

Wykres zależności położenia od czasu w ruchu drgającym i jego interpretacja

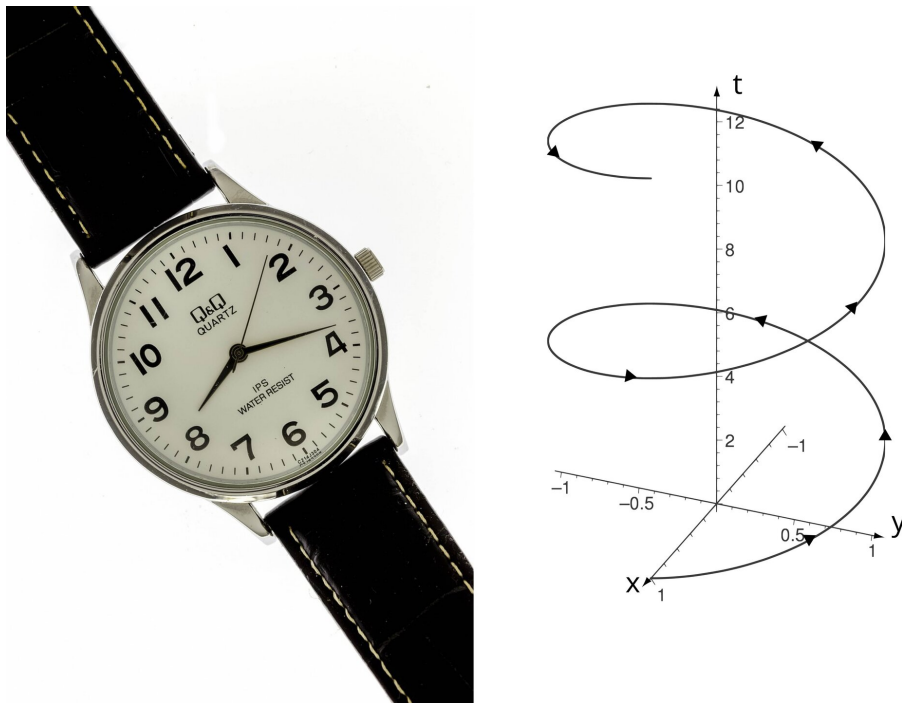
- [Wprowadzenie](#)
- [Przeczytaj](#)
- [Animacja 3D](#)
- [Sprawdź się](#)
- [Dla nauczyciela](#)

0378 Wykres zależności położenia od czasu w ruchu drgającym i jego interpretacja

Czy to nie ciekawe?

Wykresy są bardzo ważnym narzędziem do prezentacji i analizy zależności między różnymi wielkościami fizycznymi. Przedstawienie wyników pomiarów, modelowania i symulacji na wykresie ułatwia porównanie i interpretację analizowanego zjawiska.

Wykres zależności położenia od czasu poruszającego się ciała to graficzna historia ruchu. Kształt i przebieg tego wykresu pozwala zwykle na określenie rodzaju ruchu, opisanie go i analizę.



Rys. a. Położenie wskazówki zegarka na jego dwuwymiarowej tarczy można przedstawić za pomocą wykresu zależności tegoż położenia od czasu.

Dotyczy to również ruchu drgającego, który często obserwujemy w przyrodzie i technice.

Twoje cele

W tym e-materiale:

- poznasz wykres zależności położenia od czasu $x(t)$ ciała poruszającego się ruchem drgającym harmonicznym,
- nauczysz się tworzyć wykresy zależności położenia od czasu w ruchu harmonicznym dla różnej amplitudy, częstotliwości i fazy początkowej drgań,
- przeanalizujesz i zinterpretujesz wykresy zależności położenia od czasu ciała poruszającego się ruchem harmonicznym,
- zaprojektujesz doświadczenie umożliwiające obserwację wykresu $x(t)$.

