

# Modelos Estocásticos de Reserva Técnica SONR

LAR-963

Jacqueline Madrazo Ortiz

29 novembre 2020

**Actuaría**  
**9no semestre**

**MATERIA** Procesos Estocásticos  
**U LA SALLE** FACULTAD DE NEGOCIOS

**Docente**  
Jesús E. Batta

**INDIVISA** | **LO UNIDO**  
**MANENT** | **PERMANECE**

## Contenido

<b>Título</b>	<b>1</b>
<b>Contenido</b>	<b>2</b>
<b>1 Glosario</b>	<b>3</b>
<b>2 Introducción</b>	<b>3</b>
2.1 Antecedentes . . . . .	3
2.2 Objetivos . . . . .	4
2.2.1 Objetivo General . . . . .	4
2.2.2 Objetivos Particulares . . . . .	4
<b>3 Modelo Estocástico</b>	<b>5</b>
3.1 Características . . . . .	5
3.1.1 Tiempo . . . . .	5
3.1.2 Conjunto de Estados . . . . .	5
3.2 Supuestos . . . . .	5
3.3 Justificación del supuesto . . . . .	5
<b>4 Metodología</b>	<b>6</b>
<b>5 Resultados y Discusión</b>	<b>8</b>
5.1 Modelo estocástico y determinístico . . . . .	8
5.2 Backtesting . . . . .	9
<b>6 Conclusiones</b>	<b>10</b>
<b>Bibliografía</b>	<b>11</b>

## 1 Glosario

- **Reserva Técnica** : Provisiones necesarias que las instituciones de seguros y de fianzas deben constituir para dotarse de recursos, y poder hacer frente al pago de siniestros o reclamaciones.
- **SONR** : Reserva utilizada como la provisión para reclamaciones y/o eventos que han ocurrido, pero aún no han sido reportados a una compañía de seguros bajo normas locales.
- **Solvencia II** : Directiva del derecho de la Unión Europea que codifica y armoniza la regulación de seguros.
- **Acuerdos de Basilea** : Serie de directrices elaboradas por el Comité de Basilea a finales de 1974, formado por los gobernadores de los bancos centrales. Normatividad exclusiva para el sector bancario.
- **Basilea 2** : Segundo de los acuerdos de Basilea, tiene el fin de aconsejar sobre regulaciones bancarias y crear un estándar internacional.
- **Siniestro** : Acontecimiento que produce daños.
- **Modelo determinista** : Modelo matemático donde las condiciones iniciales producirán invariablemente los mismos resultados, sin contemplarse la existencia de incertidumbre en el proceso modelado.
- **Modelo estocástico** : Modelo matemático que utiliza magnitudes aleatorias que varían en función de otra variable.
- **Backtesting** : Prueba de un modelo predictivo en datos históricos.

## 2 Introducción

Las reservas técnicas representan las provisiones necesarias que las instituciones de seguros y de fianzas deben constituir para dotarse de recursos y poder hacer frente al pago de siniestros o reclamaciones. La estimación de reservas técnicas en sus principios consistía en modelos determinísticos con el fin de ser capaces de hacer frente a las obligaciones futuras, siendo algunos de los modelos más usados :

Chain Ladder
Link Ratio
Grossing Up
<u>Bornhuetter-Ferguson</u>

**Table 1.** Ejemplos de modelos determinísticos

### 2.1 Antecedentes

Derivado del proceso de globalización, a finales del siglo XX se observaron desajustes y crisis económico - financieras, tanto locales como globales, generando la necesidad de crear iniciativas de revisión y modernización de la regulación de los sistemas financieros. Dado esto, Solvencia II nace como un intento de migración al sector asegurador los acuerdos alcanzados en Basilea II. Solvencia II es un proyecto iniciado por la Autoridad Europea de Seguros y Pensiones de Jubilación (EIOPA) en el seno de la Unión Europea, el cual tiene por objetivo el desarrollo y establecimiento de un nuevo sistema que permita determinar los recursos propios mínimos a requerir a cada aseguradora, en función de los riesgos asumidos y la gestión que se realice de cada uno de ellos.

