港口问题教学设计

一、提出问题

考察一个带有船只卸货设备的小港口，任何时间仅能为一艘船只卸货。船只进港是为了卸货，相邻两艘船到达的时间间隔在15分钟到145分钟之间变化。一艘船只卸货的时间由所卸货物的类型决定，在45分钟到90分钟之间变化。需要回答以下问题：

1. 每艘船只在港口的平均时间和最长时间是多少？
2. 若一艘船只的等待时间是从到达到开始卸货的时间，每艘船只的平均等待时间和最长等待时间是多少？
3. 卸货设备空闲时间的百分比是多少？
4. 船只排队最长的长度是多少？

二、建立模型

为了得到一些合理的答案，利用计算机或可编程计算器来模拟港口的活动。假定相邻两艘船到达的时间间隔和每艘船只卸货的时间在它们各自的时间区间内均匀分布，例如两艘船到达的时间间隔可以是15到145之间的任何整数，且这个区间内的任何整数等可能地出现。在给出模拟这个港口系统的一般算法之前，考虑有5艘船只的假想情况。

对每艘船只有以下数据：

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 船1 | 船2 | 船3 | 船4 | 船5 |
| 相邻两艘船到达的时间间隔 | 20 | 30 | 15 | 120 | 25 |
| 卸货时间 | 55 | 45 | 60 | 75 | 80 |

总结5艘假想到达船只的每一艘的等待时间和卸货时间：

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 船只序号 | 相邻两艘船到达间隔 | 到达时间 | 开始服务时间 | 排队长度 | 等待时间 | 卸货时间 | 在港口的时间 | 设备空闲时间 |
| 1 | 20 | 20 | 20 | 0 | 0 | 55 | 55 | 20 |
| 2 | 30 | 50 | 75 | 1 | 25 | 45 | 70 | 0 |
| 3 | 15 | 65 | 120 | 2 | 55 | 60 | 115 | 0 |
| 4 | 120 | 185 | 185 | 0 | 0 | 75 | 75 | 5 |
| 5 | 25 | 210 | 260 | 1 | 50 | 80 | 130 | 0 |
| 总计 |  |  |  |  | 130 |  |  | 25 |
| 平均 |  |  |  |  | 26 | 63 | 89 |  |

注意，5艘船总的等待时间是130分钟，这种等待时间对船主来说代表一笔费用，也是顾客对码头设备不满意的来源。另一方面，码头设备总共只有25分钟的空闲时间，在模拟的340分钟内有315分钟，即大约93%的时间，设备是在利用中。

三、求解模型

设想码头设备的拥有者关心他们提供服务的质量，并且要评价各种管理模式以确定为了改善服务是否值得增加费用。做一些统计可以帮助对服务质量的评价，例如，待在港口时间最长的船只是船5，待了130分钟，而平均是89分钟。通常顾客对等待时间的长短非常在乎，如果排队太长有些顾客会改到别处去做生意。用蒙特卡罗模拟算法可以做这些统计，对各种管理模式进行估价。

为了得到算法，我们从5艘假想到达的船只的数据中找到一般规律，如下表所示：

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 序号 | 相邻两船到达间隔 | 到达时间 | 开始服务时间 | 等待时间 | 卸货时间 | 在港口的时间 | 完成时间 | 设备空闲  时间 |
| 1 | 20 | 20 | 20 | 0 | 55 | 55 | 75 | 20 |
| 2 | 30 | 50 | 75 | 25 | 45 | 70 | 120 | 0 |
| 3 | 15 | 65 | 120 | 55 | 60 | 115 | 180 | 0 |
| 4 | 120 | 185 | 185 | 0 | 75 | 75 | 260 | 5 |
| 5 | 25 | 210 | 260 | 50 | 80 | 130 | 340 | 0 |
| 规律 | 随机给定 |  |  |  | 随机  给定 |  |  |  |

