Ballonforløb MAT / FYS-Kompendium

2022

Deltagende fag: Matematik, fysik, teknologi og idéhistorie. I matematik arbejdes med volumenberegning, i fysik med opdrift.

SO-forløb for 1.G
Vibenshus Gymnasium

Indhold

Indledning

I dette SO-forløb skal I fremstille og opsende en varmluftsballon. Ballonen fremstilles i silkepapir eller afdækningsplast med et rumfang på max 1 m^3.

Som afslutning på forløbet, samles hver klasse til et fælles lift-off. Kan jeres ballon flyve?

I matematik skal I arbejde med blandt andet overfladeareal og volumen.

I fysik skal I arbejde med og undersøge opdrift.

Fysikrapport: I fysik skal der fremstilles en rapport (4 FT) ud fra de forsøg, I laver undervejs ved hjælp af vejledningerne i kompendiet

Ballonberegninger: I fysik skal I også regne på om den ballon, som I har bygget burde kunne flyve (1 FT)

Matematik

Når man skal bygge en varmluftsballon, ønsker man selvfølgelig, at den flyver så godt som muligt. De ting man skal tænke over er, hvordan får man en så stor opdrift som muligt samtidig med, at ballonen er så let som muligt. I fysik vises det, at opdriften afhænger af ballonens rumfang. Ballonens vægt afhænger af, hvor meget materiale der skal bruges til at bygge den og derfor af, hvor stort et overfaldeareal ballonen har. Målet for et godt ballon-design er at få et forhold mellem overfaldeareal og volumen, der er så småt som muligt.

I matematikdelen skal I lave beregninger på forskellige geometriske figurer og finde ud af, hvordan man bedst tager hensyn til volumen og overfladeareal. Vi starter med nogle øve-opgaver. Formlerne til at løse disse opgaver kan I finde bagest i kap. 6 i den røde matematikbog, hvor rumfangs- og overfladeareal-formlerne for forskellige typer rumlige figurer er angivet. Et udvalg findes også længere nede i kompendiet.

Opgaver

<u>Opg.478</u> *(fra "Den store gamle opgavebog"):*

Beregn overfladeareal af en kasse med et rumfang på 1,0 m^3.

Begynd med at kigge på en kasse med længde = bredde = højde, og kig derefter på andre forhold mellem længde, bredde og højde.

Hvilken indflydelse har forholdet mellem længde, bredde og højde på forholdet mellem overfladeareal og volumen af kassen?

<u>Opg. 479</u> *(fra "Den store gamle opgavebog"):*

Beregn overfladeareal af en kugle med et rumfang på 1,0m^3.

Hvilket forhold er der her mellem overfladeareal og volumen af kuglen?

<u>Opg.480</u> *(fra "Den store gamle opgavebog"):*

Beregn overfladeareal af en kegle med et rumfang på 1,0 m^3.

Begynd med at kigge på en kegle med radius = højde, og kig derefter på andre forhold mellem radius og højde.

Hvilken indflydelse har forholdet mellem radius og højde på forholdet mellem overfladeareal og volumen af keglen?

<u>Opg.481</u> *(fra "Den store gamle opgavebog"):*

Beregn overfladeareal af en pyramide med et rumfang på 1,0 m^3. Begynd med at kigge på en pyramide med højde = sidekant i grundfladen, og kig derefter på andre forhold mellem højde og længde af sidekant. Hvilken indflydelse har forholdet mellem højde og sidekant-længde på forholdet mellem overfladeareal og volumen af pyramiden?

<u>Opg.482</u> *(fra "Den store gamle opgavebog"):*

Beregn overfladeareal af en cylinder med et rumfang på 1,0 m^3. Begynd med at kigge på en cylinder med højde = radius, og kig derefter på andre forhold mellem højde og radius. Hvilken indflydelse har forholdet mellem højde og radius på forholdet mellem overfladeareal og volumen af cylinderen?

