

六年级综合练习题（十）

本讲专题以几何为主

1. 已知 $\overline{3a7} \times \overline{b0c}$ 是 495 的倍数，其中 a、b、c 分别代表不同的数字。请问：三位数 \overline{abc} 是多少？

【分析】 $495 = 5 \times 9 \times 11$ ，显然 $\overline{3a7}$ 不是 5 倍也不可能 11 倍 ($3+7=10$)，推知 $5 \times 11 | \overline{b0c} = 605$ ，

推知 $9 | \overline{3a7} = 387$ ，所以 $\overline{abc} = 865$

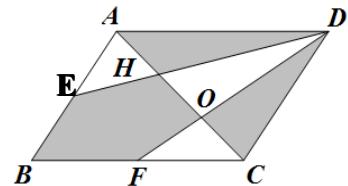
2. 有一杯盐水，如果加入 200 克水，它的浓度就变为原来的一半；如果加入 25 克盐，它的浓度则变为原来的两倍。问：这杯盐水原来的浓度是多少？

【分析】设这杯盐水浓度为 $x\%$ ，重 y 克

$$\text{与 200 克水混合: } \frac{200}{y} = \frac{x - \frac{1}{2}x}{\frac{1}{2}x - 0} \Rightarrow y = 200$$

$$\text{与 25 克盐混合: } \frac{200}{25} = \frac{100 - 2x}{2x - x} \Rightarrow x = 10 \Rightarrow 10\%$$

3. 如图，ABCD 是平行四边形，面积为 72 平方厘米，E、F 分别为边 AB、BC 的中点，则阴影部分的面积为多少平方厘米？



【分析】 $\triangle OCF$ 与 $\triangle OAD$ 相似，则 $\frac{OF}{OD} = \frac{CF}{AD} = \frac{1}{2}$ ，则有： $S_{\triangle OCF} = \frac{1}{3} S_{\triangle OCF} = \frac{1}{3} \times \frac{1}{4} S_{ABCD} = \frac{1}{12} S_{ABCD}$

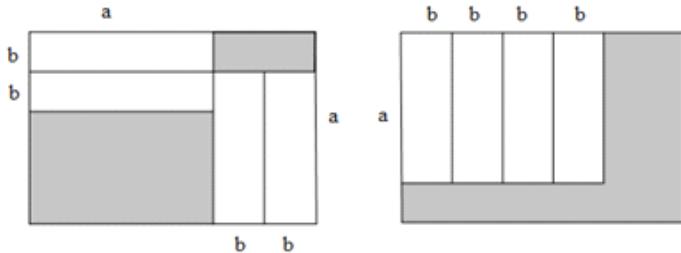
$$\text{同理, } S_{\triangle HAE} = \frac{1}{12} S_{ABCD}$$

$$\text{同理因为相似, } \frac{OC}{OA} = \frac{HA}{HC} = \frac{1}{2} \text{, 则 } S_{\triangle OHD} = \frac{1}{3} S_{\triangle ACD} = \frac{1}{6} S_{ABCD}$$

$$\text{则所有空白占总面积的 } \frac{1}{12} + \frac{1}{12} + \frac{1}{6} = \frac{1}{3}$$

$$\text{则阴影面积为: } 72 \times \left(1 - \frac{1}{3}\right) = 48$$

4. 如图所示, A, B 是两个大小完全一样的长方形, 已知这两个长方形的长比宽长 8 厘米, 图中的字母表示相应部分的长度。问: A、B 中阴影部分的周长哪个长? 长多少?



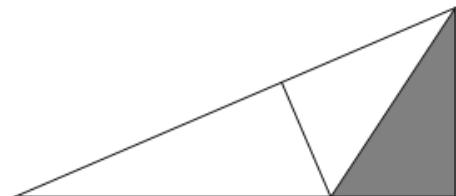
A

B

【分析】设长为 a , 宽为 b , 据 A 图已知: $(a+2b)-(a+b)=8 \Rightarrow b=8$

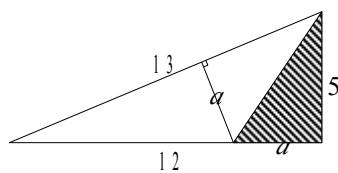
经过平移可知两图阴影的长相等, B 的宽比 A 的宽多 $2b=16$

5. 一个各条边分别为 5 厘米、12 厘米、13 厘米的直角三角形, 将它的短直角边对折到斜边上去与斜边相重合, 如图所示。问: 图中的阴影部分 (即折叠的部分) 的面积是多少平方厘米?

