

Grupo G2-LE1

Filtros digitales FIR

Informe de la práctica 3: Laboratorio de Procesado Digital de la Señal



Javier Álvarez Martínez (201707599)
Álvaro Prado Moreno (201800742)
14-3-2021

Introducción

En esta práctica se va a trabajar inicialmente con un filtro FIR diseñado por el profesor y se va a filtrar la señal dada de varias maneras distintas para observar cuales son las consecuencias.

Posteriormente, se aprenderá a diseñar filtros FIR que serán utilizados con varias señales para ver los efectos.

Por último, se llevará a cabo un análisis de los filtros viendo cual es el efecto de superponer dos filtros y cual es el efecto de cambiar el orden de un filtro.

Sección 1: Filtrado de señales

En este apartado se va a realizar el filtrado de la señal $x[n]$ utilizando los coeficientes de un filtro FIR que viene dado por el profesor. Para ello, se van a emplear 2 funciones distintas de Matlab y una propia.

Frecuencia de muestreo

Tras leer el archivo.mat con los coeficientes del filtro y la señal muestreada obtenemos la frecuencia de esta última haciendo uso de su vector de tiempos.

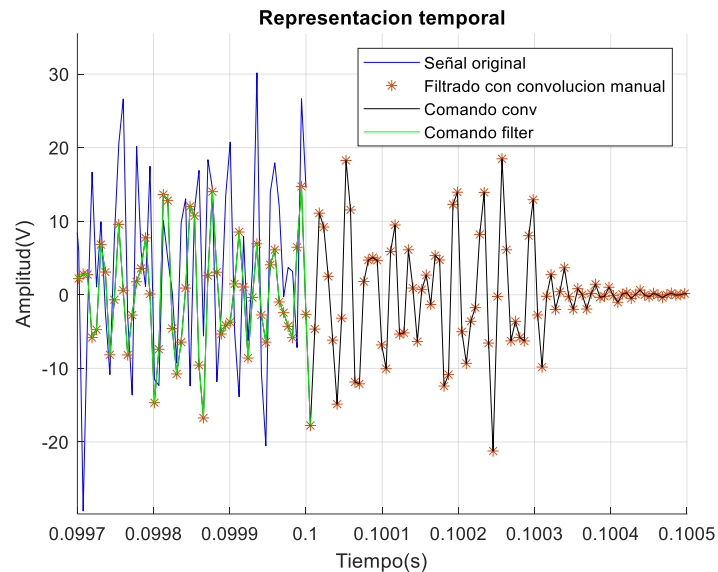
$$fs = 171 \text{ KHz}$$

Análisis temporal

Se ha sometido a la señal original $x[n]$ a un filtrado siguiendo tres métodos distintos. El resultado haciendo la convolución manual y utilizando el comando **conv** de Matlab ha sido exactamente el mismo. Esto se debe a que la función nativa de Matlab realiza por defecto la circunvolución completa de los dos vectores que se le pasan como argumentos si no se le indica algo en el tercer parámetro conocido como **Shape**.

En cuanto a la función **filter**, esta devuelve un vector de longitud igual a la del vector que se le pasa como tercer parámetro. Este es sometido a la función de transferencia definida por la división entre el primer parámetro y el segundo (por eso se ha puesto a 1 en el código).

Tras representar los tres resultados obtenidos además de la señal original observamos lo siguiente.



Puede observarse en la imagen que hasta el segundo 0.1 los tres resultados se solapan por completo. No obstante, a partir de ahí solo están definidas las señales $y[n]$ y $g[n]$ resultado de la convolución completa manual y de Matlab, respectivamente.

Esto se debe a que el vector resultado de una convolución completa tiene una longitud mayor que la de cualquiera de los vectores de entrada y es: $\text{longitud}(x) + \text{longitud}(b) - 1$.

