**2023年普通高等学校招生全国统一考试（天津卷）**

**数学**

**一、选择题（在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的）**

1. 已知集合，则（ ）

A.  B.  C.  D. 

2. “”是“”的（ ）

A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件

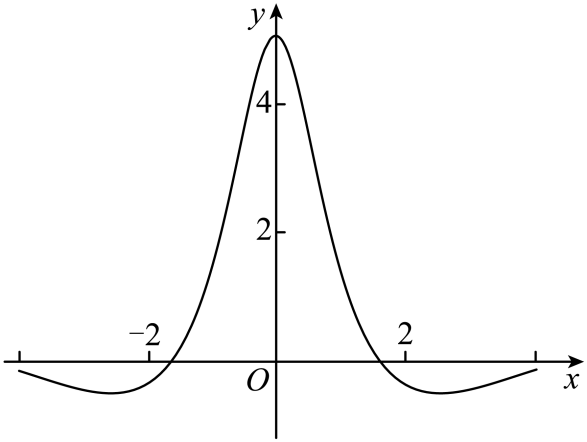
C. 充分必要条件 D. 既不充分又不必要条件

3. 若，则的大小关系为（ ）

A.  B. 

C  D. 

4. 函数的图象如下图所示，则的解析式可能为（ ）



A  B. 

C.  D. 

5. 已知函数的一条对称轴为直线，一个周期为4，则的解析式可能为（ ）

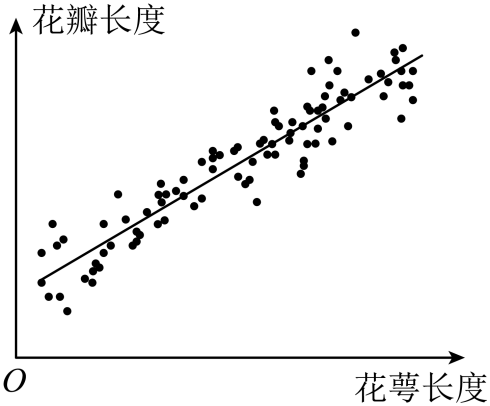
A.  B. 

C.  D. 

6. 已知为等比数列，为数列的前项和，，则的值为（ ）

A. 3 B. 18 C. 54 D. 152

7. 调查某种群花萼长度和花瓣长度，所得数据如图所示，其中相关系数，下列说法正确的是（ ）



A. 花瓣长度和花萼长度没有相关性

B. 花瓣长度和花萼长度呈现负相关

C. 花瓣长度和花萼长度呈现正相关

D. 若从样本中抽取一部分，则这部分的相关系数一定是

8. 在三棱锥中，线段上的点满足，线段上的点满足，则三棱锥和三棱锥的体积之比为（ ）

A.  B.  C.  D. 

9. 双曲线的左、右焦点分别为．过作其中一条渐近线的垂线，垂足为．已知，直线的斜率为，则双曲线的方程为（ ）

A.  B. 

C.  D. 

**二、填空题：本大题共6小题，每小题5分，共30分．试题中包含两个空的，答对1个的给3分，全部答对的给5分．**

10. 已知是虚数单位，化简的结果为\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

11. 在的展开式中，项的系数为\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

12. 过原点一条直线与圆相切，交曲线于点，若，则的值为\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

13. 甲乙丙三个盒子中装有一定数量的黑球和白球，其总数之比为．这三个盒子中黑球占总数的比例分别为．现从三个盒子中各取一个球，取到的三个球都是黑球的概率为\_\_\_\_\_\_\_\_\_；将三个盒子混合后任取一个球，是白球的概率为\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

14. 在中，，，点为的中点，点为的中点，若设，则可用表示为\_\_\_\_\_\_\_\_\_；若，则的最大值为\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

15. 若函数有且仅有两个零点，则的取值范围为\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

**三、解答题：本大题共5小题，共75分，解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤．**

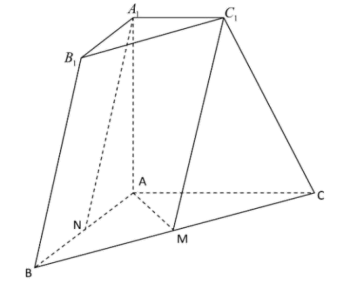
16. 在中，角所对边分別是．已知．

（1）求的值；

（2）求的值；

（3）求．

17. 三棱台中，若面，分别是中点.



（1）求证：//平面；

（2）求平面与平面所成夹角余弦值；

（3）求点到平面的距离．

18. 设椭圆的左右顶点分别为，右焦点为，已知．

（1）求椭圆方程及其离心率；

（2）已知点是椭圆上一动点（不与端点重合），直线交轴于点，若三角形的面积是三角形面积的二倍，求直线的方程．

19. 已知是等差数列，．

（1）求的通项公式和．

（2）已知为等比数列，对于任意，若，则，

（Ⅰ）当时，求证：；

（Ⅱ）求的通项公式及其前项和．

20. 已知函数．

（1）求曲线在处切线的斜率；

（2）当时，证明：；

（3）证明：．