



UNIVERSITÀ
degli STUDI
di CATANIA

Dipartimento
di Fisica
e Astronomia
"Ettore Majorana"



ASTROFISICA

A CURA DI PEPPINO SALUMIERI

ANNO 2024

Indice

1	Introduzione	9
1.1	Fisica vs astrofisica	9
1.2	Scopi dell'astrofisica	9
1.3	Tempo astronomico	10
1.4	Coordinate astronomiche	11
2	La radiazione elettromagnetica	15
2.1	Grandezze utilizzate	15
2.2	Tecniche astronomiche: fotometria	18
3	Telescopi	21
3.1	Come funziona un telescopio	21
3.1.1	Proprietà di un telescopio	22
3.2	I problemi dei telescopi	26
3.2.1	Problemi dei rifrattori	26
3.2.2	I problemi dei riflettori	27
3.3	Le varie tipologie di telescopi	28
3.3.1	Come è realizzato un telescopio	32
3.3.2	Montature e proprietà del telescopio	33
3.3.3	Fuochi di un telescopio	36
3.3.4	Il processo di "coating"	38
3.3.5	Uso degli attuatori	38
3.3.6	Il ruolo dell'atmosfera nell'osservazione, il "seeing" e l'ottica adattiva	39
3.3.7	L'atmosfera come un prisma	42
3.3.8	Potere risolutivo di un telescopio	43
3.3.9	Radio telescopi	45
3.4	UV, infrarosso, X	46
3.5	I gamma	47
4	Fotometria	50
4.1	Perché è importante riconoscere i tipi di radiazione	50
4.2	Acquisizione dati in astrofisica	50
4.3	Imaging	54
4.4	Tecniche astronomiche: fotometria	55
4.4.1	Conoscenze note	55
4.5	Applicazione nello spettro solare	56
4.5.1	Filtri UBV	60
4.5.2	Ulteriori parametri ricavabili	63
4.6	Diagramma HR	64
4.6.1	Ulteriori sistemi fotometrici	65
4.6.2	Non solo stelle... applicazione alle galassie	66
4.7	Influenza del mezzo attraversato dalla radiazione	66
4.8	Il mezzo interstellare	71

5 Spettroscopia	75
5.1 Spettrografi	75
5.2 Trasporto radiativo	77
5.2.1 L'equazione del trasporto radiativo	77
5.2.2 Processi che modificano la radiazione	80
5.2.3 Risoluzione dell'equazione del trasporto radiativo	83
5.3 L'allargamento delle righe spettrali. Profilo del coefficiente di assorbimento	93
5.3.1 Allargamento naturale	93
5.3.2 Allargamento collisionale	95
5.3.3 Allargamento Doppler	98
5.3.4 Allargamento per pressione	101
5.4 L'origine e l'intensità delle righe spettrali	104
5.4.1 Legge di Boltzmann e legge di Saha	104
5.4.2 Coefficienti di Einstein	107
5.4.3 Classificazione degli spettri stellari in astronomia classica	109
5.4.4 Dipendenza dell'intensità delle righe spettrali dalle condizioni del plasma	111
5.4.5 Curve di crescita	118
5.5 L'opacità al continuo	119
5.5.1 I fenomeni più importanti	119
5.5.2 Polarizzazione. Parametri di Stokes	123
6 Atmosfere stellari	125
6.1 L'equazione del trasporto radiativo nel caso delle atmosfere stellari	125
6.1.1 Concetti preliminari	125
6.1.2 Atmosfera stellare. Modello di atmosfera grigia	127
6.1.3 L'oscuramento al bordo (limb darkening)	131
6.1.4 Modelli realistici di atmosfere stellari	134
6.1.5 Importanza dell'idrostatica	135
6.1.6 Informazioni aggiuntive	135
6.1.7 Struttura stellare	135
6.2 Equazioni di struttura stellare	136
6.2.1 Validità della simmetria sferica	137
6.2.2 Conservazione della massa: prima equazione di struttura stellare	137
6.2.3 Equilibrio idrostatico: seconda equazione di struttura stellare . .	137
6.2.4 Scala temporale di Kelvin-Helmholtz e terza equazione di struttura stellare	139
6.2.5 Convezione: quarta equazione di struttura stellare	141
6.2.6 Che tipo di energia? Fusione nucleare	144
6.2.7 Reazioni più frequenti	145
6.2.8 Risoluzione delle equazioni di struttura stellare	147
6.2.9 E se fosse tutto un'invenzione? I neutrini solari	147
6.3 Estensione del modello dal Sole alle altre stelle	148
6.3.1 Stelle di sequenza principale	148
6.3.2 Stelle di massa simile al Sole	149
6.3.3 Nane brune	150
6.3.4 Stelle con massa inferiore a 0.5 masse solari	150

