

# CKM и PMNS как геометрические следствия Zero-Field Spectral Cosmology (ZFSC)

Евгений Монахов  
VOSCOM ONLINE Research Initiative

8 сентября 2025

## Аннотация

Мы показываем, что в рамках ZFSC смешивание поколений кварков и лептонов (матрицы CKM и PMNS) возникает как чисто геометрический эффект из одной базовой эрмитовой матрицы  $H$ , представляющей дискретный слой связности “луковичной” матрицы реальности. Разные физические сектора  $(u, d, \ell, \nu)$  получаются действием на  $H$  различающихся геометрических преобразований (граничные условия, твисты, перестановки, локальные деформации), после чего диагонализация секторных матриц порождает собственные векторы  $U_s$  и массы как устойчивые “плато” собственных значений. Мы выводим:

$$V_{\text{CKM}} = U_u^\dagger U_d, \quad U_{\text{PMNS}} = U_\ell^\dagger U_\nu,$$

обосновываем малость смешивания кварков (близость  $T_u$  и  $T_d$ ) и большие углы у нейтрино (сильное отличие  $T_\ell$  и  $T_\nu$ ), а также даём пертурбативные формулы для углов, фаз и инварианта Ярлскаго через элементы возмущения  $\delta H$ . Показаны тестируемые предсказания и численная процедура подбора параметров  $(\Delta, r; g_L, g_R; h_1, h_2, h_3)$ .

## Введение

ZFSC постулирует фундаментальный уровень  $S \rightarrow 0$ , где Вселенная задаётся чистым вероятностным полем амплитуд и дискретной матричной структурой связности. На фиксированном слое задаётся базовая эрмитова матрица  $H = H^\dagger$ , чьи спектральные плато соответствуют наблюдаемым иерархиям масс. Физические сектора  $(u, d, \ell, \nu)$  индуцируются геометрическими преобразованиями  $T_s$  над  $H$ , после чего смешивание есть относительная ориентация собственных баз этих секторных матриц.

## 1 Базовая матрица и секторные преобразования

Пусть  $H(\Delta, r; g_L, g_R; \mathbf{h}) \in \mathbb{C}^{N \times N}$  — эрмитова, где параметры  $(\Delta, r)$  кодируют мезомасштабную дискретную геометрию,  $g_L, g_R$  — асимметрии левых/правых связностей, а  $\mathbf{h} = (h_1, h_2, h_3)$  — локальные деформации/твисты.

Определим секторные матрицы

$$H_s \equiv T_s[H], \quad s \in \{u, d, \ell, \nu\}, \quad (1)$$

где  $T_s$  — геометрические операции над графом/решёткой:

- граничные условия (Dirichlet/Neumann/mixed),
- перестановки узлов и перетасовки подрешёток,
- локальные твисты (анизотропные повороты фаз вдоль циклов),
- слабые деформации весов рёбер.

Важно:  $T_s$  не обязаны быть унитарными сопряжениями одного и того же оператора; обычно  $H_s = W_s^\dagger H W_s + \varepsilon_s D_s$ , где  $W_s$  — унитарная геометрия (перестановка/фазовый твист), а  $D_s = D_s^\dagger$  — малые диагональные/локальные деформации.

## 2 Массы как плато собственных значений

Диагонализация

$$H_s = U_s \Lambda_s U_s^\dagger, \quad \Lambda_s = \text{diag}(\lambda_{s,1} \leq \lambda_{s,2} \leq \dots), \quad (2)$$

даёт собственные значения  $\lambda_{s,i}$ , среди которых устойчивые *плато* интерпретируются как три поколения. Массы сектора  $s$ :

$$m_{s,i} = \alpha_s \lambda_{s,i}^{(+)} \quad (i = 1, 2, 3), \quad (3)$$

где  $\lambda^{(+)}$  — первые три положительных устойчивых значения,  $\alpha_s$  — секторный масштаб (перевод единиц/нормировка). Нулевая мода  $\approx 0$  трактуется как безмассовый бозон (кандидат на гравитон), отрицательная — как тахионный индикатор неустойчивости слоя.

## 3 Смешивание как относительная ориентация собственных баз

Определения:

$$V_{\text{CKM}} = U_u^\dagger U_d, \quad U_{\text{PMNS}} = U_\ell^\dagger U_\nu. \quad (4)$$

Если  $T_d$  мало отличается от  $T_u$ , то  $U_d \approx U_u$  и  $V_{\text{CKM}} \approx \mathbb{I}$  (малые углы). Если же  $T_\nu$  сильно отличается от  $T_\ell$ , то  $U_\nu$  существенно повернута относительно  $U_\ell$  (большие углы PMNS).

