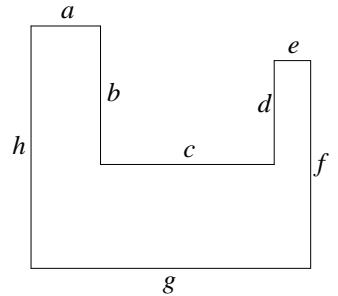


六年级综合练习题二

本卷包含五个主题：平面几何、数论、计算、行程、不定方程

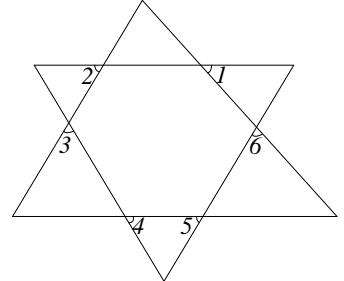
1. 图中八条边的长度正好分别是 1,2,3,4,5,6,7,8 厘米.已知 $a=2$ 厘米, $b=4$ 厘米, $c=5$ 厘米, 求图形的面积.

解：由图形可知 $e=1$, $d=3$, $f=6$, $g=8$, $h=7$,
利用分割求和的方法可求得图形面积为 35



2. 如图, $\angle 1+\angle 2+\angle 3+\angle 4+\angle 5+\angle 6$ 等于多少度?

解：作出 $\angle 3$ 和 $\angle 6$ 的对顶角, 那么 6 个角就在 3 个三角形中, 且每个三角形缺一个角, 同时这 3 个角正好组成一个三角形, 所以 6 个角的和等于 $3 \times 180 - 180 = 360$



3. 如图, 平行四边形 $ABCD$ 的周长为 75 厘米.以 BC 为底时高是 14 厘米, 以 CD 为底时高是 16 厘米.求平行四边形 $ABCD$ 的面积.

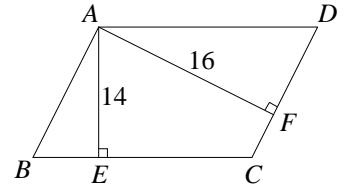
解： $S_{ABCD} = 14 \overline{BC} = 16 \overline{CD}$

$$\Rightarrow \overline{BC} : \overline{CD} = 16 : 14 = 8 : 7,$$

$$\overline{BC} + \overline{CD} = 75 \div 2 = 37.5$$

$$\Rightarrow \overline{BC} = 37.5 \div 15 \times 8 = 20$$

$$\Rightarrow S_{ABCD} = 14 \times 20 = 280$$



4. 一个各位数字均不为 0 的三位数能被 8 整除, 将其百位数字、十位数字和个位数字分别划去后可以得到三个两位数(例如, 按此方法由 247 将得到 47、27、24).已知这些两位数中一个是 5 的倍数, 另一个是 6 的倍数, 还有一个是 7 的倍数.原来的三位数是多少?

解：设这个三位数是 \overline{abc} , 那么三个两位数分别为 \overline{ab} , \overline{ac} , \overline{bc} , 由于 c 必为偶, 则这三个数中 \overline{ab} 必为 5 倍且 b 只能是 5.

如果 $\overline{5c}$ 是 6 倍则 $C=4$, $\overline{a4}$ 是 7 倍则 $a=1$, 但是这个三位数是 154 但它不是 8 的倍数。

$\overline{5c}$ 是 7 倍则 $C=6$, $\overline{a6}$ 是 6 的倍数则 $a=3$ 或 6, 356 不是 8 的倍数, 656 是 8 的倍数, 所以原来的三位数是 656.

