LINEÆRE FUNKTIONER

(Matematik grundforløb)

JACOB DEBEL

Created: 2019-08-29 Thu 10:38

(NYE) BEGREBER

(NYE) BEGREBER

- Funktion
- uafhængig variabel
- afhængig variabel
- Forskrift

FUNKTION

FUNKTION

- Beskrivelse af en sammenhæng mellem en afhængig og en uafhængig variabel.

FUNKTION

- Beskrivelse af en sammenhæng mellem en afhængig og en uafhængig variabel.
- $f(x) = a \cdot x + b$

UAFHÆNGIG VARIABEL

UAFHÆNGIG VARIABEL

- Typisk x

UAFHÆNGIG VARIABEL

- Typisk x
- "Kan man selv vælge værdien på"

UAFHÆNGIG VARIABEL

- Typisk x
- "Kan man selv vælge værdien på"
- Er på den vandrette akse (x-aksen) i et koordinatsystem.

AFHÆNGIG VARIABEL

AFHÆNGIG VARIABEL

- Før kendt som y

AFHÆNGIG VARIABEL

- Før kendt som y
- Nu kendt som $f(x)$

AFHÆNGIG VARIABEL

- Før kendt som y
- Nu kendt som $f(x)$
- Eller $g(x)$

AFHÆNGIG VARIABEL

- Før kendt som y
- Nu kendt som $f(x)$
- Eller $g(x)$
- Eller $h(x)$…

AFHÆNGIG VARIABEL

- Før kendt som y
- Nu kendt som $f(x)$
- Eller $g(x)$
- Eller $h(x)$...
- Hvad siger det inde i hovedet?

FORSKRIFT

FORSKRIFT

- Højre side af

$$f(x) = a \cdot x + b$$

FORSKRIFT

- Højre side af

$$f(x) = a \cdot x + b$$

- Men hvad med?

$$a \cdot x + b = f(x)$$

GRAFISK *AFBILDNING*

GRAFISK *AFBILDNING*

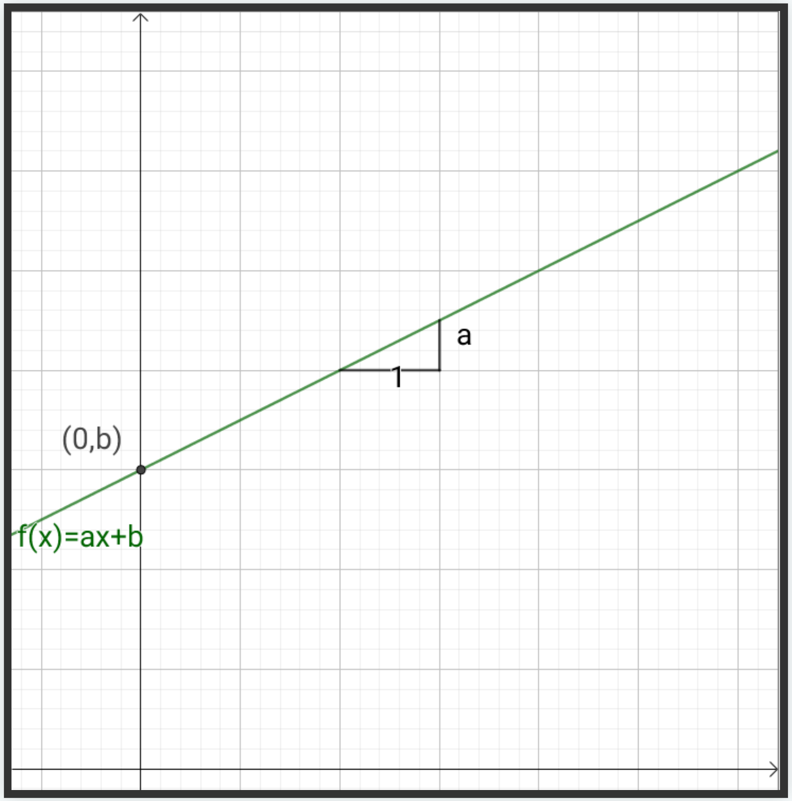
- Altså den tegnede graf.