Como parte de dicha implementación, varios países alrededor del mundo, incluyendo México, se sumaron a dicha iniciativa dentro de su marco regulatorio; entrando en vigor el 1 de enero del 2016 en México el modelo de Solvencia II. En nuestro país Solvencia II es un modelo de supervisión basado en riesgos, tomando como referencia la normativa europea y adaptándolo a nuestra propia regulación, dicho modelo está dividido en seis grandes riesgos y en tres pilares : **Solvencia, control y revelación.** [3]

Debido al nuevo esquema de Solvencia II, el interés de las reservas técnicas se amplía hacia otros aspectos tales como pronosticar la aparición y comportamiento de los siniestros futuros. Por lo que el proceso del cálculo de reservas se ve obligado a incorporar elementos estocásticos que, por una parte, justifiquen el modelo para el cálculo de la reserva y que, además, permita cuantificar la incertidumbre asociada al mismo.

Este aspecto de solvencia II abre un amplio panorama de aplicaciones de las técnicas actuariales, más allá de los procedimientos clásicos de cálculo actuarial determinísticos. Dichos procedimientos deben cumplir con lo señalado en el artículo 216, 217 y 218 de la Ley Instituciones de Seguros y Fianzas; así como al Estándar de Práctica Actuarial correspondiente a la valuación actuarial de las reservas técnicas emitido por el Colegio Nacional de Actuarios.[2]

Es necesario recordar que los procesos estocásticos no proporcionan soluciones en aquellos casos en los que los métodos deterministas fracasaron, sino que permiten obtener una estimación de la incertidumbre ligada a los métodos deterministas mediante el uso de un modelo de probabilidad de acuerdo con la realidad que se desea medir.

## 2.2 Objetivos

### 2.2.1 Objetivo General

**Comparar las metodologías determinísticas y estocásticas aplicadas al cálculo de la reserva técnica SONR para encontrar el modelo más rentable para una compañía aseguradora.**

### 2.2.2 Objetivos Particulares

1. Generar modelo estocástico para el cálculo de la reserva técnica.
2. Generar modelo determinístico para el cálculo de la reserva técnica.
3. Realizar pruebas de backtesting para probar la viabilidad de los modelos.
4. Identificar la metodología que se apegue más al comportamiento de los siniestros futuros.

### 3 Modelo Estocástico

#### 3.1 Características

Estimar la reserva con un modelo de simulación estocástico consiste en la generación de diferentes escenarios con base al re-muestreo de factores para determinar bajo diferentes escenarios de siniestralidad última. [5]

##### 3.1.1 Tiempo

Este proceso de cálculo de reservas, tiene una estimación mensual con una periodicidad agrupada de forma trimestral y conforme van transcurriendo los periodos de nuestro muestreo se van afectando por la información de siniestralidad a la fecha de estimación.

##### 3.1.2 Conjunto de Estados

Los diferentes estados que conforman las simulaciones de los factores de siniestralidad son el **incremento**, **disminución** o **estabilización** del desarrollo de los siniestros acotados por la línea de negocio, periodos y/o antigüedad.

#### 3.2 Supuestos

Con la matriz de factores de siniestralidad acumulada, se realiza una selección aleatoria con reemplazo de acuerdo a una **distribución uniforme discreta** del conjunto  $20 - j + 1$  factores correspondientes al periodo de desarrollo  $j$  para la parte inferior del triángulo, de tal manera que cada escenario debe de estar alimentado de diferentes factores de desarrollo los cuales calcularán distintos escenarios de siniestralidad última.

#### 3.3 Justificación del supuesto

La distribución uniforme discreta asigna probabilidades iguales a un conjunto finito de números del espacio, además, modeliza fenómenos en los que se tiene un conjunto de  $n$  sucesos posibles, cada uno de los cuales con la misma probabilidad de ocurrir. Si se aleatoriza de forma que cada uno de éstos sucesos correspondan con un número natural de 1 a  $n$ , se obtendrá una distribución uniforme.

Por lo tanto :

$$X \Rightarrow U(n)$$

Puede derivar en un proceso experimental de selección aleatoria, el cual se caracteriza en la selección única de un conjunto de  $n$  valores discretos, donde cualquiera de estos puede obtenerse con igual probabilidad.

Se toma dicho supuesto, debido a que se cumple con las siguientes características condicionales de la misma al realizar la selección aleatoria con reemplazo :

- El valor mínimo es fijo.
- El valor máximo es fijo.
- Todos los valores en el rango tienen la misma probabilidad de producirse.

