

第一部分 数学基础课程

(共 40 分)

一、(共 4 分) 用逻辑符号表达下列语句 (论域为包含一切事物的集合)

1. (2 分) 集合 A 的任一元素的元素都是 A 的元素。
2. (2 分) 天下没有长相完全一样的两个人。(要求写出两种形式, 一种用全称量词, 另一种用存在量词)

二、填空题 (1-2 题每空 1 分, 3-6 题每空 2 分, 共 16 分)

1. 设 $A = \{\phi, \{\phi\}\}$, 计算: $\phi - A =$ _____; $A - P(\phi) =$ _____; $P(A) - \{\phi\} =$ _____; $P(A) \oplus A =$ _____。(其中 $P(A)$ 表示 A 的幂集)
2. 按照无穷公理表示的自然数以及连续统假设, 用最简洁的形式写出下列计算结果。其中 \mathbb{N} 表示自然数集合, \mathbb{R} 表示实数集合。
 $\cap 30 =$ _____, $\cap \{18, 27\} =$ _____, $|\mathbb{N}| =$ _____, $|\mathbb{R}| =$ _____。
3. 将函数 $f(x) = (1 + x + x^2 + x^3 + \dots)^2 (x^2 + x^3 + x^4 + \dots)^3$ 展开并合并同类项后 x^{14} 的系数是 _____。
4. 如果平面图和它的对偶图是同构的, 则称此平面图是自对偶的。设 G 是有 n 个顶点 m 条边的自对偶图, 则 n 和 m 满足的关系式是 _____。(此关系式不含有 n 和 m 以外的其他变量)
5. 设图 G 是具有 10 个顶点边数最多的三部图。则 G 有 _____ 条边。
6. 有六对夫妇坐在一个圆桌旁, 其中通过转圈得到的坐法视为相同的坐法。令 S_i 表示第 i 对夫妇坐在一起。则同时满足 S_1, S_3 和 S_5 这三个条件的坐法有 _____ 种。

三、计算题 (要求写出详细运算步骤, 共 3 分)

120 个学生参加考试, 共有 A、B、C 三道题。已知: 三道题都做对的有 12 个学生, 做对 A 和 B 的有 20 个学生, 做对 A 和 C 的有 16 个学生, 做对 B 和 C 的有 28 个学生, 做对 A 的有 48 个学生, 做对 B 的有 56 个学生, 有 16 个学生一道题也没有做对。试求仅做对 C 的学生有多少个?



四、解答题 (共 6 分)

1. (3 分) 四名同学同时参加英语课和德语课的面试, 每次只能面试一人, 王老师负责英语课、张老师负责德语课的面试, 每名同学每门课面试的时间都是半小时。试问共有多少种不同的面试次序?
2. (3 分) 求满足递推关系 $h_n = 5h_{n-1} - 6h_{n-2}$ 中 h_n 的表达式, 其中初始条件 $h_0 = 1, h_1 = -2$ 。

五、证明题 (共 11 分)

1. (3 分) 对非空集合 A 上的关系 R , 若 R 是非自反的和传递的, 证明 R 是反对称的。
2. (8 分) 设 K_n 是 n 个顶点的完全图, 用红蓝两种颜色给 K_n 的边任意着色。
 - (1) 证明 K_9 中至少存在一个顶点 v , 使得 v 关联红边的个数不是 3。
 - (2) 证明必有蓝色的 K_4 或红色的 K_3 。



III. 软件工程

(共 30 分)

一、单项选择题 (每小题 1 分, 共 5 分)

1. E-R 模型中包括的基本成分是 ()。
A. 数据、对象、实体
B. 控制、联系、对象
C. 实体、联系、属性
D. 实体、属性、操作
2. 正式技术评审的目标是 ()。
A. 发现软件中的错误
B. 评价程序员的工作效率
C. 发现并改正程序中的错误
D. 记录程序员的出错情况并与绩效挂钩
3. 在 UML 中, () 关系描述了两个对象类之间的一般化/特殊化关系, 它可以使子对象类共享父对象类的属性和方法。
A. 依赖
B. 泛化
C. 关联
D. 实现
4. 某模块内有两个处理 A 和 B, 分别对数据区 X 写数据和读数据, 则该模块的内聚类型属于 ()。
A. 逻辑内聚
B. 过程内聚
C. 通信内聚
D. 内容内聚
5. 关于增量开发模型的叙述, 错误的是 ()。
A. 不必等到整个系统开发完成就可以使用
B. 可以使用较早开发的增量构件来构建稍后开发的增量构件
C. 优先级最高的服务先交付, 这样最重要的服务能接受最多的测试
D. 有利于较好的模块划分