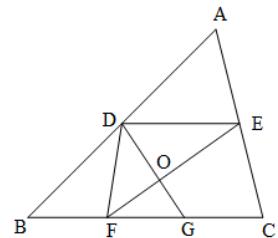


【分析】如图所标, 设阴影底边为 a , 则用两种方式求整体三角形的面积 (面积桥):

$$\frac{13a}{2} + \frac{5a}{2} = \frac{5 \times 12}{2} \Rightarrow a = \frac{10}{3} \Rightarrow S_{\text{阴}} = \frac{5 \times \frac{10}{3}}{2} = \frac{25}{3} = 8\frac{1}{3}$$



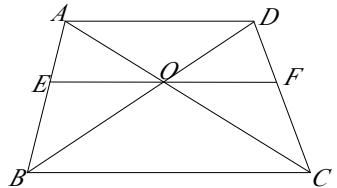
6. 如右图, 三角形 ABC 的面积为 1. D 、 E 分别为 AB 、 AC 的中点。 F 、 G 是 BC 边上的三等分点。请问: 三角形 DEF 的面积是多少? 三角形 DOE 的面积是多少?



【分析】显然 $S_{\triangle DEF} = S_{\triangle ADE} = \frac{1}{4}$ (同底等高)

因为 $\triangle OGF$ 与 $\triangle ODE$ 相似, 则 $\frac{OD}{OG} = \frac{DE}{GF} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{3}} = \frac{3}{2} \Rightarrow S_{\triangle DOE} = \frac{3}{5} S_{\triangle DEF} = \frac{3}{5} \times \frac{1}{4} = \frac{3}{20}$

7. 如图, 梯形 $ABCD$ 的上底 AD 长 10 厘米, 下底 BC 长 15 厘米。如果 EF 与上、下底平行, 那么 EF 的长度为多少?

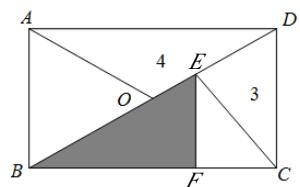


【分析】因为 $\triangle OAD$ 与 $\triangle OCB$ 相似, 则有: $\frac{OA}{OC} = \frac{OD}{OB} = \frac{AD}{CB} = \frac{10}{15} = \frac{2}{3}$

又因为 $\triangle AEO$ 与 $\triangle ABC$ 相似, 则有: $\frac{EO}{BC} = \frac{AO}{AC} = \frac{2}{2+3} = \frac{2}{5} \Rightarrow EO = \frac{2}{5} BC = \frac{2}{5} \times 15 = 6$ 厘米

同理, $OF = \frac{2}{5} BC = \frac{2}{5} \times 15 = 6$ 厘米, 则 $EF = EO + OF = 12$ 厘米

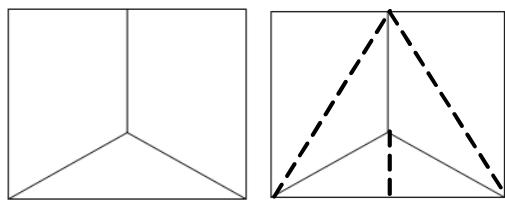
8. 如图 7-19, O 是长方形 $ABCD$ 一条对角线的中点, 图中已经标出两个三角形的面积为 3 和 4, 那么阴影直角三角形的面积是多少?



【分析】显然 $S_{\triangle BCD} = S_{\triangle ABD} = 4 \times 2 = 8 \Rightarrow S_{\triangle BCE} = 8 - 3 = 5 \Rightarrow \frac{DE}{EB} = \frac{3}{5} \Rightarrow \frac{BE}{BD} = \frac{5}{8}$

因为 $\triangle BEF$ 与 $\triangle BDC$ 相似, 则 $S_{\triangle BEF} = S_{\triangle BCD} \times \frac{5}{8} \times \frac{5}{8} = 8 \times \frac{5}{8} \times \frac{5}{8} = 3\frac{1}{8}$

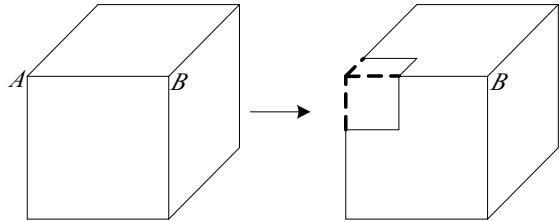
9. 如下图所示, 长方形的面积是 60 平方厘米, 其内 3 条长度相等且两两夹角为 120° 的线段将长方形分成了两个梯形和一个三角形。请问: 一个梯形的面积是多少平方厘米?