## 4 Metodología

Para fines de esta investigación se abordará únicamente la metodología estocástica, para mayor información sobre la metodología determinística utilizada consultar las siguientes referencias. [1] [4]

Con base en la información histórica de la siniestralidad presentada en los últimos 5 años, se construye la matriz de siniestralidad incremental ocurrencia/fecha de movimiento "S" de la siguiente forma :

Periodo de Ocurrencia (i)	Periodo de movimiento ( j )				
	1	2	...	19	20
20YY-Q1	$S_{1,1}$	$S_{1,2}$	...	$S_{1,19}$	$S_{1,20}$
20YY-Q2	$S_{2,1}$	$S_{2,2}$	...	$S_{2,19}$	
.	.	.			
.	.	.			
.	.	.			
20XX-Q3	$S_{19,1}$	$S_{19,2}$			
20XX-Q4	$S_{20,1}$				

**Figure 1.** Matriz de siniestralidad incremental

Donde :  $S_{i,j}$  es el monto de siniestros ocurridos en el periodo i y con fecha de movimiento en el periodo de desarrollo j.

La parte superior de la matriz se llena de datos en lo que concierne a los trimestres del pasado. Para cada nuevo año la matriz crece a lo largo de su diagonal. La parte inferior de la matriz (vacía), representa la siniestralidad futura, es decir, los valores que van a ser estimados.

Determinada la matriz anterior, se procede a configurar la siguiente matriz de Siniestralidad Acumulada "SA". Para el método de simulación, a partir de la matriz de siniestralidad acumulada se obtiene la matriz de factores de siniestralidad acumulada (FA).

Periodo de Ocurrencia (i)	Periodo de movimiento ( j )				
	1	2	...	19	20
20YY-Q1	0	$FA_{1,2}$	...	$FA_{1,19}$	$FA_{1,20}$
20YY-Q2	0	$FA_{2,2}$	...	$FA_{2,19}$	
.	.	.			
.	.	.			
.	.	.			
20XX-Q3	0	$FA_{19,2}$			
20XX-Q4	0				

**Figure 2.** Matriz de factores de siniestralidad acumulada

$$FA_{i,j} = \begin{cases} \frac{SA_{i,j}}{SA_{i,j-1}} & \text{si } 1 < j \leq n; i + j - 1 \leq 20 \\ 0 & \text{en cualquier otro caso} \end{cases}$$

Con la matriz anterior se realiza una selección aleatoria con reemplazo de acuerdo a una distribución uniforme discreta del conjunto  $20 - j + 1$  factores correspondientes al periodo de desarrollo  $j$  para la parte inferior del triángulo, de tal manera que cada escenario debe de estar alimentado de diferentes factores de desarrollo los cuales calcularán distintos escenarios de siniestralidad última. Donde  $k$  es un número aleatorio entre 1 y  $21-j$ , de tal manera que se tenga un arreglo con factores acumulados simulados ( $FAS_{i,j}$ )

Para estimar la siniestralidad última (SU) utilizaremos :

$$SU_i = \begin{cases} SA_{i,21-j} \prod_{s=22-i}^{20} FAS_{i,s} & \text{si } SA_{i,21-j} \neq 0 \\ \widehat{SA_{i,21-j}} \prod_{s=22-i}^{20} FAS_{i,s} & \text{si } SA_{i,21-j} = 0 \end{cases}$$

Una vez obtenidas las simulaciones correspondientes, usaremos la distribución del método Chain-Ladder para obtener el desglose de los flujos de la reserva de acuerdo al promedio del número de simulaciones que se utilice para el modelo estocástico. Con los factores de desarrollo obtenidos, de acuerdo al promedio de las simulaciones y partiendo de la matriz acumulada, se completa el triángulo y se obtiene la distribución de los flujos futuros.

