



# 基于改进局部搜索算法的三维空间路径规划研究

赵 威, 曾国辉, 黄 勃, 朱爽鑫, 刘 瑾

(上海工程技术大学 电子电气工程学院, 上海 201620)

**摘 要** 在机器人路径规划中, 搜索区域维数增大会导致路径搜索算法收敛时间过长甚至不收敛的现象发生。针对此类问题, 文中以改进的局部搜索算法为基础, 融合蚁群算法中信息素因子和人工势场算法中势场因子, 建立了启发函数模型以提高寻优的目的性, 并对搜索到的路径用迭代法进行优化。文中具体讨论了三维空间中路径点的选取方式和启发函数模型的建立方法, 同时给出了算法的详细流程。最后通过 MATLAB 仿真实验证明基于改进后的算法进行路径规划时, 迭代次数降低, 搜索速度变快, 路径点轨迹趋势更加平稳。

**关键词** 局部搜索算法; 蚁群算法; 人工势场算法; 启发函数模型; 迭代法; 三维空间路径规划

**中图分类号** TP242.2 **文献标识码** A **文章编号** 1007-7820(2019)06-058-06

doi:10.16180/j.cnki.issn1007-7820.2019.06.012

## 3D Space Path Planning Research Based on Improved Local Search Algorithm

ZHAO Wei, ZENG Guohui, HUANG Bo, ZHU Shuangxin, LIU Jin

(School of Electronic and Electrical Engineering, Shanghai University of Engineering Sciences, Shanghai 201620, China)

**Abstract** In robot path planning, the increase of the search area dimension will cause the path search algorithm to not converge or converge for too long time. Aiming at this problem, heuristic function model was established to improve the purpose of optimization based on the improved local search algorithm, integrating the pheromone in ant colony algorithm and potential field factor in the artificial potential field algorithm. The iteration method was used for search path optimization. The selection of path points in three-dimensional space and the establishment of heuristic function model were discussed in detail, and the detailed flow of the algorithm was presented. Finally, through the MATLAB simulation experiment, the results showed when the path planning was carried out based on the improved algorithm, the number of iterations was decreased, the search speed was faster, and the path point trajectory trend was more stable.

**Keywords** local search algorithm; ant colony algorithm; artificial potential field algorithm; heuristic function model; iterative method; three-dimensional space path planning

三维空间路径规划是多自由度工业机器人智能控制研究的关键问题, 其主要目的是通过传感器获取环境信息后, 使机器人避开工作空间中的障碍物, 按照某一最优指标顺利到达目标点。目前, 国内外有许多研究机器人路径规划问题的智能优化算法, 主要有蚁群算法、局部搜索算法等<sup>[1-2]</sup>。其中局部搜索算法简单

灵活, 但容易陷入局部最优解。针对其的改进方法有模拟退火、禁忌搜索等。文献[3]中改进的局部搜索算法 MPSLS (Multi-Pass Sequential Localized Search) 适用三维空间避障路径规划, 与同类型其它算法<sup>[4]</sup>相比收敛速度更快, 但是设计过于复杂。蚁群算法<sup>[5]</sup>是全局搜索的智能方法, 有很好的鲁棒性, 可与其他算法相结合来解决实际问题。但是蚁群算法同样存在易陷入局部最优解和收敛速度慢等缺点。

本文以局部搜索算法作为研究基础, 结合使用蚁群算法、人工势场算法, 试图解决具有复杂时空要求的三维空间路径规划问题, 完善三维空间路径优化搜索算法, 最后通过仿真实验验证了该算法的正确性和有效性。

## 1 相关算法研究

### 1.1 局部搜索算法

MPSLS 算法属于一种局部搜索算法, 能够在多自由度机械手的工作空间具有障碍的情况下实时求解最

收稿日期: 2018-07-11

基金项目: 国家自然科学基金(61701296, 61603242); 模式识别与智能系统学科建设项目(2018xk-B-09)

National Natural Science Foundation of China (61701296, 61603242); Pattern Recognition and Intelligent System Discipline Construction Project (2018xk-B-09)