GRAFISK *AFBILDNING*

- Altså den tegnede graf.
- Ret linje, som skærer y-aksen i $(0, b)$ og med hældningstal a

GRAFISK *AFBILDNING*

- Altså den tegnede graf.
- Ret linje, som skærer y-aksen i $(0, b)$ og med hældningstal a



BEREGNINGER MED FUNKTIONER

BEREGNING AF *FUNKTIONSVÆRDIER*

$$f(x) = -2 \cdot x + 5$$

BEREGNING AF *FUNKTIONSVÆRDIER*

$$f(x) = -2 \cdot x + 5$$

- Beregne funktionsværdien $f(2)$

BEREGNING AF *FUNKTIONSVÆRDIER*

$$f(x) = -2 \cdot x + 5$$

- Beregne funktionsværdien $f(2)$
  - Betyder $x = 2$

BEREGNING AF *FUNKTIONSVÆRDIER*

$$f(x) = -2 \cdot x + 5$$

- Beregne funktionsværdien $f(2)$
  - Betyder $x = 2$
  - Indsæt 2 alle steder, hvor der står x

BEREGNING AF *FUNKTIONSVÆRDIER*

$$f(x) = -2 \cdot x + 5$$

- Beregne funktionsværdien $f(2)$
  - Betyder $x = 2$
  - Indsæt 2 alle steder, hvor der står x
  - $f(2) = -2 \cdot 2 + 5 = 1$

BEREGNING AF *UAFHÆNGIG* VARIABEL

$$f(x) = -2 \cdot x + 5$$

BEREGNING AF *UAFHÆNGIG* VARIABEL

$$f(x) = -2 \cdot x + 5$$

- Beregn x, når $f(x) = 11$

BEREGNING AF *UAFHÆNGIG* VARIABEL

$$f(x) = -2 \cdot x + 5$$

- Beregn x, når $f(x) = 11$
  - løs ligningen $11 = -2 \cdot x + 5$

BEREGNING AF *UAFHÆNGIG* VARIABEL

$$f(x) = -2 \cdot x + 5$$

- Beregn x, når $f(x) = 11$
  - løs ligningen $11 = -2 \cdot x + 5$
  - $2x + 11 = 5$

BEREGNING AF *UAFHÆNGIG* VARIABEL

$$f(x) = -2 \cdot x + 5$$

- Beregn x, når $f(x) = 11$
  - løs ligningen $11 = -2 \cdot x + 5$
  - $2x + 11 = 5$
  - $2x = 5 - 11$

BEREGNING AF *UAFHÆNGIG* VARIABEL

$$f(x) = -2 \cdot x + 5$$

- Beregn x, når $f(x) = 11$
  - løs ligningen $11 = -2 \cdot x + 5$
  - $2x + 11 = 5$
  - $2x = 5 - 11$
  - $x = \frac{5 - 11}{2}$

BEREGNING AF *UAFHÆNGIG* VARIABEL

$$f(x) = -2 \cdot x + 5$$

- Beregn x, når $f(x) = 11$
  - løs ligningen $11 = -2 \cdot x + 5$
  - $2x + 11 = 5$
  - $2x = 5 - 11$
  - $x = \frac{5-11}{2}$
  - $x = -3$

DEN *KONSTANTE* FUNKTION

DEN *KONSTANTE* FUNKTION

DEN *KONSTANTE* FUNKTION

- $f(x) = k$

DEN *KONSTANTE* FUNKTION

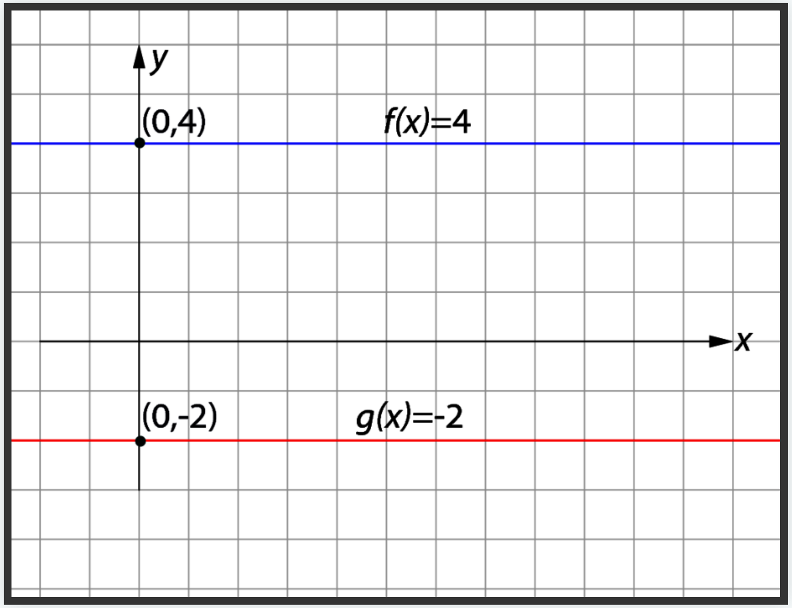
- $f(x) = k$
- eller $f(x) = b$

DEN *KONSTANTE* FUNKTION

- $f(x) = k$
- eller $f(x) = b$
- Hvilken værdi har a så?