二、判断题 (每小题 1 分, 共 5 分。如果正确, 用“√”表示, 否则, 用“×”表示)

1. 软件的开发成本不但需要考虑开发的人力消耗, 还要考虑期间的其他经常性消耗。()
2. 模块的独立程度可以使用两个标准来衡量, 这两个标准分别是模块的内聚度和模块之间的耦合度。它们属于定性的标准。()
3. 描述一个模块内的处理流程时, 一种改进的方法是使用 N-S 图 (盒图), 与最常用的程序流程图相比, 它的优点是完全避免了 GOTO 转移, 彻底遵循了结构化程序设计的思想。()
4. 描述一个模块内的处理流程时, 一种改进的方法是使用 PAD 图, 与最常用的程序流程图相比, 它的优点是完全避免了 GOTO 转移, 彻底遵循了结构化程序设计的思想。()
5. 在描述系统功能时常使用用例图建模, 但也需要辅之以规格说明, 即用例实现的场景。场景从用户角度描述每一个功能处理的事件序列。()



三、简答题（每小题 4 分，共 12 分）

1. 在承包软件项目之前为什么要做可行性研究？软件项目的可行性研究主要研究哪几个方面的可行性？
2. 事件驱动风格的体系结构在软件体系结构分类中属于控制模型，它是通过外部生成的事件来驱动系统。典型的事件驱动风格的体系结构有哪两种类型？简述它们的控制机制。
3. 软件生存周期中可能执行的活动可分为 5 个基本过程，这 5 个基本过程是什么？每一个基本过程与软件项目的哪一方相关？

四、建模题（共 8 分）

问题陈述：下面是在某慕课教育平台上一个在线作业批改系统的简化陈述：

● 学生

- ◇ 系统登陆，提交学生标识（学号、密码）；
- ◇ 在线提交作业（作业题量、完成题目、答案、提交时间）；
- ◇ 获取作业已批改的通知（学号、批改时间、评分、评价（可选））；
- ◇ 查看已批改的作业。

● 教师

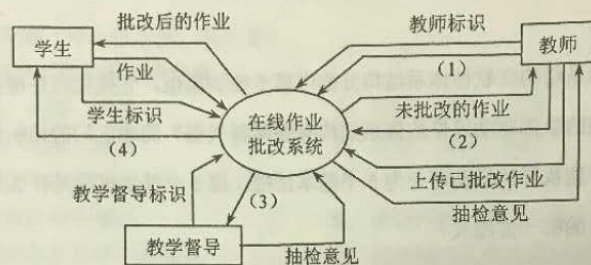
- ◇ 教师登陆，提交教师标识（教师号、密码）；
- ◇ 上传作业信息（作业题量、布置题目、标准答案、评分标准、最后期限）；
- ◇ 获取有作业提交的通知（学号，提交时间）；
- ◇ 下载学生提交的作业（在屏幕上显示）；
- ◇ 批改后上传已批改作业（学号、批改时间、评分、评价（可选））；
- ◇ 获取作业抽检意见（学号、教师号、建议）。

● 教学督导

- ◇ 教师登陆，提交督导标识（教师号、密码）；
- ◇ 抽取并下载作业样本（学号、教师号、批改时间、评分、评价（可选））；
- ◇ 抽检并提交抽检意见（学号、教师号、建议）。



1. (4分) 下图是根据结构化分析方法建立的系统顶层数据流图，其中有4个数据流缺失，请补充完整。



2. (4分) 针对数据流图上所涉及作业的数据流，用数据字典描述它们。



IV. 人工智能原理

(共 30 分)

