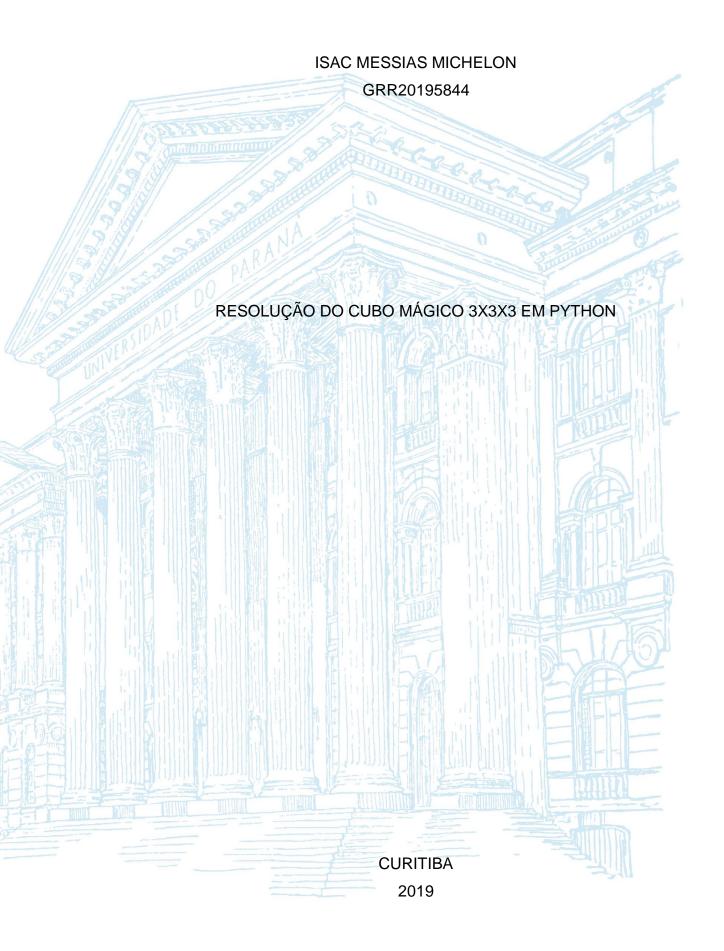
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ



ISAC MESSIAS MICHELON

RESOLUÇÃO DO CUBO MÁGICO 3X3X3 EM PYTHON

CIDADE 2019

RESUMO

O cubo mágico 3x3x3 é o brinquedo mais vendido e mais famoso do mundo, porém carrega consigo grande complexidade. Nesse sentido, o propósito do trabalho foi criar um programa em python que resolvesse o cubo. O programa soube aplicar efetivamente um embaralhamento dado e, usando de várias funções que mimicam a resolução humana dada por um algoritmo definido, resolver o cubo a partir desse embaralhamento. O programa recebe a sequência de movimentos que embaralharam o cubo e devolve sua resolução, além de uma contagem de quantos movimentos foram gastos até o estágio resolvido. O programa é consideravelmente eficiente, resolvendo o cubo com uma média de 105 movimentos.

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	16
1.1	JUSTIFICATIVA	ERRO! INDICADOR NÃO DEFINIDO.
1.2	OBJETIVOS	16
1.2.1	Objetivo geral	Erro! Indicador não definido.
1.2.2	Objetivos específicos	Erro! Indicador não definido.
1.3	METODOLOGIA	ERRO! INDICADOR NÃO DEFINIDO.
2	REVISÃO DE LITERATURA	ERRO! INDICADOR NÃO DEFINIDO.
2.1	TÍTULO DA SEÇÃO SECUNDÁRIA	ERRO! INDICADOR NÃO DEFINIDO.
2.2	TÍTULO DA SEÇÃO SECUNDÁRIA	ERRO! INDICADOR NÃO DEFINIDO.
2.2.1	Título da seção terciária	Erro! Indicador não definido.
2.2.1.1	Título da seção quaternária	Erro! Indicador não definido.
3	MATERIAL E MÉTODOS	ERRO! INDICADOR NÃO DEFINIDO.
4	APRESENTAÇÃO DOS RESULTADOS16	
5	CONSIDERAÇÕES FINAIS	ERRO! INDICADOR NÃO DEFINIDO.
5.1	RECOMENDAÇÕES PARA TRABAI	LHOS FUTUROS ERRO! INDICADOR
NÃO D	EFINIDO.	
	REFERÊNCIAS	ERRO! INDICADOR NÃO DEFINIDO.
	APÊNDICE 1 – TÍTULO DO APÊND	ICEERRO! INDICADOR NÃO
DEFINI	DO.	
	ANEXO 1 - TÍTULO DO ANEXO	ERROLINDICADOR NÃO DEFINIDO

