A Fast and Elitist Multi-objective Genetic Algorithm

學號：40575042H
系級：電機109
姓名：王宇捷

• 介紹

多目標決策是由多個相互矛盾的目標進行評估並合理的篩選擇優，最後做出決策的理論及方法。而在這過程當中，往往存在許多限制條件，增加了擇優的難度，也因如此，常常遇到一系列不算是最優解，但卻不能被淘汰的一組解，則稱為柏拉圖解 - 既為在合理範圍下，能被接受且優於大部分解的一系列解決問題的方法。

而此篇報告嘗試使用NSGA-II演算法，操作在Multi-objective function上，模擬並找出柏拉圖前緣解。

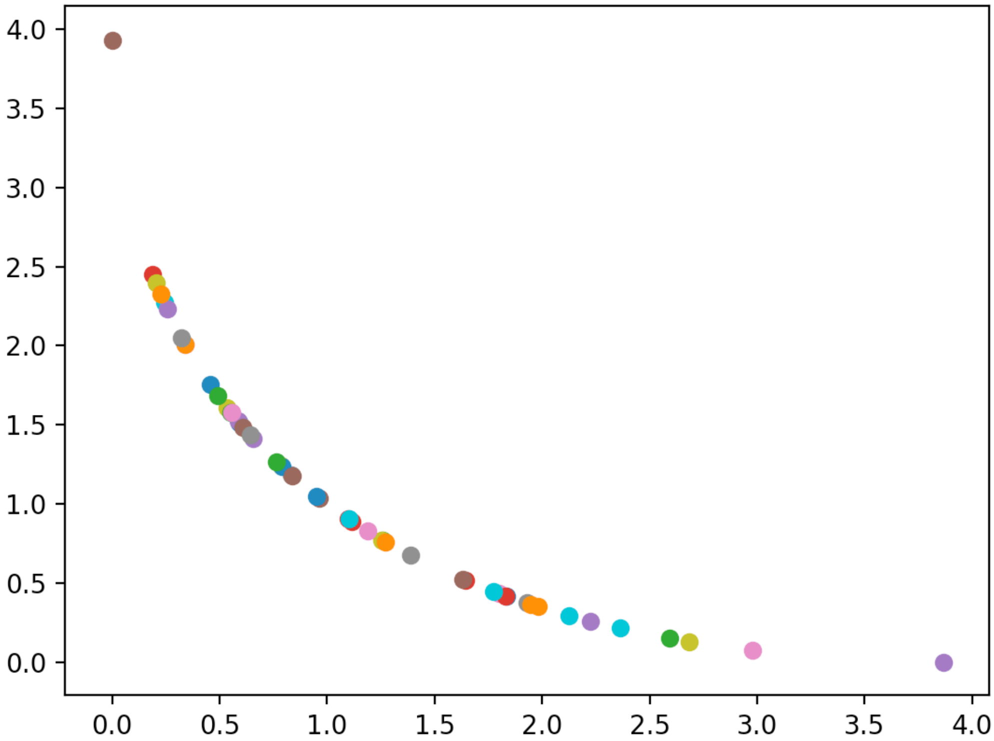
• 模擬的多目標函數:

SCH	1	$[-10^3, 10^3]$	$f_1(x) = x^2$ $f_2(x) = (x-2)^2$	$x \in [0, 2]$
FON	3	$[-4, 4]$	$f_1(\mathbf{x}) = 1 - \exp\left(-\sum_{i=1}^{3}\left(x_i - \frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2\right)$ $f_2(\mathbf{x}) = 1 - \exp\left(-\sum_{i=1}^{3}\left(x_i + \frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2\right)$	$x_1 = x_2 = x_3$ $\in [-1/\sqrt{3}, 1/\sqrt{3}]$
ZDT2	30	$[0, 1]$	$f_1(\mathbf{x}) = x_1$ $f_2(\mathbf{x}) = g(\mathbf{x})\left[1 - (x_1/g(\mathbf{x}))^2\right]$ $g(\mathbf{x}) = 1 + 9\left(\sum_{i=2}^{n} x_i\right)/(n-1)$	$x_1 \in [0, 1]$ $x_i = 0,$ $i = 2, \ldots, n$
ZDT6	10	$[0, 1]$	$f_1(\mathbf{x}) = 1 - \exp(-4x_1)\sin^6(6\pi x_1)$ $f_2(\mathbf{x}) = g(\mathbf{x})\left[1 - (f_1(\mathbf{x})/g(\mathbf{x}))^2\right]$ $g(\mathbf{x}) = 1 + 9\left[\left(\sum_{i=2}^{n} x_i\right)/(n-1)\right]^{0.25}$	$x_1 \in [0, 1]$ $x_i = 0,$ $i = 2, \ldots, n$

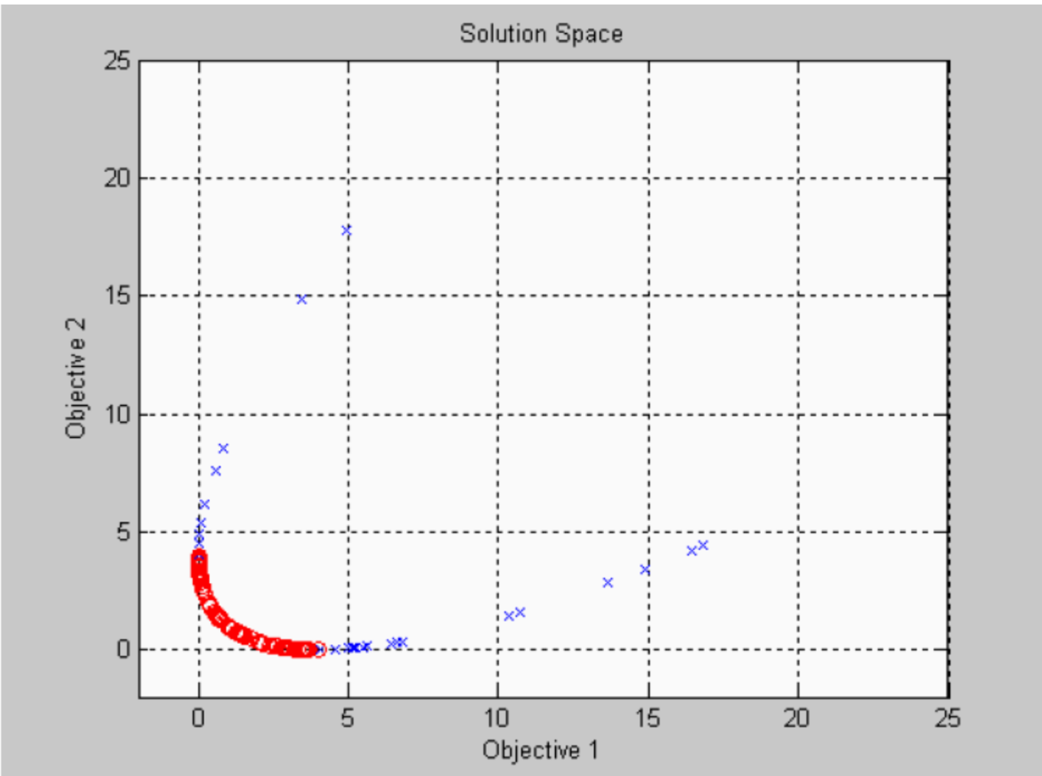
1. SCH Function

此多目標函數的最優解範圍在[0, 2]之間，透過NSGA-II在每次迭代次數20並重複50次所畫出的前緣解範圍。（如圖一：x軸為function1的輸出值、y軸為function2的輸出值）

從圖一來看，可以看到在只有一維變數的情況下，只需要通過20次以下的迭代次數，便能收斂在最優解的範圍附近。就算是重複執行50次的情況下，分布狀況也在合理範圍內（如圖二所示）。