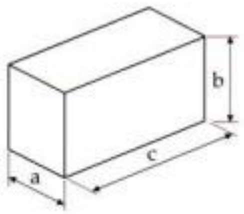
<u>Opg.5.723</u> *(fra "Den store nye opgavebog"):*

Hvilke overvejelser giver disse beregninger anledning til at foretage sig, når man vil bygge en ballon? Begrund dit svar

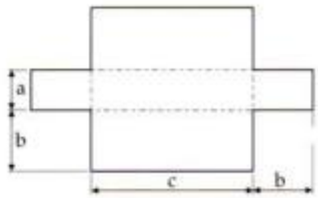
I er nu blevet klogere på, hvilken form en ballon skal have for, at man får et godt forhold mellem overfladeareal og volumen. Ofte er det svært at lave den ønskede form perfekt i praksis for eksempel er det svært at lave en kugle. Man må derfor lave et design, hvor man prøver at komme så tæt på den ønskede form som muligt ved at sammensætte simple geometriske figurer (dem fra de foregående spørgsmål).

Formelsamling

Kasse:



Figur 6.3



Figur 6.4

Skal du bestemme arealet af overfladen, bliver det en sum af fem rektangler.
Det kan skrives:

$$\text{Areal} = a \cdot c + 2 \cdot a \cdot b + 2 \cdot b \cdot c$$

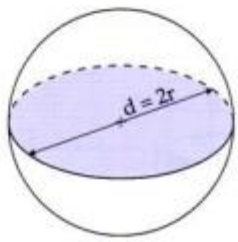
$$V = a \cdot b \cdot c$$

Kugle:

Den krumme overflade af en kugle:

$$A = 4 \cdot \pi \cdot r^2 = \pi \cdot d^2$$

$$V = \frac{\pi}{6} \cdot d^3 = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3$$

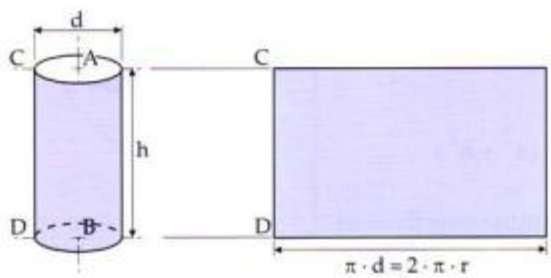


Cylinder:

Den krumme overflade af en cylinder:

$$A = \pi \cdot d \cdot h = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot h$$

$$V = \pi \cdot r^2 \cdot h = \frac{\pi}{4} \cdot d^2 \cdot h$$

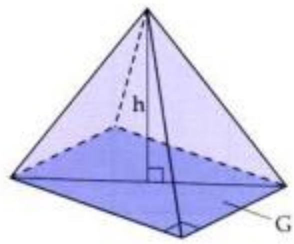


Pyramide:

Arealet findes som summen af firkanten og de 4 trekanter

$$V = \frac{1}{3} \cdot G \cdot h$$

G = grundarealet

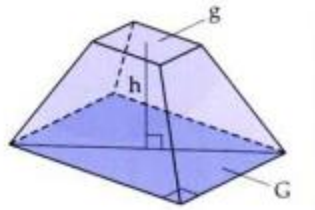


Pyramidestub:

Arealet findes som summen af firkanten i toppen og firkanten i bunden og de fire trapezer i siderne

$$V = \frac{1}{3} \cdot h(G + g + \sqrt{G \cdot g})$$

g = areal af topflade
G = areal af bundflade



Kegle:

Den krumme overflade af en kegle:

$$A = \pi \cdot r \cdot s$$

Vinklen v:

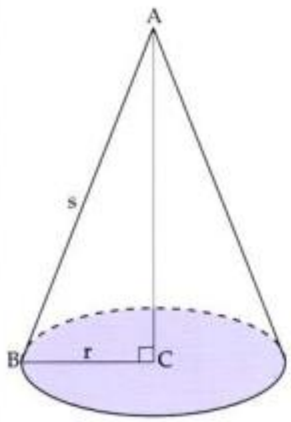
$$v = \frac{360^\circ \cdot r}{s}$$

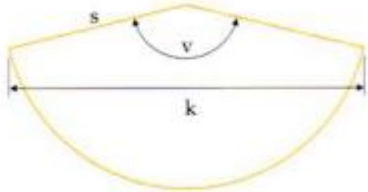
Korden k:

$$k = 2 \cdot s \cdot \sin\frac{v}{2}$$

$$V = \frac{\pi}{12} \cdot d^2 \cdot h$$

$$V = \frac{\pi}{3} \cdot r^2 \cdot h$$





Keglestub:

