**2023年普通高等学校招生全国统一考试（全国甲卷）**

**理科数学**

**一、选择题**

1. 设集合，*U*为整数集，（ ）

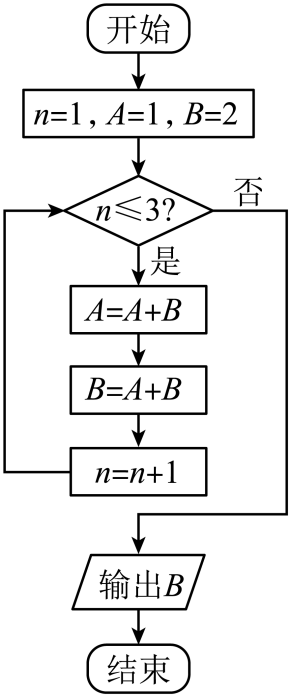
A.  B. 

C.  D. 

2. 若复数，则（ ）

A. -1 B. 0 · C. 1 D. 2

3. 执行下面的程序框遇，输出的（ ）



A. 21 B. 34 C. 55 D. 89

4. 向量，且，则（ ）

A.  B.  C.  D. 

5. 已知正项等比数列中，为前*n*项和，，则（ ）

A. 7 B. 9 C. 15 D. 30

6. 有50人报名足球俱乐部，60人报名乒乓球俱乐部，70人报名足球或乒乓球俱乐部，若已知某人报足球俱乐部，则其报乒乓球俱乐部概率为（ ）

A. 0.8 B. 0.4 C. 0.2 D. 0.1

7. “”是“”（ ）

A. 充分条件但不是必要条件 B. 必要条件但不是充分条件

C. 充要条件 D. 既不是充分条件也不是必要条件

8. 已知双曲线的离心率为，其中一条渐近线与圆交于*A*，*B*两点，则（ ）

A  B.  C.  D. 

9. 有五名志愿者参加社区服务，共服务星期六、星期天两天，每天从中任选两人参加服务，则恰有1人连续参加两天服务选择种数为（ ）

A. 120 B. 60 C. 40 D. 30

10. 已知为函数向左平移个单位所得函数，则与的交点个数为（ ）

A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

11. 在四棱锥中，底面为正方形，，则的面积为（ ）

A.  B.  C.  D. 

12. 己知椭圆，为两个焦点，*O*为原点，*P*为椭圆上一点，，则（ ）

A.  B.  C.  D. 

**二、填空题**

13. 若为偶函数，则\_\_\_\_\_\_\_\_．

14. 设*x*，*y*满足约束条件，设，则*z*的最大值为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

15. 在正方体中，*E*，*F*分别为*CD*，的中点，则以*EF*为直径的球面与正方体每条棱的交点总数为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

16. 在中，，，*D*为*BC*上一点，*AD*为的平分线，则\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

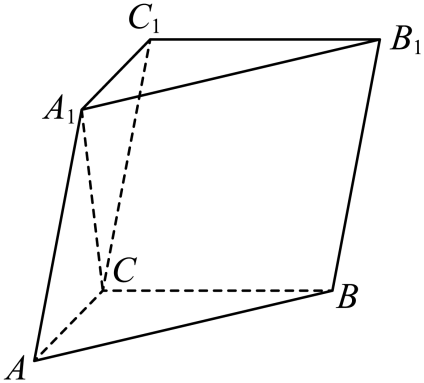
**三、解答题**

17. 已知数列中，，设为前*n*项和，．

（1）求的通项公式；

（2）求数列的前*n*项和．

18. 在三棱柱中，，底面*ABC*，，到平面的距离为1．



（1）求证：；

（2）若直线与距离为2，求与平面所成角的正弦值．

19. 为探究某药物对小鼠的生长抑制作用，将40只小鼠均分为两组，分别为对照组（不加药物）和实验组（加药物）．

（1）设其中两只小鼠中对照组小鼠数目为，求的分布列和数学期望；

（2）测得40只小鼠体重如下（单位：g）：（已按从小到大排好）

对照组：17.3 18.4 20.1 20.4 21.5 23.2 24.6 24.8 25.0 25.4

26.1 26.3 26.4 26.5 26.8 27.0 27.4 27.5 27.6 28.3

实验组：5.4 6.6 6.8 6.9 7.8 8.2 9.4 10.0 10.4 11.2

14.4 17.3 19.2 20.2 23.6 23.8 24.5 25.1 25.2 26.0

（i）求40只小鼠体重的中位数*m*，并完成下面2×2列联表：

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |
| 对照组 |  |  |
| 实验组 |  |  |

（ii）根据2×2列联表，能否有95%的把握认为药物对小鼠生长有抑制作用．

参考数据：

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | 0.10 | 0.05 | 0.010 |
|  | 2.706 | 3.841 | 6.635 |

20. 已知直线与抛物线交于两点，且．

（1）求；

（2）设*C*的焦点为*F*，*M*，*N*为*C*上两点，，求面积的最小值．

21. 已知

（1）若，讨论的单调性；

（2）若恒成立，求*a*的取值范围．

**四、选做题**

22. 已知，直线（*t*为参数），为的倾斜角，*l*与*x*轴，*y*轴正半轴交于*A*，*B*两点，．

（1）求的值；

（2）以原点为极点，*x*轴正半轴为极轴建立极坐标系，求*l*的极坐标方程．

23. 已知．

（1）求不等式解集；

（2）若曲线与坐标轴所围成的图形的面积为2，求．