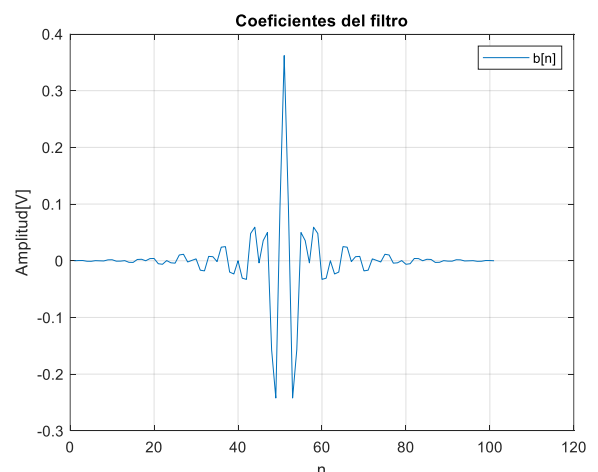
Se han representado las 4 señales en sus valores finales para poder observar la diferencia entre las mismas. También se ha representado la señal $y[n]$ usando marcadores ya que, en caso contrario, no se vería por estar solapada completamente por la señal $g[n]$.

Retardo del filtro

Para poder saber que retardo de grupo provoca el filtro, nos lo representamos y observamos que el filtro es simétrico. Para que sea realizable tiene que ser causal y para ello ha sido desplazado a la derecha $\frac{L-1}{2} = 50$ muestras.

Este tipo de filtros provocan un retardo de grupo de $\frac{L-1}{2}$ muestras en nuestro caso:

$$\text{Retardo} = 50 \text{ muestras} * T_{\text{muestreo}} = 0.2924 \text{ ms}$$



Análisis en frecuencia

En este apartado se ha realizado la *fft* de las señales resultado obtenidas en los apartados anteriores.

En la figura puede observarse que el filtro FIR entregado por el profesor es un filtro paso banda que ha eliminado las componentes espectrales de la señal original con las siguientes frecuencias:

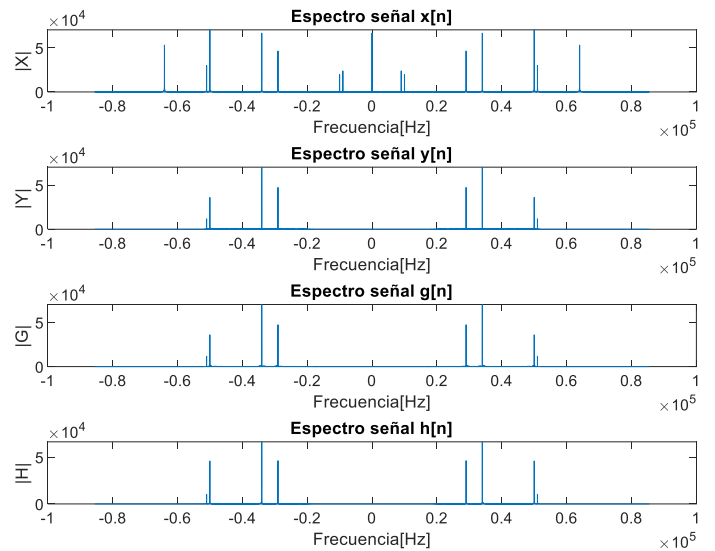
$$f1 = 0\text{Hz continua}$$

$$f2 = 9\text{ KHz}$$

$$f3 = 10\text{ KHz}$$

$$f4 = 64\text{ KHz}$$

No obstante, se puede observar como las componentes de frecuencias alrededor de los 50 KHz también han sufrido una atenuación considerable.