Den krumme overflade af en keglestub:

$$A = \pi \cdot s \cdot (R + r)$$

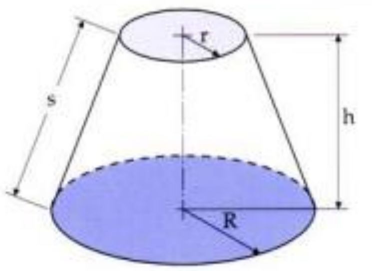
Vinklen v:

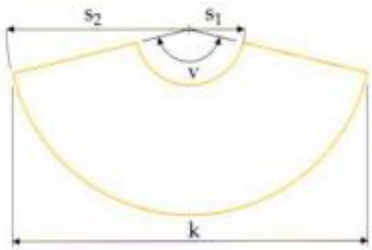
$$v = \frac{360^\circ \cdot R}{s_2}$$

Korden k:

$$k = 2 \cdot s_2 \cdot \sin\frac{v}{2}$$

$$V = \frac{\pi}{3} \cdot h \cdot (R^2 + r^2 + R \cdot r)$$





Fysik

I skal i fysik beskæftige jer med fænomenet opdrift. Opdrift var allerede i det antikke Grækenland genstand for nøje undersøgelser, og Archimedes løste også gåden herom, som så mange andre videnskabelige problemstillinger.

Archimedes

Archimedes eller **Arkimedes** fra Syrakus (Græsk: Ἀρχιμήδης; ca. 287 f.Kr. - 212 f.Kr.), var en græsk matematiker, astronom, filosof, fysiker og ingeniør. Han blev mod den romerske general Marcus Claudius Marcellus' vilje dræbt af en romersk soldat, efter sigende efter at have sagt de berømte ord: "Forstyr ikke mine cirkler".

Figur 1 Denne bronzestatue af Archimedes star ved Archenholdobservatoriet i Berlin. Den er lavet af Gerhard Thieme og blev præsenteret i 1972.

Nogle matematikhistorikere anser Archimedes for at være en af historiens største matematikere på linje med Newton, Gauss og Euler.

Inden den egentlige fysik går i gang, betragtes nogle dagligdagsting som har med opdrift at gøre.

Lufttrafik

I har nok været ude at flyve flere gange. Sandsynligvis med fly og nok ikke med ballon. Balloner bruger opdrift som det princip, der holder dem i luften. I begyndelsen af sidste århundrede havde man også en mellemting mellem flyveren og ballonen nemlig luftskibet, som imidlertid bogstaveligt talt gik op i røg. Luftskibene var store og tunge og behøvede derfor ekstra stor opdrift for at kunne lette. Denne ekstra store opdrift opnåede luftfartsingeniørerne ved at bruge en både billig og meget ”let” gas, - de brugte brint, som imidlertid har den uheldige egenskab, at den er ekstrem let antændelig og dermed meget brandfarlig. Og ja, der gik ild i skidtet, hvilket kan betragtes i en gammel filmreportage på YouTube:

http://www.youtube.com/watch?v=CgWHbpMVQ1U&feature=fvst

Det er trykforskelle der er ansvarlig for opdrift. En trykforskel giver anledning til en kraft, og er en genstand påvirket af en kraft, vil den ligeledes være udsat for en accelereret bevægelse. Omvendt vil en genstand bevæge sig med konstant hastighed eller være i ro, hvis den ikke er udsat for nogen resulterende kraftpåvirkning. Newtonsk mekanik forklarer alt dette tilbundsgående. Men lad os blive lidt ved trykforskellene. Hvordan skal disse trykforskelle optræde for at noget kan flyve eller rettere lette fra jorden? På en flyvinge, skal der være et større tryk under vingen end over vingen, og på en ballon skal der være et større tryk under ballonen end over ballonen. I begge tilfælde vil objekterne kunne flyve, fordi trykforskellene giver anledning til en kraft opad. Imidlertid letter ingen af flyverene, medmindre denne kraft, frembragt af trykforskellene, er større end tyngdekraften, som trækker alle objekter nedad. Er kraften opad i midlertid større end tyngdekraften, vil flyveren lette. Det er hele hemmeligheden bag luftfart.

