



Badanie rzutu poziomego jako przykładu ruchu dwuwymiarowego.

- [Wprowadzenie](#)
- [Przeczytaj](#)
- [Multimedium bazowe](#)
- [Sprawdź się](#)
- [Dla nauczyciela](#)



## Czy to nie ciekawe?

W jaki sposób opisać ruch, który nie jest prostoliniowy? Czy można go potraktować jako złożenie dwóch ruchów prostoliniowych? Analizując rzut poziomy zobaczysz, w jaki sposób można opisywać ruch, który odbywa się w dwóch wymiarach.

### Twoje cele

Pracując z tym e-materiałem:

- dowiesz się, na czym polega rzut poziomy,
- poznasz równania ruchu opisujące rzut poziomy,
- zrozumiesz, w jaki sposób można opisywać rzut poziomy,
- zastosujesz równania ruchu do wyznaczenia zasięgu rzutu poziomego,
- przeanalizujesz i zinterpretujesz różne przykłady rzutu poziomego.

# Przeczytaj

---

## Warto przeczytać

*Do króla przybiegli zwiadowcy.*

*- Miłościwy panie, trzy i pół kilometra od naszego zamku zgromadziły się wrogie wojska. Mają nową maszynę bojową zwaną Straszliwym Taranem! Mury naszego zamku z pewnością nie wytrzymają uderzenia...*

*Król zamyślił się.*

*- Trzeba wystrzelić płonącym pociskiem z naszej wielkiej armaty – powiedział w końcu. – Spalimy Straszliwy Taran i będzie po kłopotach.*

*Armata stała na murach zamkowych, była wycelowana poziomo – tak się złożyło – prosto w stronę obozu wrogich wojsk. Zamek stał na wzgórzu, więc armata znajdowała się 300 m wyżej niż obóz.*

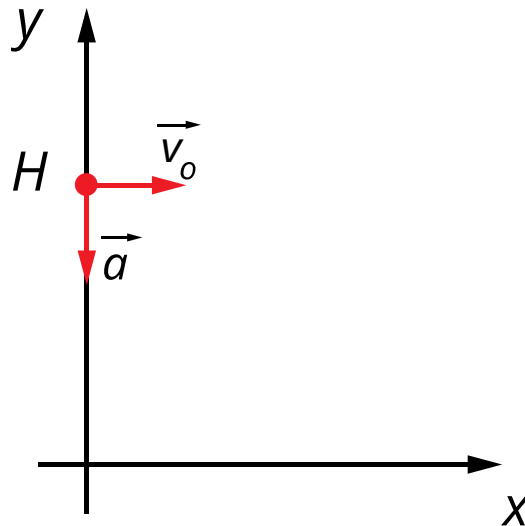
*- Ależ Panie – ośmielił się wtrącić doradca – skąd będzie wiadomo, z jaką prędkością wystrzelić pocisk, by trafił prosto do celu?*

No właśnie. Czy jesteśmy w stanie ustalić, z jaką prędkością wystrzelić poziomo pocisk z armaty tak, by trafił tam, gdzie chcemy?

Zacznijmy od tego, jaki w ogóle ruch wykonuje taki pocisk? Ruch ten jest przykładem rzutu poziomego – czyli ruchu, w którym ciało porusza się z przyspieszeniem ziemskim i ma nadaną prędkość początkową skierowaną prostopadle do przyspieszenia ziemskiego.

Łatwo się przekonać – rzucając piłką lub jakimś innym przedmiotem, że tor ruchu w takim przypadku nie jest linią prostą. Mamy zatem do czynienia z ruchem odbywającym się na płaszczyźnie.





Rys. 1. Ilustracja układu współrzędnych

Jeśli ustawimy tak układ współrzędnych, by oś  $x$  była równoległa do wektora prędkości początkowej, a oś  $y$  skierowana pionowo do góry (Rys. 1.), okaże się, że współrzędna  $z$  wektora **położenia** przez cały czas trwania ruchu będzie miała stałą wartość (na przykład równą zero – jeśli odpowiednio ustawimy układ współrzędnych) i w związku z tym nie będziemy brać jej pod uwagę przy opisie ruchu.