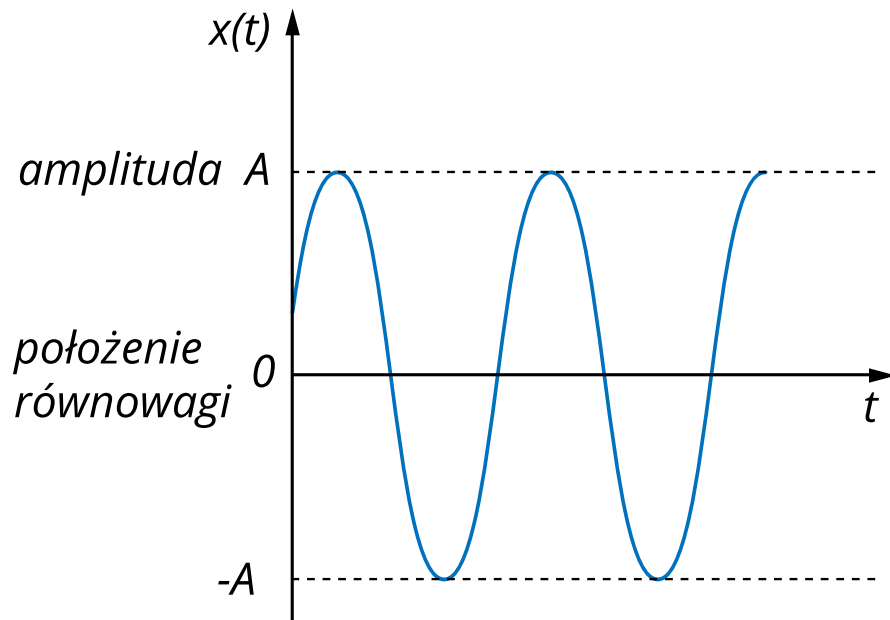
Przeczytaj

Warto przeczytać

Położenie ciała poruszającego się ruchem drgającym opisuje się wybierając za punkt odniesienia położenie równowagi ciała. Gdy drgania zachodzą wzdłuż osi OX , a $x = 0$ odpowiada położeniu równowagi, zależność położenia od czasu w ruchu harmonicznym opisuje zależność:

$$x(t) = A \sin(\omega t + \varphi),$$

gdzie A – amplituda drgań, ω – częstość kołowa, $\omega t + \varphi$ – faza drgań, a φ – faza początkowa, czyli faza drgań dla $t = 0$.



Rys. 1. Wykres obrazujący położenie ciała poruszającego się ruchem drgającym wzdłuż osi OX w czasie.

Przy takim wyborze punktu odniesienia $x(t)$ określa jednocześnie **wychylenie** ciała z położenia równowagi w chwili t , zatem terminy położenie i **wychylenie** ciała drgającego stosuje się zamiennie.

Częstość kołowa drgań (ω) jest odpowiednikiem prędkości kątowej w ruchu jednostajnym po okręgu. Określa, ile pełnych drgań wykonuje ciało w ciągu 2π jednostek czasu (np. 2π sekund), czyli jest to częstotliwość pomnożona przez 2π :

$$\omega = 2\pi f.$$

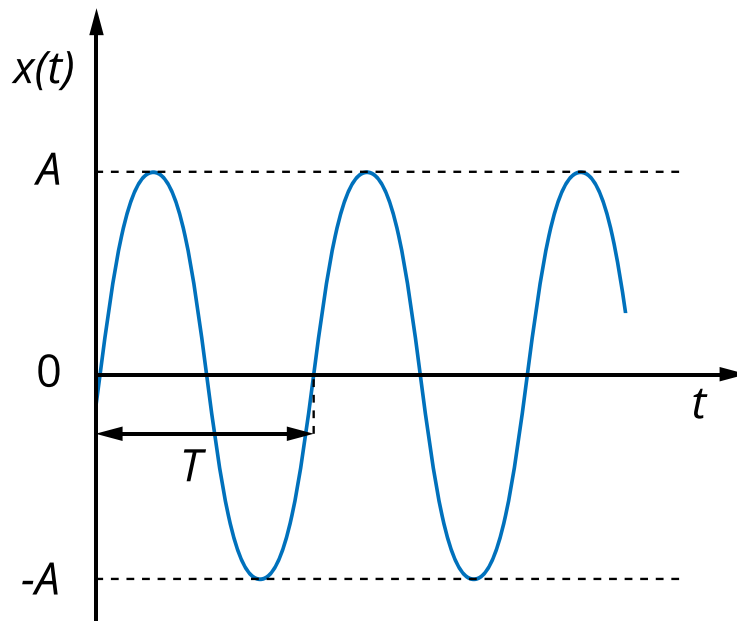
Jednostką **częstości kołowej** w układzie SI jest **radian** na sekundę (rad/s).

Faza drgań to argument funkcji sinus, jest to kąt wyrażony w **radianach**. Gdy wartość fazy drgań zmienia się z upływem czasu, zmienia się też wartość funkcji sinus, a więc i **wychylenie**.

Faza początkowa określa **wychylenie** ciała w chwili $t = 0$.

