**2023年普通高等学校招生全国统一考试（北京卷）**

**数学**

**本试卷满分150分.考试时间 120 分钟.考生务必将答案答在答题卡上，在试卷上作答无效.考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回.**

**一、选择题：本题共10小题，每小题4分，共40分.在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项.**

1. 已知集合，则（ ）

A.  B. 

C.  D. 

2. 在复平面内，复数对应的点的坐标是，则的共轭复数（ ）

A  B. 

C.  D. 

3. 已知向量满足，则（ ）

A.  B.  C. 0 D. 1

4. 下列函数中，在区间上单调递增的是（ ）

A.  B. 

C.  D. 

5. 的展开式中的系数为（ ）．

A.  B.  C. 40 D. 80

6. 已知抛物线的焦点为，点在上．若到直线的距离为5，则（ ）

A. 7 B. 6 C. 5 D. 4

7. 在中，，则（ ）

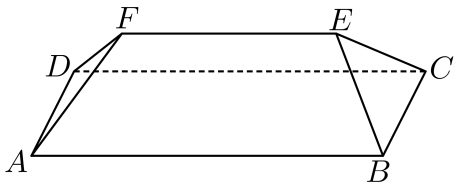
A.  B.  C.  D. 

8. 若，则“”是“”的（ ）

A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件

C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

9. 坡屋顶是我国传统建筑造型之一，蕴含着丰富的数学元素．安装灯带可以勾勒出建筑轮廓，展现造型之美．如图，某坡屋顶可视为一个五面体，其中两个面是全等的等腰梯形，两个面是全等的等腰三角形．若，且等腰梯形所在的平面、等腰三角形所在的平面与平面的夹角的正切值均为，则该五面体的所有棱长之和为（ ）



A.  B. 

C  D. 

10 已知数列满足，则（ ）

A. 当时，为递减数列，且存在常数，使得恒成立

B. 当时，为递增数列，且存在常数，使得恒成立

C. 当时，为递减数列，且存在常数，使得恒成立

D. 当时，为递增数列，且存在常数，使得恒成立

**二、填空题：本题共5小题，每小题5分，共25分．**

11. 已知函数，则\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

12. 已知双曲线*C*的焦点为和，离心率为，则*C*的方程为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

13. 已知命题若为第一象限角，且，则．能说明*p*为假命题的一组的值为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_， \_\_\_\_\_\_\_\_\_．

14. 我国度量衡的发展有着悠久的历史，战国时期就已经出现了类似于砝码的、用来测量物体质量的“环权”．已知9枚环权的质量（单位：铢）从小到大构成项数为9的数列，该数列的前3项成等差数列，后7项成等比数列，且，则\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_；数列所有项的和为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

15. 设，函数，给出下列四个结论：

①在区间上单调递减；

②当时，存在最大值；

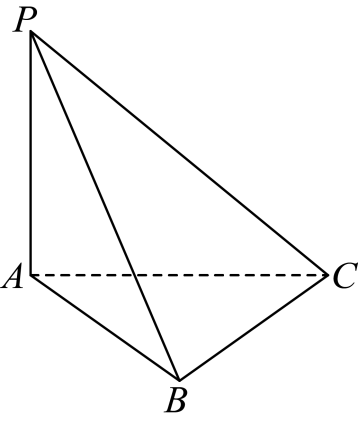
③设，则；

④设．若存在最小值，则*a*的取值范围是．

其中所有正确结论的序号是\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

**三、解答题：本题共6小题，共85分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤．**

16. 如图，在三棱锥中，平面，．



（1）求证：平面*PAB*；

（2）求二面角的大小．

17. 设函数．

（1）若，求的值．

（2）已知在区间上单调递增，，再从条件①、条件②、条件③这三个条件中选择一个作为已知，使函数存在，求的值．

条件①：；

条件②：；

条件③：区间上单调递减．

注：如果选择的条件不符合要求，第（2）问得0分；如果选择多个符合要求的条件分别解答，按第一个解答计分．

18. 为研究某种农产品价格变化的规律，收集得到了该农产品连续40天的价格变化数据，如下表所示．在描述价格变化时，用“+”表示“上涨”，即当天价格比前一天价格高；用“-”表示“下跌”，即当天价格比前一天价格低；用“0”表示“不变”，即当天价格与前一天价格相同．

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 时段 | 价格变化 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 第1天到第20天 | - | + | + | 0 | - | - | - | + | + | 0 | + | 0 | - | - | + | - | + | 0 | 0 | + |
| 第21天到第40天 | 0 | + | + | 0 | - | - | - | + | + | 0 | + | 0 | + | - | - | - | + | 0 | - | + |

用频率估计概率．

（1）试估计该农产品价格“上涨”的概率；

（2）假设该农产品每天的价格变化是相互独立的．在未来的日子里任取4天，试估计该农产品价格在这4天中2天“上涨”、1天“下跌”、1天“不变”的概率；

（3）假设该农产品每天的价格变化只受前一天价格变化的影响．判断第41天该农产品价格“上涨”“下跌”和“不变”的概率估计值哪个最大．（结论不要求证明）

19. 已知椭圆离心率为，*A、C*分别是*E*的上、下顶点，*B*，*D*分别是的左、右顶点，．

（1）求的方程；

（2）设为第一象限内*E*上的动点，直线与直线交于点，直线与直线交于点．求证：．

20. 设函数，曲线在点处的切线方程为．

（1）求的值；

（2）设函数，求的单调区间；

（3）求的极值点个数．

21. 已知数列的项数均为*m*，且的前*n*项和分别为，并规定．对于，定义，其中，表示数集*M*中最大的数.

（1）若，求的值；

（2）若，且，求；

（3）证明：存在，满足 使得．