$$SA_{i,j} = SA_{i,j-1} * FD_j \quad \text{con } j > 1$$

$$SONR_i = SA_{i,20} - SA_{i,20-i+1} \quad \text{con } i > 1$$

	Periodo de movimiento ( j )					
Periodo de Ocurrencia (i)	1	2	...	19	20	SONR
20YY-Q1	SA <sub>1,2</sub>	SA <sub>1,2</sub>	...	SA <sub>1,19</sub>	SA <sub>1,20</sub>	0
20YY-Q2	SA <sub>2,1</sub>	SA <sub>2,2</sub>	...	SA <sub>2,19</sub>	SA <sub>2,20</sub>	SONR <sub>2</sub>
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
⋮	⋮	⋮	...	⋮	⋮	⋮
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
20XX-Q3	SA <sub>19,1</sub>	SA <sub>19,2</sub>	...	SA <sub>19,19</sub>	SA <sub>19,20</sub>	SONR <sub>19</sub>
20XX-Q4	SA <sub>20,1</sub>	SA <sub>20,2</sub>	...	SA <sub>20,19</sub>	SA <sub>20,20</sub>	SONR <sub>20</sub>

**Figure 3.** Matriz acumulada con simulaciones

## 5 Resultados y Discusión

### 5.1 Modelo estocástico y determinístico

A continuación se muestran los resultados obtenidos de la estimación de la reserva técnica SONR para del mes de diciembre del 2019 bajo el modelo estocástico descrito con anterioridad y su comparación con el modelo determinístico.

Período (Trimestre)	Flujos Proyectados	
	Modelo Estocástico	Modelo Determinístico
1	2,956,673	0
2	1,006,670	0
3	351,310	(71)
4	54,290	(129)
5	(22,860)	(119)
6	(41,601)	(923)
7	(104,834)	(4,517)
8	(87,101)	(7,612)
9	(7,582)	(10,902)
10	10,113	(3,323)
11	(6,190)	(7,764)
12	7,949	(3,390)
13	8,294	67,129
14	9,777	95,002
15	1,354	51,218
16	91	74,624
17	196	27,909
18	233	(165,919)
19	0	(357,916)
20	0	(2,507,235)
<b>Total</b>	<b>4,136,782</b>	<b>(2,753,939)</b>

Concepto	Importe
Modelo Estocástico	4,136,782
Modelo Determinístico	(2,753,939)
Diferencia	6,890,721

Figure 4. Resultados modelo estocástico y determinístico



## 5.2 Backtesting

El backtesting es el proceso de testear una estrategia antes de emplearla. Permite conocer si la aproximación que está usando es correcta y si el modelo tiene la cobertura deseada. De esta forma se simulan condiciones pasadas y se comparan contra los datos reales observados. El objetivo de todo esto es evaluar la eficacia del modelo.

En la siguiente tabla se muestra el proceso de la prueba de backtesting.

Fecha Valuación	Real	Modelo Determinístico	Modelo Estocástico
2019-01	2,135,068.10	-2,450,091.90	669,315.76
2019-02	2,313,654.21	-2,585,153.31	888,956.63
2019-03	3,408,896.89	-2,846,828.68	928,859.54
2019-04	3,759,500.25	-2,631,682.37	1,059,323.39
2019-05	4,429,355.38	-2,625,147.52	1,197,571.67
2019-06	4,488,566.55	-2,457,767.77	1,268,894.80
2019-07	3,333,380.67	-2,360,478.48	1,706,762.81
2019-08	2,235,474.86	-1,785,747.43	2,332,689.86
2019-09	2,190,845.17	-1,500,129.52	2,788,747.01

