六年级综合练习题一

本卷包含五个主题：分数计算、比例、方程、浓度、立体几何

1. 计算$\frac{1}{6}+\frac{1}{12}+\frac{1}{20}+\frac{1}{30}+\frac{1}{42}+\frac{1}{56}+\frac{1}{72}+\frac{1}{90}$

解：原式$=\frac{1}{2\times3}+\frac{1}{3\times4}+\cdots+\frac{1}{9\times10}$

$=\frac{1}{2}-\frac{1}{10}=\frac{2}{5}$

2. $\frac{1}{4}+\frac{1}{28}+\frac{1}{70}+\frac{1}{130}+\ldots+\frac{1}{9700}$

解：原式$=\frac{1}{1\times4}+\frac{1}{4\times7}+\frac{1}{7\times10}+\ldots+\frac{1}{97\times100}$

$=\frac{1}{3}\left(\frac{1}{1}-\frac{1}{100}\right)=\frac{33}{100}$

3. $\frac{5+6}{5\times6}-\frac{6+7}{6\times7}+\frac{7+8}{7\times8}-\frac{8+9}{8\times9}+\frac{9+10}{9\times10}$

解：原式$=\frac{1}{5}+\frac{1}{6}-\frac{1}{6}-\frac{1}{7}+\frac{1}{7}+\frac{1}{8}-\frac{1}{8}-\frac{1}{9}+\frac{1}{9}+\frac{1}{10}$

$=\frac{1}{5}+\frac{1}{10}=\frac{3}{10}$

4. 已知甲、乙、丙三个班总人数的比为3:4:2，甲班男、女生的比为5:4，丙班男、女生的比为2:1，而且三个班所有男生和所有女生的比为13:14，请问：

（1）乙班男、女生人数的比是多少？

（2）如果甲班男生比乙班女生少12人，那么甲、乙、丙三个班各有多少人？

解：（1）通过扩倍匹配题目中所有的比例，甲、乙、丙三个班总人数的比为 9:12:6，其中男生总数与女生总数之比13:14不变，此时总份数都是27，对应甲班男、女生的比为5:4，丙班男、女生比为4:2，从而对应乙班男、女生比为（13-5-4）:（14-4-2）=4:8

（2）由于甲班男生与乙班女生人数比为5:8，差为12人，可见3份12人，1份4人。推知甲班人数4×9=36人，乙班人数4×12=48人，丙班人数4×6=24人。

5. 小明从甲地到乙地，去时每小时走 5 千米，回来时每小时走 7 千米，来回共用了 4 小时。问小明去时用了多少时间？

解：去与回的速度之比为 5:7，则去与回的时间之比为 7:5，因此去用时 $4\times\frac{7}{12}=\frac{7}{3}=2\frac{1}{3}$ 小时。

6. 冬冬从家去学校，平时总是 7:50 到校，有一天他起晚了，结果晚出发了 10 分钟，为了不至于迟到，他将速度提高了五分之一，跑步前往学校，最后在 7:55 到校，请问：冬冬这天是几点出发的?

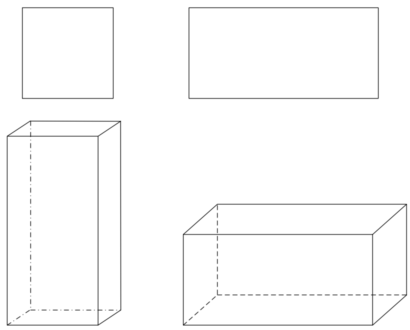
解："计划"与"实际"速度之比为 5:6，则"计划"与"实际"时间之比为 6:5，因为"实际"比"计划"少用 5 分钟，则 1 份为 5 分钟，实际用时 $5\times5=25$ 分钟，冬冬是 $7:55-25\min=7:30$ 出发的。