Luftens densitet

Luftens densitet

Vi skal nu se, hvordan vi kan bestemme luftens densitet. Densiteten er masse pr. rumfang:

$$\rho = \frac{m}{V}$$

Da $m = n \cdot M$, hvor n er stofmængden og M molmassen, har vi

$$\rho = \frac{n \cdot M}{V}$$

Benytter vi dernæst følgende omskrivning af idealgasligningen

$$\frac{n}{V} = \frac{p}{R \cdot T}$$

får vi

$$\rho = \frac{M}{R} \cdot \frac{p}{T}$$

I tabeller over gassers densitet angiver man som regel densiteten ved temperaturen 0 °C og trykket 101,3 kPa.

En Montgolfiere er en varmluftsballon.

Luften i ballonen opvarmes med ild. Trykket i ballonen er det samme som uden for ballonen, altså 1 atmosfære. Ifølge

$$\rho = \frac{M}{R} \cdot \frac{p}{T}$$

falder densiteten af luften i ballonen, når temperaturen stiger. Luften i ballonen vejer derfor mindre end den luftmængde, som fortrænges af ballonen. Opdriften kan blive stor nok til også at kunne bære ballonens hylster og en eventuel gondol med passagerer.

Eksempel på udregning af luftens densitet og udvalgte gassers densitet ved 0°C:

Øvelse 4.3

Find molmasserne for nitrogen, oxygen, argon og kuldioxid og vis ud fra kendskabet til luftens indhold af disse, at den gennemsnitlige molmasse af luft er 29 g/mol.

Densiteten af atmosfærisk luft ved temperaturen 0 °C og trykket 1 atm kan beregnes. Molmassen for luft se øvelse 4.3.

$$\rho = \frac{0{,}029\ \text{kg/mol}}{8{,}31\ \frac{\text{Pa}\cdot\text{m}^3}{\text{mol}\cdot\text{K}}} \cdot \frac{101{,}3\ \text{kPa}}{273\ \text{K}}$$

$$\rho = 1{,}29\ \text{kg/m}^3$$

gas	densitet i kg/m^3
helium	0,179
methan	0,717
hydrogen	0,090
nitrogen	1,25
luft	1,29

Lidt paratviden om silkepapir

Silkepapir: 18-22g/m^2 Mål gerne et stykke silkepapir op og beregn derefter vægten pr. areal. Silkepapir er meget let og tyndt. Derfor skal I passe på når I arbejder med silkepapiret, så det ikke går i stykker, og små huller skal lappes

Ballonstørrelse

Hvor stor skal ballonen være for at kunne lette? Dette kan I få en ide om ved at betragte tabellen herunder. Tabellen er forholdsvis enkelt opbygget, med tydelig angivelse af enheder. Tabellen er baseret på en kugleformet ballon lavet af silkepapir. Ballonens volumen er 0,5 m^3.

Lasteevne angiver, hvor meget ekstra vægt ballonen kan løfte, udover sin vægt givet ved varm luft og silkepapir. Alle værdier er udregnet i forhold til en temperatur på 0°C udenfor ballonen.

Temperatur I Ballon	Densitet	Volumen af Ballon	Opdrift	Masse af luft i ballon	Overflade-Areal	Masse af Silkepapir	Tyngdekraft	Lasteevne
°C	kg/m^3	m^3	N	kg	m^2	kg	N	kg
0	1,294	0,5	6,355	0,647	3,05	0,061	6,954	-0,061
10	1,249	0,5	6,355	0,624	3,05	0,061	6,729	-0,038
20	1,206	0,5	6,355	0,603	3,05	0,061	6,520	-0,017
30	1,166	0,5	6,355	0,583	3,05	0,061	6,325	0,003
40	1,129	0,5	6,355	0,564	3,05	0,061	6,142	0,022
50	1,094	0,5	6,355	0,547	3,05	0,061	5,970	0,039
60	1,061	0,5	6,355	0,531	3,05	0,061	5,809	0,056
70	1,030	0,5	6,355	0,515	3,05	0,061	5,657	0,071
80	1,001	0,5	6,355	0,501	3,05	0,061	5,514	0,086
90	0,973	0,5	6,355	0,487	3,05	0,061	5,379	0,099
100	0,947	0,5	6,355	0,474	3,05	0,061	5,251	0,112

For de første beregninger er lasteevnen negativ dvs. ballonen kan ikke løfte sig selv. Senere bliver lasteevnen positiv

Opdrift

I skal undersøge fænomenet opdrift. I skal udføre to eksperimenter. I det første eksperiment skal I bestemme volumenerne af en bordtennisbold og nogle lodder, men i det andet eksperiment skal I bestemme deres opdrift. Opdriften på en genstand beregnes ved følgende formel, hvor g er tyngdeaccelerationen:

$$F_{opdrift} = \rho_{væske} \cdot V_{genstand} \cdot g$$

En detaljeret forklaring eller udledning af formlen for opdrift kan I læse om i jeres fysikbog i afsnit 5.3. Hvis I er meget udspekulerede, kan I lave begge eksperimenter på en gang! I skal arbejde med 3 lodder og en bordtennisbold. Det er vigtigt at I bruger de samme lodder til de 2 forsøg.