1 INTRODUÇÃO

2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

3. METODOLOGIA

Não foi utilizada nenhuma biblioteca previamente criada para esse trabalho.

3.1 Funções e features criadas:

Nesse trabalho foram criadas as funções:

-mostra -oll_de_cruz

-mostra_cubo -pll

-turn -Termina_cubo

-alg -tratamento

-trans_2p3 -monta_cubo

-find -traducao_lpG

-cruz -traducao_GpI

-cantos1 -Classe meio

-seg_cam -Classe canto

-cruz_amarela -Dicionário cubo

Vamos ver o que cada uma faz passo-a-passo:

def mostra(v):

A função mostra é uma função que mostra na tela uma matriz v NxN.

Ela cria uma string com os elementos da matriz, de forma que os elementos da linha a1j são separados por espaço e as linhas são separadas por uma quebra de linha.

def mostra_cubo(cubo):

A função mostra_cubo é uma função que mostra na tela as faces do cubo, ou, mais genericamente, que imprime uma lista de K matrizes quadradas, uma embaixo da outra.

A função mostra_cubo é a maneira de mostrar o cubo de modo um pouco mais fácil, menos confuso.

O dicionário cubo aqui é criado, de modo que, invés de se referir as posições de cubo como cubo[0], cubo[1], etc, será utilizado a notação cubo["Y"], que representa a face amarela. Essa mudança de representação é de grande importância para facilitar o entendimento do código.

```
for k,v in cubo.items():
    for i in range(3):
       v.append([])
    for j in range(3):
       v[i].append(k)
```

Nessa parte do programa o dicionário cubo é preenchido com informações referentes a posição resolvida do cubo, então inicialmente toda posição cubo["Y"][i][j]; i,j = 1, 2, 3; será igual a "Y"

def turn(X, cubo):

A função turn leva como parâmetros uma letra e um vetor.

A letra representa qual movimento será realizado, segundo essa equivalência:

```
NOTAÇÃO P/ PROGRAMA ### NOTAÇÃO USUAL
- Y ### U
```

```
U'
                      ###
                      ###
Ν
                      ###
                      ###
                      ###
                      ###
                                         В
                                         В'
                      ###
                      ###
                                         R'
                      ###
                      ###
                      ###
                                         D'
```

As rotações ocorrem em duas partes:

A primeira é rotacionar a face:

```
cubo['Y'][0][2], cubo['Y'][1][2], cubo['Y'][2][2], cubo['Y'][0][1], cubo
['Y'][2][1], cubo['Y'][0][0], cubo['Y'][1][0], cubo['Y'][2][0] = cubo['Y'][0][
0], cubo['Y'][0][1], cubo['Y'][0][2], cubo['Y'][1][0], cubo['Y'][1][2], cubo['Y'][2][0], cubo['Y'][2][1], cubo['Y'][2][2]
```

Nessa linha o programa rotaciona a face amarela em -90°.

Ela é a mesma para todos os movimentos no sentido horário, não depende da face.

A lógica dessa linha é que:

A cor da posição cubo["Y"][0][0] vai acabar na posição cubo["Y"][0][2], então a posição cubo["Y"][0][2] recebe a posição cubo["Y"][0][0].

```
cubo['Y'][2][0], cubo['Y'][1][0], cubo['Y'][0][0], cubo['Y'][2][1], cubo
['Y'][0][1], cubo['Y'][2][2], cubo['Y'][1][2], cubo['Y'][0][2] = cubo['Y'][0][
0], cubo['Y'][0][1], cubo['Y'][0][2], cubo['Y'][1][0], cubo['Y'][1][2], cubo['Y'][2][0], cubo['Y'][2][1], cubo['Y'][2][2]
```

Nessa linha o programa rotacional a face amarela em 90°.