## 4 Пертурбативный вывод малых углов СКМ

Пусть

$$H_d = H_u + \delta H, \quad \|\delta H\| \ll \min_{i \neq j} |\lambda_{u,j} - \lambda_{u,i}|. \quad (5)$$

Пусть  $H_u = U_u \Lambda_u U_u^\dagger$ , и перейдём в базис  $U_u$ :  $\widetilde{\delta H} \equiv U_u^\dagger \delta H U_u$ . Для собственных векторов известна формула первого порядка (невырожденные уровни):

$$K_{ij} \equiv (U_u^\dagger U_d - \mathbb{I})_{ij} \simeq \frac{\widetilde{\delta H}_{ij}}{\lambda_{u,j} - \lambda_{u,i}}, \quad i \neq j, \quad K_{ii} = 0, \quad (6)$$

где  $K = -K^\dagger$  (антиэрмитова генерация поворота). Тогда

$$V_{\text{СКМ}} = U_u^\dagger U_d \simeq e^{-K} \simeq \mathbb{I} - K + \mathcal{O}(\delta H^2). \quad (7)$$

Следовательно,

$$\theta_{ij}^{(q)} \simeq \frac{|\widetilde{\delta H_{ij}}|}{|\lambda_{u,j} - \lambda_{u,i}|}, \quad \delta_{\text{СКМ}} \text{ задаётся аргументами компонент } K_{ij}. \quad (8)$$

Инвариант Ярлскога в первом ненулевом порядке:

$$J_{\text{СКМ}} \simeq \text{Im}(K_{12}K_{23}K_{13}^*) + \mathcal{O}(\delta H^4). \quad (9)$$

Итого, *малость углов* естественна при маленьких  $\|\delta H\|$  или больших спектральных зазорах  $|\lambda_{u,j} - \lambda_{u,i}|$ .

## 5 Непертурбативно большие углы PMNS

Для лептонов предполагаем, что  $T_\nu$  существенно отличается от  $T_\ell$  (другие граничные условия/твисты, возможно, топологически иные циклы), так что пертурбативная схема неприменима. Тогда

$$U_{\text{PMNS}} = U_\ell^\dagger U_\nu, \quad \text{с большими углами } \theta_{ij}^{(\ell)} \sim \mathcal{O}(1). \quad (10)$$

Численно это реализуется, когда:

- спектры  $\Lambda_\ell$  и  $\Lambda_\nu$  образуют близкие плато (масс-иерархии согласованы),
- но собственные векторы  $U_\ell$  и  $U_\nu$  *разнонаправлены* из-за твистов/перестановок подрешёток.

Связанная диагностическая величина — норма коммутатора:

$$\Xi_{s,t} \equiv \frac{\|[H_s, H_t]\|_{\text{F}}}{\|H_s\|_{\text{F}}\|H_t\|_{\text{F}}} \Rightarrow \Xi_{u,d} \ll 1 \text{ (кварки)}, \quad \Xi_{\ell,\nu} \sim \mathcal{O}(1) \text{ (нейтрино)}. \quad (11)$$

Эмпирически большие  $\Xi$  коррелируют с большими смешиваниями.

## 6 Связь смешивания с иерархиями масс

ZFSC предсказывает, что углы смешивания контролируются *и* нормой возмущения геометрии, *и* спектральными зазорами на плато:

$$\theta_{ij} \approx f\left(\frac{\|\delta H\|_{\text{эфф}}}{|\lambda_j - \lambda_i|}\right), \quad (12)$$

где  $f(x) \simeq x$  при  $x \ll 1$  и  $f$  насыщается при  $x \gtrsim 1$  (что ведёт к большим углам у нейтрино при близких плато и больших твистах).

## 7 CP-фаза и инварианты

Определим джарлского инвариант через коммутатор масс-операторов:

$$\mathcal{J}(H_a, H_b) \equiv \frac{1}{2i} \frac{\det([H_a, H_b])}{\prod_{i < j} (\lambda_{a,j} - \lambda_{a,i}) \prod_{k < l} (\lambda_{b,l} - \lambda_{b,k})}. \quad (13)$$

Для пар  $(H_u, H_d)$  и  $(H_\ell, H_\nu)$  он пропорционален стандартным  $J_{\text{СКМ}}$ ,  $J_{\text{PMNS}}$ , и не меняется при унитарных перенумерациях баз. Таким образом, *геометрия твистов* фиксирует и величину CP-нарушения.

## 8 Численная процедура подбора

### Вход

- Размер  $N$  и параметры  $H(\Delta, r; g_L, g_R; \mathbf{h})$ .
- Наборы преобразований  $T_s$  (границы, перестановки, твисты, деформации).