Jeśli **faza** początkowa jest równa zero, to w chwili początkowej ciało znajduje się w położeniu równowagi ($x = 0$) i porusza się w kierunku dodatnim osi OX. Wtedy zależność **wychylenia** od czasu opisuje równanie:

$$x(t) = A \sin(\omega t).$$

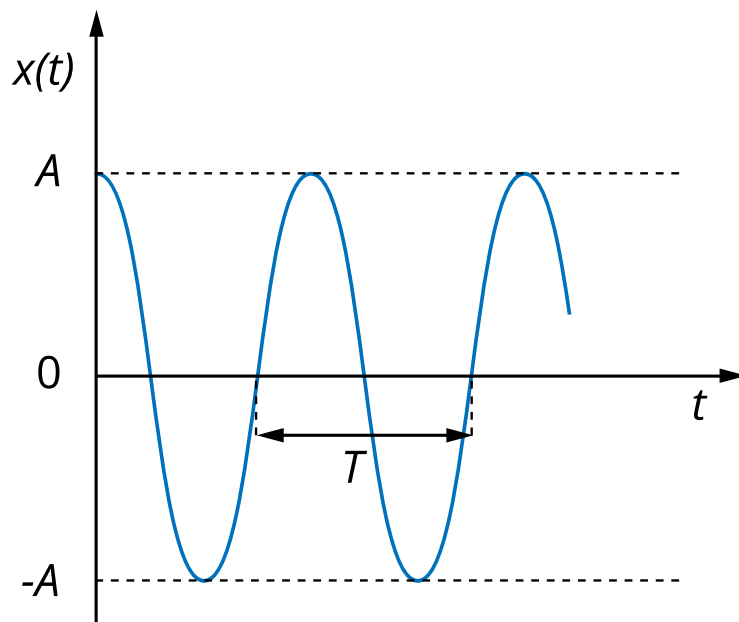


Rys.2. Wykres zależności wychylenia od czasu ciała poruszającego się ruchem harmonicznym wzdłuż osi OX dla fazy początkowej równej zero.

Gdy **faza** początkowa jest równa $\pi/2$, to w chwili początkowej **wychylenie** jest równe **amplitudzie drgań** i ciało porusza się w stronę położenia równowagi. Zależność **wychylenia** od czasu opisuje równanie:

$$x(t) = A \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right),$$

a jego wykres przedstawia Rys. 3.

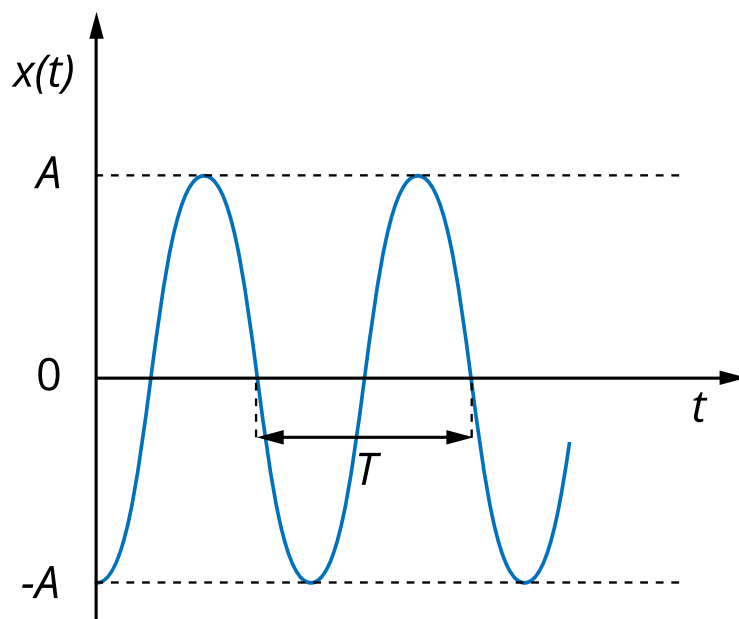


Rys. 3. Wykres wychylecia $x(t)$ dla fazy początkowej $\varphi = \pi/2$. Wykres jest przesunięty względem wykresu z Rys. 2. o $\frac{1}{4}$ okresu w lewo.

W przypadku **fazy** początkowej $\phi = -\pi/2$ ciało też jest w skrajnym położeniu, ale **wychylenie** ma przeciwny znak ($x = -A$). Zależność **wychylecia** od czasu opisuje równanie:

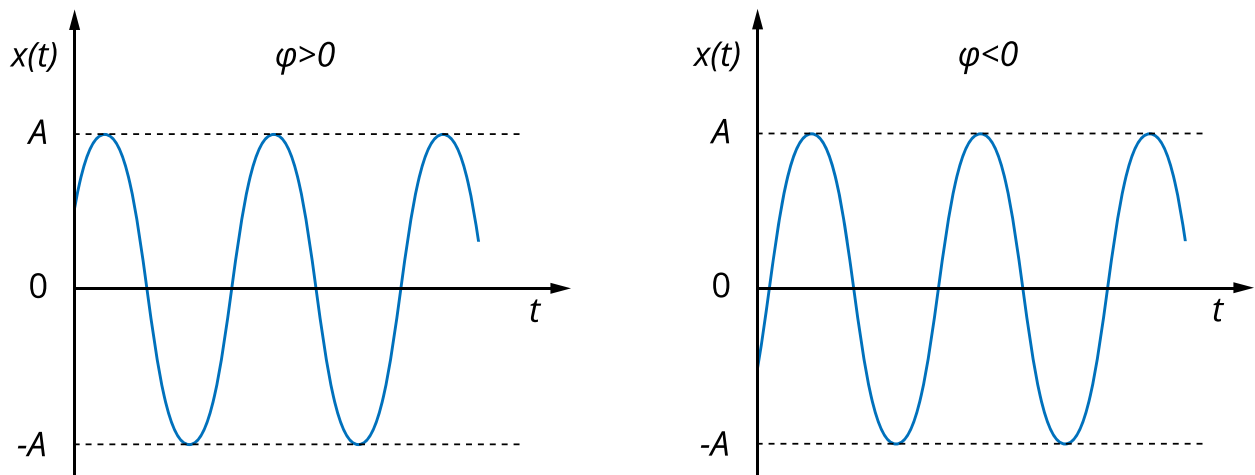
$$x(t) = A \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right),$$