作者简介: 赵威(1992-), 男, 硕士研究生。研究方向: 智能计算与嵌入式系统。曾国辉(1975-), 男, 博士, 副教授。研究方向: 智能计算与电力电子系统。黄勃(1985-), 男, 博士, 副教授。研究方向: 大数据处理与智能计算。

短路径。该算法从最短路径优化控制角度解决问题,并建立了如图1所示的问题模型。

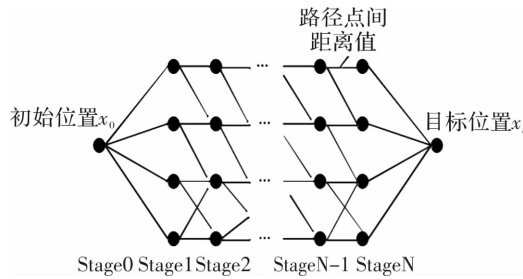


图1 求解模型示意图

Figure 1. Schematic diagram of the solution model

已知空间中初始位置  $x_0$  和目标位置  $x_t$ , 从工作空间中逐层 (Stage) 搜索路径点来优化路径长度, 建立目标函数, 如式(1)所示

$$J_k(a) = \min_{b \in S_{k+1}} [g_{ab}^k + J_{k+1}(b)] \quad k=0, 1, \dots, N \quad (1)$$

式中,  $k$  为状态 (Stage) 层数;  $J_k(a)$  为  $k$  层  $a$  点到目标点的距离;  $J_{k+1}(b)$  为  $k+1$  层  $b$  点到目标点的距离;  $g_{ab}^k$  为  $a$  点到  $b$  点的距离。为了达到避障要求, 每个路径点的选取需检查待选节点与障碍物之间距离。算法根据问题模型, 通过逐层选取不同的路径点优化  $g_k$  和  $a_b$  取值以求得目标函数最优值, 最终保存并输出搜索到的最优路径点。

## 1.2 蚁群算法

在传统蚁群算法<sup>[6]</sup>中, 蚂蚁选择下一个节点时依照伪随机比率规则, 式(2)如下

$$v = \begin{cases} \arg \max_{i \in \text{allowed}_k} [\tau_{ij}^\alpha(t) \eta_{ij}^\beta(t)], & q \leq q_0 \\ V, & q > q_0 \end{cases} \quad (2)$$

式中,  $q_0$  为给定常数,  $q_0$  是  $[0, 1]$  中符合均匀分布的随机数, 当  $q \leq q_0$  时, 选择的下一节点为所有可行节点中  $\tau_{ij}^\alpha(t) \eta_{ij}^\beta(t)$  值最大的节点; 当  $q > q_0$  时,  $V$  按照下面的概率转移公式选择下一个节点

$$V = P_{ij}^k(t) = \begin{cases} \frac{\tau_{ij}^\alpha(t) \eta_{ij}^\beta(t)}{\sum_{j \in \text{allowed}_k} \tau_{ij}^\alpha(t) \eta_{ij}^\beta(t)}, & j \in \text{allowed}_k \\ 0, & j \notin \text{allowed}_k \end{cases} \quad (3)$$

式中的  $\text{allowed}_k$  表示蚂蚁可以到达的节点;  $\alpha$  为信息启发式因子, 表示路径重要性,  $\alpha$  越大就表示后续蚂蚁选择此路径点的可能性越大;  $\tau_\alpha(t)$  表示边弧  $(i, j)$  的信息素浓度;  $\beta$  为期望启发式因子, 表示能见度的重要性, 反映了启发信息对路径点选择的影响程度;  $\eta_{ij}(t)$  为启发函数, 表示路径点  $(i, j)$  的能见度

$$\eta_{ij} = \frac{1}{d_{ij}} \quad (4)$$

式中,  $d_{ij}$  表示节点  $i$  与节点  $j$  之间的距离。

在每只蚂蚁搜索完一个路径点或者完成对所有路径点的搜索后, 信息素需及时更新以提高解的质量和算法的收敛速度。

(1) 在局部更新规则中, 蚂蚁搜索完一个路径点  $(i, j)$  更新点上的信息素, 如式(5)所示

$$\tau_{ij}(t+1) = (1-\xi)\tau_{ij}(t) + \xi\tau_0 \quad (5)$$

式中,  $\xi$  为局部信息素挥发系数,  $\tau \in (0, 1)$ ;  $\tau_0$  为各路径上的初始信息素浓度值;