DEN *KONSTANTE* FUNKTION

- $f(x) = k$
- eller $f(x) = b$
- Hvilken værdi har a så?



OPGAVE

OPGAVE 0.33

Det grafiske billede af en funktion $g(x)$ er en linje parallel med x -aksen.

Linjen går gennem punktet $A = (0,5)$.

a. Angiv en forskrift for $g(x)$.

Grafen for den lineære funktion $f(x)$ skærer y -aksen i punktet $(0, -2)$.
Graferne for $f(x)$ og $g(x)$ skærer hinanden i et punkt P, hvor $x = 6$.

b. Beregn koordinaterne til skæringspunktet.
c. Opstil en funktionsforskrift for $f(x)$.
d. Beregn værdierne af den uafhængige variabel x de steder, hvor den lodrette afstand mellem graferne for $g(x)$ og $f(x)$ er 3.

LINEÆR FUNKTION FRA ÉT KENDT PUNKT OG ET KENDT STIGNINGSTAL

FORMEL

Det kendte punkt hedder $P_0 = (x_0, y_0)$, og hældningstallet hedder stadig a.

Funktionen $f(x)$ findes da vha:

$$f(x) = a \cdot (x - x_0) + y_0\ .$$

FORMEL

Det kendte punkt hedder $P_0 = (x_0, y_0)$, og hældningstallet hedder stadig a.

Funktionen $f(x)$ findes da vha:

$$f(x) = a \cdot (x - x_0) + y_0 \,.$$

- a skal være et tal, ligesom det altid har skullet.

FORMEL

Det kendte punkt hedder $P_0 = (x_0, y_0)$, og hældningstallet hedder stadig a.

Funktionen $f(x)$ findes da vha:

$$f(x) = a \cdot (x - x_0) + y_0 \,.$$

- a skal være et tal, ligesom det altid har skullet.
- x_0 og y_0 skal også være tal.

FORMEL

Det kendte punkt hedder $P_0 = (x_0, y_0)$, og hældningstallet hedder stadig a.

Funktionen $f(x)$ findes da vha:

$$f(x) = a \cdot (x - x_0) + y_0 \,.$$

- a skal være et tal, ligesom det altid har skullet.
- x_0 og y_0 skal også være tal.
- x er den *uafhængige* variabel, mens x_0 er et tal. (Forvirret?)

EKSEMPEL

$$P_0 = (x_0\,, y_0) = (\mathbf{2}, -\mathbf{3}) \text{ og } a = -\mathbf{2}$$

EKSEMPEL

$P_0 = (x_0, y_0) = (2, -3)$ og $a = -2$

- $f(x) = a \cdot (x - x_0) + y_0$

EKSEMPEL

$$P_0 = (x_0, y_0) = (2, -3) \text{ og } a = -2$$

- $f(x) = a \cdot (x - x_0) + y_0$
- $f(x) = -2 \cdot (x - 2) + (-3)$

EKSEMPEL

$$P_0 = (x_0, y_0) = (2, -3) \text{ og } a = -2$$

- $f(x) = a \cdot (x - x_0) + y_0$
- $f(x) = -2 \cdot (x - 2) + (-3)$
- $f(x) = -2x + 4 - 3$

EKSEMPEL

$$P_0 = (x_0, y_0) = (2, -3) \text{ og } a = -2$$

- $f(x) = a \cdot (x - x_0) + y_0$
- $f(x) = -2 \cdot (x - 2) + (-3)$
- $f(x) = -2x + 4 - 3$
- $f(x) = -2x + 1$

OPGAVE

OPGAVE 0.37 ID

En lineær funktion har forskriften:

$f(x) = 3 \cdot (x-5) + 7$

a. Angiv stigningstallet.
b. Omskriv funktionen til formen $f(x) = a \cdot x + b$.

RODEN I EN FØRSTEGRADSFUNKTION

AKA SKÆRING MED X-AKSEN

AKA SKÆRING MED X-AKSEN

- x-aksen ligger der, hvor $y = 0$.