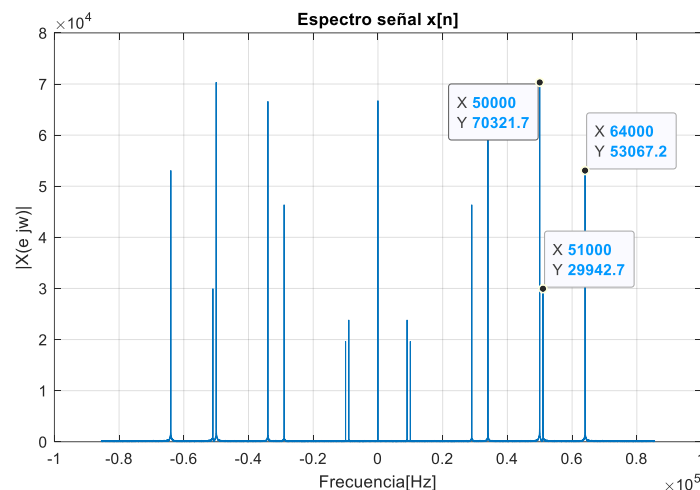
Sección 2: Diseño de filtros F.I.R

Apartado a) Diseño de filtro paso bajo

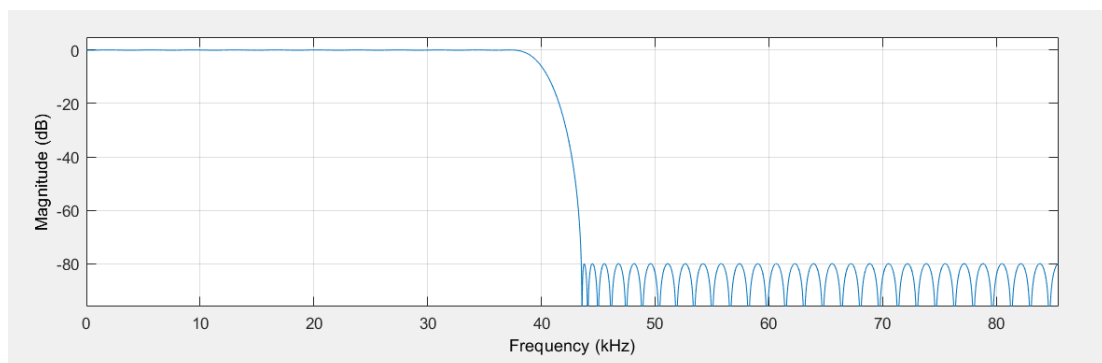
Siguiendo las indicaciones de la práctica se ha generado un filtro F.I.R paso bajo. La frecuencia de corte escogida ha sido $f_{CL} = 40\text{ KHz}$

Se pide un filtro que atenúe en más de 80dB los dos armónicos fundamentales de mayor frecuencia de la señal $x(t)$ mientras que el resto de armónicos deben de quedar mínimamente alterados (atenuación menor de 3dB). En nuestro caso, estos tienen unas frecuencias de $f_{H1} = 64\text{ KHz}$ y $f_{H2} = 51\text{ KHz}$. No obstante, el armónico inmediatamente inferior tiene una frecuencia de $f_{H3} = 50\text{ KHz}$. Por tanto, no es posible cumplir con la especificación del enunciado ya que en un margen de 1 kHz no se puede conseguir una atenuación menor de 3 dB para el armónico de 50 KHz y una atenuación de 80 dB para el de 51 KHz con un filtro de orden 100.

En la siguiente imagen se puede ver el espectro de la señal $x[n]$:

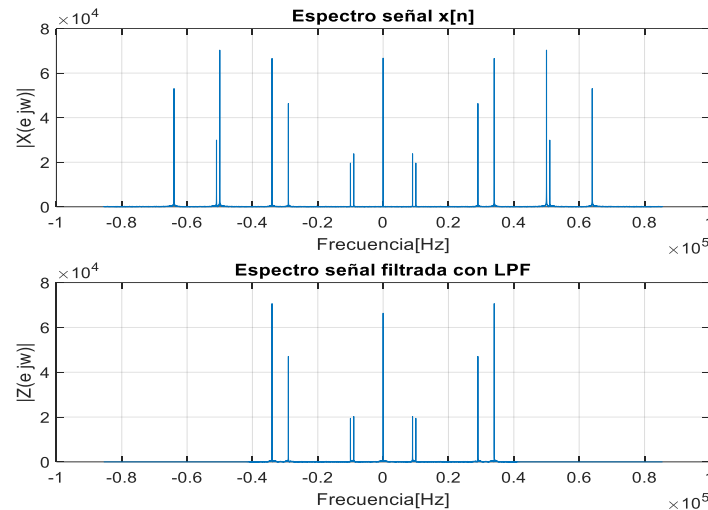


Se ha tomado la decisión de eliminar los tres armónicos fundamentales con mayor frecuencia para poder cumplir con el resto de especificaciones dadas en lugar de cambiar el orden del filtro. Para ello, se ha escogido una $f_{CL} = 40\text{ KHz}$. En la siguiente imagen puede observarse el filtro resultante:



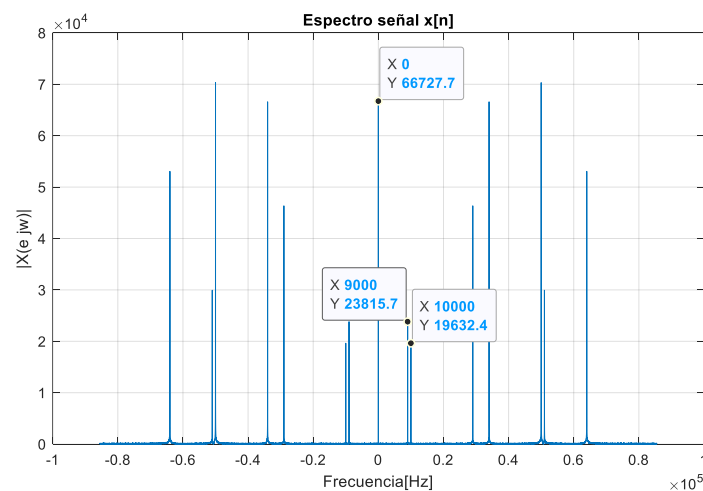
Apartado b) Justificación del filtro paso bajo

A continuación, se puede observar que el efecto que tiene el filtro FIR sobre el espectro de la señal $x[n]$ es el esperado y elimina los tres armónicos fundamentales de mayor frecuencia sin apenas afectar al resto de amplitudes.

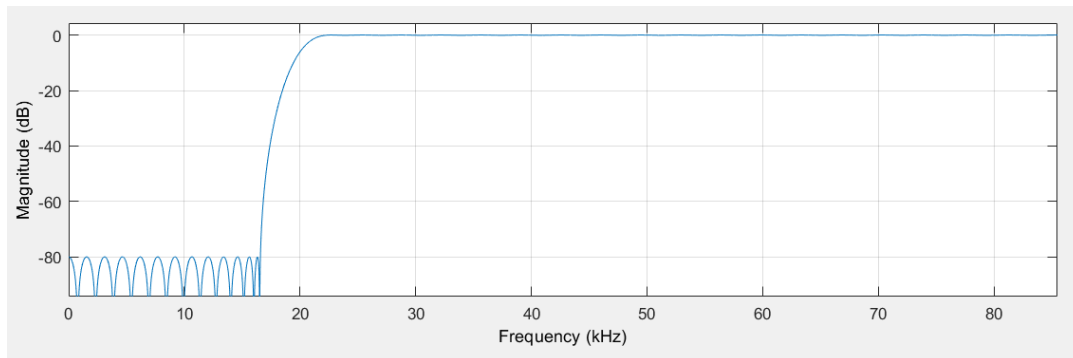


Apartado c) Diseño filtro paso alto

En este caso se pide un filtro que atenúe en más de $80dB$ la componente continua y los dos armónicos fundamentales de menor frecuencia de la señal $x(t)$. En nuestro caso tienen unas frecuencias de $f_1 = 9KHz$ y $f_2 = 10KHz$. Se adjunta una gráfica del espectro de la señal con etiquetas en los armónicos de interés.



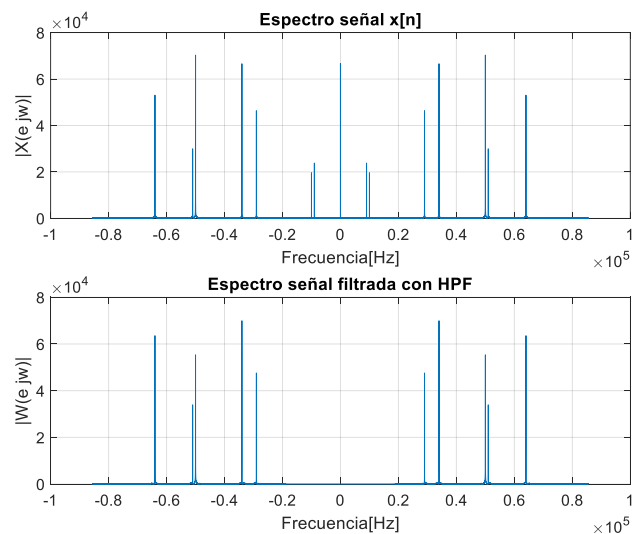
Para ello, se ha escogido una frecuencia de corte de $f_{CH} = 20 \text{ KHz}$ con la cual se cumple las especificaciones de atenuación tanto en la banda de paso como en la eliminada. El filtro resultante es el siguiente:



Apartado d) Justificación del filtro paso alto

Para comprobar que el filtro diseñado es correcto, se somete a la señal $x(t)$ a un filtrado con los coeficientes generados mediante el comando **conv()** que cómo se ha visto en el primer ejercicio de la práctica realiza la circunvolución completa.