7. 甲、乙两车同时从 A、B 两地出发，相向而行，在 A,B 之间不断往返行驶。甲车到达 B 地后，在 B 地停留了 2 个小时，然后返回 A 地；乙车到达 A 地后，马上返回 B 地；两车在返回的途中又相遇了，相遇的地点距离 B 地 288 千米。已知甲车的速度是每小时 60 千米，乙车的速度是每小时 40 千米。请问：A、B 两地相距多少千米？

解：甲车停留 2 小时可理解为时间差，由此列方程得：

$$2=t_{乙}-t_{甲}\Rightarrow$$
$$2=\frac{2S-288}{40}-\frac{S+288}{60}$$
$$\Rightarrow S=420$$

8. 如图，小玲有两种不同形状的纸板，一种是正方形的，一种是长方形的。正方形纸板的总数与长方形纸板的总数之比是 1:2,。她用这些纸板做成一些竖式和横式的无盖纸盒，正好将纸板用完。那么小玲所做的纸盒中，竖式纸盒的总数与横式纸盒的总数之比是多少？



解：竖式纸板需要 4 长 1 正，横式纸板需要 3 长 2 正。设能做竖式 x 个，横式 y 个，列方程如下：

$$1:2=(x+2y):(4x+3y)$$
$$\Rightarrow 2x+4y=4x+3y$$
$$\Rightarrow 2x=y$$
$$\Rightarrow x:y=1:2$$

9. 如图 1 中的短除式所示，一个自然数被 8 除余 1，所得的商被 8 除也余 1，再把第二次所得的商被 8 除后余 7，最后得到的商是 a。图 2 中的短除式表明：这个自然数被 17 除余 4，所得的商被 17 除余 15，最后得到的商是 a 的 2 倍。求这个自然数。

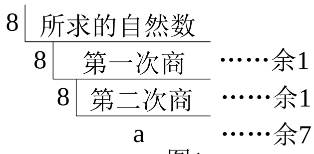


图1

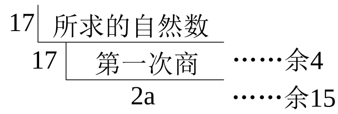


图2

解：
$$x=8[8(8a+7)+1]+1=17(34a+15)+4$$
$$\Rightarrow a=3\Rightarrow x=1993$$

10. 在浓度为 40%的酒精溶液中加入 5 千克水，浓度变为 30%。再加入多少千克纯酒精，浓度才能变为 50%？

解：应用浓度三角，设原有浓度 40%的酒精 x 千克，后来加入 y 千克纯酒精，则有

x		5		20		y	
40		0		30		100	
	30		$\Rightarrow x:5=3:1\Rightarrow x=15$		50		$\Rightarrow 20:y=5:2\Rightarrow y=8$ 千克
30		10		50		20	
3	:	1		5	:	2	

11. 两个杯子里分别装有浓度为 40%与 10%的盐水，将这两杯盐水倒在一起混合后，盐水浓度变为 30%。若再加入 300 克 20%的盐水，浓度变为 25%。请问：原有 40%的盐水多少克？

解：设原有 40%和 10%的盐水分别 x 千克和 y 千克，列浓度三角如下：

x		y		$x+y$		300	
40		10		30		20	
	30		$\Rightarrow x:y=2:1\Rightarrow x=2y$		25		$\Rightarrow x+y=300$
20		10		5		5	
2	:	1		1	:	1	