借助可编程的计算器，我们模拟每次100艘船的实验，得到下表：

每次100艘船共6次独立模拟的结果（所有时间以分钟计）：

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 一艘船待在港口的平均时间 | 106 | 85 | 101 | 116 | 112 | 94 |
| 一艘船待在港口的最长时间 | 287 | 180 | 233 | 280 | 234 | 264 |
| 一艘船的平均等待时间 | 39 | 20 | 35 | 50 | 44 | 27 |
| 一艘船的最长等待时间 | 213 | 118 | 172 | 203 | 167 | 184 |
| 卸货设备空闲时间的百分比 | 0.18 | 0.17 | 0.15 | 0.20 | 0.14 | 0.21 |

四、完善模型

方案一 现在假定你是码头设备拥有者的顾问，如果能够雇用更多的劳动力，或者得到更好的卸货设备，使卸货时间减少到每艘船35-75分钟，会有什么影响？

下表给出了基于模拟算法的结果：

100艘船港口系统的模拟结果（所有时间以分钟计）：

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 一艘船待在港口的平均时间 | 74 | 62 | 64 | 67 | 67 | 73 |
| 一艘船待在港口的最长时间 | 161 | 116 | 167 | 178 | 173 | 190 |
| 一艘船的平均等待时间 | 19 | 6 | 10 | 12 | 12 | 16 |
| 一艘船的最长等待时间 | 102 | 58 | 102 | 110 | 104 | 131 |
| 卸货设备空闲时间的百分比 | 0.25 | 0.33 | 0.32 | 0.30 | 0.31 | 0.27 |

可以看到，每艘船的卸货时间减少15-20分钟，使得船只待在港口的时间特别是等待时间缩短了，而设备空闲时间的百分比却增加了近一倍。船主对此是满意的，因为这提高了长期行驶时每艘船运送货物的效率。这样，入港贸易好像会增加。如果贸易增加使得相邻两艘船到达的时间间隔缩短到10到120分钟之间，模拟结果如下表所示：

100艘船港口系统的模拟结果（所有时间以分钟计）：

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 一艘船待在港口的平均时间 | 114 | 79 | 96 | 88 | 126 | 115 |
| 一艘船待在港口的最长时间 | 248 | 224 | 205 | 171 | 371 | 223 |
| 一艘船的平均等待时间 | 57 | 24 | 41 | 35 | 71 | 61 |
| 一艘船的最长等待时间 | 175 | 152 | 155 | 122 | 309 | 173 |
| 卸货设备空闲时间的百分比 | 0.15 | 0.19 | 0.12 | 0.14 | 0.17 | 0.06 |

从上面的表可以看到，随着贸易量的增加，船只又要在港口待更长的时间，但设备空闲时间少多了，于是船主和设备拥有者都随着贸易量的增加而受益。

方案二 假定我们对两艘船到达的时间间隔和每艘船的卸货时间分别在15到145分钟和45到90分钟内均匀分布不满意，决定收集港口系统的经验数据，并将结果并入我们的模型。设想观测了利用港口卸货的1200艘船，收集数据如下表所示：

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 两艘船到达的间隔（分钟） | 出现次数 | 出现频率 | 卸货时间  （分钟） | 出现次数 | 出现频率 |
| 15-24 | 11 | 0.009 |  |  |  |
| 25-34 | 35 | 0.029 |  |  |  |
| 35-44 | 42 | 0.035 | 45-49 | 20 | 0.017 |
| 45-54 | 61 | 0.051 | 50-54 | 54 | 0.045 |
| 55-64 | 108 | 0.090 | 55-59 | 114 | 0.095 |
| 65-74 | 193 | 0.161 | 60-64 | 103 | 0.086 |
| 75-84 | 240 | 0.200 | 65-69 | 156 | 0.130 |
| 85-94 | 207 | 0.172 | 70-74 | 223 | 0.185 |
| 95-104 | 150 | 0.125 | 75-79 | 250 | 0.208 |
| 105-114 | 85 | 0.071 | 80-84 | 171 | 0.143 |
| 115-124 | 44 | 0.037 | 85-90 | 109 | 0.091 |
| 125-134 | 21 | 0.017 |  | 1200 | 1.000 |
| 135-145 | 3 | 0.003 |  |  |  |
|  | 1200 | 1.000 |  |  |  |