6.3.5	Stelle di massa elevata, in particolare superiore a 1.5 masse solari	150
6.3.6	Classificazione sommaria delle stelle	151
6.4	Evoluzionestellare	152
6.4.1	Vita nella sequenza principale	153
6.4.2	Ancora sulla strutturastellare	153
6.4.3	Evoluzione di Post-sequenza principale	158
6.4.4	Stelle di massa superiore a 8 masse solari	165
6.4.5	Recap lezione precedente	165
6.5	Stelle che lasciano la sequenza principale	166
6.5.1	Stelle di piccola massa	168
6.6	Formazione elementi più pesanti del Fe	169
6.6.1	Cattura neutronica	169
6.7	Morte delle stelle di piccola massa	171
6.7.1	Nane bianche	171
6.7.2	Supernove di tipo 1	173
6.7.3	Supernova nella Nube di Magellano	177
6.7.4	Supernove come indicatori di distanze	179
6.8	Morte delle stelle di grande massa	180
6.8.1	Supernove di tipo 2	181
6.8.2	Raggi cosmici	183
6.8.3	Popolazioni stellari	183
6.8.4	Stelle di neutroni	184
6.8.5	Buchi neri	185
6.8.6	Recap fasi finali delle stelle	188
6.9	Nascita delle stelle	189
6.9.1	Mezzo interstellare	189
6.9.2	Collasso delle nubi interstellari	190
6.9.3	Evoluzione di pre-sequenza	197
6.9.4	Fasi del collasco	198
6.9.5	Star Forming Ring	199
7	Il Sole	200
7.1	Ora viremu	200
7.1.1	Nomenclatura e processi di formazione di una stella	200
7.1.2	Sistema planetario	200
7.1.3	Modelli planetari	201
7.1.4	Leggi di Keplero	201
7.2	Il Sole: struttura interna	202
7.3	Il Sole: struttura esterna	203
7.3.1	Granulazione	203
7.3.2	Macchie solari (Sunspots)	204
7.3.3	Effetti della rotazione differenziale	209
7.4	Atmosfera del Sole	211
7.4.1	Temperatura	211
7.5	Ripasso della lezione precedente	212
7.6	Teorema di Alfvén	214
7.7	Il sistema solare	216

8 Le galassie	219
8.1 Come si misurano le distanze in astronomia	219
8.2 La Via Lattea	221
8.3 La nostra galassia: finiamo il discorso della lezione precedente	226
8.4 Il nucleo della galassia	228
8.5 Le galassie	229
8.6 Nuclei Galattici Attivi e loro Classificazione	236
8.7 Modello Unificato	238
8.8 Espansione dell'universo	239
8.8.1 Legge di Hubble	239
8.8.2 Misura costante di Hubble	240
8.9 Storia dell'universo	242
8.10 Cosmic Background Radiation	244
8.11 Cosmologia Newtoniana	245

Guida alla lettura

I presenti appunti sono basati sulle lezioni del prof. Leone, ma sono stati tuttavia parecchio rivisitati integrando da vari libri. Si sconsiglia quindi di usarla come unica fonte.

In alcune parti si trovano dei paragrafi scritti tra due linee, così:

ESEMPIO DI CALCOLI ASTRO-MECCANICI

i quali sono degli approfondimenti, aggiunti da me per chiarire meglio i concetti.
Un immenso ringraziamento va a Marika Buccheri, che ha fornito parecchi chiarimenti.

1 Introduzione

1.1 Fisica vs astrofisica

L'astrofisica deve affrontare alcuni problemi che le altre branche della fisica non hanno. Mentre un fisico può andare in laboratorio e cambiare le condizioni a contorno del proprio campione, l'astrofisico non ha questa possibilità: egli deve dedurre le proprietà del proprio oggetto solo osservandolo. Questa differenza prevede delle ipotesi, cioè si suppone che le leggi della fisica che valgono sulla Terra valgano ovunque.

Ma tale ipotesi è vera? Per esempio abbiamo applicato la gravità di Newton per secoli, ma quando l'abbiamo applicata all'orbita di Mercurio si è visto che non era valida perché ha deformazioni relativistiche.