(2) 在全局更新规则中, 一次循环搜索后所有蚂蚁经过的路径点进行信息素更新, 对当前路径上的信息素更新, 如式(6)~(7)所示

$$\tau_{ij}(t-n) = (1-\rho)\tau_{ij}(t) + \rho\Delta\tau_{ij} \quad (6)$$

$$\Delta\tau_{ij} = \begin{cases} \frac{1}{L_{gb}}, & (i, j) \in \text{全局最优路径} \\ 0, & \text{否则} \end{cases} \quad (7)$$

式中,  $\rho$  为全局信息素挥发系数;  $\Delta\tau_{k,ij}$  为本次循环中第  $k$  只蚂蚁在路径  $(i, j)$  上的信息素;  $L_{gb}$  为全局最优路径的长度。

## 2 改进算法

在传统蚁群算法中, 启发函数设计简单, 常导致蚂蚁陷入局部最优解。而本文改进的算法中, 在启发函数<sup>[7]</sup>内引入了人工势场算法的思想, 并同时融合了改进局部搜索算法迭代思想以进行路径优化。下面对改进的算法的重点部分做详细介绍。

### 2.1 路径点选取方法

在三维空间路径规划问题中, 为了避免算法空间复杂度过大, 工业机器人工作空间环境采用离散点集合的方式进行表达。本文采用节点表示法<sup>[6]</sup>, 其中工作空间的每个节点都对应着工业机器人机体的一种位置与姿态参数配置。对照二维平面路径规划常用处理的栅格方法, 将信息素赋值在工作空间的离散点上, 依据坐标值对应一个信息素值  $P(i, j, k)$ 。

设  $S$  和  $T$  分别为路径规划的起始和目标点位置, 首先将工作空间抽象形成三维路径规划空间, 以  $S$  和  $T$  为顶点, 建立长方体空间坐标系 (图2), 随后在沿坐标方向上分别以单位距离进行空间点离散, 建立工作空间搜索区域。

由于在三维空间中, 节点数量增多和选择范围扩大, 会造成所选路径点局限在几个启发值较高的节点且往复震荡, 如不能尽快跳出局限值则可能会造成算法收敛速度降低甚至失效。为了提高三维空间搜索算法的收敛性, 采用分层搜索前进的方式<sup>[7]</sup>, 逐层搜索路径点, 有效解决了陷入局部震荡问题。

以当前节点所在平面为基准, 在下一平面层内建立可搜索路径点区域, 如图3所示。

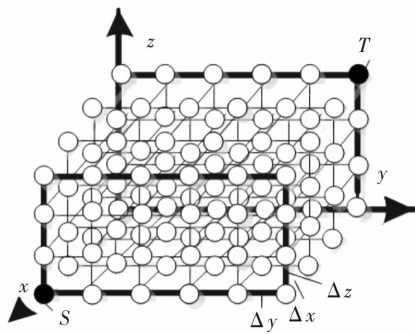


图2 空间点离散

Figure 2. Spatial point dispersion

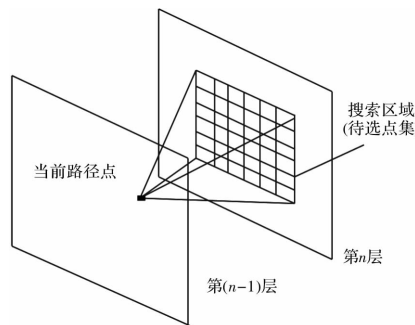


图3 可搜索区域

Figure 3. Searchable areas

但是由于文献[7]中采用此方法时设置了固定的分层数量,最后搜索到的路径点间距离固定,并不符合实际路径规划结果。本文对分层前进的方法进行优化,采用迭代的方法<sup>[8-9,12]</sup>,逐代搜索路径点。其思想具体为:选定从起点  $S$  到终点  $T$  的方向为前进方向,在该方向上划分  $n(i)$  个平面层( $i$  为迭代次数),层间距离随迭代次数变化,路径点选择更加灵活。