a wykres zaczyna się od $x = -A$ (Rys. 4.).



Rys. 4. Wykres wychylecia $x(t)$ dla fazy początkowej $\varphi = -\pi/2$ jest przesunięty względem wykresu z Rys. 2. o $\frac{1}{4}$ okresu w prawo.

Ogólnie, gdy **faza** początkowa jest różna od zera, to wykres $x(t)$ jest przesunięty wzdłuż osi czasu w kierunku przeciwnym do znaku φ . Gdy $\varphi > 0$ to wykres jest przesunięty w kierunku wartości ujemnych (Rys. 5a.), a gdy $\varphi < 0$ w kierunku dodatnim osi czasu (Rys. 5b.).



Rys. 5. Wykresy wychYLENIA od czasu dla dodatniej i ujemnej fazy początkowej φ są przesunięte na osi czasu przeciwnie do znaku φ .

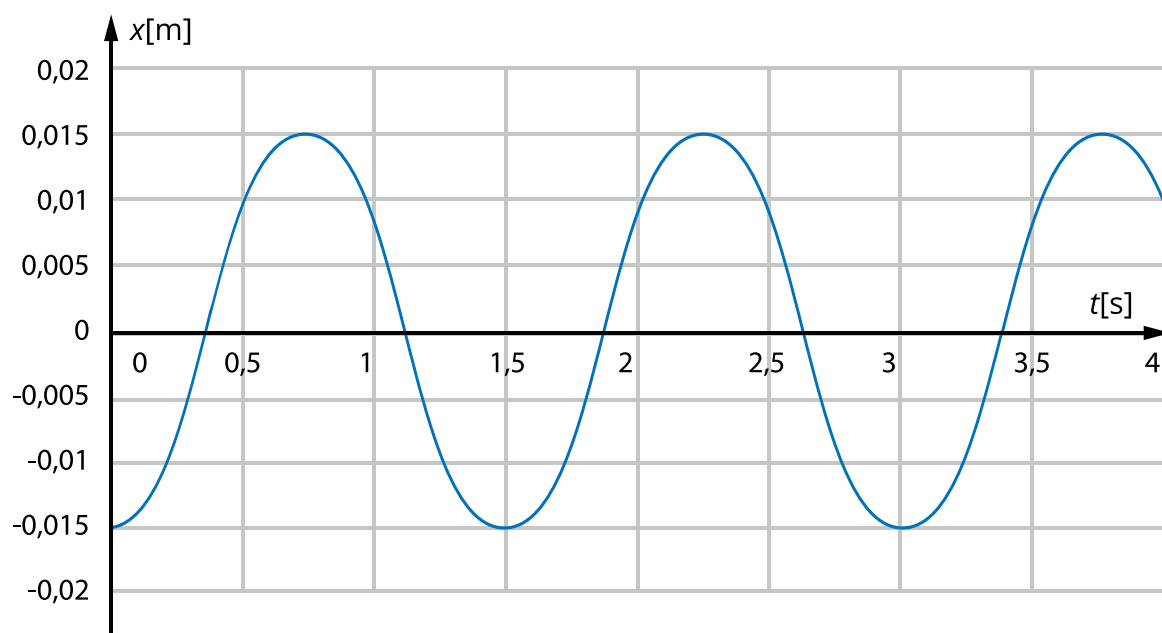
Przykład 1.

Zapisz równanie i narysuj wykres zależności położenia od czasu drgań harmonicznYch o **amplitudzie**: $A = 0,15 \text{ m}$, częstotliwości $f = 2/3 \text{ Hz}$ i **fazie** początkowej $-\pi/2$.

Częstość kołowa: $\omega = 2\pi f = 4\pi/3 \text{ rad/s}$

Okres drgań $T = \frac{1}{f} = 1,5 \text{ s}$

$$x(t) = 0,15 \sin\left(\frac{4\pi}{3}t - \frac{\pi}{2}\right)$$



Rys. 6. Wykres drgań harmoniczných o amplitudzie 0,15m, okresie 1,5 s i fazie początkowej $-\pi/2$.