改进我们的算法，通过可编程的计算器，我们模拟每次100艘船的独立实验，结果如下表所示：

每次100艘船共6次独立实验的结果（所有时间以分钟计）：

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 一艘船待在港口的平均时间 | 108 | 95 | 125 | 78 | 123 | 101 |
| 一艘船待在港口的最长时间 | 237 | 188 | 218 | 133 | 250 | 191 |
| 一艘船的平均等待时间 | 38 | 25 | 54 | 9 | 53 | 31 |
| 一艘船的最长等待时间 | 156 | 118 | 137 | 65 | 167 | 124 |
| 卸货设备空闲时间的百分比 | 0.09 | 0.09 | 0.08 | 0.12 | 0.06 | 0.10 |

方案三 许多小的港口对于等待卸货的区域所能容纳的船只有最大数量限制，如果假定不能进入港口的船只将到别处卸货，改进港口系统算法以考虑这种情况。

港口系统算法术语

船i与i-1的到达时间间隔（在15和145之间变化的一个随机整数）

从时间t=0分开始计时，船i到达港口的时间

船i在港口卸货所需的时间（在45和90直接变化的一个随机整数）

船i到达后开始卸货前在码头的等待时间

船i开始卸货的时间

恰在船i到达后码头设备空闲的时间

船i卸货完毕的时间

恰在船i到达后排队等待卸货的船只数

值为0时表示船i没有在该港口卸货，为其它时表示船i在该港口卸货

FAILCOUNT 没有进入该港口的船只数

HARTIME 一艘船在港口的平均时间

MAXHAR 一艘船在港口的最长时间

WAITIME 一艘船的平均等待时间

MAXWAIT 一艘船的最长等待时间

IDLETIME 卸货设备空闲时间的百分比

模拟算法：

输入 模拟中的船只总数n，港口对于等待卸货区域所能容纳的船最大数量m

输出 HARTIME, MAXHAR, WAITIME, MAXWAIT, IDLETIME, FAILCOUNT

1. 随机生成和, 令,=0，

2. 输出初始化

HARTIME=, MAXHAR=, WAITIME=0, MAXWAIT=0, IDLETIME=, FAILCOUNT=0

3. 计算船1卸货完毕的时间

=+

4. 对于i = 2, 3, …, n, 执行5~13

5. 分别在各自区间上生成一对随机整数和

6. 计算船i的到达时间

=

7. 找到前一艘在该港口卸货的船序号

判断前k（k>0）艘在港口卸货的船序号方法如下：首先令j=i-1

1）若=1, 则p= j， 否则依次对, … , 进行上述判断。

2）令k=k-1, j=p, 如果k>0,执行1），否则结束并返回p。

8. 前一艘船到达时在等待区域等待的船只数为,

9. 分别计算前（+1）艘再港口卸货的船在船i到达后是否已经开始卸货

用7的方法判断前j(1<=j<=+1)艘在港口卸货的船序号, 若>,则=+1

10. 若> m，那么 ，FAILCOUNT= FAILCOUNT+1

否则，

11. 若<= , 则卸货设备空闲：

=0, = -

若> , 则 船i在卸货前必须等待：

，=

12. 计算船i开始卸货的时间和卸货完毕的时间

= ,

13. 刷新输出值

WAITIME = WAITIME +

HARTIME = HARTIME + -

IDLETIME = IDLETIME +

若， 则令

若 - > MAXHAR, 则令MAXHAR = -

14. 令HARTIME = HARTIME/（n – FAILCOUNT）, WAITIME = WAITIME/( n – FAILCOUNT)

15. 找到最后一艘在港口卸货的船序号s, 令IDLETIME = IDLETIME/

16. 输出（HARTIME，MAXHAR，WAITIME，MAXWAIT，IDLETIME，FAILCOUNT）

停止

以下给出m分别为2和3的模拟结果

1）100艘船，等待卸货区域所能容纳的船最大数量为2的港口系统的模拟结果：

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 一艘船待在港口的平均时间 | 107 | 80 | 99 | 93 | 100 | 94 |
| 一艘船待在港口的最长时间 | 234 | 176 | 224 | 228 | 222 | 193 |
| 一艘船的平均等待时间 | 41 | 13 | 32 | 25 | 33 | 27 |
| 一艘船的最长等待时间 | 151 | 88 | 144 | 153 | 146 | 134 |
| 卸货设备空闲时间的百分比 | 0.12 | 0.25 | 0.14 | 0.25 | 0.17 | 0.17 |
| 没有进入港口船的数量 | 5 | 0 | 2 | 1 | 3 | 1 |

