一 已知 $A=\begin{pmatrix}1 & 0 & 2\\ 0 & 1 & 2i\\ 2 & -2i & 1\end{pmatrix}$，其中 $i=\sqrt{-1}$，求 $\|A\|_1$， $\|A\|_2$， $\|A\|_\infty$， $\|A\|_F$；

二 已知矩阵 $A=\begin{pmatrix}1 & -15 & 0\\ 0 & 4 & 0\\ -2 & -37 & 1\end{pmatrix}$，

1. 求 A 的特征多项式和 A 的全部特征值；
2. 求 A 的不变因子、初等因子及最小多项式；
3. 求 A 的 Jordan 标准型及变换矩阵 P，使得 $P^{-1}AP=J$；
4. 令 $T>0$，确定幂级数 $s(z)=\sum_{k=0}^{\infty}\frac{1}{(T^2+\frac{1}{k^2+3k+1})^{\frac{k}{2}}}z^k$ 的收敛半径。令 $h(z)=s(\frac{z}{2})$，

对上述 A 讨论矩阵级数 $h(A)$ 的绝对收敛性。

三 1. 求矩阵 $A=\begin{bmatrix}-1 & 3\\ 3 & -1\\ 3 & 2\end{bmatrix}$ 的奇异值分解.

2. 已知矩阵 B，存在可逆矩阵 $P=\begin{bmatrix}0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1\\ 1 & 2 & 0\end{bmatrix}$，使得 $P^{-1}BP=J=\begin{bmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 1\\ 0 & 0 & 1\end{bmatrix}$，求 e^{2Bt}，这里 t 是实数.

四 1. 当实数 t 满足什么条件时，$A=\begin{pmatrix}4 & 0 & 0\\ 0 & t & 2\\ 0 & 2 & t+4\end{pmatrix}$ 半正定?

2. A 为 n 阶非奇异矩阵，证明： $A^H A$ 为 n 阶 Hermite 正定矩阵.

五 矩阵 $A=\begin{bmatrix}1 & 1 & -1\\ 0 & 2 & 2\\ 1 & -1 & -3\end{bmatrix}$，向量 $b=\begin{pmatrix}3\\ 2\\ 1\end{pmatrix}$，

1. 求矩阵 A 的满秩分解，并计算 A^+；
2. 对于方程组 $Ax=b$，用广义逆判断方程组是否相容，若相容，求其通解及极小范数解，若不相容，求其通解及极小最小二乘解。