Da tale esempio deduciamo che quando facciamo delle ipotesi per studiare un oggetto dell'esterno che stiamo osservando dobbiamo chiederci se tali ipotesi siano verosimili, e per ovviare a questo problema abbiamo detto che le leggi della fisica valgono ovunque. Tale supposizione permette di verificare la validità delle teorie.

Un altro problema è che si osservano oggetti che non cambiano nella generalità: se facciamo diverse foto del cielo esse risultano essere uguali, anche a distanza di parecchi anni.

Immaginiamo di guardare la fotografia di una famiglia: saremmo in grado di distinguere le persone anziane da quelle giovani, quelle di sesso maschile da quelle di sesso femminile ecc. Siamo in grado di farlo perché sappiamo tutto sulla fisiologia umana: abbiamo chiaro ad esempio il processo di invecchiamento, di evoluzione. Se ora guardassimo una foto dello spazio, cosa sapremmo dire?

Il problema dell'astrofisica è proprio questo: è come se si dovesse comprendere tutto quello che sappiamo sulla razza umana da una sola foto, cioè si tratta di decidere come funzionano le cose semplicemente guardando. In altre parole, dovremmo interpretare fenomeni che avvengono su tempi scala troppo lunghi rispetto alla vita umana.

In realtà il problema è ancora più complicato: l'informazione si trasferisce con una velocità finita, quindi l'informazione proveniente da un oggetto lontano necessita di più tempo e di conseguenza a noi l'oggetto appare più giovane. Se volessimo fare un analogo, è come se ci mostrassero una foto della nonna da bambina e da questa dovessimo dedurre che è la nonna.

La vera difficoltà dell'astrofisica è, dunque, mettere insieme tutte le informazioni e fare un quadro in evoluzione con oggetti diversi. Questo si fa studiando alcuni oggetti molto in dettaglio.

1.2 Scopi dell'astrofisica

- Come si evolvono stelle e pianeti?
- Esiste la vita fuori dal sistema solare?
- Di cosa è fatto l'universo?
- Cosa è successo all'inizio dell'universo?
- Come è fatto un buco nero?

- Cosa accade allo spazio-tempo quando oggetti cosmici collidono?

In questo corso tratteremo i seguenti argomenti

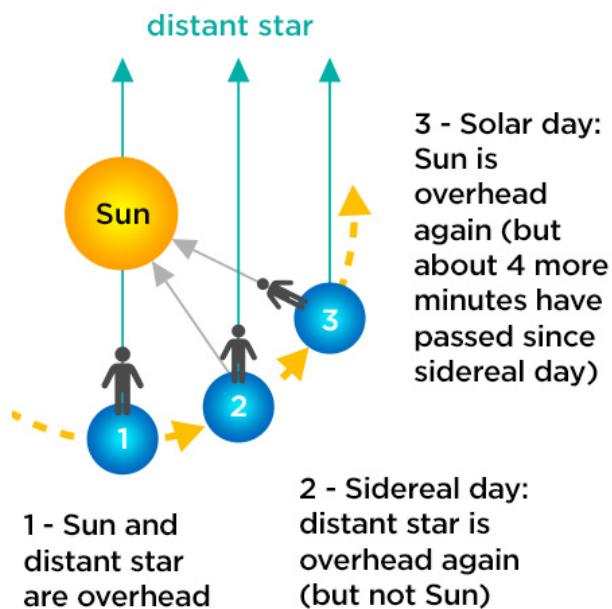
- Principi di diagnostica dei plasmi.
- Tecniche astrofisiche di raccolta dati.
- Stelle e mezzo interstellare.
- Il sole e il sistema solare.
- La nostra galassia.
- Cosmologia.

1.3 Tempo astronomico

L'astronomia nasce dall'osservazione del moto degli oggetti in cielo. Questo ha portato alla definizione di **tempo** e alla nascita degli attuali sistemi di riferimento. Il tempo è stato definito tramite il sorgere e il tramontare del sole per scandire le giornate. Questo ha portato alla nascita delle meridiane, uno dei primi strumenti per misurare oggettivamente il tempo.

La durata del **giorno solare** è stata definita come il tempo che il Sole impiega a rioccupare la stessa posizione relativamente alla Terra, ed è stato poi suddiviso in 24 ore.

Ciò vale per il Sole, ma non per le altre stelle: se osservassimo il moto di una stella attorno alla polare (l'asse passante per il polo), ci accorgeremmo che non impiega 24 ore, bensì 23 ore 56 minuti e 4.1 secondi; questa è la durata del **giorno siderale**.



