MÉTODOS DE NEWTON-COTES DE ORDEM ALTA

(SLIDE)

- MOSTRA FIGURA DA REGRA DO TRAPÉZIO E DE SIMPSON
- É POSSÍVEL ENCONTRAR FÓRMULAS PARA FUNÇÕES CÚBICAS, QUÁRTICAS E ASSIM POR DIANTE
- COLOCA FÓRMULAS DO TRAPÉZIO E SIMPSON NOS SLIDES

TRAPÉZIO: $$I = h\left[\frac{1}{2}f(a) + \frac{1}{2}f(b) + \sum_{k=1}^{N-1} f(a+kh)\right]$$

SIMPSON: $$I = \frac{1}{3}h\left[f(a) + f(b) + 4\underbrace{\sum_{k=1}^{N-1} f(a+kh)}_{\text{(ÍMPAR)}} + 2\underbrace{\sum_{k=2}^{N-2} f(a+kh)}_{\text{(PAR)}}\right]$$

VAMOS REESCREVER A REGRA DO TRAPÉZIO:

$x_k = a + kh$, $\quad x_0 = a$, $\quad w_0 = h/2$

$\left(h = \frac{b-a}{N}\right)$ $\quad x_N = b$ $\quad w_N = h/2$

$w_{k\neq 0,N} = h$

$$I = \left[w_0 f(x_0) + w_N f(x_N) + \sum_{k=1}^{N-1} w_k f(x_k)\right.$$

$$\boxed{I = \sum_{k=0}^{N} w_k f(x_k)}$$

*MOSTRA EXEMPLO TRAPEZO.PY

* " " TRAPEZIO1.PY

PODEMOS REALIZAR O MESMO PROCEDIMENTO PARA SIMPSON:

$w_0 = h/3 \qquad w_{PAR} = 2h/3$

$w_N = h/3 \qquad w_{IMPAR} = 4h/3$

$$I = \sum_K w_K f(x_K)$$

* MOSTRA EXEMPLO SIMPSON.PY
* MOSTRA TABELA DO NEWMAN & SLIDES
* NÃO VAMOS NOS APROFUNDAR NESTES MÉTODOS DE ORDEM MAIS ALTA, OS MÉTODOS DE ROMBERG E DA QUADRATURA GAUSSIANA SÃO, EM GERAL, SUPERIORES.
* PORÉM, ESTA FORMA DE ESCREVER INTEGRAIS COMO UMA SOMATÓRIA DE PESOS x $f(x_K)$ VAI SER ÚTIL NESTA PARTE FINAL DE INTEGRAÇÃO NUMÉRICA.

INTEGRAIS SOBRE LIMITES INFINITOS

- SUPONHA QUE TENHAMOS UMA INTEGRAL DO TIPO

$$I = \int_0^{\infty} f(x)\, dx$$

- OBVIAMENTE NÃO PODEMOS USAR UM NÚMERO INFINITO DE PONTOS PARA VARRER TODO INTERVALO. COMO PROCEDER?

- MUDANÇA DE VARIÁVEIS!

- A MUDANÇA A SER UTILIZADA DEPENDE DA FUNÇÃO QUE ESTÁ SENDO INTEGRADA. UMA POSSIBILIDADE É,

$$z = \frac{x}{1+x} \rightarrow \begin{array}{l} \text{SE } x=0 \rightarrow z=0 \\ \text{SE } x \rightarrow \infty \rightarrow z \rightarrow 1 \end{array}$$

$$\boxed{\left[\frac{f(x)}{g(x)}\right]' = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{(g(x))^2}}$$

ISOLANDO X:

$$z + xz = x$$

$$z = x - xz$$

$$x(1-z) = z$$

$$\boxed{x = \frac{z}{1-z}}$$

DERIVANDO: (COLOCA REGRA PARA DERIVAR RAZÃO DE FUNÇÕES NOS SLIDES)

$$dx = \frac{z'(1-z) - z(1-z)'}{(1-z)^2}\, dz$$

$$dx = \frac{(1-z) + z}{(1-z)^2}\, dz$$

$$\boxed{dx = \frac{1}{(1-z)^2}\, dz}$$

LOGO,

$$\int_0^\infty f(x)\, dx = \int_0^1 f\left(\frac{z}{1-z}\right) \frac{1}{(1-z)^2}\, dz$$

EXEMPLO:

$$I = \int_0^\infty e^{-x^2}\, dx$$

(RESULTADO ANALÍTICO: $I = \frac{\sqrt{\pi}}{2} = 0,88622269\ldots$)

MUDANDO A VARIÁVEL:

$$I = \int_0^1 \left\{ \exp\left[-\left(\frac{z}{1-z} \right)^2 \right] \cdot \frac{1}{(1-z)^2} \right\} dz$$

$f(z)$

* MOSTRA GRÁFICO DE $f(z)$

* MOSTRA PROGRAMA

- E SE TIVERMOS $I = \int_a^\infty f(x)\,dx$

$y = x - a\,, \quad dy = dx$

$x = y + a$

$$I = \int_0^\infty f(y+a)\,dy$$

E MUDAMOS NOVAMENTE A VARIÁVEL, $z = \frac{y}{1+y}\,, \quad y = \frac{z}{1-z}$

$$\boxed{I = \int_0^1 f\left(\frac{z}{1-z} + a \right) \frac{1}{(1-z)^2}\,dz}$$

$dy = \frac{1}{(1-z)^2}\,dz$

E SE TIVERMOS $I = \int_{-\infty}^{\infty} f(x)\,dx$

* PODEMOS DIVIDIR EM 2 PARTES: $I = \int_{-\infty}^{0} f(x)\,dx + \int_0^\infty f(x)\,dx$

* PODERÍAMOS USAR OUTRA MUDANÇA DE VARIÁVEL,