Uwzględniając zatem tylko dwie istotne współrzędne możemy zapisać wektory przyspieszenia, **prędkości** początkowej i położenia początkowego w sposób następujący:

- przyspieszenie:  $\vec{a} = [0, -g]$ , gdzie  $g$  to wartość przyspieszenia ziemskiego,
- prędkość początkowa:  $\vec{v}_0 = [v_0, 0]$ ,
- położenie początkowe przez:  $\vec{r}_0 = [0, H]$ .

Widzimy, że przyspieszenie jest skierowane wzdłuż osi  $y$ , a zatem w kierunku osi  $x$  ciało nie będzie ani przyspieszać, ani zwalniać, czyli będzie poruszać się ze stałą prędkością. Zależność współrzędnej  $x$  wektora położenia jest więc następująca:

$$x(t) = v_0 t$$

W kierunku osi  $y$  z kolei mamy do czynienia z ruchem o stałym przyspieszeniu oraz musimy uwzględnić to, że ciało znajduje się na wysokości  $H$ . Tym razem równanie zależności współrzędnej  $y$  od czasu jest następujące:

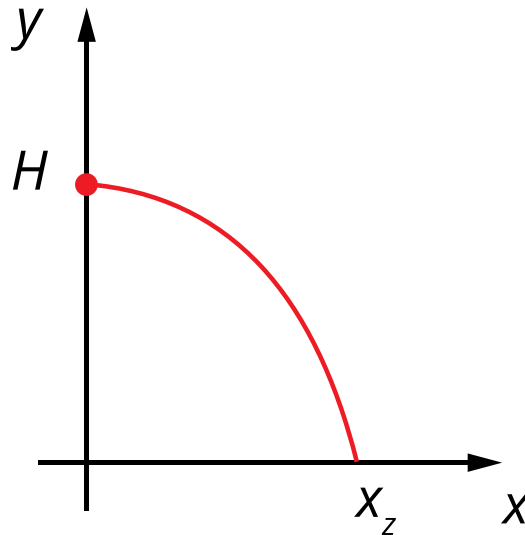
$$y(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + H$$

**Rzut poziomy jest zatem złożeniem ruchu jednostajnego z ruchem jednostajnie przyspieszonym.**

Wróćmy zatem do naszego problemu – jak dobrać prędkość początkową, aby pocisk armatni trafił w cel? Musimy przyjrzeć się, jak wygląda tor ruchu takiego pocisku. Jeśli wyznaczymy  $t$  z pierwszego równania i wstawimy do drugiego otrzymamy właśnie równanie toru:

$$y(x) = -\frac{gx^2}{2v_0^2} + H$$

Jest to równanie paraboli, której wykres znajduje się na rysunku (Rys. 2.):



Rys. 2. Tor ruchu pocisku wystrzelonego z wysokości H

gdzie  $x_z$  to zasięg rzutu, czyli odległość w jakiej ciało upadnie na ziemię.

Wektor położenia ciała będzie miał wtedy współrzędne:  $[x_z, 0]$ , a więc żeby wyznaczyć  $x_z$  musimy najpierw ustalić kiedy – czyli dla jakiej wartości czasu  $t$  – współrzędna  $y$  będzie miała wartość zero, a następnie wyznaczyć, jaką wartość będzie miała współrzędna  $x$ .

Z równania  $y(t_k) = 0$  dostajemy:

$$t_k = \sqrt{\frac{2H}{g}}$$

i możemy wyznaczyć zasięg rzutu:

$$x_z = x(t_k) = v_0 \sqrt{\frac{2H}{g}}$$

W przypadku obrońców zamku wiemy, że wysokość  $H$  wynosi 300 m, zasięg to 3500 m, a przyspieszenie ziemskie wynosi około  $10 \frac{m}{s^2}$ .

Przekształcając powyższe równanie dostaniemy:

$$v_0 = \frac{x_z}{\sqrt{\frac{2H}{g}}}$$

Co, po wstawieniu odpowiednich wartości da nam prędkość około  $450 \frac{m}{s}$ .

