Vektorfunktioner

Gamle eksamensopgaver

Matematik A

Vibenhus Gymnasium

Gamle eksamensopgaver om vektorfunktioner

På de følgende sider vil I finde en række af gamle eksamensopgaver omhandlende vektorfunktioner. Jeg forventer *ikke*, at I skal nå at gennemarbejde alle opgaverne. Det jeg til gengæld forventer af jer, er at I skriver opgavebesvarelserne ind på computer, med fyldestgørende forklaringer, mellemregninger og grafer. **Fokus er altså dels på at løse opgaven, og dels at skabe fortrolighed med formeleditor og geogebra/CAS.**

- I skal arbejde sammen i makkerpar og makkerskabsgrupper. Et makkerpar vælger én af opgaverne og det andet makkerpar vælger en anden af opgaverne.
- Hvert makkerpar udarbejder en skriftlig løsning til deres opgave, som beskrevet tidligere.
- Efter endt løsning, skal makkerparrene **mundtligt** præsentere deres løsninger for hinanden i makkerskabsgrupperne.

Opgave 3

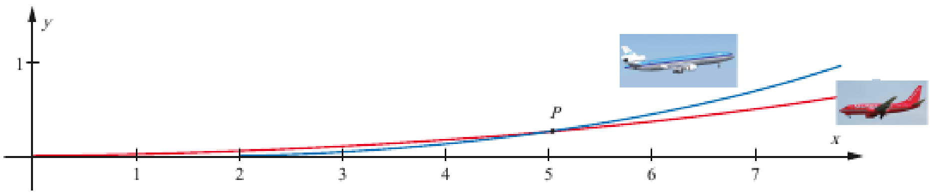
På figur 2 ses en del af grafen for hver af vektorfunktionerne $\vec{r}(t)$ og $\vec{b}(t)$. Funktionerne beskriver to fly´s bevægelse. Det røde fly skal lande, og det blå fly er ved at lette.

Vektorfunktionerne er givet ved forskrifterne

$$\vec{r}(t)=\begin{pmatrix}-204t+17\\432t^2-72t+3\end{pmatrix}\quad t\in[0;t_1]\quad \text{og}\quad \vec{b}(t)=\begin{pmatrix}70t+2\\140t^2\end{pmatrix}\quad t\in[0;t_1]$$

hvor $\vec{r}(t)$ beskriver det røde fly og $\vec{b}(t)$ beskriver det blå fly. t_1 er tidspunktet, hvor det røde fly lander.

Tiden er angivet i timer og afstande i km.



Figur 2 http://www.incantisuweb.com/md-11/liveries.htm og http://www.mponnet.be/pagina5.html

x-aksen følger landingsbanen, og y-koordinaten angiver flyets højde over landingsbanen.

a) Bestem tidspunktet t_1, hvor flyet lander.

b) Bestem farten for det røde fly til $t = 0{,}08$.

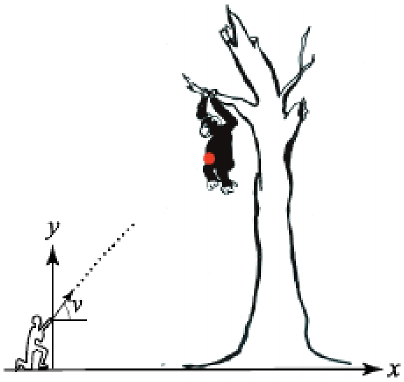
Det ses at de to fly´s baner skærer hinanden i et punkt P.

c) Bestem koordinaterne til punkt P.

d) Kolliderer flyene?

Opgave 6

En undsluppen abe fra zoologisk have skal indfanges.
En dyrepasser prøver at ramme aben med en bedøvelsespil.
Figur 5 viser en del af bedøvelsespilens bane.



Figur 5

Pilens bane kan beskrives ved vektorfunktionen $\vec{p}(t)$

$$\vec{p}(t) = \begin{pmatrix} x_p(t) \\ y_p(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 25 \cdot t \\ -4{,}91 \cdot t^2 + 30 \cdot t + 0{,}95 \end{pmatrix}$$

Positionen måles i meter og tiden måles i sekunder. Pilen affyres til tiden $t = 0$.

a) Bestem i hvilken højde bedøvelsespilen affyres.

Til tiden $t = 0$ danner bedøvelsespilen vinklen v med vandret. Se figur 5.

b) Bestem vinkel v.

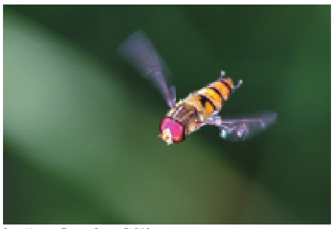
Dyrepasseren sigter efter det røde punkt på aben. Idet bedøvelsespilen affyres, slipper aben træet. Det røde punkt følger en ret linje givet ved vektorfunktionen $\vec{q}(t)$

$$\vec{q}(t) = \begin{pmatrix} x_q(t) \\ y_q(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 \\ -4{,}91 \cdot t^2 + 12 \end{pmatrix}$$

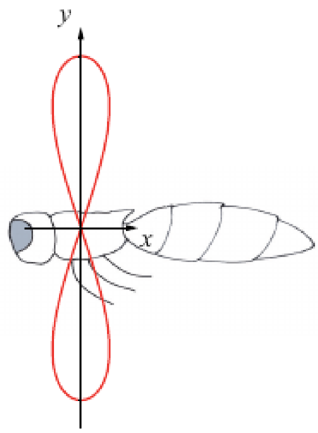
c) Rammer bedøvelsespilen det røde punkt på aben?