此迭代方式的设计思想融合迭代算法<sup>[8]</sup>的优势,先在  $S$  起始点和  $T$  目标点间分  $n$  层,逐层搜寻路径点形成一条路径,并在每两个路径点对之间判断有无障碍及距离是否到达设定阈值。如果路径点已达到最优则不需要再进行分层优化;如果超过设定的阈值或者低于设定的最大迭代次数则需要再次分层,逐层进行路径点搜索,从而优化整体路径。如图4所示,路径点1、2、3、4为第  $i$  次迭代是搜索到的路径点,在第  $n+1$  次迭代中,对路径点对1和2,2和3,3和4间距离进行判断,如果  $d_{23}$  超过分层距离的阈值  $\zeta(i)$  ( $i$  为迭代次数),则对路径点2和3间进行分层并进行路径再搜索,达到路径优化效果。

## 2.2 启发函数模型设计

启发函数是三维空间路径规划算法中的重要组成部分<sup>[10]</sup>,对于算法快速、高效规划出一条可行路

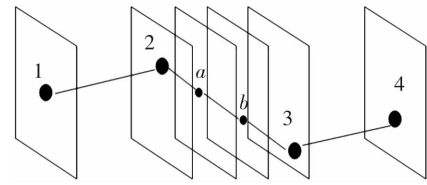


图4 路径迭代搜索优化

Figure 4. Path iterative search optimization

径起着重要作用。本文以规划路径最短,算法收敛性,避障等因素为优化指标,设计工作空间中启发函数模型。为了实现避障以及增强算法的收敛性,启发函数的设计结合了蚁群算法中的信息素规则,并引入人工势场算法<sup>[11]</sup>中障碍的斥力系数和目标点吸引力系数。

利用障碍对路径点选择的斥力因素增强避障特性,建立避障系数模型如式(8)所示

$$I(i,j,k) = \begin{cases} 1, & d > d_m \\ [(d - d_0)/(d_m - d_0)]^0, & d_0 < d \leq d_m \\ 0, & d \leq d_0 \end{cases} \quad (8)$$

式中,  $d_0$  为避障极限距离;  $d_m$  为斥力作用距离;  $d$  为待选节点与障碍物距离。当  $d < d_0$  时,  $I(i,j,k)$  为0,距离小于避障极限距离,对应节点无法被选取。当  $d$  位于  $d_0$  与  $d_m$  之间时,节点在障碍物影响范围外,  $I(i,j,k)$  对应该节点的避障系数。当  $d > d_m$  时,节点选择不受斥力因子影响。

利用目标点对路径点选择的吸引力因素提高算法的快速收敛性,建立吸引力系数模型如式(9)所示

$$R(i,j,k) = \frac{1}{1 + \sqrt{(x_b - x_d)^2 + (y_b - y_d)^2 + (z_b - z_d)^2}} \quad (9)$$

式中,  $b$  为待选节点;  $d$  为目标点;待选择的节点与目标点距离越近,引力因子值越大。

利用待搜索区域内待选点集中的节点与当前路径点的距离因素建立距离因子模型,如式(10)所示

$$D(i,j,k) = \frac{1}{1 + \sqrt{(x_a - x_b)^2 + (y_a - y_b)^2 + (z_a - z_b)^2}} \quad (10)$$

式中,  $a$  为当前路径点,  $b$  为待选节点;待选择的节点与当前路径点之间距离越小,距离因子值越大。

综合考虑以上影响选取待选路径点的因素以及信息素的影响,建立工作空间模型中的每一点的启发函数模型  $H(i,j,k)$ ,如式(11)所示

$$H(i,j,k) = R^{\alpha_1} I^{\alpha_2} D^{\alpha_3} P^{\alpha_4} \quad (11)$$

式中,  $\alpha_1$ 、 $\alpha_2$ 、 $\alpha_3$ 、 $\alpha_4$  分别为  $R$ 、 $I$ 、 $D$ 、 $P$  因子重要性;  $P$  为信息素系数因子。