Da mesma forma que para rotações no sentido horário, esse movimento não depende da face.

O segundo tipo de movimentação é o das cores adjacentes as que estão girando, que terminam de representar a movimentação da face.

As movimentações desse tipo têm essa cara, e trocam elementos de colunas e linhas em volta da face desejada. Nesse exemplo, estão sendo trocadas as colunas 2 da matriz amarela com a 0 da matriz verde com a 2 da matriz azul com a 2 da matriz branca. Elas trocam as entradas ordenadamente.

Essa função tem grande importância para o programa, pois além de movimentar o cubo, é ela que representa a orientação do cubo. Ou seja, como foi definido que a face de cima é a amarela, quando faz um movimento do tipo Y, equivalente ao movimento do tipo U convencional, é a face amarela que deve rotacionar, e as primeiras linhas das matrizes "R", "B", "G" e "O" também.

```
def alg(v, cubo):
    #Essa função pega uma string contendo movimentos, transforma ela num vetor
e aplica as sucessivas rotações descritas nessa string
    v.split()
    for i in range(len(v)):
        turn(v[i], cubo)
    return cubo
```

A função alg leva como parâmetro uma string e um vetor, e serve para facilitar a escrita do código.

Ela serve para realizar vários movimentos seguidos, então se eu quero realizar os movimentos "U" e depois "N", eu não preciso escrever

```
turn("U", cubo)
turn("N", cubo)
Basta escrever
alg("UN", cubo).
```

class canto:

A classe canto serve como ferramenta para futuras comparações

```
def init (self, x, y, z):
```

```
self.x = x
self.y = y
self.z = z
```

Essa parte do código define que todo canto deve conter 3 informações, sua cor em relação ao eixo x, ao eixo y e ao eixo z.

Por definição, o eixo x é o da face azul, o eixo y é o da face vermelha e o eixo z é o da face amarela.

Essa parte do código define o que é igualdade para elementos da classe meio e será de importância vital para a resolução do cubo.

class meio:

A classe meio tem papel parecido que a classe canto, mas representa peças diferentes.

```
def __init__(self, cor1, cor2):
    self.cor1 = cor1
    self.cor2 = cor2
```

Essa parte do código define que cada meio deve ter 2 cores, e a ordem dessas cores vai ser importante para resolver o cubo.

Essa parte tem o mesmo intuito da igualdade de classes de canto.

def trans_2p3(cubo):

A função trans2_3 tem como parâmetro uma lista e devolve 20 valores, referentes aos 8 cantos e 12 meios do cubo.

Ela traduz a forma de 6 matrizes para elementos de cantos e meios, o que facilita a resolução do cubo posteriormente.

A ordem dos cantos é definida de modo que o canto 1 seja o canto da parte de cima, de trás e na esquerda. Daí segue um Z até o canto de cima na frente e na direita ser o canto 4.

Virando o cubo em 180° no eixo y e repetindo o processo, se chega na numeração dos cantos.

A ordem dos meios é da seguinte forma:

O meio 1 fica na face amarela e verde, o M2 na face amarela e laranja, o M3 na face amarela e vermelha e o M4 na face amarela e azul.

Os meios M5 ao M8 são definidos de modo que o M5 é o azul e laranja, e cada nodo se dá ao rotacionar o cubo como um todo em -90° no eixo z.

O meios M9 ao M12 seguem a mesma lógica que os meios M1 ao M4, basta rotacionar o cubo 180° no eixo y.

C1 = canto(cubo["G"][0][2], cubo["0"][0][0], cubo["Y"][0][0])

Exemplo do canto C1 sendo construído

M6 = meio(cubo["B"][1][2], cubo["R"][1][0])

Exemplo do canto M6 sendo construído

def find(X, op, cubo):

A função find é simples de construir, mas possivelmente a mais importante de todas. Ela tem como parâmetros um objeto X (que deve ser ou

um meio ou um canto), uma string op, que diz se o objeto é um meio ou um canto, e leva o cubo ao qual ela deve compara.

Desse modo, se você procurar um canto de um cubo no próprio cubo, você não receberá nenhuma informação útil, logo deve-se sempre comparar os cantos ou meios do cubo resolvido e encontrar onde eles estão no cubo embaralhado.

```
if op == "C":
    if X == C1:
        return C1
```

Nessa parte do código podemos ver um exemplo.

