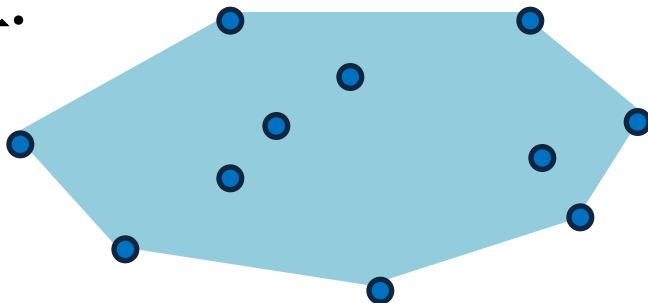


平面点集的凸包

平面点集的凸包

问题（平面点集的凸包）

给定大量离散点的集合 Q ，求一个最小的凸多边形，使得 Q 中的点在该多边形内或者边上。

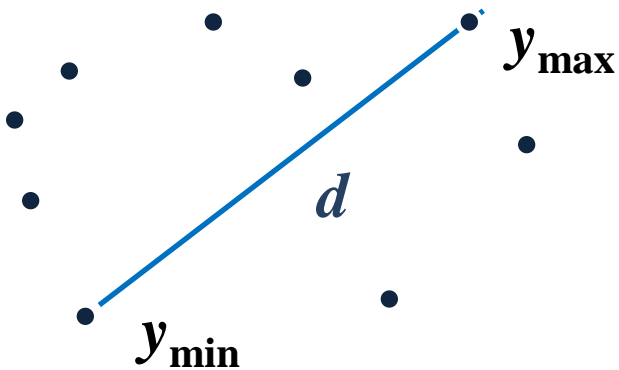


应用背景

图形处理中用于形状识别：字形识别、碰撞检测等

分治算法

1. 以 连接最大纵坐标点 y_{\max} 和最小纵坐标点 y_{\min} 的线段 $d = \{y_{\max}, y_{\min}\}$ 划分 L 为左点集 L_{left} 和右点集 L_{right}



2. Deal (L_{left}); Deal (L_{right})

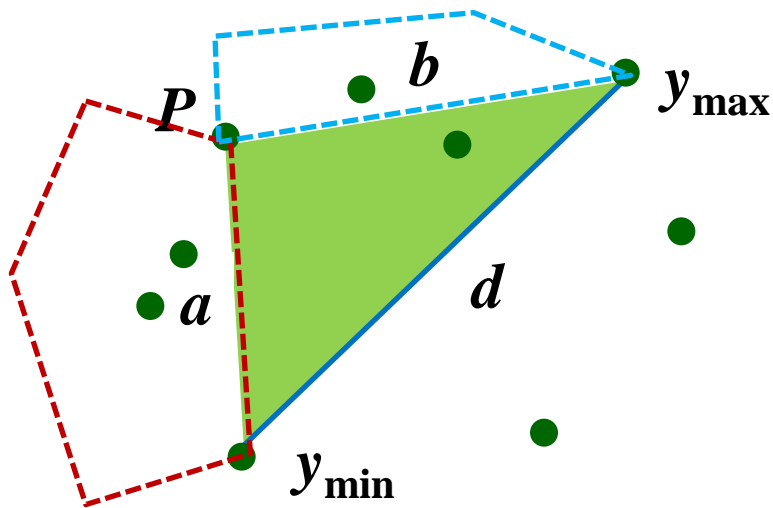
Deal (L_{left})

考虑 L_{left} : 确定距 d 最远的点 P

在三角形内的点, 删除;

a 外的点与 a 构成 L_{left} 的子问题;

b 外的点与 b 构成 L_{left} 的子问题.



伪码

Deal (L_{left})

1. 以 d 和距离 d 最远点 P 构成三角形, P 加入凸包, 另外两条边分别记作 a 和 b
2. 检查 L_{left} 中其他点是否在三角形内; 在则从 L 中删除; 否则根据在 a 或 b 边的外侧划分在两个子问题中
3. Deal (a)
4. Deal (b)

算法分析

- 初始用 d 划分 $O(n)$
- Deal 递归调用 $W(n)$
 - 找凸包顶点 P $O(n)$
 - 根据点的位置划分子问题 $O(n)$

- $$W(n) = W(n-1) + O(n)$$
$$W(3) = O(1)$$

最坏情况为 $O(n^2)$

$$T(n) = O(n) + W(n) = O(n^2)$$

- Graham扫描算法 $O(n \log n)$

小结：分治算法设计

- 将原问题归约为子问题
 - 直接划分注意尽量均衡
 - 通过计算归约为特殊的子问题
 - 子问题与原问题具有相同的性质
 - 子问题之间独立计算
- 算法实现：
 - 递归或迭代实现
 - 注意递归执行的边界

小结：分治算法的 分析及改进

- 时间复杂度分析
 - 给出关于时间复杂度函数的递推方程和初值
 - 求解方程
- 提高效率的途径
 - 减少子问题个数
 - 预处理

重要的分治算法

- 检索算法：二分检索
- 排序算法：快速排序、二分归并排序
- 选择算法
- 快速傅立叶变换 FFT 算法
- 平面点集的凸包