Przykład 2.

Oblicz **wychylenie** ciała poruszającego się ruchem harmonicznym po czasie równym $1/8$ okresu drgań. **Faza** początkowa jest równa zero, a **amplituda drgań** A .

Wychylenie $x(t)$ w ruchu harmonicznym dla **fazy** początkowej $\varphi = 0$:

$$x(t) = A \sin(\omega t)$$

Podstawiamy:

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

$$x\left(\frac{1}{8}T\right) = A \sin\left(\frac{2\pi}{T} \cdot \frac{T}{8}\right) = A \sin\left(\frac{\pi}{4}\right)$$

$$x\left(\frac{1}{8}T\right) = \frac{\sqrt{2}}{2} A$$

Wychylenie po $1/8$ okresu wynosi $\frac{\sqrt{2}}{2} A$.

Słowniczek

wychylenie (x)

(ang. *displacement*) przemieszczenie ciała z położenia równowagi.

W ruchu harmonicznym zależność wychylenia od czasu jest opisana funkcją harmoniczną (np. sinus lub cosinus):

$$x(t) = A \sin(\omega t + \phi)$$

gdzie A – amplituda, ω – częstość kołowa, t – czas, ϕ – faza początkowa drgań.

amplituda drgań (A)

(ang. *amplitude of the oscillations*) wartość maksymalnego wychylenia z położenia równowagi.

faza drgań

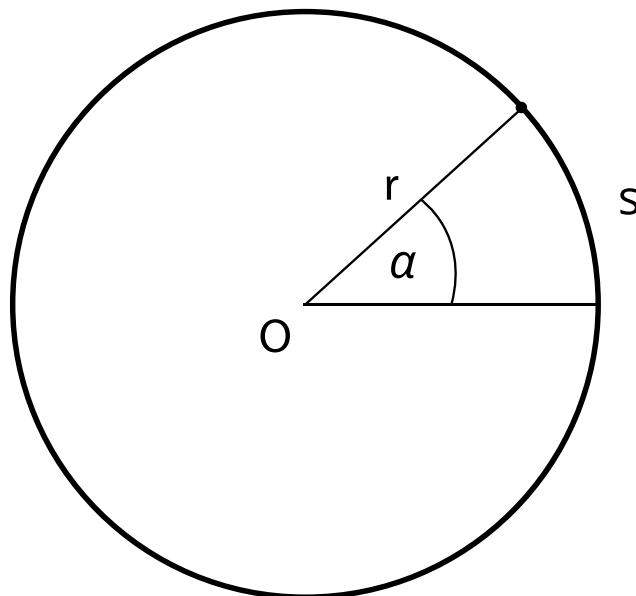
(ang. *phase of the oscillations*) argument funkcji sinus – kąt wyrażony w radianach, czyli $(\omega t + \phi)$.

Radian

(ang. *radian*) jednostka kąta w układzie SI.

Kąt α w radianach (zwany kątem w mierze łukowej) jest zdefiniowany jako stosunek długości łuku s do promienia tego łuku r :

$$\alpha = \frac{s}{r}$$



Kąt jest równy jednemu radianowi, gdy długość łuku jest równa jego promieniowi. Kąt pełny jest równy $2\pi \text{ rad}$.

częstość kołowa drgań (ω)

(ang. *angular frequency*) odpowiednik prędkości kątowej w ruchu jednostajnym po okręgu.

Jednostką częstości kołowej w układzie SI jest radian/sekundę.

oscylator harmoniczny

(ang. *harmonic oscillator*) ciało poruszające się ruchem harmonicznym.

Animacja 3D

Wykres zależności położenia od czasu w ruchu drgającym i jego interpretacja

Animacja przedstawia wykres zależności położenia od czasu $x(t)$ w ruchu harmonicznym. Pokazuje, jak zmienia się ten wykres przy zmianie amplitudy, częstotliwości (okresu) drgań i fazy początkowej.

Obserwuj ruch drgający punktu i odpowiadający mu wykres zależności położenia od czasu. W dowolnej chwili możesz zatrzymać animację i ponownie ją uruchomić.

Zmieniaj parametry ruchu i obserwuj wpływ na krzywą $x(t)$.

Polecenie 1

Jaką drogę przebywa punkt w ciągu całego okresu T .

Uzupełnij

Polecenie 2

Jak zmienia się częstotliwość i częstość kołowa drgań gdy okres drgań wzrasta?

Uzupełnij

Polecenie 3

W jakim punkcie rozpoczyna się wykres drgań dla fazy początkowej równej $\pi/2$?