Se o operador disser que devemos procurar um canto, então a função vai comparar o canto desejado com os cantos no cubo embaralhado e dar em qual canto do cubo embaralhado esse canto está.

def cruz(cubo):

A função cruz é a primeira função que realmente resolve o cubo. Ela vai receber o cubo embaralhado, procurar o meio desejado nesse cubo embaralhado e dependendo daonde ele estiver vai retornar como o meio deve ir para a posição desejada

```
OP = find(Mr9, "M", cubo)
  if OP == M1:
      if OP.cor1 == "W":
           move = "YYBB"
           solve += move
           alg(move, cubo)
       elif OP.cor1 == "B":
           move = "UONP"
           solve += move
           alg(move, cubo)
  elif OP == M2:
      if OP.cor1 == "W":
           move = "UBB"
           solve += move
           alg(move, cubo)
       elif OP.cor1 == "B":
           move = "ONP"
           solve += move
           alg(move, cubo)
```

Nesse exemplo, se o meio M9 estiver na posição do meio M2, e estiver orientado com a cor azul para cima, deve-se aplicar os movimentos O, N e P para fazer ele chegar na posição M9 orientado.

A função cruz coloca no lugar os meios M9 até M12.

Essa informação é guardada na variável solve, que vai caminhar por todas as funções.

def cantos1(solve, cubo):

A função cantos1 resolve os cantos da face branca, usndo uma abordagem parecida, porém um pouco diferente da função cruz.

A função cantos1, e todas as outras funções que efetivamente resolvem o cubo, a partir de agora recebem uma string, a solve, e uma matriz, como parâmetros.

```
D = "RYT"
E = "NUB"
M = "RYYTU" + D
```

Essa parte do código salva movimentos pré determinados que se repetem várias vezes para facilitar a escrita do código.

```
def poe(X, solve, cubo):
    if X.x == "W":
        solve += E
        alg(E, cubo)
        return E
    elif X.y == "W":
        solve += D
        alg(D, cubo)
        return D
    elif X.z == "W":
        solve += M
        alg(M, cubo)
        return M
```

Essa função poe serve para colocar um canto na posição M4 com uma cor branca na posição M6 com a cor branca na face branca. Para essa função, sempre colocaremos o canto na posição m4 e onde ele deve ir na posição M6 e então aplicaremos a função poe, e assim colocando o canto no lugar.

```
elif OP == C2:
    move = "WY"
    alg(move, cubo)
    C1, C2, C3, C4, C5, C6, C7, C8, M1, M2, M3, M4, M5, M6, M7, M8, M9, M1
0, M11, M12 = trans_2p3(cubo)
    op1 = poe(C4, solve, cubo)
    solve += move + op1
    move = "E"
    solve += move
    alg(move, cubo)
```

Aqui está um exemplo da função cantos1.

Se o canto estiver na posição C2, ele deve ir para a posição C4 e seu lugar de destino na posição C6 (O primeiro move faz isso), então é aplicada a função poe no cubo e depois se volta os movimentos que foram feitos para arrumar os cantos de modo que se possa usar a função poe.

def seg_cam(solve, cubo):

A função seg_cam coloca os meios que não são nem brancos nem amarelos no lugar, usando a variação de um mesmo algoritmo.

Esse algoritmo por definição coloca o meio M2 na posição do meio M6 (é denotado O-br, ou seja, da face laranja para as faces azul e vermelho), mas alterando a orientação dele é arrumada a 2 camada.

```
if OP == M1:
    #Levando em conta a orientação, a peça é colocada no lugar
    if OP.cor1 == "B":
        move = "BUNONPB"
        #G-ob
        solve += move
        alg(move, cubo)
```

Aqui temos o exemplo que o meio M1 vai para a posição do meio M5

```
def cruz_amarela(solve, cubo):
```

A função cruz_amarela arruma os meios amarelos, de modo que se faça uma cruz na face amarela.