Z taką prędkością obrońcy zamku muszą wystrzelić płonący pocisk z armaty, by spalić Straszliwego Tarana.

## Słowniczek

### położenie

(*ang.: position*) określa umiejscowienie ciała w układzie odniesienia.

### prędkość

(*ang.: velocity*) wielkość wektorowa określająca jak szybko zmienia się położenie w czasie.

### przemieszczenie

(*ang.: displacement*) zmiana położenia ciała.

### układ odniesienia

(*ang.: frame of reference*) ciało względem którego opisujemy ruch lub spoczynek innego ciała.

# Multimedium bazowe

---

## Badanie rzutu poziomego

Symulacja, znajdująca się poniżej, pokazuje jak wygląda rzut poziomy. Możesz wybrać prędkość początkową, wysokość z jakiej rzucone jest ciało oraz odległość od celu. Po wybraniu parametrów wciśnij przycisk START, wtedy pojawi się animacja rzutu poziomego. Ciało zostawia za sobą ślad, tak by widoczny był kształt toru. Obok wyświetla się też czas trwania ruchu i zasięg. Twoim zadaniem będzie takie dobranie parametrów, aby pocisk trafił w cel. Powodzenia!

### Polecenie 1

Wskaż zdania prawdziwe, przyjmując, że dotyczą one rzutu poziomego (pomijamy opory ruchu).

☐

Zwiększenie wysokości z której wykonuje się rzut (przy takiej samej prędkości początkowej) powoduje zwiększenie zasięgu. .

☐

Zwiększenie prędkości początkowej (przy takiej samej wysokości) powoduje wydłużenie czasu trwania rzutu. .

☐

Aby zwiększyć zasięg rzutu można zwiększyć wartość prędkości początkowej.

# Sprawdź się

Pokaż ćwiczenia:   


## Ćwiczenie 1



Rzut poziomy to ruch w którym:

- tor ruchu jest linią prostą PRAWDA/FAŁSZ
- wektor przyspieszenia jest stały PRAWDA/FAŁSZ
- wartość prędkości zmienia się PRAWDA/FAŁSZ
- kierunek prędkości jest stały PRAWDA/FAŁSZ

## Ćwiczenie 2

Kula armatnia wystrzelona poziomo poleciała za daleko i nie trafiła w cel. Aby poprawić sytuację można (zaznacz wszystkie poprawne odpowiedzi): 

☐ zwiększyć wysokość, na której znajduje się armata

☐ zwiększyć wartość prędkości początkowej

☐ zmniejszyć wysokość, na której znajduje się armata

☐ zmniejszyć wartość prędkości początkowej

## Ćwiczenie 3

Z wysokości 10 m rzucono poziomo piłkę z prędkością początkową o wartości  $10 \frac{m}{s}$ . Oblicz, po jakim czasie piłka upadnie na ziemię i jaki będzie zasięg tego rzutu. Przyjmij, że przyspieszenie ziemskie wynosi  $10 \frac{m}{s^2}$ . Wynik podaj z dokładnością do dziesiątych części sekundy i pełnych metrów.

$t =$   s,

$x_z =$   m.



## Ćwiczenie 4

W odległości około dwóch kilometrów od murów zamkowych ustawiono maszyny bojowe 🏰  
Zamek dysponuje czterema armatami wycelowanymi poziomo. Ich wysokości oraz prędkość są podane poniżej. Ustal, która z armat trafi najbliżej maszyn bojowych.

armata 4

- ☐  $h = 400 \text{ m}$   
 $v = 200 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

armata 1

- ☐  $h = 100 \text{ m}$   
 $v = 400 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

armata 2

- ☐  $h = 200 \text{ m}$   
 $v = 350 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