5. 一个自然数 N 共有 9 个约数，而 $N-1$ 恰有 8 个约数。满足条件的自然数中，最小的和第二小的分别是多少？

解：根据约数个数定理，

$N = a^n b^m$ 时的约数个数 $n+1=9 \Rightarrow n=8$ ，最小 $N = 2^8 = 256$ ， $N-1 = 255 = 3 \times 5 \times 17$ 恰拥有 8 个约数。

$N = a^n b^m$ 时约数个数为 $(n+1)(m+1)=9 \Rightarrow n=m=2$ 试算得知最小为 $2^2 \times 7^2 = 196$ 。

因此最小为 196，第二小为 256

6. 一个自然数，它最大的约数和次大的约数之和是 111，这个自然数是多少？

解：最大的约数是它本身，最大的约数一定是第二大约数的倍数，它们的和一定是第二大约数的倍数， $111=3 \times 37$ ，第二大约数为 37，最大约数是它的 2 倍，所以这个自然数是 74。

$$7. \frac{\frac{1950}{2002} + \frac{1}{2}}{\frac{1}{1950} + \frac{3}{2}} - \frac{2 \frac{1}{2} \times \frac{3}{5}}{3.5}$$

解： $\frac{6}{11}$

8. 计算下列繁分数：

$$(1) 1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{3}}$$

$$(2) 1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{3 + \frac{1}{4}}}$$

$$(3) 1 - \frac{1}{1 + \frac{1}{1 - \frac{1}{1987}}}$$

解：(1) $1\frac{3}{7}$

(2) $1\frac{13}{30}$

(3) $\frac{1987}{3973}$

$$9. \text{ 已知 } 333\frac{111}{112} : \square = 37 : \frac{54+55+56+57+58}{4+5+6+7+8}$$

解： $84\frac{1}{4}$

10. 有甲、乙、丙三辆汽车，各以一定的速度从某地出发同向而行。乙比丙晚出发 10 分钟，出发后 40 分钟追上丙；甲比乙晚出发 20 分钟，出发后 1 小时 40 分追上丙。请问：甲出发后多久追上乙？

解：先看乙和丙，走相同的路程丙用 50 分钟，乙用 40 分钟， $t_{乙} : t_{丙} = 40 : 50$ ，

那么 $v_{乙} : v_{丙} = 50 : 40 = 5 : 4 = 25 : 20$

再看甲和丙，走相同的路程丙用 130 分钟，甲用 100 分钟， $t_{甲} : t_{丙} = 100 : 130$ ，

那么 $v_{甲} : v_{丙} = 130 : 100 = 13 : 10 = 26 : 20$

所以 $v_{乙} : v_{甲} = 25 : 26$ ，则走相同的路程 $t_{乙} : t_{甲} = 26 : 25$ ，那么甲出发追上乙用 $20 \div (26 - 25) \times 25 = 500$ 分

11. 客车、货车分别从甲、乙两地出发相向而行.如果两车都在 6:00 出发, 那么会在 11:00 相遇, 如果客车和货车分别于 7:00 和 8:00 出发, 那么会在 12:40 相遇.现在客车和货车分别与 10:00 和 8:00 出发, 它们将在什么时候相遇?

解: 6:00 出发, 11:00 相遇, 则两人都走了 5 小时。列式得:

$$S = 5v_{\text{客}} + 5v_{\text{货}},$$

同理: $S = 5 \frac{2}{3} v_{\text{客}} + 4 \frac{2}{3} v_{\text{货}} \Rightarrow \frac{2}{3} v_{\text{客}} = \frac{1}{3} v_{\text{货}} \Rightarrow 2v_{\text{客}} = v_{\text{货}}$

设 $v_{\text{客}} = 1, v_{\text{货}} = 2 \Rightarrow S = 5 + 5 \times 2 = 15$

设客车 10:00 出发后 t 小时两车相遇, 则 $t = \frac{15 - 2 \times 2}{1+2} = \frac{11}{3} = 3 \frac{2}{3}$ 小时,

则两车应于 $10:00 + 3 \frac{2}{3} \text{h} = 13:40$ 相遇。

12. 两条公路成十字交叉, 甲从十字路口南 1200 米处向北直行, 乙从十字路口处向东直行.甲、乙同时出发 10 分钟后, 两人与十字路口的距离相等; 出发 100 分钟后, 两人与十字路口的距离再次相等, 此时他们距十字路口多少米?