Figure 5. Resultados backtesting enero 2019 - septiembre 2019

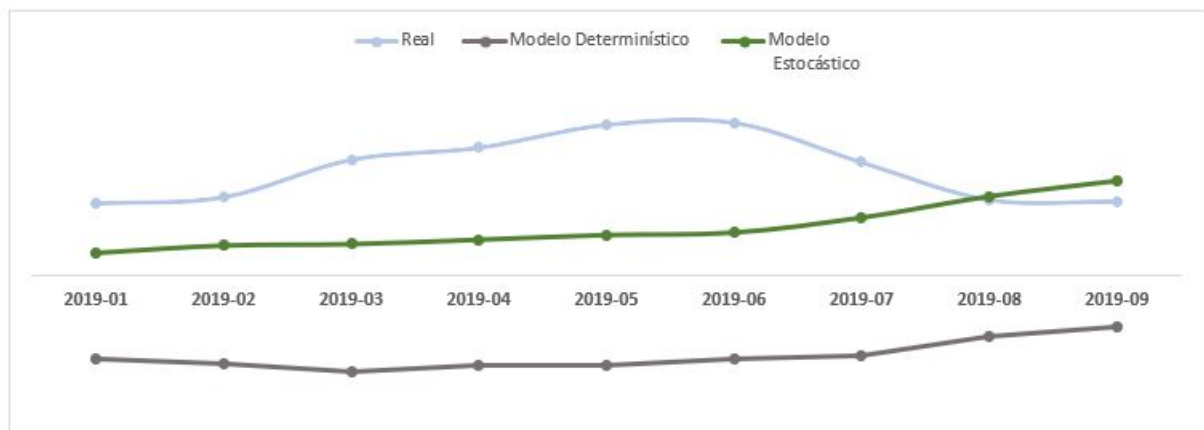


Figure 6. Gráfica resultados backtesting

## 6 Conclusiones

Es de suma importancia realizar una constitución adecuada de la reserva técnica SONR, la cual deberá garantizar a la compañía de seguros una estabilidad financiera para poder hacer frente a los eventos y/o temporalidades de siniestralidad, ya que en caso de una mala constitución, se estará incumpliendo el Pilar I de Solvencia II teniendo como resultado auditorías y oficios que pudieran derivar desde amonestaciones, multas, hasta suspensión de actividades por parte de la Comisión Nacional de Seguros y Fianzas, quien funge como la autoridad regulatoria en materia de seguros en México, e igualmente una mala constitución podrá derivar en la insuficiencia de fondos y causar la quiebra financiera de la compañía de seguros.

Por lo que podemos concluir con base a la prueba de backtesting realizada y plasmada anteriormente, que la estimación de dicha reserva bajo un modelo estocástico tiene un mayor parecido al desarrollo de siniestros reales. Dichas estimaciones pueden variar dependiendo el criterio actuarial que se utilice en la construcción de la matriz de siniestralidad incremental.

## Références

- [1] Actuario Israel Avilés. *Manual para el Cálculo de la Reserva de Sinietros Ocurridos pero No Reportados para No Vida*. Corporativo en Soluciones Empresariales CORSEGSOL, S.C, 2013.
- [2] Comité de Estándares. *Estándares de Práctica Actuarial en Materia de Reservas Técnicas de Seguros*. Colegio Nacional de Actuarios. 2015. url : [https://www.gob.mx/cms/uploads/attachment/file/73494/ANEXO\\_4.3.1-b.pdf](https://www.gob.mx/cms/uploads/attachment/file/73494/ANEXO_4.3.1-b.pdf).
- [3] Fernando Herrera Contreras. *Modelo Mexicano de Supervisión Basado en Riesgos tipo Solvencia II*. Rapp. tech. CDMX, México : CNSF, 2018, p. 1–24. url : [https://www.gob.mx/cms/uploads/attachment/file/351012/171.\\_Modelo\\_Mexicano\\_de\\_Supervisi\\_n\\_Basado\\_en\\_Riesgos\\_tipo\\_Solvencia\\_II\\_2018.pdf](https://www.gob.mx/cms/uploads/attachment/file/351012/171._Modelo_Mexicano_de_Supervisi_n_Basado_en_Riesgos_tipo_Solvencia_II_2018.pdf).
- [4] Miguel Ángel Aguilar Jurado. « Métodos para la Estimación de Provisiones Técnicas de Seguros de No Vida. » Trabajo Fin de Máster en Estadística Aplicada. Universidad de Granada, 2015. url : [https://masteres.ugr.es/moea/pages/curso201415/tfm1415/tfm\\_aguilarjurado/](https://masteres.ugr.es/moea/pages/curso201415/tfm1415/tfm_aguilarjurado/)!.
- [5] Irene Albarrán Lozano. *Métodos Estocásticos de Estimación de las Provisiones Técnicas en el Marco de Solvencia II*. Madrid, España : Fundación MAPFRE, 2010. url : [https://app.mapfre.com/ccm/content/documentos/fundacion/cs-seguro/libros/Metodos\\_estocasticos\\_de\\_estimacion\\_de\\_las\\_provisiones\\_tecnicas\\_en\\_el\\_marco\\_de\\_Solvencia\\_II.pdf](https://app.mapfre.com/ccm/content/documentos/fundacion/cs-seguro/libros/Metodos_estocasticos_de_estimacion_de_las_provisiones_tecnicas_en_el_marco_de_Solvencia_II.pdf).