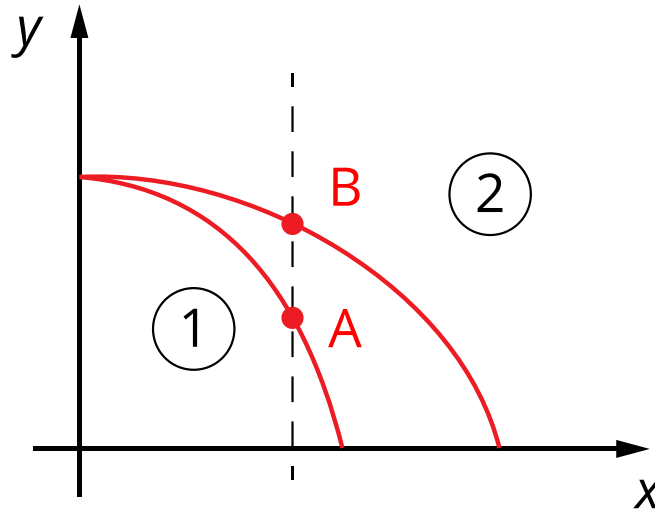
armata 3

- ☐  $h = 300 \text{ m}$   
 $v = 250 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

## Ćwiczenie 5



Wykres przedstawia tory ruchu dwóch ciał wykonujących rzut poziomy.



Oceń, które zdania są prawdziwe.

Ciało (1) ma mniejszą prędkość początkową niż ciało (2). {#PRAWDA}\{FAŁSZ}

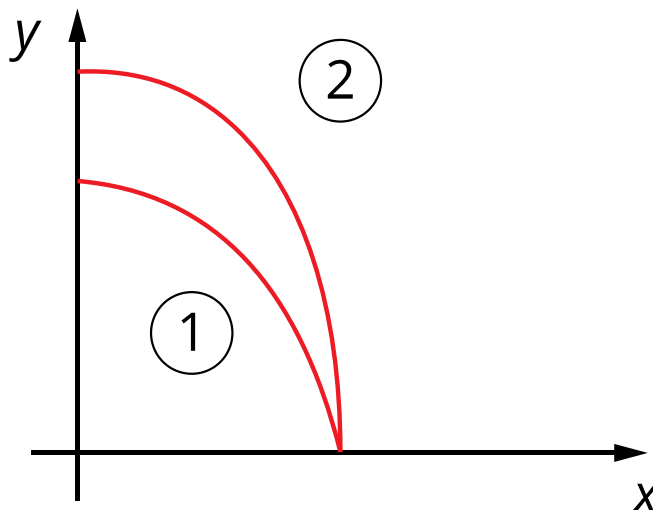
Ciało (1) spadnie szybciej niż ciało (2). {PRAWDA}\{#FAŁSZ}

W punktach A i B oba ciała znajdują się w tym samym czasie. {PRAWDA}\{#FAŁSZ}

## Ćwiczenie 6



Wykres przedstawia tory ruchu dwóch ciał wykonujących rzut poziomy.



Oceń, które zdania są prawdziwe.

Ciało (2) jest rzucone z większej wysokości niż ciało (1). {#PRAWDA}\{FAŁSZ}

Ciało (1) spadnie szybciej niż ciało (2). {#PRAWDA}\{FAŁSZ}

Ciało (1) ma większą prędkość początkową niż ciało (2). {#PRAWDA}\{FAŁSZ}

## Ćwiczenie 7



Ciało rzucone poziomo na Ziemi spadło na powierzchnię gruntu po jednej sekundzie. Na innej planecie wykonano taki sam rzut z dwa razy większej wysokości i spadło po tym samym czasie. Wyznacz wartość przyspieszenia grawitacyjnego na tej planecie. Przyjmij, że przyspieszenie ziemskie wynosi  $10 \frac{m}{s^2}$ .

$$g_p = \boxed{\phantom{000}} \frac{m}{s^2}.$$

## Ćwiczenie 8



Ciało wykonało rzut poziomy na Ziemi z wysokości  $H$  z prędkością początkową  $v_0$ . Uzasadnij, że zasięg rzutu poziomego zmieni się o czynnik  $\sqrt{\frac{g}{g'}}$  jeśli wykonamy rzut z takiej samej wysokości i taką samą prędkością na planecie, na której przyspieszenie grawitacyjne wynosi  $g'$  ( $g$  to wartość przyspieszenia ziemskiego)