El efecto sobre el espectro es el siguiente:



Sección 3: Análisis de filtros

• Sección 3.1. Superposición

En esta sección se emplean los filtros realizados en la sección 2 para observar el resultado de usarlos en cascada frente a usar un nuevo filtro paso banda que debe ser diseñado siguiendo las instrucciones de la práctica.

Se somete a un filtrado paso bajo a la señal $x(t)$ y se obtiene la señal $y[n]$. Después se filtra con el filtro paso alto la señal $y[n]$ y se obtiene la señal $g[n]$. A continuación, se lleva a cabo el diseño del filtro paso banda. Para realizar el filtrado se ha utilizado el comando **conv()** de Matlab.

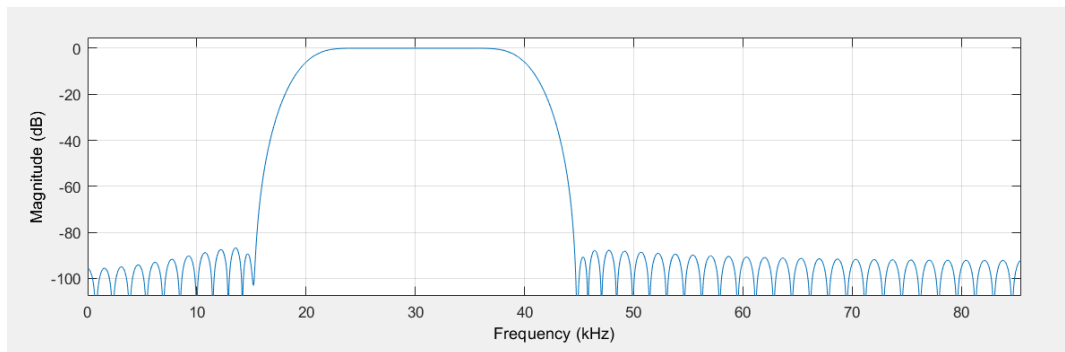
Apartado c)

El filtro paso banda diseñado es un filtro FIR con ventana tipo Chebyshev de orden 100. Las frecuencias de corte elegidas han sido las mismas que para los filtros paso bajo y paso alto de la sección anterior:

$$f_{c1} = 20\text{KHz}$$

$$f_{c2} = 40\text{KHz}$$

La respuesta del filtro es la siguiente:



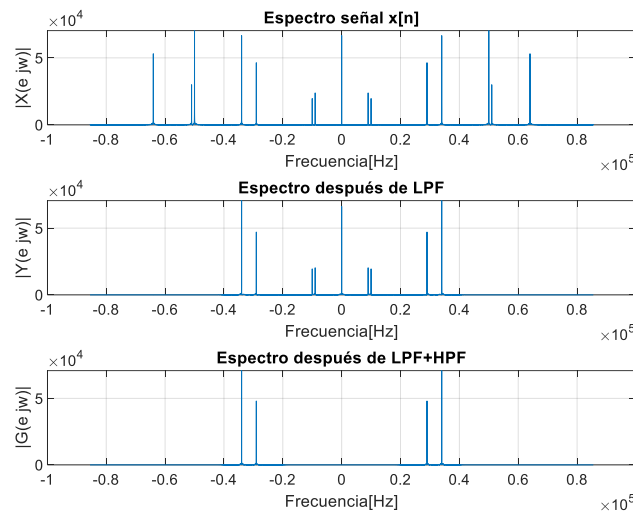
A continuación, se obtiene la señal $h[n]$ como resultado de someter a la señal $x(t)$ a este filtro.

Apartado e)

Observamos cual es el resultado de someter a la señal $x(t)$ al filtro paso bajo y al paso alto en cascada. Para ello representamos el espectro de la señal a la entrada, el espectro después del primer filtrado y el espectro de la señal final.