Opgave 2

Nedenstående billede viser en svirreflue, som står stille i luften.
På figur 2 er svirrefluens vingebevægelse indlagt i et koordinatsystem, hvor kurven viser vingespidsens bevægelse. Vingerne bevæger sig gennem en hel cyklus med en periode på 0,005 sekunder.



http://www.floraogfauna.dk/N.htm



Figur 2

Vingespidsens bevægelse gennem én periode kan tilnærmelsesvis beskrives ved vektorfunktionen givet ved forskriften

$$\vec{r}(t) = \begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -0{,}5 \cdot \sin(800\pi \cdot t) \\ 3 \cdot \cos(400\pi \cdot t) \end{pmatrix} \qquad t \in [0;0{,}005]$$

hvor t angives i sekunder, og x og y angives i millimeter.

a) Tegn grafen for vingespidsens bevægelse i et retvinklet koordinatsystem med inddelinger på akserne.

b) Bestem vingespidsens koordinater til tiden $t = 0$.

c) Bestem tiden t, hvor vingespidsen befinder sig i (0;0) første gang i perioden.

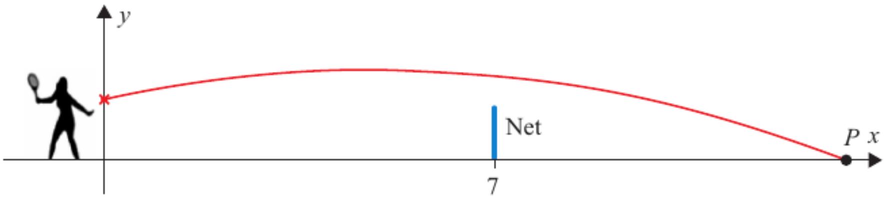
d) Bestem farten for vingespidsen til tiden $t = 0{,}00125$.

Opgave 6

Billedet viser to personer, der spiller tennis.

På figur 4 er tennisboldens banekurve indlagt i et koordinatsystem, fra slagets begyndelse til bolden rammer jorden på den anden side af nettet.

http://barcelona-home.com/events-and-guide/item/tennis-class-barcelona-cem-olimpia/



Figur 4

Tennisboldens banekurve er beskrevet ved følgende vektorfunktion

$$\vec{r}(t) = \begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 14{,}8t \\ -4{,}9t^2 + 3{,}3t + 1{,}1 \end{pmatrix}, \quad t \in [0; t_{\text{slut}}]$$

hvor tiden t måles i sekunder, afstande måles i meter, og t_{slut} er det tidspunkt, hvor tennisbolden rammer jorden.

a) Bestem t_{slut}.

Nedslagspunktet P er vist på figur 4.

b) Bestem koordinaterne til P.

c) Bestem den maksimale højde af slaget.

Nettet er placeret ved $x = 7$.

d) Bestem farten af tennisbolden i det øjeblik, den passerer over nettet.

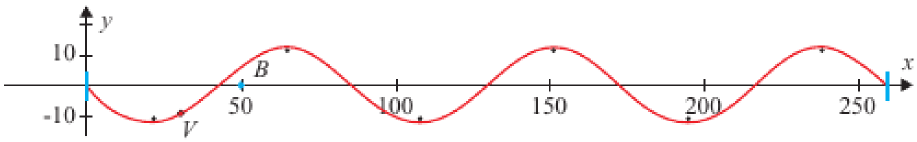
Opgave 4

På billedet ses en vandskiløber i gang med et slalomløb. Vandskiløberen bliver trukket af en speedbåd.

Vandskiløberens bane følger en del af kurven for vektorfunktionen

$$\vec{r}(t) = \begin{pmatrix} 15{,}24t \\ -12{,}4\sin(1{,}1088t) \end{pmatrix}$$

hvor tiden t måles i sekunder og længder måles i meter.
På figur 4 ses, hvordan et gennemløb består af præcis 3 svingninger. Speedbåden bevæger sig langs x-aksen, og $y = 0$, når slutporten passeres.



Figur 4

Slalombanen består af en startport ($x = 0$) og en slutport, der begge er markeret som blå linjestykker, samt 6 svingbøjer, som er markeret som sorte punkter. Vandskiløberen skal uden om svingbøjerne.

a) Bestem afstanden mellem start- og slutportene.

b) Bestem længden af accelerationsvektoren til $t = 1{,}4$.

Vandskiløberen løber gennem punkt V, som er markeret med rødt på figur 4, samtidig med, at båden befinder sig i punkt B, som er markeret med blåt på figur 4. Punkt B har koordinatsættet (50; 0). Vandskiløberen er forbundet til båden med en 18 meter lang udstrakt line.

c) Bestem koordinaterne til punkt V.

Formelsamling til vektorfunktioner

Jeres sidste opgave er, at skrive jeres egen formelsamling til vektorfunktioner.

I kan formelsamlingen fra matematikbogen her: https://mathtxa.systime.dk/?id=p386, og lade jer inspirere af den.

Det vigtigste er dog, **at I selv skriver det hele ind. Formlerne skal skrives i en formeleditor og teksten skal I også selv skrive. Ikke noget med at copy-paste eller tager screenshots.**

Pointen med denne opgave er, at I får set alle formlerne og får bearbejdet dem ved selv at skrive dem ind.