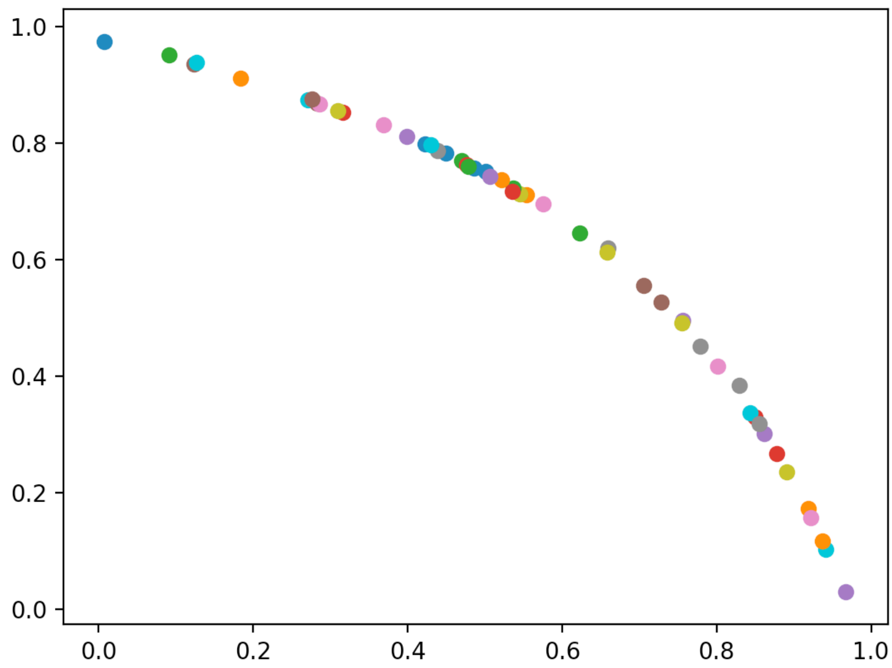
圖一



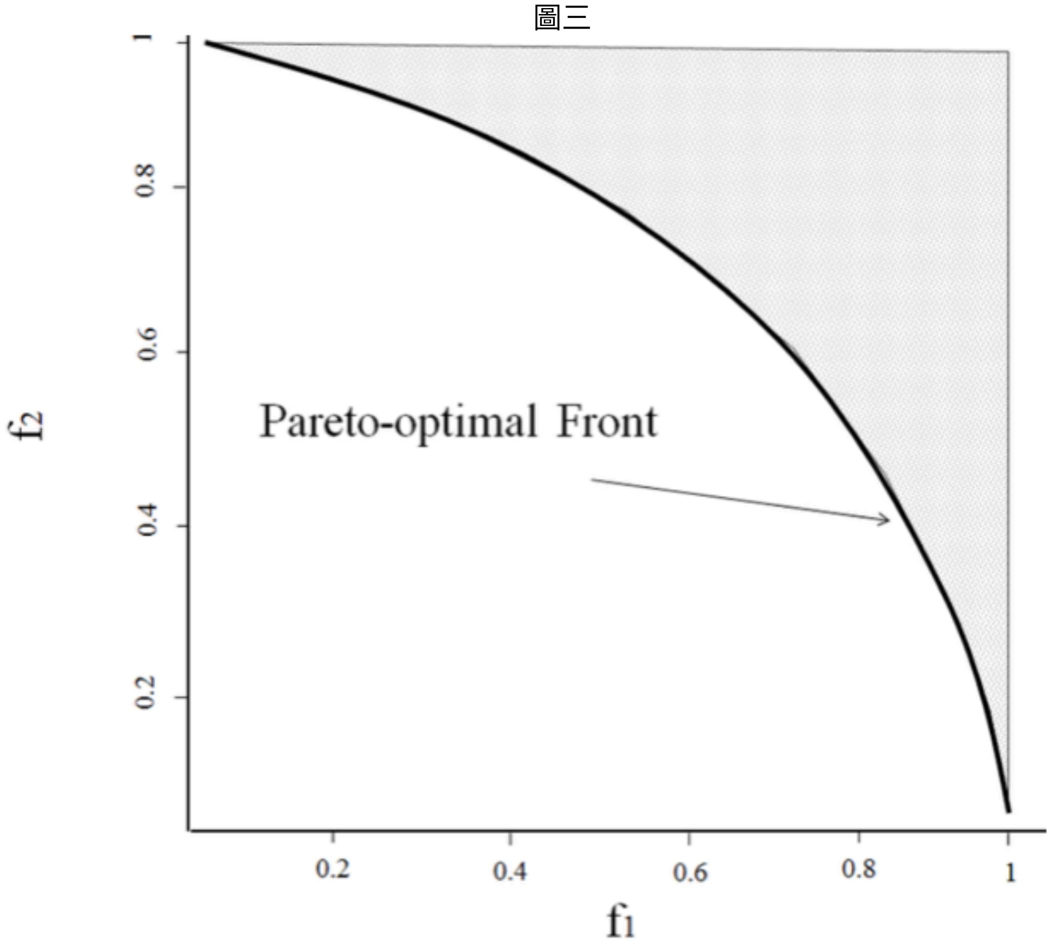
圖二

2. FON Function

此多目標函數的最優解範圍在[-0.577, 0.577]之間，而變數維度為3，與SCH function不同之處在於變數的維度高了三倍，變數上的調整難度也就高出許多，雖然說調參的過程用的是同一套演算法，只是更改了迭代次數，但NSGA-II這套演算法也能夠幾乎完美地找出前緣解，而以下透過該演算法在populations size=20、每次迭代次數50並重複50次所畫出的前緣解範圍。
（如圖三：x軸為function1的輸出值、y軸為function2的輸出值）



