

一、整数：凑整、位值原理（常见数的分解 1001 999 667 等）

★ 椅子数（11、101、1001、1111、1002003 等）

★ 塔数（ $111\dots 1 \times 111\dots 1 = 123\dots n(n-1)\dots 1$ ）★ 缺 8 数 $12345679 \times 9 = 111111111$

★ 整数公式：

$$\blacktriangle 1+2+3+\dots+n = \frac{n \times (n+1)}{2};$$

$$\blacktriangle 1^2+2^2+3^2+\dots+n^2 = \frac{n \times (n+1) \times (2n+1)}{6};$$

$$\blacktriangle 1^3+2^3+3^3+\dots+n^3 = (1+2+3+\dots+n)^2 = \frac{n^2 \times (n+1)^2}{4};$$

$$\blacktriangle \text{平方差公式 } a^2 - b^2 = (a+b)(a-b);$$

$$\blacktriangle \text{完全平方公式: } (a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2, (a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2 \text{ (首平方, 尾平方, 2 倍乘积在中央)}$$

二、分数裂项

$$\text{裂差: } \frac{b-a}{a \times b} = \frac{1}{a} - \frac{1}{b} \quad (\text{复杂的裂差注意两肩挑})$$

$$\text{裂和: } \frac{b+a}{a \times b} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$$

小结练习：（后面几道题目仔细想想两肩挑）

$$1、\frac{2}{10 \times 9} + \frac{2}{9 \times 8} + \dots + \frac{2}{5 \times 4} + \frac{2}{4 \times 3}$$

$$2、\frac{1}{10} + \frac{1}{40} + \frac{1}{88} + \frac{1}{154} + \frac{1}{238}$$

$$3、\frac{1}{3} + \frac{1}{15} + \frac{1}{35} + \frac{1}{63} + \frac{1}{99} + \frac{1}{143} + \frac{1}{195}$$

$$4、\frac{3}{2 \times 5} + \frac{2}{5 \times 7} + \frac{4}{7 \times 11} + \frac{5}{11 \times 16} + \frac{6}{16 \times 22} + \frac{7}{22 \times 29} + \frac{1}{29}$$

$$5、\frac{1}{1 \times 3 \times 5} + \frac{1}{2 \times 4 \times 6} + \frac{1}{3 \times 5 \times 7} + \dots + \frac{1}{20 \times 22 \times 24}$$

$$6、\frac{1}{1 \times 2} + \frac{2}{1 \times 2 \times 3} + \frac{3}{1 \times 2 \times 3 \times 4} + \dots + \frac{9}{1 \times 2 \times \dots \times 10}$$

$$7、\frac{1}{2} + \frac{2}{2 \times 3} + \frac{3}{2 \times 3 \times 4} + \frac{4}{2 \times 3 \times 4 \times 5} + \dots + \frac{9}{2 \times 3 \times 4 \times \dots \times 10}$$

$$8、\frac{5}{1 \times 2 \times 3} + \frac{7}{2 \times 3 \times 4} + \dots + \frac{19}{8 \times 9 \times 10}$$