AKA SKÆRING MED X-AKSEN

- x-aksen ligger der, hvor $y = 0$.
- Derfor $f(x) = 0$

AKA SKÆRING MED X-AKSEN

- x-aksen ligger der, hvor $y = 0$.
- Derfor $f(x) = 0$
- $f(x) = ax + b$

AKA SKÆRING MED X-AKSEN

- x-aksen ligger der, hvor $y = 0$.
- Derfor $f(x) = 0$
- $f(x) = ax + b$
- $ax + b = 0$

AKA SKÆRING MED X-AKSEN

- x-aksen ligger der, hvor $y = 0$.
- Derfor $f(x) = 0$
- $f(x) = ax + b$
- $ax + b = 0$
- Isolér x

AKA SKÆRING MED X-AKSEN

- x-aksen ligger der, hvor $y = 0$.
- Derfor $f(x) = 0$
- $f(x) = ax + b$
- $ax + b = 0$
- Isolér x
- $ax = -b$

AKA SKÆRING MED X-AKSEN

- x-aksen ligger der, hvor $y = 0$.
- Derfor $f(x) = 0$
- $f(x) = ax + b$
- $ax + b = 0$
- Isolér x
- $ax = -b$
- $x = -\frac{b}{a}$

EKSEMPEL

Find roden (skæring med x-aksen) for

$$f(x) = 3x - 15$$

EKSEMPEL

Find roden (skæring med x-aksen) for

$$f(x) = 3x - 15$$

- $f(x) = 0$

EKSEMPEL

Find roden (skæring med x-aksen) for

$$f(x) = 3x - 15$$

- $f(x) = 0$
- $3x - 15 = 0$

EKSEMPEL

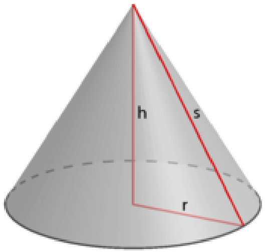
Find roden (skæring med x-aksen) for

$$f(x) = 3x - 15$$

- $f(x) = 0$
- $3x - 15 = 0$
- $x = \frac{15}{3} = 5$

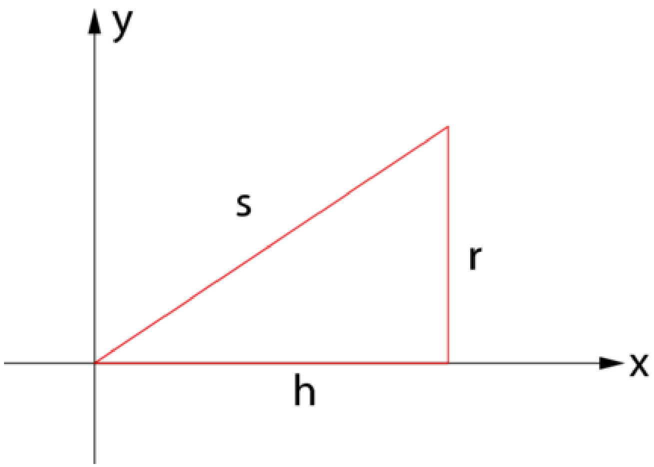
OPGAVE

OPGAVE 0.34



På figuren herover ses en *kegle*. Linjestykket med betegnelsen s kaldes en *frembringer*.

h er keglens højde, og r er radius i grundfladen.



På figuren herover ses keglens højde, radius og frembringer anbragt i et koordinatsystem med keglespidsen i (0,0).

Højden h er sammenfaldende med x-aksen.

Keglens grundflade-radius r er parallel med y-aksen.

a. Opstil en funktionsforskrift for frembringeren, s.

I en given kegle er radius i grundfladen $r = 5$ og højden $h = 13$

b. Anvend funktionsforskriften fra a) til at beregne keglens *diameter* det sted hvor $x = 7$.

c. I hvilken højde over keglens grundflade er diameteren $d = 3.7$?

OPGAVE

OPGAVE 0.36

På billedet ses en ukrudts-brænder påmonteret en gasflaske.

Gasflasken indeholder 600 mL flydende gas.

Ved afbrænding af ukrudt kan man regne med, at udstrømningen af gas er konstant de første 20 min., hvor der i alt afbrændes $\frac{1}{3}$ af flaskens indhold.

a. Hvor mange mL gas strømmer der ud af gasflasken de første 20 minutter?

b. Opstil en funktionsforskrift kaldet $V(t)$, der beskriver mængden af gas i gasflasken som funktion af tiden t målt i minutter.

c. Hvad er værdien $V(7)$ *et udtryk for*?

d. Hvad finder man ved at løse ligningen $475 = V(t)$?