一、单项选择题 (每小题 3 分, 共 9 分)

1. 机器实现智能有一种“连结主义”指的是 ()。
A. 确定性推理方法
B. 非单调推理方法
C. 神经网络方法
2. 由两层神经元组成的一种简单的神经网络称为感知机, 它不能实现 () 功能。
A. “与”运算
B. “或”运算
C. “异或”运算
3. 建立基于案例推理系统, 主要花费在于 ()。
A. 案例库
B. 推理机
C. 程序

二、证明题 (共 9 分)

试使用归结法(resolution) 证明 $A1 \wedge A2 \wedge A3 \rightarrow B$

其中 $A1 = (\forall x)\{ \neg (D(x) \rightarrow E(x)) \rightarrow (\exists y)(F(x,y) \wedge H(y)) \}$

$A2 = (\exists x)\{ D(x) \wedge G(x) \wedge (\forall y)(F(x,y) \rightarrow G(y)) \}$

$A3 = (\forall x)(E(x) \rightarrow \neg G(x))$

$B = (\exists x)(H(x) \wedge G(x))$

三、问答题 (每小题 4 分, 共 12 分)

1. 给出构成神经网络基本单元——神经元的数学描述。
2. 如何建立一个中医诊断专家系统?
3. 说明线性归结法是逻辑完备的含义。



2018年同等学力申硕计算机综合试题解析--数学基础

一、(共4分)用逻辑符号表达下列语句(论域为包含一切事物的集合)

1、(2分)集合A的任一元素的元素都是A的元素

解析：P(x)：x是集合A的元素；Q(x,y)：x是y的元素。

$$\forall x \forall y (P(y) \wedge Q(x,y) \rightarrow P(x))$$

2、(2分)天下没有长相完全一样的两个人(要求写出两种形式，一种用全称量词，一种用存在量词)

解析：P(x)：x是人；Q(x,y)：x和y长相相同；R(x,y)：x和y相同

$$\forall x \exists y P(x) \wedge P(y) \wedge Q(x,y) \rightarrow R(x,y)$$

二、填空(1-2题每空1分，3-6题每空2分，共16分)

1、设 $A=\{\emptyset, \{\emptyset\}\}$ ，计算 $\emptyset-A=$ \emptyset ， $A-P(\emptyset)=$ $\{\{\emptyset\}\}$ ， $P(A)-\{\emptyset\}=$ $\{\{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\}$ ， $P(A) \oplus A=$ $\{\{\{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\}$ 。(其中P(A)表示A的幂集)

解析： $A=\{\emptyset, \{\emptyset\}\}$ ， \emptyset 是空，即不含任何元素，因此 $\emptyset-A=\emptyset$ ； $P(\emptyset)=\{\emptyset\}$ ， $A-P(\emptyset)=\{\emptyset, \{\emptyset\}\}-\{\emptyset\}=\{\{\emptyset\}\}$ ； $P(A)=\{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\}$ ， $P(A)-\{\emptyset\}=\{\{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\}$ ； $P(A) \oplus A = (P(A)-A) \cup (A-P(A)) = \{\{\{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\} \cup \emptyset = \{\{\{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\}$

2、按照无穷公理表示的自然数以及连续统假设，用最简洁的形式写出下列计算结果，其中N表示自然数集合，R表示实数集合。

$$\cap 30 = \emptyset, \cap \{18, 27\} = 18, |N_N| = \aleph_0, |R_R| = \aleph$$

解析：该考点考的是自然数属于每个归纳集的集合和广义交运算。

$$\cap 30 = \cap \{0, 1, 2, 3, \dots, 29\} = \emptyset \cap \{0\} \cap \{0, 1\} \cap \{0, 1, 2\} \cap \dots \cap \{0, 1, 2, 3, 4, \dots, 28\} = \emptyset$$

$$\cap \{18, 27\} = \{0, 1, 2, 3, \dots, 17\} \cap \{0, 1, 2, 3, \dots, 26\} = \{0, 1, 2, 3, \dots, 17\} = 18 = \min(18, 27)$$