São poucos os casos a serem considerados pela própria natureza do cubo, eles levam em conta quantos meios já estão orientados e aonde eles estão.

```
if cubo["Y"][0][1] == "Y":
    if cubo["Y"][1][0] == "Y" and cubo["Y"][2][1] != "Y":
        move = "BYRUTN"
        solve += move
        alg(move,cubo)
    elif cubo["Y"][1][2] == "Y" and cubo["Y"][1][0] != "Y":
        move = "OYBUNP"
        solve += move
        alg(move,cubo)
    elif cubo["Y"][2][1] == "Y" and cubo["Y"][1][0] != "Y":
        move = "OBYNUP"
        solve += move
        alg(move,cubo)
```

No código acima vemos quais os movimentos devem ser feitos no caso que o meio M1 já esteja corretamente orientado.

def oll de cruz(solve, cubo):

A função oll_de_cruz orienta toda a face amarela.

Ela tem 7 casos.

Aqui é um exemplo de uma verificação de oll.

O programa vai verificar pontos específicos, críticos do cubo para ver qual algoritmo deve ser utilizado.

Nessa fase, é preciso saber aonde nos cantos as cores amarelas estão, e então a face amarela será orientada.

Pórem existe uma peculiaridade nessa parte do código:

```
elif (alg("Y", cubo)["Y"][2][0] == "Y") and (cubo["Y"][0][0] == "Y") and (alg("Y", cubo)["Y"][2][0] == "Y")
cubo["B"][0][2] == "Y") and (cubo["G"][0][0] == "Y"):
         move = "TNOBRNPB"
         solve += "Y" + move
         alg(move, cubo)
    elif (alg("Y", cubo)["Y"][2][0] == "Y") and (cubo["Y"][0][0] == "Y") and (cubo["Y"][0][0] == "Y")
ubo["B"][0][2] == "Y") and (cubo["G"][0][0] == "Y"):
         move = "TNOBRNPB"
         solve += "YY" + move
         alg(move, cubo)
    elif (alg("Y", cubo)["Y"][2][0] == "Y") and (cubo["Y"][0][0] == "Y") and (cubo["Y"][0][0] == "Y")
ubo["B"][0][2] == "Y") and (cubo["G"][0][0] == "Y"):
         move = "TNOBRNPB"
         solve += "U" + move
         alg(move, cubo)
    elif (alg("Y", cubo)["Y"][2][0] == "Y") and (cubo["Y"][0][0] == "Y") and (cubo["Y"][0][0] == "Y")
ubo["B"][0][2] == "Y") and (cubo["G"][0][0] == "Y"):
         move = "TNOBRNPB"
         solve += move
         alg(move, cubo)
```

Essa cadeia de elif pode parecer, com razão, exatamente igual, porém o que acontece não é igual.

No começo de cada verificação a função alg é ativada, logo o cubo muda. Mesmo que a verificação seja a mesma, o cubo não é. Desse modo o cubo faz movimentos "automaticamente" para ver se ele se encaixa em alguma das condições para se orientar a face amarela.

Esses movimentos "automáticos" são computados na variável solve, mas não são aplicados novamente na variável "move" pois o cubo já se moveu.

def pll(solve, cubo):