Uzupełnij

# Dla nauczyciela

---

<b>Imię i nazwisko autora:</b>	Agnieszka Ruzikowska
<b>Przedmiot:</b>	Fizyka
<b>Temat zajęć:</b>	<b>Rzut poziomy</b>
<b>Grupa docelowa:</b>	III etap edukacyjny, liceum, technikum, zakres rozszerzony
<b>Podstawa programowa:</b>	<p><b>Cele kształcenia – wymagania ogólne</b></p> <p>II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.</p> <p><b>Zakres rozszerzony</b></p> <p><b>Treści nauczania – wymagania szczegółowe</b></p> <p>I. Wymagania przekrojowe. Uczeń:</p> <p>4) przeprowadza obliczenia liczbowe posługując się kalkulatorem;</p> <p>7) wyodrębnia z tekstów, tabel, diagramów lub wykresów, rysunków schematycznych lub blokowych informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska bądź problemu; przedstawia te informacje w różnych postaciach.</p> <p>II. Mechanika. Uczeń:</p> <p>7) opisuje ruchy złożone jako sumę ruchów prostych; analizuje rzut poziomy jako przykład ruchu dwuwymiarowego.</p>
<b>Kształtowane kompetencje kluczowe:</b>	<p><b>Zalecenia Parlamentu Europejskiego i Rady UE z 2018 r.:</b></p> <ul style="list-style-type: none"><li>• kompetencje w zakresie rozumienia i tworzenia informacji,</li><li>• kompetencje matematyczne oraz kompetencje w zakresie nauk przyrodniczych, technologii i inżynierii,</li><li>• kompetencje cyfrowe,</li><li>• kompetencje osobiste, społeczne i w zakresie umiejętności uczenia się.</li></ul>

<b>Cele operacyjne:</b>	<p>Uczeń</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. określa na czym polega rzut poziomy,</li> <li>2. stosuje równania ruchu opisujące rzut poziomy,</li> <li>3. opisuje rzut poziomy,</li> <li>4. wykorzystuje równania ruchu do wyznaczenia zasięgu rzutu poziomego,</li> <li>5. analizuje i interpretuje różne przykłady rzutu poziomego.</li> </ol>
<b>Strategie nauczania:</b>	odwrócona klasa
<b>Metody nauczania:</b>	dyskusja
<b>Formy zajęć:</b>	praca w grupie
<b>Środki dydaktyczne:</b>	komputer z rzutnikiem – jeśli uczniowie mają oglądać symulację podczas lekcji
<b>Materiały pomocnicze:</b>	–
<b>PRZEBIEG LEKCJI</b>	
<b>Faza wprowadzająca:</b>	
<p>Uczniowie w ramach pracy domowej czytają tekst „Warto przeczytać” i analizują symulację. Nauczyciel na początku lekcji wyjaśnia ewentualne wątpliwości i odpowiada na pytania uczniów.</p>	
<b>Faza realizacyjna:</b>	
<p>Nauczyciel zwraca uwagę uczniów na to, że równania ruchu w rzucie poziomym, a co za tym idzie – zasięg rzutu – dotyczą sytuacji idealnej.</p> <p>Uczniowie dyskutują na temat tego, co należałoby w tym modelu uwzględnić, by lepiej opisywał on realny strzał z armaty.</p> <p>Nauczyciel dba o merytoryczny poziom dyskusji oraz wyjaśnia ewentualne wątpliwości, które mogą się podczas dyskusji zrodzić.</p>	
<b>Faza podsumowująca:</b>	
<p>Uczniowie, wykorzystując zdobytą wiedzę, rozwiązują zadania 5 i 6 z zestawu ćwiczeń.</p> <p>Uczniowie odnoszą się do postawionych sobie celów lekcji, ustalają które osiągnęli a które wymagają jeszcze pracy, jakiej i kiedy. W razie potrzeby nauczyciel dostarcza im informację zwrotną kształtującą.</p>	
<b>Praca domowa:</b>	
<p>W ramach powtórzenia i utrwalenia wiadomości uczniowie rozwiązują zadania: 3, 4 i 7 z zestawu ćwiczeń.</p>	



<b>Wskazówki metodyczne opisujące różne zastosowania danego multimedium</b>	<p>Symulację uczniowie mogą oglądać także podczas lekcji.</p>
---	---