Questo ha portato alla comprensione che era la Terra a girare intorno al Sole, e che la differenza fra giorno solare e siderale è dovuta all'orbita della Terra.

Analogamente è stato definito l'**anno sidereo** come il tempo che deve trascorrere affinché il sole rioccupi la stessa posizione rispetto alle stelle. Il Sole nel suo moto apparente passa attraverso alcune costellazioni chiamate costellazioni zodiacali. L'anno sidereo dura 365 giorni 6 ore 9 minuti e 9.54 secondi; per comodità si usa solo la parte intera e ogni quattro anni si aggiunge un giorno (anno bisestile).

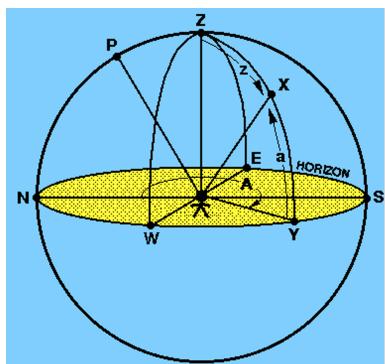
Gli astronomi preferiscono utilizzare le frazioni del giorno, cioè l'unità è rappresentata dal giorno, e come zero dell'asse dei tempi si è scelta la **data giuliana**, la quale è il numero di giorni trascorsi a partire dalle ore 12:00 nel meridiano di Greenwich dell'1 gennaio del 4713 a.C.. La data giuliana cambia a mezzogiorno, in modo tale che così non cambia la data durante la stessa notte di osservazione.

Osservando il cielo dell'emisfero boreale ci si è resi conto che l'altezza del Sole in estate è molto più alta che in inverno. Da ciò si è dedotto che l'asse di rotazione della Terra è inclinato rispetto all'orbita terrestre, e in conseguenza a ciò con il variare dell'altezza del Sole cambiano le stagioni. In particolare l'inclinazione dell'asse terrestre è di 23.45° .

1.4 Coordinate astronomiche

Per identificare le stelle in cielo sono state divise in costellazioni, le quali sono una appartenenza ad un gruppo di stelle legato alla visualizzazione di figure (Cefeo, Orsa Maggiore, Orione ecc...), tale metodo vale però per le stelle molto luminose e richiede una conoscenza molto generale.

È preferibile però identificare le stelle in un quadrante di cielo molto piccolo, in modo da identificare singolarmente ogni stella. Per fare ciò serve un sistema di riferimento. Il sistema di riferimento naturale è quello in cui il piano in cui ci troviamo diventa il nostro orizzonte, dove abbiamo le 4 direzioni Nord, Sud, Est ed Ovest; in tale sistema vi è inoltre un punto privilegiato chiamato **zenith**, posto sopra di noi. Gli oggetti appaiono sulla sfera celeste¹ e possiamo pensare di identificare la posizione di un oggetto tramite le coordinate sferiche (in particolare ci bastano gli angoli). Per convenzione, come direzione privilegiata si è scelto il cerchio massimo passante per lo zenith e la Polare, il quale è detto **meridiano principale**, che noi chiamiamo Sud (se guardiamo in direzione opposta alla polare sul cerchio massimo guardiamo il Sud, cioè dove culmina il Sole a mezzogiorno).



Definiamo le **coordinate altazimutali**:

- **Altezza:** distanza angolare dell'oggetto dall'orizzonte.
- **Azimut:** distanza angolare tra il meridiano passante per la stella e il meridiano principale.

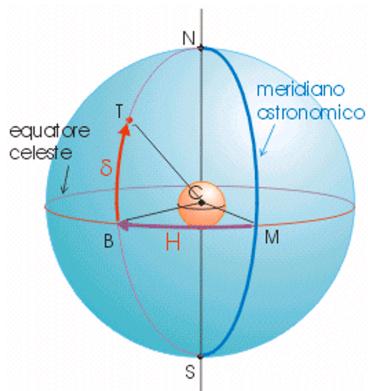
Possiamo definire analogamente la **distanza zenitale** come la distanza angolare dell'oggetto dallo zenith.

¹La sfera celeste è una sfera immaginaria, di raggio arbitrario e con al centro la Terra, sulla cui superficie si proiettano tutti gli astri. La sfera celeste non ha nessuna realtà fisica, è solo un'illusione dovuta al fatto che non siamo in grado di valutare visivamente la diversa distanza dei corpi celesti.