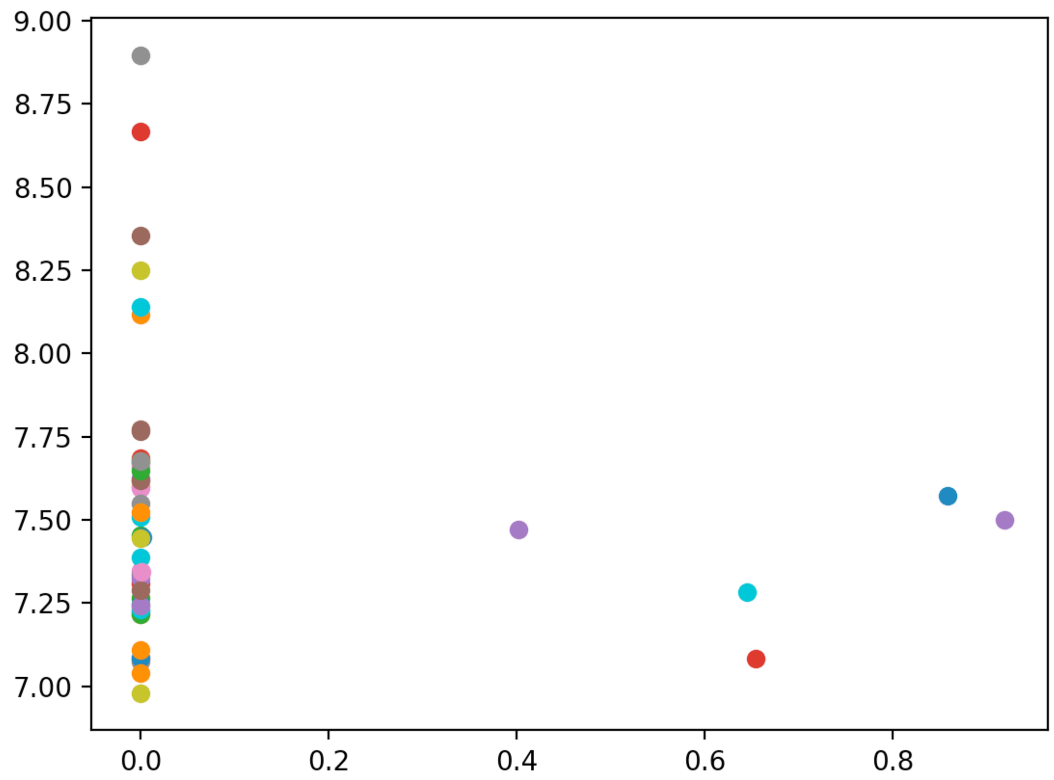
圖三



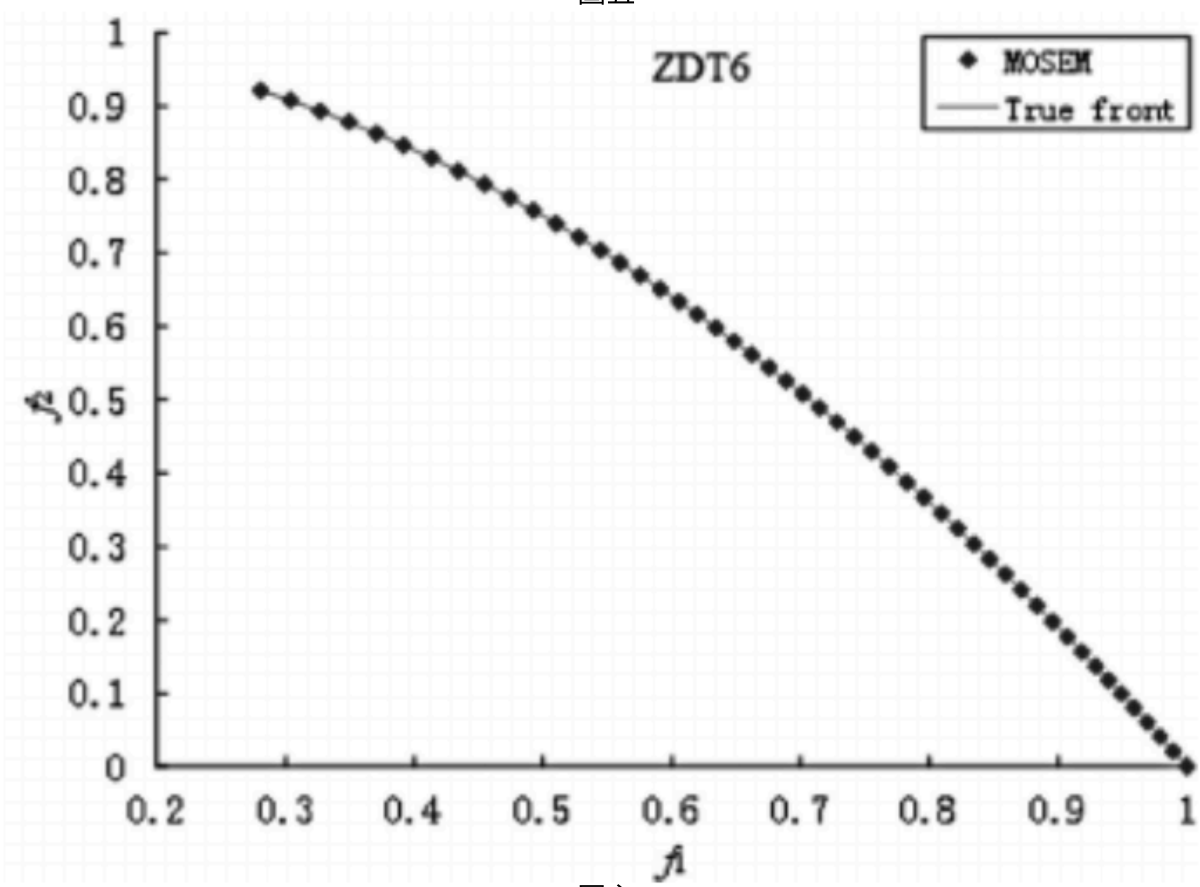
圖四

3. ZDT6 Function

此多目標函數的最優解為x1在範圍[0, 1]之間，而其他參數為0，該函數的變數維度是10維，相比SCH及FON函數，變數上的調整難度更高。也因此，對於NSGA-II的迭代次數、population size分別設定為100、50，雖說調整迭代次數與population size的設定提高了，但圖五對比圖六的結果，還是有點差異，而該問題的原因會留到結論說明。
（如圖五：x軸為function1的輸出值、y軸為function2的輸出值）