$$\Rightarrow x=300\times\frac{2}{3}=200 \text{ 克}$$

12. 甲、乙两种商品，甲商品的成本是 125 元，乙商品的成本比甲商品低 16%，现有以下三种销售方案：

（1）甲商品按 30%的利润率定价，乙商品按 40%的利润率定价；

（2）甲、乙都以 35%的利润率定价；

（3）甲、乙的定价都是 155 元。

请问：选择那种方案最赚钱？这时能盈利多少元？

解：乙的成本是 125×（1-16%）=105（元）

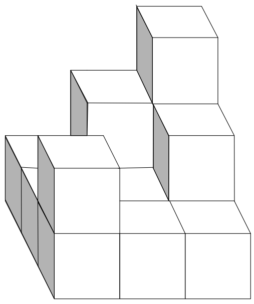
方案一的利润：125×30%+105×40%=79.5（元）

方案二的利润：（125+105）×35%=80.5（元）

方案三的利润：155×2-（125+105）=80（元）

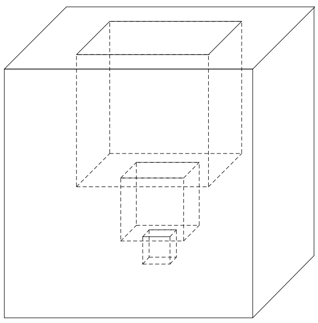
所以方案三最赚钱，这时盈利是 80.5 元。

13. 用棱长是 1 厘米的小立方体拼成如图所示的立体图形，这个图形的表面积是多少平方厘米



解：整个立体图形没有重叠的正方形，从前后看共各 7 个面，从左右看各 7 个面，从上下看各 9 个面，所以整个图形的表面积是（7+7+9）×2×1×1=46

14. 如图所示，有一个棱长为 2 厘米的正方形。从正方形的上面正中向下挖一个棱长为 1 厘米的正方形小洞；接着在小洞的底面正中再挖一个棱长 $\frac{1}{2}$ 厘米的小洞；第三个小洞的挖法与前两个相同，棱长为 $\frac{1}{4}$ 厘米。最后得到的立体图形的表面积是多少平方厘米？



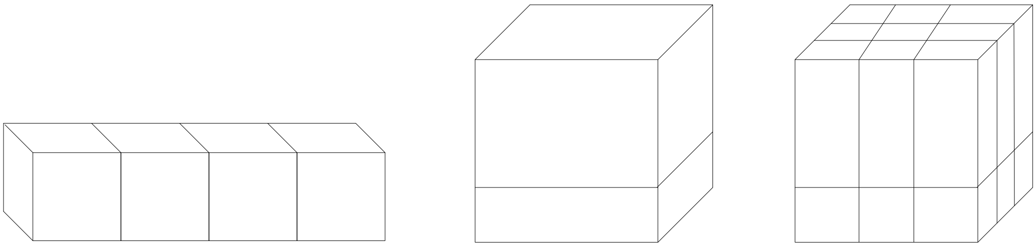
解：三次都挖完后，从正方体的上面往下看你可以看到一个正方形（其实是最大正方体上面的环形，加挖的第一个正方体的下面环形，加挖的第二个正方体的下面环形，加上挖的第三个正方体的下面）所以对于原来的大正方体来说表面积不变，每挖一个正方体又增加四周四个面的面积，

所以最后正方体的表面积=2×2×6+1×1×4+$\frac{1}{2}$×$\frac{1}{2}$×4+$\frac{1}{4}$×$\frac{1}{4}$×4=29$\frac{1}{4}$

15. （1）如图，将 4 块棱长为 1 的正方体木块排成一排，拼成一个长方体。那么拼合后这个长方体的表面积，比原来 4 个正方体的表面积之和少了多少？

（2）一个正方体形状的木块，棱长为 1，如图所示，将其切成两个长方体，这两部分的表面积总

和是多少？如果在此基础上再切 4 刀，将其切成大大小小共 18 块长方体。这 18 块长方体表面积总和又是多少？



解：（1）两个正方体拼在一起少两个面的面积，那么 4 个正方体拼在一起共少了 6 个面的面积，所以少的面积为 6×1×1=6

（2）如图切一刀，在原来面积的基础上多了两个面，所以表面积总和是 1×1×（6+2）=8

如图一共切了 5 刀，增加了 10 个面，所以表面积总和是 1×1×（6+10）=16