### 3 算法设计

基于局部搜索算法和蚁群算法改进的综合搜索算法步骤如下:

**步骤1** 初始化算法运行参数,如蚁群个体总数  $l$ ,前进方向划分层数为  $n(i)$ ,迭代次数为  $i=1$ ,信息素  $P$  等,并完成障碍物模型建立;

**步骤2** 对一蚂蚁  $K$ ,确定出发点  $S$ ,当前位置  $A$ ,目标点  $T$ ;

**步骤3** 从当前节点沿前进方向,在间隔为  $c(i)$  的分层平面可搜索区域进行搜索,区域内节点利用启发函数式(11)分别计算启发值;

**步骤4** 将算得的启发值带入到式(2)中,确定蚂蚁下一路径点的选取;

**步骤5** 将下一路径点的坐标值赋给当前节点,并按式(5)进行局部信息素更新;

**步骤6** 重复步骤3到步骤5,直到完成一条路径搜索;

**步骤7** 对搜索得到的路径继续分布优化,判断路径点间距  $d_{ab}$  以及是否存在障碍,如果存在路径点间距离  $d_{ab}$  超过阈值  $\zeta(i)$  或者存在障碍,则  $i \leftarrow i+1$ ,分别将路径点  $a, b$  对赋值给起始点  $S$  和目标点  $T$ ;重复步骤3到步骤7,记录保存新的路径点并更新路径信息,直到路径点间距离低于阈值  $\zeta(i)$  或者路径点间无障碍或者  $i$  达到设置的最大值;

**步骤8** 当  $l$  批次蚂蚁完成搜索,利用评价函数找出相对最优路径,记录路径信息并根据式(6)进行全局信息素更新;

**步骤9** 根据优化标准输出最优解。

本文设计的路径优化算法整体上基于改进的 MPSLS 局部搜索算法,并结合了蚁群算法,同时在步骤3中引入人工势场中概念,在步骤7中路径迭代优化。

### 4 实验仿真与结果分析

为了验证改进算法的有效性,借助 MATLAB 2016 平台进行仿真实验,在相同的障碍物环境(工作空间为  $32 \times 32 \times 32$ )中进行不同算法仿真实验<sup>[13-16]</sup>。为了方便结果对比,在相同的障碍物环境下,首先将传统蚁群算法应用到三维空间路径规划进行仿真实验,结果如图5所示。为了验证上述改进启发函数的有效性,对传统蚁群算法进行启发函数修改并进行仿真实验,结果如图6所示。最后对基于局部搜索算法和蚁群算法综合改进算法进行仿真实验,结果如图7所示。同时对3种算法的适应度统计,结果如表2所示。算法首先对参数进行设置(距离参数单位均为/格),如表1所示。