A função pll permuta as peças e basicamente termina de montar o cubo, mas para isso deve ocorrer várias verificações:

```
(cubo["R"][0][0] == cubo["R"][0][2]) and
    (cubo["B"][0][1] == cubo["R"][0][2]) and
    (cubo["G"][0][0] == cubo["G"][0][2]) and
    (cubo["G"][0][1] == cubo["G"][0][2])):
    move = "RURYRYRUTURR"
    solve += "Y" + move
    alg(move, cubo)
elif ((alg("Y", cubo)["B"][0][0] == cubo["B"][0][2]) and
    (cubo["0"][0][1] == cubo["B"][0][2]) and
    #arruma a parte laranja
    (cubo["0"][0][0] == cubo["0"][0][2]) and
    (cubo["R"][0][1] == cubo["0"][0][2]) and
    (cubo["R"][0][0] == cubo["R"][0][2]) and
    (cubo["B"][0][1] == cubo["R"][0][2]) and
    #arruma a parte verde
    (cubo["G"][0][0] == cubo["G"][0][2]) and
    (cubo["G"][0][1] == cubo["G"][0][2])):
    move = "RURYRYRUTURR"
    solve += "YY" + move
    alg(move, cubo)
elif ((alg("Y", cubo)["B"][0][0] == cubo["B"][0][2]) and
    (cubo["0"][0][1] == cubo["B"][0][2]) and
    #arruma a parte laranja
    (cubo["0"][0][0] == cubo["0"][0][2]) and
    (cubo["R"][0][1] == cubo["0"][0][2]) and
    #arruma a parte vermelha
    (cubo["R"][0][0] == cubo["R"][0][2]) and
    (cubo["B"][0][1] == cubo["R"][0][2]) and
    #arruma a parte verde
    (cubo["G"][0][0] == cubo[<u>"G"][0][2]</u>) and
    (cubo["G"][0][1] == cubo["G"][0][2])):
    move = "RURYRYRUTURR"
    solve += "U" + move
    alg(move, cubo)
elif ((alg("Y", cubo)["B"][0][0] == cubo["B"][0][2]) and
    (\text{cubo}["0"][0][1] == \text{cubo}["B"][0][2]) and
    #arruma a parte laranja
    (cubo["0"][0][0] == cubo["0"][0][2]) and
    (cubo["R"][0][1] == cubo["0"][0][2]) and
    (cubo["R"][0][0] == cubo["R"][0][2]) and
    (cubo["B"][0][1] == cubo["R"][0][2]) and
    #arruma a parte verde
```

```
(cubo["G"][0][0] == cubo["G"][0][2]) and
(cubo["G"][0][1] == cubo["G"][0][2])):
move = "RURYRYRUTURR"
solve += move
alg(move, cubo)
```

Aqui é um exemplo de verificação da função pll.

Ela tem a mesma lógica da função oll_de_cruz, fazendo quatro verificações idênticas em instancias diferentes do cubo.

Aqui é comparado posições do cubo, e não cores, pois dependendo da orientação as cores vão mudar, mas esse padrão de igualdade entre as posições não.

Existem 21 casos de pll, o que torna essa função extensa. Sua necessidade de comparar 12 posições 4 vezes para cada caso faz com que ela tenha aproximadamente 1100 linhas de código.

def Termina cubo(solve, cubo):

Após todos os passos, a função pll pode deixar o cubo quase resolvido, mas faltando 1 ou 2 movimentos para que ele chege efetivamente no estágio final de resolvido. É esse o papel da função Termina_cubo, ela termina de montar o cubo com 1 ou 2 movimentos na camada amarela.

```
if cubo["B"][0][0] == "O":
    move = "Y"
    solve += move
    alg(move, cubo)
elif cubo["B"][0][0] == "G":
    move = "YY"
    solve += move
    alg(move, cubo)
elif cubo["B"][0][0] == "R":
    move = "U"
    solve += move
    alg(move, cubo)
return solve
```

Seu funcionamento é simples, ela verifica qual cor está na face azul e indica a partir disso se é necessário movimento adicional, e aplica esse movimento se for necessário.

def tratamento(X):

Essa função otimiza movimentos desnecessários de dois tipos:

- -Movimentos complementares, como U e Y;
- -Três movimentos equivalentes a um, como YYY e U.

Como uma otimização pode gerar uma possibilidade de otimização do segundo tipo, e vice-versa, existem 2 variáveis que controlam até quando devese verificar se há possibilidade de otimização

Essas variáveis são Z e Y. Elas são construídas como o tamanho do vetor a ser otimizado, mas isso antes de qualquer otimização.

Então digamos que X tenha tamanho 20 e depois de uma otimização ele teve tamanho 19. Pode haver alguma outra otimização a ser feita.

Agora se X tenha tamanho 20 no começo e no final da otimização, então não há mais o que fazer e logo X já está totalmente efetivo.

```
while i < len(X)-1:
            if ((X[i] == "Y" and X[i+1] == "U") or
                 (X[i] == "U" and X[i+1] == "Y") or
                 (X[i] == "B" and X[i+1] == "N") or
                 (X[i] == "N" and X[i+1] == "B") or
                 (X[i] == "0" and X[i+1] == "P") or
                 (X[i] == "P" and X[i+1] == "0") or
                 (X[i] == "G" and X[i+1] == "H") or
                 (X[i] == "H" and X[i+1] == "G") or
                 (X[i] == "R" and X[i+1] == "T") or
                 (X[i] == T^{*} \text{ and } X[i+1] == R^{*}) \text{ or }
                 (X[i] == "W" and X[i+1] == "E") or
                 (X[i] == "E" and X[i+1] == "W")):
                del X[i : i+1]
                #Se uma otimização foi feita, nenhuma mais será nesse ciclo, p
ara que não haja problemas com índices fora de range
                i += 100
            else:
```