【分析】如右图所示，三角形的面积为： $60 \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = 10$

则每个梯形的面积为： $\frac{60 - 10}{2} = 25$

10. 如图所示，将一个棱长为 10 的正方体从顶点 A 切掉一个棱长为 4 的正方体，得到如右图所示的立体图形，这个立体图形的表面积是多少？如果再从顶点 B 切掉一个棱长为 6 的正方体，那么剩下的立体图形的表面积又是多少？

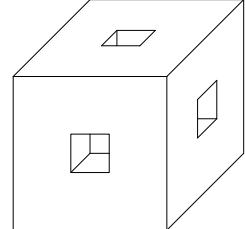


【分析】从三视图的角度来看，只去掉一个角后，立方体的表面积不变： $10 \times 10 \times 6 = 600$

去掉两个角后左、右两个方向都少了一部分： $4 \times 4 = 16$

则剩余立体图形的表面积为： $600 - 16 \times 2 = 568$

11. 右图是一个棱长为 4 厘米的正方体，分别在前、后、左、右、上、下各面的中心位置挖去一个棱长 1 厘米的小正方体，做成一种玩具，该玩具的表面积是多少平方厘米？如果把这些洞都打穿，表面积又变成了多少？



【分析】正方体的表面积为： $4 \times 4 \times 6 = 96$

(1) 表面积为： $96 + 1 \times 1 \times 4 \times 6 = 120$ (表面积增加了洞的内壁部分)

(2) 只研究面向“前”的表面积： $(4 \times 4 - 1 \times 1) + 1 \times (4 - 1) \times 2 = 21$ (注意只加内壁面“前”的部分)

则整体的表面积为： $21 \times 6 = 126$ (前、后、左、右、上、下六个方向面积相等)

12. 一个无盖木盒从外面量时，其长、宽、高分别为 10 厘米、8 厘米、5 厘米，已知木板厚 1 厘米，那么做一个木盒，需要这样的木板多少平方厘米？这个木盒的容积又是多少？

【分析】先做底面： $10 \times 8 = 80$ ，再做前后两面： $10 \times (5 - 1) \times 2 = 80$ ，

最后做左右两面： $(8 - 2) \times (5 - 1) \times 2 = 48$ ，则共需要 $80 + 80 + 48 = 208$ 平方厘米

木盒的容积为： $(10 - 2) \times (8 - 2) \times (5 - 1) = 192$ 立方厘米

13. 现有一块长、宽、高分别为 10 厘米、8 厘米、6 厘米的长方体木块，把它切成体积尽可能大且底面在长方体表面上的圆柱体木块，这个圆柱体木块的体积为多少？（ π 取 3）

【分析】 分别研究底面在上下、前后和左右的三种情况：

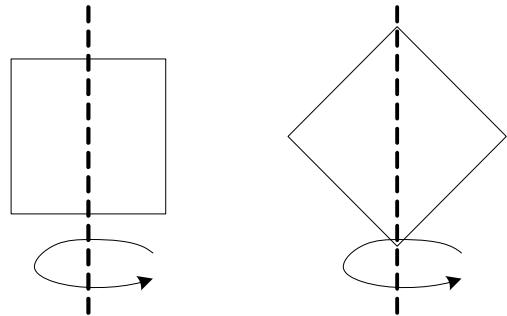
$$\text{上下: } V = \pi \left(\frac{8}{2}\right)^2 \times 6 = 96\pi$$

$$\text{前后: } V = \pi \left(\frac{6}{2}\right)^2 \times 8 = 72\pi$$

$$\text{左右: } V = \pi \left(\frac{6}{2}\right)^2 \times 10 = 90\pi$$

显然体积最大的是底面落在上下面的圆柱：其体积为 $96\pi = 288$ 立方厘米

14. 左边正方形的边长为 4，右边正方形对角线长度为 6。如果按下图中所示的方式旋转，那么得到的两个旋转的体积之比是多少？

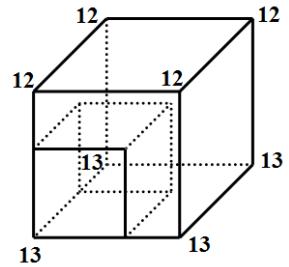


【分析】 左边旋转后： $V = \pi \cdot 2^2 \times 4 = 16\pi$

$$\text{右边旋转后: } V = \left(\frac{1}{3}\pi \cdot 3^2 \times 3\right) \times 2 = 18\pi$$

则左右体积之比为： $16\pi : 18\pi = 8 : 9$

15. 有一个棱长为 20 的大立方体，在它的每个角上按如图所示的方式各做一个小立方体，于是得到 8 个小立方体，这些立方体中，上面 4 个棱长为 12，下面 4 个的棱长为 13。请问：所有这 8 个小立方体公共部分的体积是多少？



【分析】 求下部四个棱长 13 的立方体公用部分： $13 + 13 - 20 = 6 \Rightarrow 6 \times 6 \times 13$

求上部四个棱长 12 的立方体公用部分： $12 + 12 - 20 = 4 \Rightarrow 4 \times 4 \times 12$

求上下部公用部分的公用部分： $12 + 13 - 20 = 5 \Rightarrow 4 \times 4 \times 5 = 80$ 立方厘米