(仅供参考)连续统假设，不存在比阿列夫零大，比阿列夫小的基数。自然数集合N的基数为 \aleph_0 (阿列夫零)，实数集合R的基数为 \aleph (阿列夫)

3、将函数 $f(x)=(1+x+x^2+x^3+\dots)^2(x^2+x^3+x^4+\dots)^3$ 展开后 x^{14} 系数是 495

解析：

$$f(x) = (1 + x + x^2 + x^3 + \dots)^2 (x^2 + x^3 + x^4 + \dots)^3 = (1 - x)^{-2} x^6 (1 - x)^{-3} = x^6 (1 - x)^{-5}$$

根据牛顿二项式公式推广公式 $(1 - x)^{-n} = \sum_{k=0}^{\infty} C_{(n+k-1, k)} x^k$ ，则

$$f(x) = x^6 \sum_{k=0}^{\infty} C_{(5+k-1, k)} x^k, (n=5) \text{ 要满足 } x^{14}, \text{ 则 } k=8, \text{ 从而系数为}$$

$$C_{(12, 8)} = C_{(12, 4)} = \frac{12 * 11 * 10 * 9}{1 * 2 * 3 * 4} = 495$$

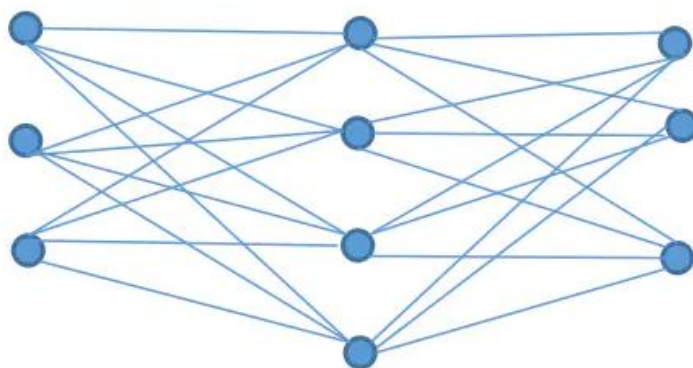
4、如果平面图和它对偶图是同构的，则称此平面图是自对偶的。若G是有n个顶点，m条边的自对偶图，求n和m满足关系式是 $m=2n-2$ （此关系不含有n和m以外的其他变量）

解析：对偶图满足图G与对偶图 G^* 的点跟面数是一样的。同时满足欧拉公式

$$v - e + r = 2 \text{ 这里的 } e=m, v=r=n, \text{ 代入可得 } m = 2n-2。$$

5、设图G是共有10个顶点边数最多的三部图，则G有 24 条边。

解析：如图下图示：因此边数为 $3*4*2 = 24$ 。（这个题也有另外一种理解，边数最多是完全三部图，如果按完全三部图的形式计算 $9+12+12=33$ ，如果不考虑完全三部图的话，就按照括号外的答案。）



10顶点边数最多三部图模型

6、有六对夫妇坐在一个圆桌旁，其中通过转圈得到的坐法视为相同的坐法， S_i 表示第i对夫妇坐在一起，则同时满足 S_1 ， S_3 和 S_6 的坐法有 $2^3 8!$ 种。

解析：（之前的答案是我在抄写题目的时候漏抄了一个‘第’字，导致理解上的偏差，因此答案变成了 $2^6 5!$ ），要同时满足 S_1, S_3, S_6 ，即这样就说明这三对夫妻需要固定下来，于是把他们进行绑定与另外3对夫妻进行圆周排列，一起总数是9个元素，排列方法为 $8!$ ，其中绑定的那三对夫妻，让女士优先，每位丈夫在可以在妻子的左边或者右边因此有 2^3 ，因此总数为 $2^3 8!$ 种。

三、计算题(要求写出详细运算步骤,共3分)

1、有120个学生参加考试,共有A、B、C三道题。已知三道题都做对的有12个学生,作对A、B都有20个学生,做对A、C的有16个学生,做对B、C都有28个学生,做对A的有48个学生,做对B的有56个学生,有16个学生一道题也没有做对,试求仅做对C的学生有多少个?

