 kHz. Se ha elegido esta frecuencia para que sea igual que el ancho banda de la señal, tras aplicarle la interpolación.

f) Realice el diezmado de k[n] con el factor M calculado previamente. Utilice la función generada en el bloque anterior. La señal resultante será g[n].

Para el diezmado hacemos uso de la función creada en apartados anteriores Diezmado.m y como parámetros de entrada le pasamos la señal y[n], su vector de tiempos y el factor de diezmado M = 3.

g) Justifique gráficamente, en el dominio del tiempo, que los procesos realizados son correctos. Utilice marcadores en las muestras para apreciar las diferencias más fácilmente.

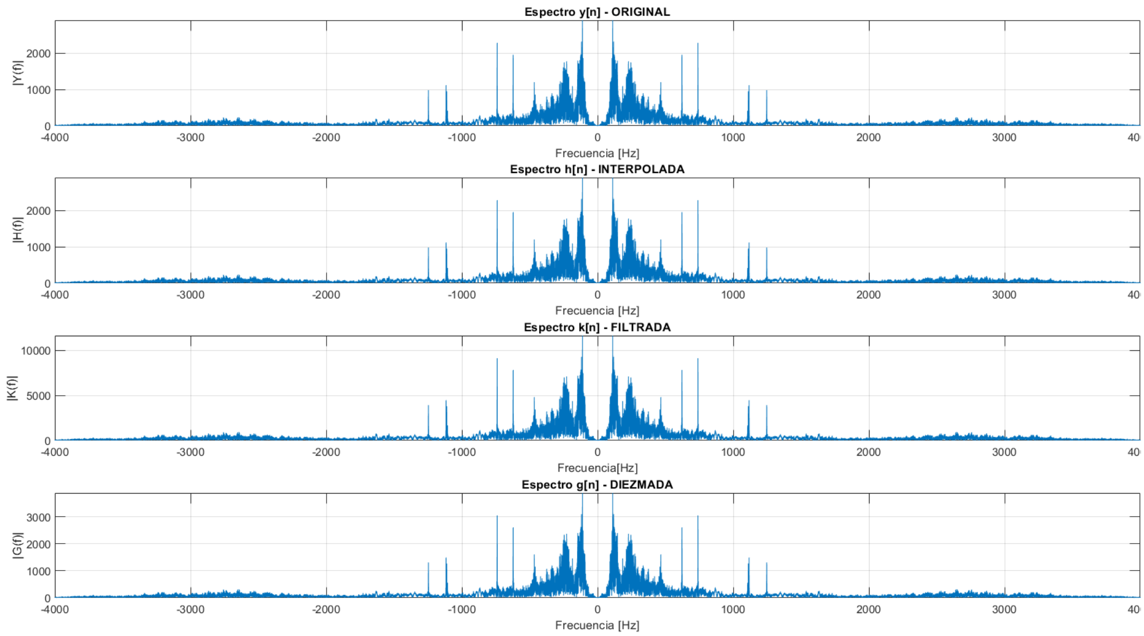
En la gráfica inferior se puede observar que tanto el proceso de interpolado como de diezmado se ha ejecutado con éxito.
La señal k[n] se puede ver claramente que está interpolada por un factor L = 4, ya que es el resultado de añadir L-1 muestras por cada muestra de la señal original.
La señal g[n] es la señal k[n] pero aplicando un diezmado de M = 3. Esto significa que se toma una de cada tres muestras de la señal k[n]. Este proceso también se puede observar en la figura inferior.



h) Justifique gráficamente, en el dominio de la frecuencia, que los procesos realizados son correctos. No utilice frecuencias normalizadas.

En la figura inferior se comparan los espectros de las señales que se han usado a lo largo de todo el apartado. Esperamos no tener cambios en los espectros con respecto al de la señal original y[n], ya que el interpolado y diezmado como hemos visto en el apartado anterior se han ejecutado con éxito.

Como era de esperar no se ha producido ninguna pérdida de información y los espectros son iguales en todas las señales. La única diferencia son las amplitudes. Al filtrar la señal interpolada, como se ha explicado en apartados anteriores se aplica al filtro una ganancia G = L. Por lo tanto, la amplitud del espectro de k[n] es x4 veces mayor que el de la señal interpolada. Por último, la amplitud disminuye en un factor de M = 3 al diezmar como también se ha visto en apartados anteriores.


Espectro y[n] - ORIGINAL
|Y(f)|
Frecuencia [Hz]
Espectro h[n] - INTERPOLADA
|H(f)|
Frecuencia [Hz]
Espectro k[n] - FILTRADA
|K(f)|
Frecuencia[Hz]
Espectro g[n] - DIEZMADA
|G(f)|
Frecuencia [Hz]