En la imagen adjunta puede observarse como tras el primer filtrado se eliminan los tres armónicos fundamentales de frecuencias más altas ($f_{H1} = 64\text{ KHz}$, $f_{H2} = 51\text{KHz}$ y $f_{H3} =$

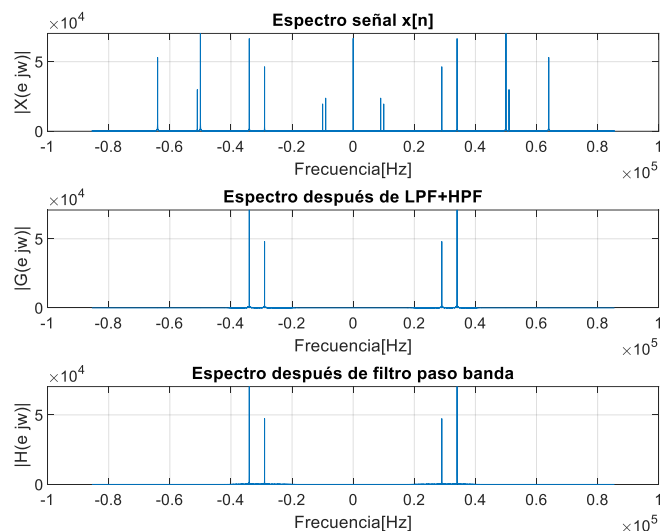
50KHz). Tras el segundo filtrado se elimina la componente continua y los armónicos fundamentales de frecuencias ($f_{L1} = 9\text{ KHz}$ y $f_{L2} = 10\text{ KHz}$).



Apartado f)

En este apartado observamos el espectro de la señal sometida al filtro paso banda y lo comparamos con el de la señal sometida a ambos filtros.

El resultado obtenido es el siguiente:



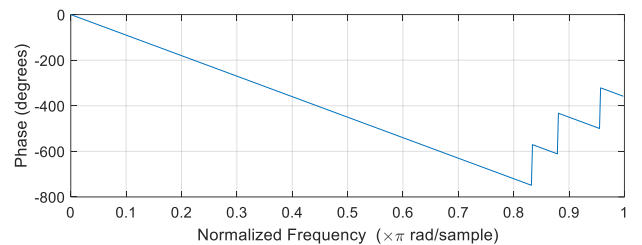
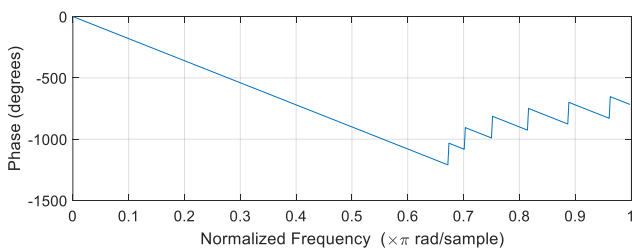
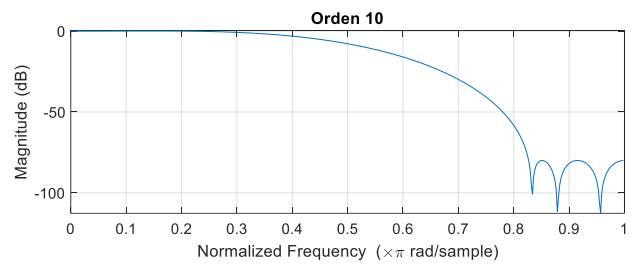
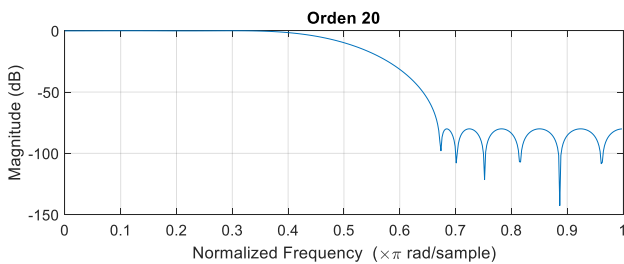
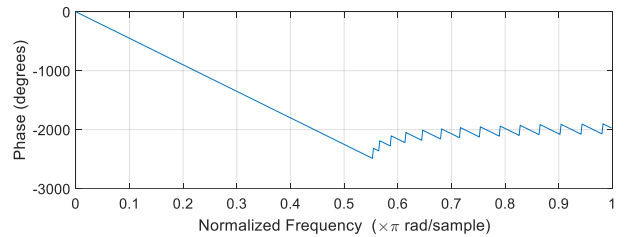
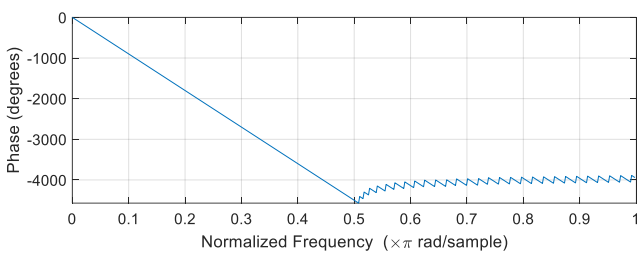
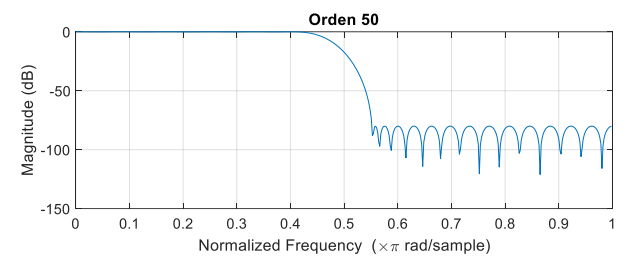
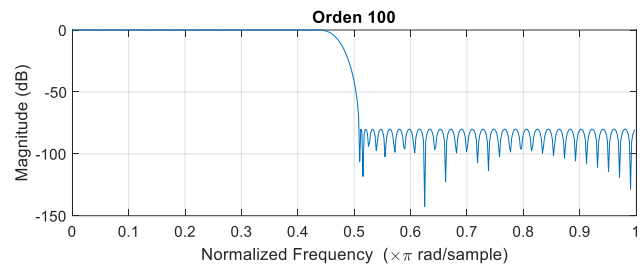
Como puede verse el resultado sobre el espectro es el mismo, con lo que se puede concluir que el efecto de un filtro paso banda de frecuencias de corte f_{CL} y f_{CH} es el mismo que el de colocar en cascada un filtro paso bajo de frecuencia f_{CH} y un filtro paso alto de frecuencia f_{CL} .