Uzupełnij

Sprawdź się

Pokaż ćwiczenia:   

Ćwiczenie 1

Wykres zależności wychylenia od czasu w ruchu harmonicznym opisuje zależność: $x(t) = 0,1 \sin(\pi t)$. Uzupełnij zdanie wpisując odpowiednie wartości.

Amplituda drgań jest równa m, a częstotliwość Hz.

Ćwiczenie 2

Uczniowie opisywali wykres zależności wychylenia od czasu w ruchu harmonicznym. Wskaż, które z poniższych stwierdzeń jest poprawne.

- ☐ Wychylenie jest proporcjonalne do kwadratu czasu.
- ☐ Wychylenie nie zależy od czasu.
- ☐ Wychylenie rośnie lub maleje proporcjonalnie do czasu.
- ☐ Wychylenie zmienia się sinusoidalnie w czasie.

Ćwiczenie 3

Ciężarek zawieszony na sprężynie porusza się ruchem harmonicznym z amplitudą $A = 5$ cm i częstotliwością $f = 2$ Hz. Jaką drogę przebędzie ten ciężarek w czasie $t = 2$ s? Wynik podaj w cm.

Odpowiedź: cm

Ćwiczenie 4

Faza początkowa drgań harmoniczych o okresie 2 s jest równa $\pi/2$ radianów. Po jakim najkrótszym czasie od początku ruchu ciało znajdzie się w położeniu równowagi?

☐ 1 s

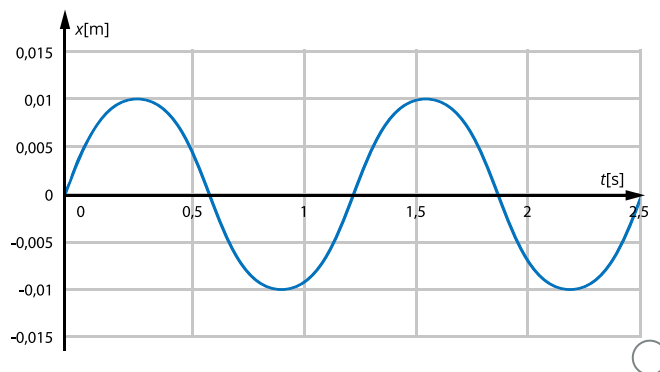
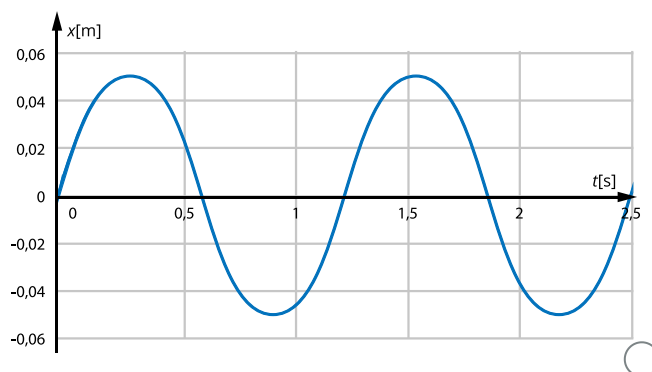
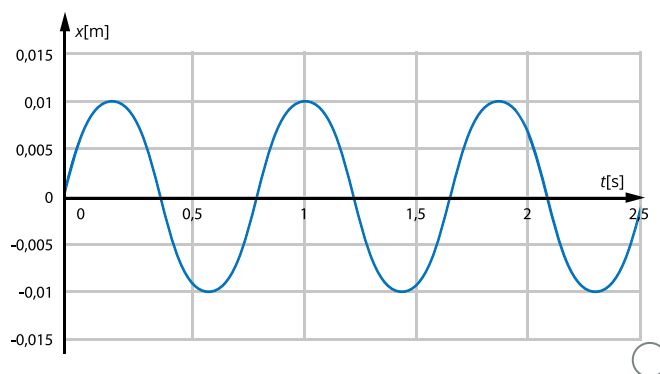
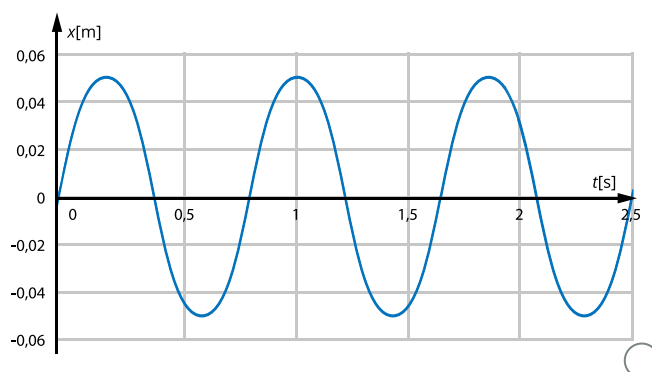
☐ 0,5 s

