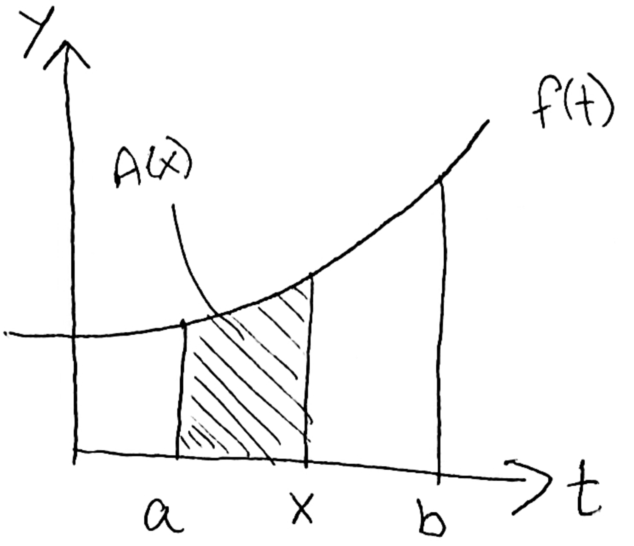


$\int f(x)\,dx = F(x) + k$, hvis $F'(x) = f(x)$

Altså en antiafledt.

$f(x)$ er kontinuert i $x = [a, b]$

Vi skal se på en arealfunktion fra a til x.

$$A(x) = \int_a^x f(t)\,dt$$

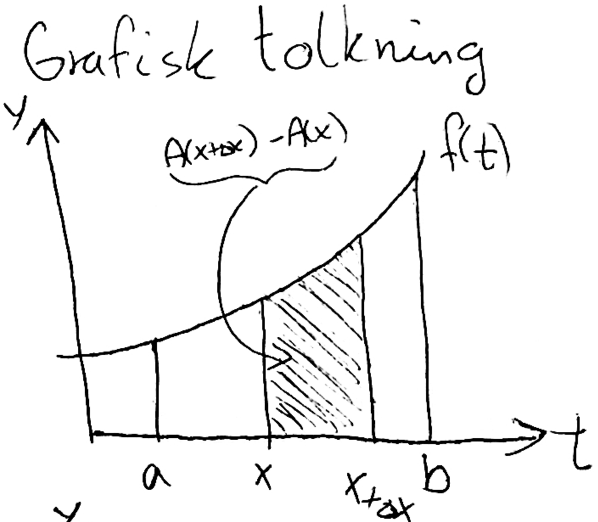
(vi ved ikke helt, hvad dette betyder endnu.)

dummy variabel

Vi betragter den afledte funktion til arealfunktionen vha definitionen på differentiation

$$A'(x) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{A(x+\Delta x) - A(x)}{\Delta x}$$

Grafisk tolkning

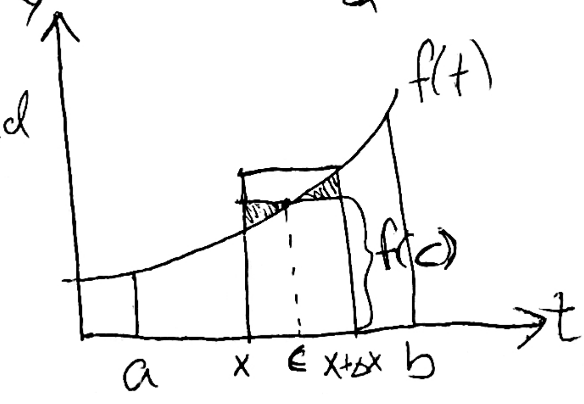


I mellem x og x+Δx må der være et ~~punkt~~ c, så rektanglet $f(c) \cdot \Delta x$ har samme areal som $A(x+\Delta x) - A(x)$

så $A(x+\Delta x) - A(x) = f(c) \cdot \Delta x$

$$A'(x) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{A(x+\Delta x) - A(x)}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(c) \cdot \cancel{\Delta x}}{\cancel{\Delta x}}$$

går ud



Men hvad er $\lim_{\Delta x \to \infty} f(c)$?

vi ved $x < c < x + \Delta x$

sandwichmetoden

$$\lim_{\Delta x \to 0}(x) < \lim_{\Delta x \to 0}(c) < \lim_{\Delta x \to 0}(x + \Delta x)$$

$x < \lim_{\Delta x \to 0}(c) < x$, altså er $\lim_{\Delta x \to 0}(f(c)) = f(x)$

Altså gælder at

$A'(x) = f(x)$ Dette er et vigtigt resultat!

$$A(x) = \int_a^x f(t)\,dt = F(x) + k$$

Hvordan vælger vi nu en passende konstant?

Vi lader $x = a$, så arealet bliver nul.

$$A(a) = \int_a^a f(t)\,dt = \underbrace{F(a) + k = 0}_{\boxed{k = -F(a)}}$$

Så

$$A(x) = \int_a^x f(t)\,dt = F(x) - F(a)$$

Nu ~~er der~~ kan vi lade $x = b$

$$A(b) = \int_a^b f(t)\,dt = F(b) - F(a)$$

Nu er der ingen afhængighed af x, så dummy variablen kan skiftes fra t til x

$$\boxed{\int_a^b f(x)\,dx = F(b) - F(a)}$$

antiafledt