Essa parte do trabalho faz a otimização do tipo 1

```
Y = len(X)
    i = 0
    while i < len(X)-2:
        if X[i] == "Y" and X[i+1] == "Y" and X[i+2] == "Y":
            X[i] = "U"
            del X[i+1 : i+2]
            i += 100
        else:
        i += 1</pre>
```

Esse é um exemplo de otimização do tipo 2.

```
def monta_cubo(cubo):
    #A função monta cubo reúne cada função e aplica todas elas em ordem, retor
nando o cubo resolvido e a solve que o resolveu
    solve = cruz(cubo)
    solve = cantos1(solve, cubo)
    solve = seg_cam(solve, cubo)
    solve = cruz_amarela(solve, cubo)
    solve = oll_de_cruz(solve, cubo)
    solve = pll(solve, cubo)
    solve = Termina_cubo(solve, cubo)
    solve = tratamento(solve)
    return solve
```

Após tudo isso, a função monta cubo recebe um cubo desmontado e monta ele, juntando todas as funções que fazem isso.

def traducao IpG(X):

Além de montar o cubo em sí, existem 2 funções que trabalham com os movimentos de embaralhar, traduzindo eles entre a linguagem global e a do programa.

A primeira é tradução_lpG que recebe uma lista como parâmetro e retorna uma string quase nos padrões globais (ela tem dificuldade de escrever movimentos duplos no padrão usual, ela os representa, mas não no padrão).

def traducao GpI(X):

A segunda função recebe uma string como parâmetro e devolve uma string também, pronta para ser aplicada na função alg.

4. RESULTADOS OBTIDOS COM A IMPLEMENTAÇÃO

O programa consegue, na maioria das vezes, resolver o cubo com perfeição. Porém, como cada movimento que o cubo faz baseado em onde a peça está foi escrito manualmente, é possível que eu não tenha percebido possíveis erros que levem o programa a não conseguir resolver o cubo totalmente. Dependendo em qual função esse erro ocorreu, o programa nem chegará perto do estado resolvido do cubo.

Porém, foram realizados vários e vários testes, todos satisfatórios, usando um site online que gera embaralhamentos aleatórios.

Além disso, a quantidade de movimentos mostrou-se eficiente, pois todas as soluções ficaram próximas de 105 movimentos e nenhuma passou de 130 (a modo de comparação profissionais fazem perto de 60 movimentos numa resolução).

Alguns embaralhamentos e respectivas quantidades de movimentos:

- D B' U' B U' D L' B L D2 R D' R' F R' F L' F B' L2 R' U B2 R' U 93
- U2 L U2 D F2 B L2 D' B' D' B U B F2 D B' U2 F2 D F' B R D' R2 U2 100
- B D U2 F R' L2 D U R F' B R2 L2 U L' F' D' R' F L D2 F' R2 D' R 107
- F D' R' D' F' L' B' D2 U2 L' B F' L' R2 B' L' F R2 L2 F D' U2 R L D-110
- -R U2 D' L D2 B D' B L U D2 R' L' F U D' B U' L D B' L D2 L B' 99
- F' U F D L2 D' F' R2 L2 F' U R2 F2 R2 L2 F D2 B2 F2 U2 D' F2 R' D F' 102
- U' R U' F D' F' R2 F' D2 B2 R L D2 R2 B D' L2 R' B' L2 D F R' L' B 103

5. DIFICULDADES ENCONTRADAS NO TRABALHO

As principais dificuldades do trabalho foram representar o cubo matricialmente, pensar um jeito que não desse muito trabalho para realizar as funções (foi testado umas 3 maneiras, essa foi a que deu certo) e além disso escrever à mão cada caminho que cada peça devia seguir.

Além disso as funções traducao e a função tratamento foram mais complexas de se fazer, principalmente a função tratamento.