☐ 1,5 s

☐ 2 s

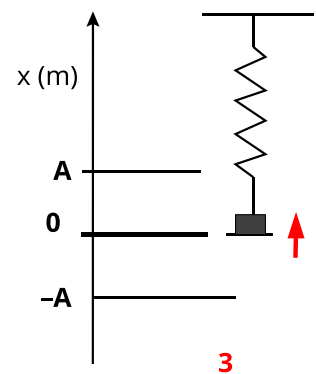
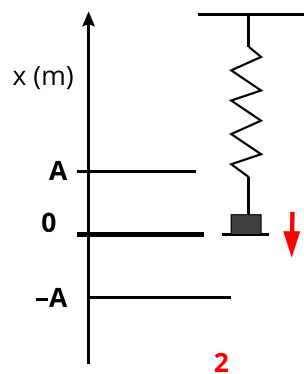
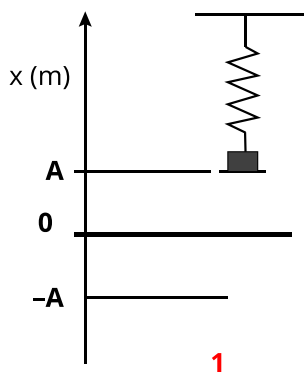
Ćwiczenie 5

Który z podanych wykresów przedstawia zależność wychyleń od czasu ciała poruszającego się ruchem harmonicznym z okresem 1,25 s, amplitudą 0,01 m i fazą początkową równą zero?

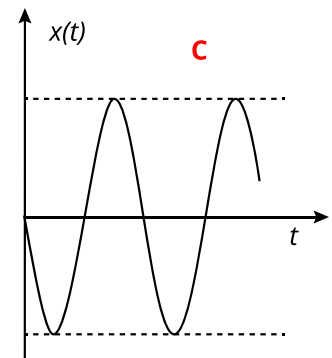
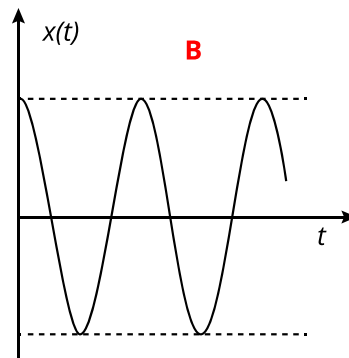
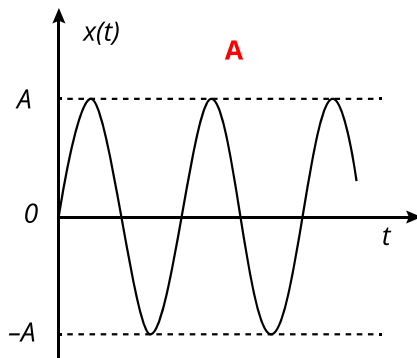


Ćwiczenie 6

Rysunki przedstawiają początkowe położenia trzech ciężarków zawieszonych na sprężynach, poruszających się ruchem harmonicznym o tej samej częstotliwości oraz trzy wykresy wychyleń od czasu.



Przyporządkuj rysunki (1, 2, 3) do odpowiednich wykresów(A, B, C).



Rysunek 1 - wykres

Rysunek 2 - wykres

Rysunek 3 - wykres

Ćwiczenie 7

Zależność wychylenia od czasu ciała poruszającego się ruchem harmonicznym z amplitudą A opisuje równanie:

$$x(t) = A \sin\left(\frac{\pi}{6}t\right)$$

Po jakim najkrótszym czasie od początku ruchu wychylenie będzie równe połowie amplitudy?

☐ 1/6 s

☐ 1 s

☐ 6 s

☐ 3 s

Ćwiczenie 8

Masz do dyspozycji: lejek, sznurek, piasek, plastelinę, statyw, arkusz kartonu. Zaprojektuj doświadczenie, w którym pokażesz, że wykres zależności wychylenia od czasu ciała poruszającego się ruchem harmonicznym ma kształt sinusoidalny.