此时，设备空闲时间变长，船等待时间变短

2）100艘船，等待卸货区域所能容纳的船最大数量为3的港口系统的模拟结果：

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 一艘船待在港口的平均时间 | 106 | 92 | 123 | 102 | 104 | 101 |
| 一艘船待在港口的最长时间 | 234 | 197 | 283 | 272 | 212 | 204 |
| 一艘船的平均等待时间 | 38 | 24 | 54 | 36 | 38 | 35 |
| 一艘船的最长等待时间 | 145 | 134 | 214 | 200 | 146 | 150 |
| 卸货设备空闲时间的百分比 | 0.17 | 0.18 | 0.12 | 0.19 | 0.13 | 0.22 |
| 没有进入港口船的数量 | 0 | 0 | 3 | 2 | 0 | 1 |

方案四 如果码头设备的拥有者决定购置第二台设备以容纳更多的船卸货，船进入港口后到可以使用的设备去。若两台设备都可用，就到设备1去。船只到达间隔和卸货时间的假设不变，修正原有算法以适用于有两台设备的系统。

港口系统算法术语（其它参考方案三）：

第i个卸货设备空闲时间的百分比

第i个设备最近一次工作的船序号

恰在船i到达后第j个设备的空闲的时间

模拟算法：

输入 模拟中的船只总数n

输出 HARTIME, MAXHAR, WAITIME, MAXWAIT, ,

1. 开始时设备无工作，令

= -1, =-1

2. 输出初始化

HARTIME=0, MAXHAR=, WAITIME=0, MAXWAIT=0, ==0,

3. 对于i =1, 2, 3, …, n, 执行4~11

4. 分别在各自区间上生成一对随机整数和

5. 计算船i的到达时间

若i=1,则

否则 =

6. 若=-1, 或者 <= ，或者 不等于-1且, 设备1接收船i，令j=1

否则设备2接收船i，令j=2

7. 若 ,则

=0

8. 若 不等于-1,则

若<= , 则卸货设备空闲：

=0, = -

若> , 则 船i在卸货前必须等待：

，=

9. 计算船i卸货完毕的时间

10. 刷新输出值

WAITIME = WAITIME +

HARTIME = HARTIME + -

= +

若， 则令

若 - > MAXHAR, 则令MAXHAR = -

11. 更改设备j最近工作的船序号，令

12. 若，则对设备2的空闲时间补足，

，

最终时间finish =

否则对设备1的空闲时间补足，

,

最终时间finish =

13.令HARTIME = HARTIME/n , WAITIME = WAITIME/n ，

,

14. 输出（HARTIME，MAXHAR，WAITIME，MAXWAIT，，）

停止

100艘船港口系统的模拟结果（所有时间以分钟计）：

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 一艘船待在港口的平均时间 | 69 | 69 | 68 | 69 | 68 | 67 |
| 一艘船待在港口的最长时间 | 111 | 118 | 105 | 102 | 104 | 95 |
| 一艘船的平均等待时间 | 1 | 0.4 | 0.5 | 0.4 | 1.6 | 0.3 |
| 一艘船的最长等待时间 | 41 | 34 | 31 | 29 | 40 | 14 |
| 卸货设备1空闲时间的百分比 | 0.39 | 0.41 | 0.38 | 0.43 | 0.40 | 0.43 |
| 卸货设备2空闲时间的百分比 | 0.78 | 0.77 | 0.79 | 0.72 | 0.77 | 0.73 |

可以看出船等待时间大幅度降低，但设备的空闲时间增大了。

参考：http://people.brunel.ac.uk/~mastjjb/jeb/or/queue.html