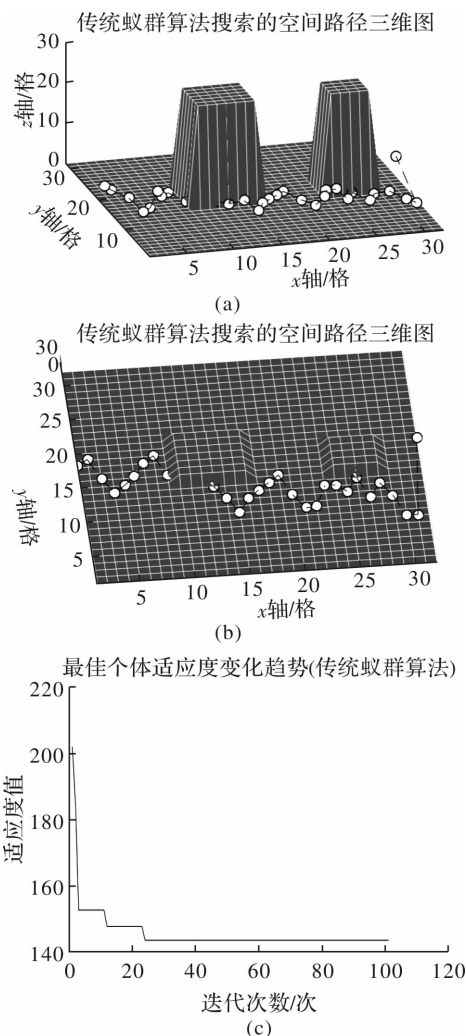


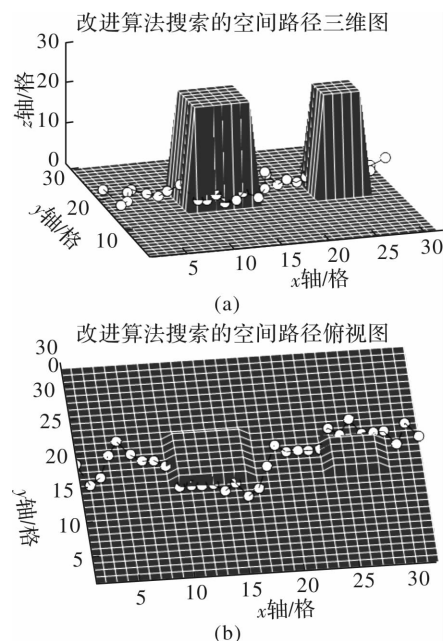
图5 传统蚁群算法

(a) 路径规划三维图 (b) 路径规划俯视图 (c) 适应度

Figure. 5 Traditional ant colony algorithm

(a) 3D diagram of path planning

(b) Top view of path planning (c) Fitness



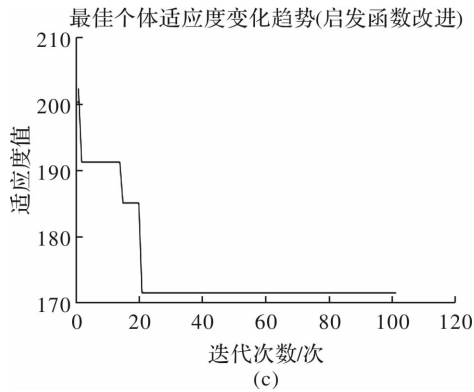
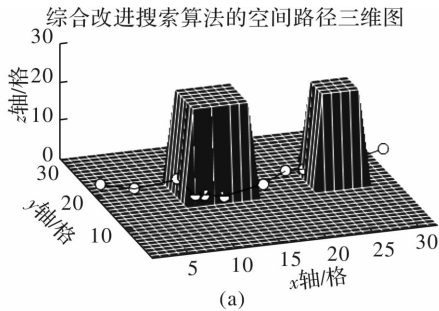


图6 启发函数优化的改进蚁群算法

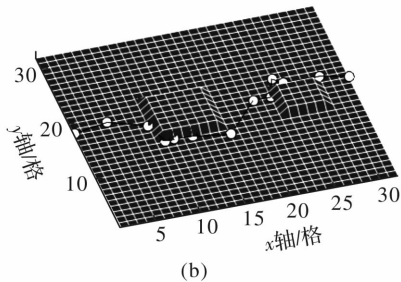
(a) 路径规划三维图 (b) 路径规划俯视图 (c) 适应度

Figure. 6 Improved ant colony algorithm based on heuristic function optimization

(a)3D diagram of path planning (b)Top view of path planning (c)Fitness



综合改进搜索算法的空间路径俯视图



最佳个体适应度变化趋势(综合改进)

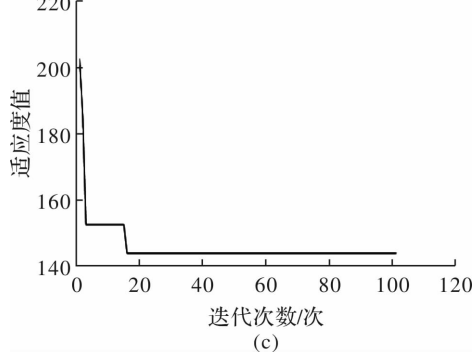


图7 基于局部搜索和蚁群算法综合改进搜索算法

(a) 路径规划三维图 (b) 路径规划俯视图 (c) 适应度

Figure 7. Comprehensive improved search algorithm based on local search and ant colony algorithm