Uzupełnij

Dla nauczyciela

Konspekt (scenariusz) lekcji

Imię i nazwisko autora:	Elżbieta Kawecka
Przedmiot:	Fizyka
Temat zajęć:	Wykres zależności położenia od czasu w ruchu drgającym
Grupa docelowa:	III etap edukacyjny, liceum, technikum, zakres rozszerzony
Podstawa programowa:	<p>Cele kształcenia – wymagania ogólne</p> <p>II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.</p> <p>III. Planowanie i przeprowadzanie obserwacji lub doświadczeń oraz wnioskowanie na podstawie ich wyników.</p> <p>Zakres rozszerzony</p> <p>Treści nauczania – wymagania szczegółowe</p> <p>I. Wymagania przekrojowe. Uczeń:</p> <p>6) tworzy teksty, tabele, diagramy lub wykresy, rysunki schematyczne lub blokowe dla zilustrowania zjawisk bądź problemu; właściwie skaluje, oznacza i dobiera zakresy osi;</p> <p>7) wyodrębnia z tekstów, tabel, diagramów lub wykresów, rysunków schematycznych lub blokowych informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska bądź problemu; przedstawia te informacje w różnych postaciach.</p> <p>V. Drgania. Uczeń:</p> <p>4) analizuje zależności położenia, prędkości i przyspieszenia od czasu dla ciała w ruchu drgającym harmonicznym oraz interpretuje wykresy tych zależności.</p>
Kształtowane kompetencje kluczowe:	<p>Zalecenia Parlamentu Europejskiego i Rady UE z 2018 r.:</p> <ul style="list-style-type: none">• kompetencje w zakresie rozumienia i tworzenia informacji,• kompetencje matematyczne oraz kompetencje w zakresie nauk przyrodniczych, technologii i inżynierii,• kompetencje cyfrowe,• kompetencje osobiste, społeczne i w zakresie umiejętności uczenia się.

Cele operacyjne:	<p>Uczeń:</p> <ol style="list-style-type: none"> wymienia charakterystyczne wielkości przedstawione na wykresie zależności wychylenia od czasu ciała poruszającego się ruchem drgającym harmonicznym. tworzy wykresy zależności położenia od czasu oscylatora harmonicznego o różnej amplitudzie i częstotliwości drgań. stosuje zależność wychylenia od czasu do opisu ruchu harmonicznego przy różnych fazach początkowych. analizuje i interpretuje wykresy zależności wychylenia od czasu w ruchu harmonicznym. projektuje doświadczenie umożliwiające obserwację wykresu wychylenia od czasu w ruchu harmonicznym.
Strategie nauczania:	formative feedback - kształtująca (ucząca) informacja zwrotna lub ocenianie kształtujące
Metody nauczania:	Praca z wykorzystaniem multimediów, analiza pomysłów.
Formy zajęć:	<ul style="list-style-type: none"> - praca w parach, - praca indywidualna.
Środki dydaktyczne:	Animacja/ model 3D „Wykres zależności położenia od czasu w ruchu drgającym i jego interpretacja”, zestaw zadań interaktywnych.
Materiały pomocnicze:	e-materiały: „Cechy ruchu harmonicznego”, „Jak definiujemy wychylenie, amplitudę, częstość kołową i przesunięcie fazowe?”
PRZEBIEG LEKCJI	
Faza wprowadzająca:	

Zaciekawienie (pogadanka wstępna): Nauczyciel omawia rolę i znaczenie wykresów w badaniu i analizowaniu zależności między różnymi wielkościami fizycznymi. Podaje przykłady (np. temperatury od czasu, natężenia prądu w przewodniku od oporu, siły grawitacji od odległości, itp.).

Rozpoznanie wiedzy wyjściowej uczniów w kontekście realizowanego tematu oraz nawiązanie do tej wiedzy.

Pytania skierowane do uczniów:

- Naszkicuj wykres zależności położenia od czasu ciała poruszającego się ruchem jednostajnie przyspieszonym.
- Wymień i zdefiniuj wielkości fizyczne, stosowane do opisu ruchu drgającego.
- Omów zależność wychylenia od czasu w ruchu harmonicznym.

Faza realizacyjna:

- Nauczyciel omawia sposób pracy i zadania uczniów.
- Praca indywidualna - uczniowie oglądają animację 3D.
- Nauczyciel dzieli klasę na grupy 2-osobowe (np. metodą losowania).
- Uczniowie analizują w parach przykłady 1 i 2 z części „Przeczytaj” e-materiału.
- Nauczyciel obserwuje pracę uczniów, w razie potrzeby udziela wskazówek.
- Praca w parach. Uczniowie rozwiązują zadania: 1, 5, 8 z zestawu zadań interaktywnych.
- Nauczyciel obserwuje pracę uczniów, pomaga, wyjaśnia wątpliwości.

Faza podsumowująca:

Nauczyciel dzieli uczniów na pary. Uczniowie w parach rozwiązują zadania: 4 i 6 z zestawu zadań interaktywnych.

Praca domowa:

Uczniowie utrwalają wiedzę i umiejętności zdobyte w czasie lekcji przez rozwiązanie w domu zadań nr 2, 3 i 7 z zestawu zadań interaktywnych.

Wskazówki metodyczne opisujące różne zastosowania danego multimedium:

Animację 3D „Wykres zależności położenia od czasu w ruchu drgającym i jego interpretacja” można wykorzystać podczas lekcji według scenariusza. Może być też wykorzystana przez uczniów do powtórzenia i utrwalenia wiadomości.