解析:该题有两种方法:一种是容斥原理计算,另一种是文氏图法:

方法一:先用容斥原理来解。

设做对题A的人数为 $|A|=48$,做对题B的人数为 $|B|=56$,做对题C的人数为 $|C|$,全集 $|N|=120$,做对三道题的余集为16.

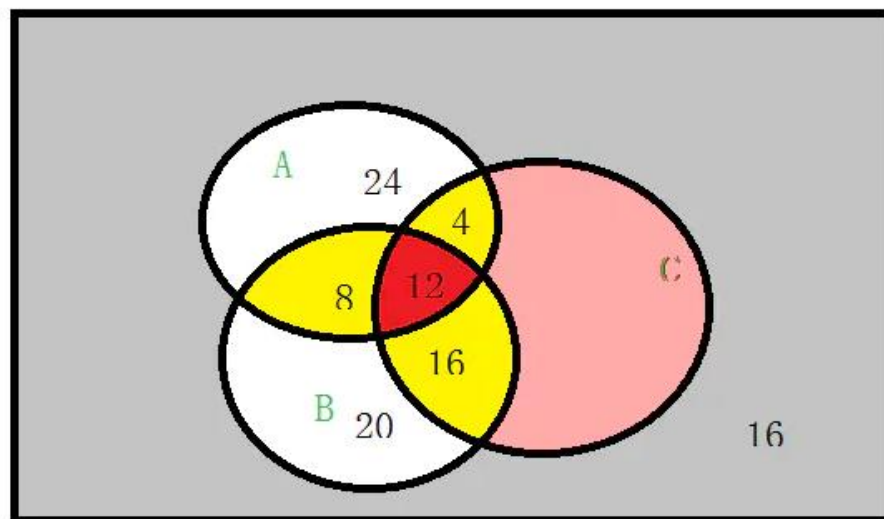
$$|A \cup B \cup C| = |N| - |A^c \cap B^c \cap C^c| = 120 - 16 = 104$$

$$|A \cup B \cup C| = |A| + |B| + |C| - |A \cap B| - |B \cap C| - |A \cap C| + |A \cap B \cap C| = 104$$

其中 $|A| = 48$, $|B| = 56$, $|A \cap B| = 20$, $|A \cap C| = 16$, $|B \cap C| = 28$, $|A \cap B \cap C| = 12$, 代入式子可得 $|C| = 104 - 12 + 20 + 16 + 28 - 48 - 56 = 52$, 题目中要求仅做对C的人数,

因此为 $|C| - |A \cap C| - |B \cap C| + |A \cap B \cap C| = 52 - 16 - 28 + 12 = 20$ 即仅做对C的学生人数为20人。

方法二: 文氏图法: 总人数为120人, 要求仅做对C的人数, 即图中粉红部分的人数 $X = 120 - 16 - 20 - 24 - 8 - 4 - 16 - 12 = 20$, 即仅做对C题的学生人数为20人。



文氏图

四、解答题(共6分)

1、(3分)4名同学同时参加英语和德语面试，要求每门科目只能同时面试1人，2门科目面试时间先后顺序认为是不同的，试问共有多少种不同的面试次序？

解析：本题可以理解为4名学生以任意顺序去参加英语面试，于此同时不能在同一时刻去参加德语面试，即原来某位的同学不能在同一位置上（错排问题）。因此该题的解为

$$4! D_4 = 4! * 4! * \left(1 - \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} - \frac{1}{3!} + \frac{1}{4!}\right) = 24 * 9 = 216。关于错排可$$

以用容斥原理来推，即 $i_1 \neq 1, i_2 \neq 2, i_3 \neq 3, i_4 \neq 4$ ，不在原来的秩序位置上：

$$\begin{aligned} D_4 &= |A_1^c \cap A_2^c \cap A_3^c \cap A_4^c| = N - |A_1 \cup A_2 \cup A_3 \cup A_4| = N - \sum_{i=1}^4 |A_i| + \sum_{i=1}^4 \sum_{j>i}^4 |A_i \cap A_j| - \dots (-1)^4 |A_1 \cap A_2 \cap A_3 \cap A_4| \\ &= 4! - C_{(4,1)} 3! + C_{(4,2)} 2! - C_{(4,3)} 1! + C_{(4,4)} 0! = 4! \left(1 - \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} - \frac{1}{3!} + \frac{1}{4!}\right) \\ &= 9 \end{aligned}$$