(a)3D diagram of path planning (b)Top view of path planning (c)Fitness

表1 初始化参数设置

Table 1. Initialize parameter Settings

参数	传统蚁群算法	改进蚁群算法	综合改进搜索算法
起始点坐标和目标点坐标	起始点(0,18,5) 目标点(32,19,5)		
$P$ :信息素初值	1	1	1
$\xi$ :局部信息素挥发系数	0.5	0.5	0.5
$\rho$ :全局信息素挥发系数	0.9	0.9	0.9
$\alpha_1$ :引力因子重要程度	-	1	1
$\alpha_2$ :障碍因子重要程度	-	1	1
$\alpha_3$ :距离因子重要程度	-	1	1
$\alpha_4$ :信息素因子重要程度	2	2	2
$d_m$ :障碍物极限距离	-	1	1
$d_0$ :斥力作用距离	-	2	2
$l$ :蚂蚁批次	100	100	100
$\zeta(i)$ :阈值	-	-	1
$y_{\max}$ (搜索区域)	3	3	3
$h_{\max}$ (搜索区域)	3	3	3

传统蚁群算法应用于三维空间路径规划时,结果如图5所示。搜索到的路径出现两个明显的问题:(1)路径点变化趋势中局部动荡情况明显;(2)由于算法中设置了搜索区域范围( $y_{\max}$ 和 $h_{\max}$ ),最后搜索得到的路径点(图中与目标点虚线连接的点)超过移动的距离设置值 $y_{\max}$ ,此路径点不在下一层的搜索范围点集内,不满足要求。

如图6所示,为了增强传统蚁群算法的算法收敛性,提高寻优目的性以及提高避开空间障碍物的能力,文中引入了人工势场算法中障碍因子、吸引力因子和距离因子等。重新建立启发函数模型,将此改进算法应用于三维空间路径规划,结果如图6所示。对比图5传统蚁群算法与图6启发函数优化的蚁群算法搜索到的路径点图。针对上述问题(1),搜索到的路径点局部和整体变化趋势明显改善;针对上述问题(2),算法收敛,满足搜索要求。结果表明,此算法增强了对启发函数改进后搜索目的性。

如图6所示,观察改进后的启发函数算法应用于路径规划得到的路径图可知,在有障碍物和无障碍物区域,搜索到的路径并不符合实际路径规划情况。对无障碍区域不需要逐层进行路径点搜索,在障碍区域则应该增加搜索次数。如图7所示,此综合改进的算法结合局部搜索算法,采用迭代方法,对路径进行迭代优化。对障碍物区域和无障碍物区域分布优化处理,对搜索到的路径点对间进行障碍物判断并插值迭代搜索。结果表明,利用此综合改进算法在三维空间搜索形成的路径点总数目减少;在无障碍区域搜索次数降低,在障碍区域搜索的路径点较多;同时适应度值(表

2)较图5 路径优化之前降低。

表2 适应度结果对比

Table 2. Comparison of fitness results

传统蚁群算法	改进的蚁群算法	基于局部搜索算法和蚁群算法 综合搜索算法
143.71	171.14	144.27

## 5 结束语

将传统的局部搜索算法应用于路径规划问题时,伴随搜索维数增大,会导致算法收敛时间过长或不收敛。本文针对此问题,以改进的局部搜索算法为基础,结合蚁群算法和人工势场算法,设计了综合改进算法。最后通过 MATLAB 仿真实验结果表明,该算法收敛性得到增强,路径得到优化。但是,在本文研究过程中,为了降低计算的时间复杂度,工作空间离散取点参数设置为  $32 \times 32 \times 32$ ,在以后的深入研究中可以将离散程度进一步扩大。