解: 第一次相遇时, 设乙共走了 a 米, 则甲还剩 a 米到达十字路口, 可见, 两人合走了 1200 米。

从而 $v_{\text{甲}} + v_{\text{乙}} = \frac{1200}{10} = 120$ 。

第二次相遇时, 设乙走了 b 米, 则甲已通过十字路口 1200 米, 可见甲比乙多走了 1200 米。

从而 $v_{\text{甲}} - v_{\text{乙}} = \frac{1200}{100} = 12$

推知 $\begin{cases} v_{\text{甲}} = \frac{120+12}{2} = 66 \\ v_{\text{乙}} = \frac{120-12}{2} = 54 \end{cases} \Rightarrow$ 此时他们距十字路口 $54 \times 100 = 5400$ 米。

13. 小花狗和波斯猫是一对好朋友, 它们在早晚见面时总要叫上几声表示问候.若是早晨见面, 小花狗叫 2 声, 波斯猫叫 1 声; 若是晚上见面, 小花狗叫 2 声, 波斯猫叫 3 声.细心的小娟对它们的叫声统计了 15 天, 发现它们并不是每天早晚都见面, 在这 15 天内它们共叫了 61 声.问: 波斯猫至少叫了多少声?

解: 设它们共有 x 个早晨和 y 个晚上见面, 则列方程如下:

$$61 = (2+1)x + (2+3)y \Rightarrow 61 = 3x + 5y$$

等式两边对 3 求余 $\Rightarrow 3|2y-1$

$$\Rightarrow \begin{cases} y=2 \\ x=17 \end{cases}, \begin{cases} y=5 \\ x=12 \end{cases}, \begin{cases} y=8 \\ x=7 \end{cases}, \begin{cases} y=11 \\ x=2 \end{cases}$$

去除 $x=17$ 所在组的解,

其他解得出波斯猫分别叫了 $12+5 \times 3 = 27$ 、 $7+8 \times 3 = 31$ 和 $2+11 \times 3 = 35$ 声,

因此波斯猫至少叫了 27 声。

14. 庙里有若干个大和尚和若干个小和尚共 700 多人, 已知 7 个大和尚每天共吃 41 个馒头, 19 个小和尚每天共吃 60 个馒头, 平均每个和尚每天吃 4 个馒头. 请问: 庙里有多少个和尚?

解: 设大和尚有 $7x$ 个, 小和尚有 $19y$ 个, 则列方程得:

$$41x + 60y = 4 \times (7x + 19y) \Rightarrow 13x = 16y \Rightarrow \frac{x}{y} = \frac{16}{13}$$

当 $\begin{cases} x=16 \\ y=13 \end{cases}$ 时, 总人数为 $7 \times 16 + 19 \times 13 = 359$ 人, 不符合总人数 700 多人的要求

则当 $\begin{cases} x=16 \times 2=32 \\ y=13 \times 2=26 \end{cases}$ 时, 总人数为 $359 \times 2=718$ 人。

15. 某单位的职工到郊外植树, 其中有男职工, 也有女职工, 并且有 $\frac{1}{3}$ 的职工各带一个孩子参加. 男职工每人种 13 棵树, 女职工每人种 10 棵树, 每个孩子种 6 棵树, 他们一共种了 216 棵树. 请问: 其中共有多少名男职工?

解: 设男职工 x 人, 女职工 y 人, 则孩子有 $\frac{x+y}{3}$ 人, 列方程得:

$$216 = 13x + 10y + 6 \times \frac{x+y}{3} = 15x + 12y$$

$$\Rightarrow 72 = 5x + 4y$$

等式两边对 4 求余 $\Rightarrow 4|x$

$$\Rightarrow \begin{cases} x=0 \\ y=18 \end{cases}, \begin{cases} x=4 \\ y=13 \end{cases}, \begin{cases} x=8 \\ y=8 \end{cases}, \begin{cases} x=12 \\ y=3 \end{cases}$$

由于 $x+y$ 是 3 的倍数, 可见男职工可以为 0 人或 12 人。