- Sección 3.2. Orden del filtro

En esta sección se analizan las consecuencias de cambiar el orden de un filtro FIR. Para ello se diseñan 4 filtros basados en los mismos parámetros que el filtro paso bajo diseñado en la sección 2 cambiando únicamente el orden del filtro. Se generan coeficientes para ordenes de 10, 20, 50 y 100(original).

Apartado b)

A continuación, se adjuntan los espectros de la respuesta en módulo y fase de filtro FIR para los cuatro ordenes distintos.



Se puede observar como a mayor orden del filtro, menor es la banda de transición lo cual hace que la diferencia de atenuación para un mismo Δf cercano a la frecuencia de corte sea mucho mayor. También se puede observar como la pendiente de la respuesta en fase es cada vez menor lo cual quiere decir que el retardo de grupo se reduce con el orden del filtro F.I.R

En conclusión, a medida que se aumenta el orden de un filtro FIR se hace más abrupta la diferencia entre banda de paso y banda eliminada y se aumenta el retardo de grupo.

Apartado c)

Teniendo en cuenta que los filtros diseñados son simétricos y causales el retardo de grupo que provocan es de $\frac{L-1}{2}$ muestras. A continuación, se indica en una tabla los retardos de grupo en función del orden del filtro.

ORDEN DEL FILTRO	RETARDO DE GRUPO (ms)
10	0.0292
20	0.0585
50	0.1462
100	0.2924

Conclusión

En esta práctica se ha entendido la diferencia entre realizar una convolución completa y una convolución que devuelve únicamente la parte central de la misma cuyo tamaño es el de uno de los vectores involucrados.

Se ha aprendido a diseñar filtros FIR utilizando el filterDesigner de Matlab. Además, se ha observado el efecto que tienen los filtros FIR diseñados en el espectro de distintas señales que se han sometido a filtrados paso bajo, paso alto y paso banda. También se ha observado que el efecto que tienen colocar en cascada un filtro paso bajo y un filtro paso alto se puede resumir con un filtro paso banda.

Por último, se ha demostrado la influencia que tiene el orden de un filtro en la banda de transición y en el retardo de grupo.