## 参考文献

- [1] Rubio F, Abu - Dakka F J, Valero F, et al. Comparing the efficiency of five algorithms applied to path planning for industrial robots [J]. Industrial Robot: An International Journal, 2012, 39(6): 580 - 591.
- [2] Dasgupta B, Gupta A, Singla E. A variational approach to path planning for hyper - redundant manipulators [J]. Robotics and Autonomous Systems, 2009, 57(2): 194 - 201.
- [3] Ananthanarayanan, Hariharan S. Complete path planning of higher DOF manipulators in human like environments [D]. Dayton: University of Dayton. Electrical Engineering, 2015.
- [4] 武雅杰, 杨晶东. 基于 A\* 算法的机器人路径规划 [J]. 电子科技, 2017, 30(6): 124 - 127.  
Wu Yajie, Yang Jingdong. Robot path planning based on A\* algorithm [J]. Electronic Science and Technology, 2017, 30(6): 124 - 127.
- [5] 胡荟, 蔡秀珊. 基于改进蚁群算法的三维空间机器人路径规划 [J]. 计算机系统应用, 2011, 20(11): 95 - 98.  
Hu Hui, Cai Xiushan. 3D robot path planning based on improved ant colony algorithm [J]. Application of Computer System, 2011, 20(11): 95 - 98.
- [6] 刘利强, 于飞, 戴运桃. 基于蚁群算法的水下潜器三维空间路径规划 [J]. 系统仿真学报, 2008(14): 3712 - 3716.  
Liu Liqiang, Yu Fei, Dai Yuntao. Three - dimensional space path planning of water submersible based on ant colony algorithm [J]. Journal of System Simulation, 2008(14): 3712 - 3716.
- [7] 张文强. 6 kg 工业机器人路径规划及运动仿真研究 [D]. 合肥: 合肥工业大学, 2017.  
Zhang Wenqiang. Research on path planning and motion simulation of 6 kg industrial robot [D]. Hefei: Hefei University of Technology, 2017.
- [8] 刘方洁. 基于分组与局部搜索的大规模全局优化新算法 [D]. 西安: 西安电子科技大学, 2017.  
Liu Fangjie. New large - scale global optimization algorithm based on grouping and local search [D]. Xi'an: Xidian University, 2017.
- [9] Secara C, Vladareanu L. Iterative strategies for obstacle avoidance of a redundant manipulator [J]. WSEAS Transactions on Mathematics, 2010(7): 1129 - 1137.
- [10] 沈黎明. 基于启发式搜索方法的机器人三维空间路径规划研究 [D]. 秦皇岛: 燕山大学, 2014.  
Shen Liming. Research on robot 3D spatial path planning based on heuristic search method [D]. Qinhuangdao: Yanshan University, 2014.
- [11] 丁家如, 杜昌平, 赵耀, 等. 基于改进人工势场法的无人机路径规划算法 [J]. 计算机应用, 2016, 36(1): 287 - 290.  
Ding Jiaru, Du Changping, Zhao Yao, et al. Uav path planning algorithm based on improved artificial potential field method [J]. Computer Application, 2016, 36(1): 287 - 290.
- [12] Lin J S, Wang C H. Enhancement of the global convergence of using iterative dynamic programming to solve optimal control problems [J]. Industrial and Engineering Chemistry Research, 1998, 37(9): 2469 - 2478.
- [13] 徐达, 蔡满春, 陈悦. 基于改进 Floyd 算法的城市交通网络最短路径规划 [J]. 电子科技, 2017, 30(7): 17 - 20.  
Xu Da, Cai Manchun, Chen Yue. Urban traffic network shortest path planning based on improved Floyd algorithm [J]. Electronic Science and Technology, 2017, 30(7): 17 - 20.
- [14] 林保蛟, 华云松, 顾岩秀. 双足行走机器人运动轨迹规划 [J]. 电子科技, 2017, 30(2): 45 - 48.  
Lin Baojiao, Hua Yunsong, Gu Yanxiu. Motion trajectory planning of biped walking robot [J]. Electronic Science and Technology, 2017, 30(2): 45 - 48.
- [15] Schneider H C, Wahrburg J. Robot surgery [M]. Berlin: Intech, 2010.
- [16] 卜新苹, 苏虎, 邹伟, 等. 基于复杂环境非均匀建模的蚁群路径规划 [J]. 机器人, 2016, 38(3): 276 - 284.  
Bu Xinping, Su Hu, Zou Wei, et al. Ant colony path planning based on heterogeneous modeling of complex environment [J]. Robot, 2016, 38(3): 276 - 284.