Forsøg 1: Volumenbestemmelse

Formål
Bestemme volumenet af 3 lodder og en bordtennisbold. For bordtennisbolden og det ene lod, skal der bruges 2 forskellige metoder, så resultaterne kan sammenlignes.

Vejledning
Volumenet af et legeme kan bestemmes på forskellige måder. Dimensionerne (længde, højde, bredde og radius) kan måles og volumenet kan beregnes efterfølgende.

En anden metode er at nedsænke legemet i et måleglas med vand, og aflæse hvor meget vandet stiger.

I skal bestemme bordtennisbolden og det ene lods volumen på begge måder. For de 2 resterende lodder må I selv vælge metode.

Databehandling
Beregn de 3 lodder og bordtennisboldens volumener. For det ene lod og bordtennisbolden skal I bestemme volumenet på 2 måder og beregne forskellen i procent.

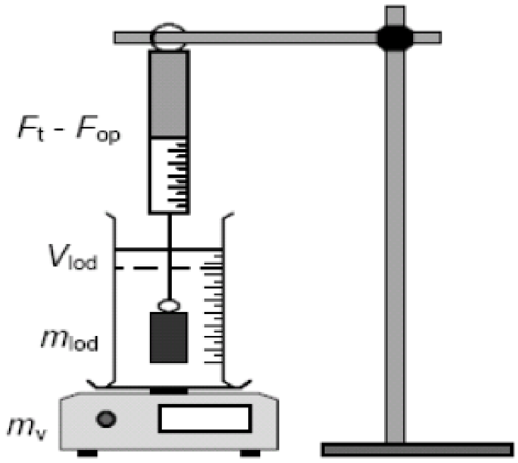
Diskussionen
I skal overveje, hvorfor der er forskelle og hvilken metode I mener er mest præcis.

Forsøg 2: Bestemmelse af opdrift

Formål
At bestemme opdriften på en bordtennisbold og 3 lodder på forskellige måder og sammenligne resultaterne.

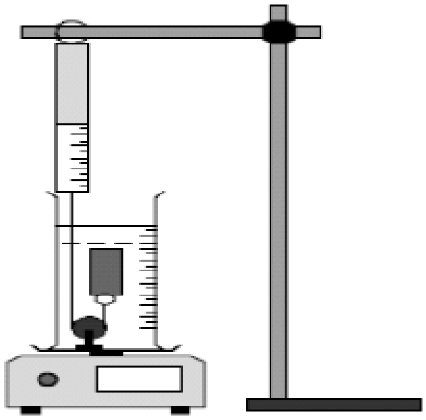
Vejledning del 1 - lodder
Det er vigtigt, at I bruger de samme lodder som i forsøget til volumenbestemmelse.

1. Vej et lod.
2. Anbring et måleglas med vand på en vægt og nulstil vægten. Nulstil kraftmåleren og hæng et lod i den, som viser tyngdekraften (F_t) på loddet.
3. Sænk loddet ned i vandet (se fig. 1a) og aflæs igen kraften ($F_{nedsænket}$).
4. Mål massen af den fortrængte væske, m_v, som vægtens udslag.
5. Gentag forsøget med 2 andre lodder.



Figur 1a

Vejledning del 2 – bordtennisbold
Dette forsøg laves som et **demonstrationsforsøg**. Man er nødt til at presse/hive bordtennisbolden ned under vandet, da den ellers vil flyde. Se figur 1c til inspiration.



Figur 1c

Databehandling
I databehandlingen skal I beregne opdriften på 3 forskellige måder.

