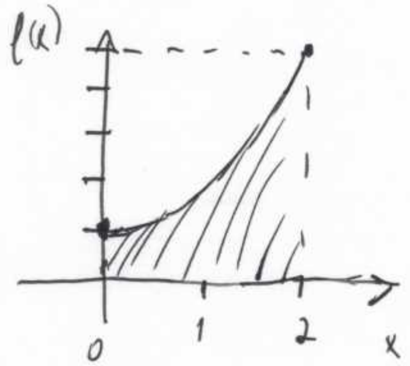
REGRA DO TRAPÉZIO ADAPTATIVA

- VAMOS VER COMO USAR A ESTIMATIVA DO ERRO PARA DEFINIR UM CRITÉRIO DE PARADA

- É MAIS FÁCIL PARTIR DE UM EXEMPLO. DEPOIS VEREMOS UM ~~ALGORITMO MAIS~~ MÉTODO SISTEMÁTICO.

EX: $f(x) = x^2+1$, $0 \leq x \leq 2$, $I = \frac{14}{3} = 4{,}67$



$$I_i = h_i \left[\frac{1}{2} f(a) + \frac{1}{2} f(b) + \sum_{k=1}^{N_i-1} f(a+k h_i) \right]$$

$$\varepsilon_i = \frac{1}{3} (I_i - I_{i-1})$$ ← QUANDO DOBRAMOS N

INICIALIZANDO. $N_1 = 1$. $h_1 = \frac{(b-a)}{N_1} = 2$

$$I_1 = 2 \left[\frac{1}{2} f(0) + \frac{1}{2} f(2) \right] = f(0) + f(2) = 1 + 5 = 6$$

- COM APENAS UM VALOR DE I NÃO PODEMOS ESTIMAR ERRO.

- SEJA $N_2 = 2N_1 = 2$. AGORA PRECISAMOS DE $f(0)$, $f(1)$, $f(2)$.

$$h_2 = \frac{(b-a)}{N} = \frac{2}{2} = 1$$

$$I_2 = 1\left[\frac{1}{2}f(0) + \frac{1}{2}f(2) + f(1)\right]$$

→ ANOTAR NO QUADRO:

$$I_2 = \frac{1}{2}I_1 + f(1)$$

$$= \frac{1}{2}I_1 + f(1) = 3 + 2 = \boxed{5}$$

↑ REAPROVEITO!

- AGORA PODEMOS ESTIMAR O ERRO:

$$\varepsilon_2 = \frac{1}{3}(5 - 6) = \boxed{-\frac{1}{3}}$$ ← MUITO ALTO

- $N_3 = 2N_2 = 4$. $h_3 = \frac{2}{4} = 0.5$

- PRECISAMOS DE $f(0), f(0.5), f(1), f(1.5), f(2)$; $f(0.5) = 1.25$, $f(1.5) = 3.25$

$$I_3 = 0.5\left[\frac{1}{2}f(0) + \frac{1}{2}f(2) + f(0.5) + f(1) + f(1.5)\right]$$

$$I_3 = 0.5\underbrace{\left[\frac{1}{2}f(0) + \frac{1}{2}f(2) + f(1)\right]}^{I_2} + 0.5\left[f(0.5) + f(1.5)\right]$$

$$I_3 = \frac{I_2}{2} + 0.5\left[f(0.5) + f(1.5)\right] = 2.5 + 0.5\left[1.25 + 3.25\right]$$
$$= 4.75$$

↑ REAPROVEITO!

$$\varepsilon_3 = \frac{1}{3}\left(9.75 - 5\right) = -\frac{1}{12}$$

- A MEDIDA QUE N AUMENTA, O ERRO DIMINUI. PODEMOS DEFINIR UM ERRO MÁXIMO ACEITÁVEL, E ENCERRAR O CÁLCULO QUANDO O ERRO FOR MENOR QUE ESTE VALOR.

- COM ESTE MÉTODO NÃO DESPERDIÇAMOS TRABALHO, POIS OS VALORES CALCULADOS ANTERIORMENTE SÃO REAPROVEITADOS NA ETAPA ATUAL DO MÉTODO (MOSTRA FIGURA 5.3)

- ESTE MÉTODO É DITO ADAPTATIVO PORQUE O PROGRAMA VARIA UM PARÂMETRO (N) PARA ALCANÇAR UM OBJETIVO DESEJADO.

- SISTEMATIZANDO. EM UM PASSO i DO PROCESSO ITERATIVO:

$$h_i = \frac{h_{i-1}}{2}, \quad N_i = 2N_{i-1}$$

$$I_i = h_i\left[\frac{1}{2} f(a) + f(b) + \sum_{K=1}^{N_i-1} f(a + Kh_i)\right]$$

$$I_i = h_i\left[\frac{1}{2} f(a) + f(b) + \underbrace{\sum_{K=2}^{N_i-2} f(a + Kh_i)}_{(\text{PAR}) \;\downarrow\; A} + \underbrace{\sum_{K=1}^{N_i-1} f(a + Kh_i)}_{(\text{ÍMPAR})}\right]$$

A: $j = \frac{K}{2}, \quad K = 2j$

$$\sum_{k=2}^{N_i-2} f(a+kh_i) = \sum_{j=1}^{\frac{N_i-2}{2}} f(a+2jh_i) = \sum_{j=1}^{N_{i-1}-1} f(a+jh_{i-1})$$

Logo,

$$I_i = \frac{h_{i-1}}{2}\left[\frac{1}{2}f(a)+\frac{1}{2}f(b)+\sum_{j=1}^{N_{i-1}-1} f(a+jh_{i-1})\right] + h_i \sum_{\substack{k=1\\(\text{ímpar})}}^{N_i-1} f(a+kh_i)$$

$$\boxed{I_i = \frac{I_{i-1}}{2} + h_i \sum_{\substack{k=1\\(\text{ímpar})}}^{N_i-1} f(a+kh_i)} \quad ; \quad \boxed{\epsilon_i = \frac{1}{3}\left(I_i - I_{i-1}\right)}$$

*COLOCA EM UM SLIDE A REGRA DO TRAPÉZIO, A FÓRMULA ACIMA E A FÓRMULA DO ERRO.

- MOSTRA 'ADAPTATIVO.PY'

$-I = \int_0^2 (x^4 - 2x + 1)\,dx$ ANALÍTICO: $I = 4.4$

* OLD = I_1
* PASSO 1:

INTEG = I_2, ERRO = ϵ_2

OLD = I_2 → PREPARATIVO P/ O PRÓXIMO PASSO DO LOOP

* PASSO 2:

INTEG = I_3, ERRO = ϵ_3

OLD = I_3

⋮

*MENCIONA QUE NO NEWMAN É DESCRITA UMA REGRA DE SIMPSON ADAPTATIVA. NÃO VEREMOS ESTE MÉTODO NESTE CURSO.