2、(3分) 求满足递推关系 $h_n = 5h_{n-1} - 6h_{n-2}$ 中 h_n 的表达式，其中初始条件 $h_0 = 1, h_1 = -2$ 。

解析：本题考的是常系数齐次递推关系，原式转换为 $h_n - 5h_{n-1} + 6h_{n-2} = 0$ ，

因此特征方程为 $q^2 - 5q + 6 = 0$ ，化简之后得到 $(q - 2)(q - 3) = 0$ ，

解得两个特征根 $q_1 = 2, q_2 = 3$ ，无重根， h_n 的通解为 $H_n = C_1 q_1^n + C_2 q_2^n$ ，

把两个特征根和初始条件 h_0, h_1 代入得到方程组：

$$C_1 2^0 + C_2 3^0 = 1 \text{ (1式)}, \quad C_1 2^1 + C_2 3^1 = -2 \text{ (2式)},$$

解该方程组得 $C_1 = 5, C_2 = -4$ ，得 $h_n = 5 * 2^n - 4 * 3^n$

五、证明题(11分)

1、(3分)对非空集合A上的关系R，若R是非自反和传递的，证明R是反对称的。

证明：用反证法证明，假设结论R是反对称不成立，即R是对称的。

R是A上的反自反关系 $\forall x\{x \in A \wedge \langle x, x \rangle \notin R\}$ ，

R是A上的传递关系

$\forall x \forall y \forall z \{x, y, z \in A \wedge \langle x, y \rangle \in R \wedge \langle y, z \rangle \in R \rightarrow \langle x, z \rangle \in R\}$

如果对任意 $\forall x \forall y \{x, y \in A \wedge \langle x, y \rangle \in R \rightarrow \langle y, x \rangle \in R\}$ 成立，则比存在 $\forall x\{x \in A \wedge \langle x, x \rangle \in R\}$ ，与已知条件相矛盾。

显然 $\langle x, y \rangle$ 与 $\langle y, x \rangle$ 最多只能有一个属于R，所以R是A上的反对称关系。

2、(8分)设 K_n 是n个顶点的完全图，用红、蓝两种颜色给 K_9 的边任意着色。

1)证明 K_9 中至少存在一个顶点v，使得v关联红边个数不是3。

2)证明必有蓝色的 K_4 或红色的 K_3 。

1)证明：用反证法证明。

假设将 K_9 进行染色，每个点到其余8个点所成的边都是恰有3条关联的边为红色，现从每个端点统计各引出的红色边的总数应是 $3 \times 9 = 27$ ，但这是不可能的，因为每条边关联两个顶点，对这种统计，所有点引出的红色关联边的总数应为偶数，假设相矛盾。因此必存在一点，从该点到其余各点的边染红色边数一定大于3或小于3，因此得证。

2)证明：设从 v_1 向其余8个点引出的边中红边多于3条，即至少有4条，不妨设它们为 $(v_1, v_2), (v_1, v_3), (v_1, v_4), (v_1, v_5)$ 。让 v_2, v_3, v_4, v_5 构成 K_4 ，若有一条红色边，则其两个端点与 v_1 构成红色三角形，即构成红色的 K_3 ，否则这些边全为蓝色，这时 v_2, v_3, v_4, v_5 就构成了一个蓝色的 K_4 。

设从 v_1 向其余8个点的引出的边中，红色边数少于3条，即至多有2条，这时从 v_1 引出的蓝色边会有6条。不妨设这些边为 $(v_1, v_2), (v_1, v_3), (v_1, v_4), \dots, (v_1, v_7)$ ，让 $v_2, v_3, v_4, v_5, v_6, v_7$ 所构成完全图 K_6 ，若其中有一个红色三角形，则结论已真。若 K_6 中有个蓝色三角形，则该三角形的3个顶点连同 v_1 构成一个蓝色 K_4 ，结论亦真。

综上所述得证。