### Шаги

1. Сгенерировать  $H$  и  $H_s = T_s[H]$  для  $s \in \{u, d, \ell, \nu\}$ .
2. Диагонализировать  $H_s = U_s \Lambda_s U_s^\dagger$ .
3. Выбрать три устойчивых положительных собственных значения в каждом секторе  $\Rightarrow$  массы  $m_{s,i} = \alpha_s \lambda_{s,i}^{(+)}$ .
4. Построить  $V_{\text{СКМ}} = U_u^\dagger U_d$  и  $U_{\text{PMNS}} = U_\ell^\dagger U_\nu$ , извлечь углы, фазы, инварианты.
5. Минимизировать функционал

$$\chi^2 = \sum_{s,i} \frac{(m_{s,i}^{(\text{model})} - m_{s,i}^{(\text{exp})})^2}{\sigma_{s,i}^2} + \sum_{\text{angles}} \frac{(\theta^{(\text{model})} - \theta^{(\text{exp})})^2}{\sigma^2} + \sum_{\text{CP}} \frac{(\delta^{(\text{model})} - \delta^{(\text{exp})})^2}{\sigma^2}.$$

## 9 Предсказания ZFSC для феноменологии

- **Малость СКМ** объясняется  $\Xi_{u,d} \ll 1$  (почти совпадающие геометрии  $T_u, T_d$ ).
- **Большие углы PMNS** требуют  $\Xi_{\ell,\nu} \sim 1$  (сильный твист/перестановка  $T_\nu$  относительно  $T_\ell$ ).
- **Корреляции масс и смешивания:** при сжатии плато (уменьшении спектральных зазоров) углы растут даже при фиксированной норме твиста.
- **CP-фазы:** знак и величина  $\delta$  коррелируют с ориентацией комплексных фаз в  $T_s$  и знаком детерминанта коммутатора  $[H_a, H_b]$ .
- **Нулевая/отрицательная мода:** качественно ограничивают допустимые деформации: при переходе через нуль возможны фазовые “переключения” структуры смешивания.

## 10 Минимальная “геометрия” для воспроизведения данных

На практике достаточно:

1. Взять  $T_u = \text{id}$ ,  $T_d = \text{id} + \text{слабый диагональный сдвиг на подрешётке (даёт СКМ } \approx \mathbb{I})$ .
2. В лептонном секторе задать  $T_\ell = \text{id}$ , а  $T_\nu = (\text{перестановка блоков}) \circ (\text{фазовый твист на нескольких независимых циклах}) \circ (\text{слабая локальная деформация})$ , что приводит к большим углам и допускает ненулевую  $\delta_{\text{PMNS}}$ .

## 11 Как это снимает эффект “подгонки”

Введя *единую* базовую матрицу  $H$  с малыми и счётными геометрическими степенями свободы  $T_s$ , мы одновременно описываем (i) плато масс в каждом секторе, (ii) структуру смешивания между секторами. Это резко сокращает число независимых параметров по сравнению со свободным вводом Юкавы/матриц масс в стандартной феноменологии.

## 12 Дорожная карта вычислений

1. **Стабилизация плато:** скан по  $(\Delta, r)$  для нахождения устойчивых троек  $\lambda_{s,1\dots 3}^{(+)}$ ; проверка робастности к шумам/деформациям.
2. **СКМ:** пертурбативный фит  $\delta H$  над  $H_u$  для малых углов; валидация формулы  $K_{ij} = \widetilde{\delta H_{ij}}/(\lambda_j - \lambda_i)$ .
3. **PMNS:** непертурбативный поиск классов  $T_\nu$  (минимум независимых циклов твиста), обеспечивающих  $(\theta_{12}, \theta_{23}, \theta_{13})$  и  $\delta$ .
4. **Инварианты:** вычисление  $\Xi_{s,t}$  и  $\mathcal{J}(H_s, H_t)$  как диагностик смешивания и CP-нарушения.
5. **Прогнозы:** корреляции  $\{\theta_{ij}\}$  с отношениями масс в пределах плато, предсказания для суммарной массы нейтрино и знака  $\delta_{\text{PMNS}}$ .

## Заключение

СКМ и PMNS в ZFSC следуют из одной матричной базы  $H$  и различий геометрии секторных преобразований  $T_s$ . Малое смешивание кварков и большие углы у нейтрино возникают естественно как следствия малости/большойности норм коммутаторов и относительных твистов собственных баз. Пертурбативные формулы фиксируют связь углов с возмущением  $\delta H$  и спектральными зазорами плато, а инварианты коммутаторов обеспечивают базонезависимую диагностику CP-фаз. Это делает ZFSC предсказательной и проверяемой на уровне масс и смешивания одновременно.

**Код/данные.** Численные эксперименты можно реализовать в текущем прототипе `zfsc_predictor.py`: добавить генерацию  $T_s$  (перестановки/твисты), сбор  $\Xi_{s,t}$ , и модуль для извлечения углов/фаз из  $U_u^\dagger U_d$  и  $U_\ell^\dagger U_\nu$ .