圖五

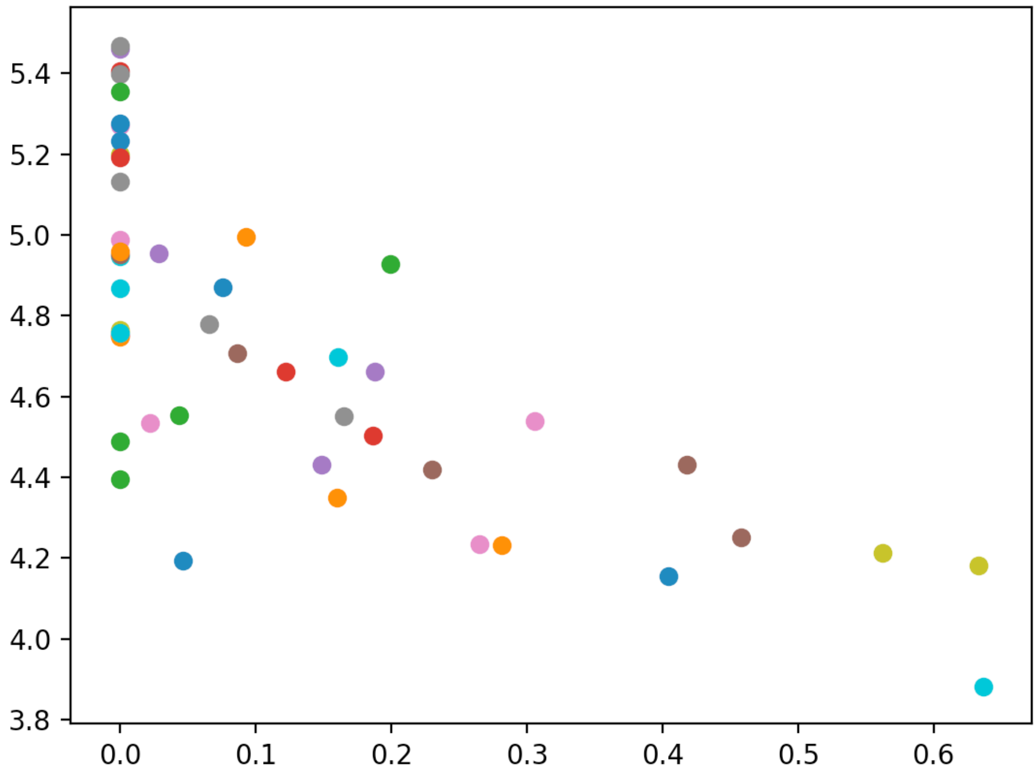


圖六

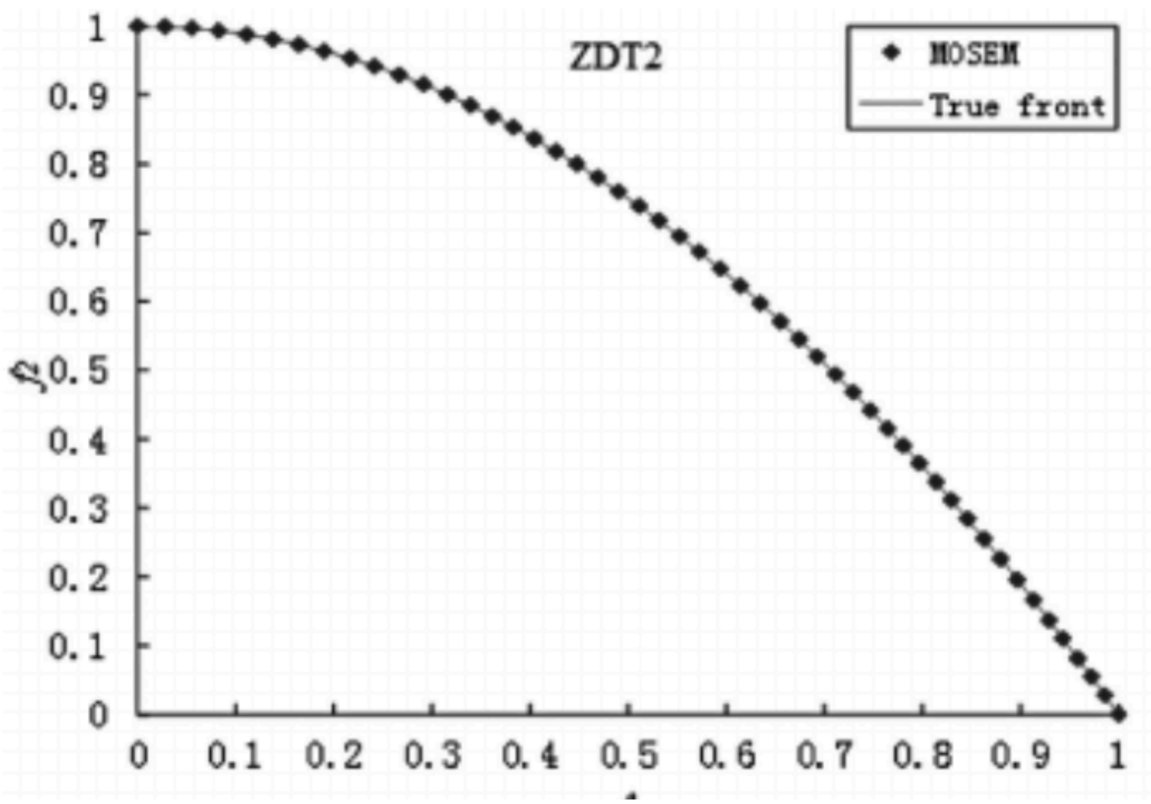
4. ZDT2 Function

　　此多目標函數的最優解與ZDT6 function一樣，但該函數的變數維度是30維，相比ZDT6函數，變數上的調整難度更高一階。也因此，對於NSGA-II的迭代次數、population size分別設定為150、100，結果如圖七所示，相比ZDT6的結果(圖五)，反倒是ZDT2的結果更接近於最優解。

（如圖七：x軸為function1的輸出值、y軸為function2的輸出值）



圖七



圖八

- **結論**

從以上SCH、FON、ZDT2、ZDT6的結果來看，NSGA-II能夠很好的找出變數維度10以下的最優解，而從10以上的維度變數的結果來看(ZDT2、ZDT6)，正體現出NSGA-II的缺點，而該缺點正是Genetic Algorithm所帶來的（因為NSGA-II是基於Genetic Algorithm進一步優化的演算法），也就是在調參的過程當中，crossover以及mutation的所計算出的子代，並沒有一個方向性，告訴親代說我該如何生產子代，也就是因為沒有一個方向性，所以在調整的過程當中，就如同蓋教堂一般，蓋完之後就開始祈禱，希望它能夠找出我想要的最優解。

而對於該缺點，我想到的解決辦法是，說不定能以PSO方向性的概念與NSGA-II演算法做結合，使得該演算法能保留住分級以及菁英策略的概念，在每一次迭代的過程當中，使crossover以及mutation更有方向性的產生子代。

以上，是我對於NSGA-II的演算法實作過程、看法以及問題討論，謝謝。