1. Bestem opdriften ud fra Archimedes lov:

$$F_{opdrift} = \rho_{væske} \cdot V_{genstand} \cdot g$$

2. Bestem opdriften som forskellen mellem de 2 målte kræfter for lodderne:

$$F_{opdrift} = F_t - F_{nedsænket}$$

   Og for bordtennisbolden:

$$F_{opdrift} = F_t + F_{nedsænket}$$

   Husk at forklare hvorfor disse formler gælder ud fra de kræfter, der virker på legemerne.

3. Bestem opdriften ved hjælp af massen af den fortrængte væske (m_v) gange tyngdeaccelerationen:

$$F_{opdrift} = m_v \cdot g$$

- Forklar hvorfor vægtens udslag svarer til den fortrængte væske.
- Undersøg om disse 3 beregninger giver samme resultat for opdriften.

Diskussion
I skal overveje, hvorfor der er afvigelser. Opdriften på de forskellige legemer burde være den samme uanset, hvordan den beregnes.

Fysikrapport

Lav en rapport over volumenbestemmelse og opdriftsbestemmelse.

Inddrag disse to spørgsmål og en forklaring:

1. Hvorfor kan en olietanker flyde?
2. Hvorfor er opdriften på bordtennisbolden i vand så kraftig i forhold til en ballon i luften?
3. Forklar Archimedes' lov.

Fysikopgaver

Opgave 1

1. En metalklods synker jo normalt til bunds i vand. Forklar hvorfor store containerskibe kan flyde.
2. Hvorfor flyder olie på vand?
3. Hvordan kan det være at en fisk uden at svømme kan stå stille, stige op eller lade sig synke?
4. Find ud af hvordan en u-båd dykker.

5. En sten fylder 0,3 kubikmeter. Hvor mange kg føles den lettere under vand?
6. En bjælke vejer 60 kg. Hvor mange liter vand fortrænger den, når den flyder?

7. Et æg Flyder i saltvand men ikke i postevand. Hvad kan man lære af det?

Opgave 2

1. Hvor stor en procentdel af et isbjergs rumfang vil synke ned i vandet omkring det?
2. Hvor stor en procentdel af en træstammes rumfang vil synke ned i vand? $\rho_{træ} = 0{,}7\, g/cm^3$
3. Hvor stor en procentdel af en korkprops rumfang vil synke ned i vand? $\rho_{kork} = 0{,}17\, g/cm^3$

Opgave 3

1. Find ud af, hvorfor søer i frostvejr fryser til ovenfra. De når sjældent at blive bundfrosne. Dette forhindrer blandt andet, at fiskene dør ligeså snart, det bliver frostvejr.

Beregninger af jeres færdige ballon (1 FT)

Når jeres ballon er færdigbygget, er det interessant at vide, hvor meget ballonen rent faktisk kan løfte udover sig selv. Dette kaldes bæreevne eller nyttelast. Derfor skal I ned at foretage relevante målinger af jeres ballon. Mål følgende

1. Ballonens masse: massen af ballonen måler I ved at pakke den (forsigtigt) sammen og sørge for at den er så lufttom som overhovedet muligt.
2. Ballonens dimensioner: alt afhængig af jeres ballondesign skal I måle de relevante størrelser, så I kan udregne dens volumen.
3. Vurder temperaturen i jeres ballon, når den er fyldt med varm luft.

På baggrund af jeres målinger skal I nu udregne

a) Ballonens volumen.
b) Ballonens overfladeareal.
c) Ballonens totale masse m_{ballon} – altså dens masse, når den er tom for luft plus dens vægt, når hele volumenet udfyldes med varm luft.
d) Opdriften på ballonen beregnet ud fra Archimedes' lov.
e) Sæt nu opdriften lig med udtrykket for tyngdekraften på ballonen og bestem ballonens maksimale masse m_{max}. Ballonens maksimale masse m_{max} er summen af ballonens egenmasse m_{ballon} og bæreevnen m_{last} – altså $m_{max} = m_{ballon} + m_{last}$. ($m_{last}$ kender I ikke endnu den finder I lige om lidt).
f) Ballonens maksimale bæreevne/nyttelast m_{last}.
g) Hvis ballonens totale masseer præcis $m_{max} = m_{ballon} + m_{last}$ vil den ikke stige til vejrs, da der er ligevægt mellem opdriften og tyngdekraften. Overvej nu om ballonen vil stige til vejrs, hvis nyttelasten er lidt mindre eller lidt større end m_{last} du fandt i f). Forklar hvorfor.