Il problema di questo sistema di riferimento è che esso cambia in base alla posizione dell'osservatore. Per esempio al polo Nord la polare ha una altezza di 90° , mentre all'equatore la polare si trova sull'orizzonte, per cui ha un'altezza di 0° .

Inoltre durante lo scorrere del tempo gli oggetti si muovono di 15 gradi all'ora, quindi azimut e altezza cambiano continuamente. Tale sistema è dunque inutilizzabile.

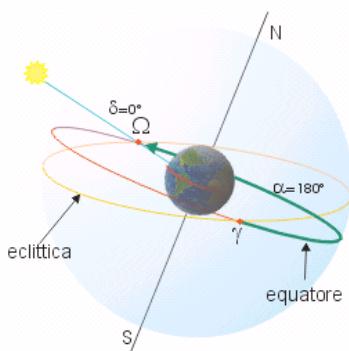
Per avere un sistema di riferimento comune, poniamo l'orizzonte coincidente con l'equatore rotazionale terrestre, che è comune a tutti, e definiamo un meridiano fondamentale. A questo punto chiamiamo **declinazione** l'altezza in angoli dell'oggetto sull'orizzonte; la chiamiamo così perché è una proprietà dell'oggetto, non più dell'osservatore. Siccome le stelle sono ferme (è la Terra che ruota), con una opportuna convenzione il nuovo azimut è un **angolo orario** H che cambierà con il ruotare della Terra, quindi dipenderà dall'ora del luogo.



Ad esempio, se una stella si trova sul meridiano di Greenwich, che per noi rappresenta il meridiano di riferimento, ha angolo orario 0; per noi che siamo a Catania ha angolo orario 1.

Se sappiamo dove siamo localizzati come time-zone possiamo conoscere l'angolo orario e puntare lo stesso oggetto: basterà sommare il fuso orario all'angolo orario. In questo modo l'angolo orario diventa una coordinata insieme alla declinazione tale da essere indipendente dal posto in cui si trova l'osservatore.

Tuttavia si ha ancora uno svantaggio: la Terra ruota intorno al Sole. Un sistema migliore sarebbe allora un sistema esterno ma ancora solidale con la Terra, dove l'angolo orario non sia legato a Greenwich. Potremmo ad esempio trovare un riferimento per conteggiare gli angoli legati alla posizione occupata dal Sole in un determinato periodo dell'anno.



Durante l'anno il Sole compie un moto apparente che porta a farlo apparire più in alto o più in basso rispetto all'orizzonte; ad un certo punto occuperà due punti chiamati **nodi**, i quali rappresentano l'intersezione del piano equatoriale con il piano orbitale². Il punto che occupa passando da declinazioni negative a declinazioni positive (ciò avviene in primavera) è detto punto γ , quello che occupa passando declinazioni positive a declinazioni negative è detto punto Ω (ciò avviene in autunno).

Si può allora pensare di dare alle stelle una coordinata rispetto ad un punto fisso nel cielo, che è il nodo. Chiamiamo dunque **ascensione retta** α l'angolo fra la posizione della stella e il punto γ nel piano equoriale. Essa diventa una misura oggettiva della posizione angolare, in quanto non dipende dal luogo e dall'orario.

²È chiaro che l'intersezione di due piani è una retta: la *linea dei nodi*. Per essere precisi i nodi sono l'intersezione tra l'orbita e un piano di riferimento, come ad esempio quello equoriale.

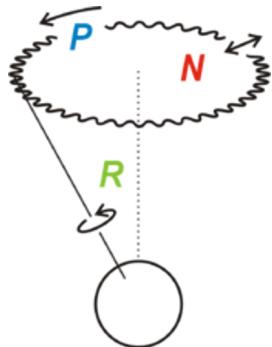
Dobbiamo sapere però come passare dalle coordinate equatoriali a quelle altazimutali. Abbiamo definito l'angolo orario come la distanza angolare rispetto al meridiano Greenwich, adesso ci chiediamo qual è l'angolo orario fra il punto γ e il meridiano di Greenwich. Si definisce pertanto il **tempo siderale ST** come l'ascensione retta degli oggetti che stanno al meridiano. Tramite questo l'angolo orario sarà dato

$$H = ST - \alpha$$

In questo modo risulta facile capire dove puntare il telescopio.

Tramite l'ascensione retta e la declinazione si possono creare delle mappe del cielo.

Tutto questo si basa sull'inclinazione dell'asse terrestre rispetto al piano orbitale che nelle considerazioni precedenti abbiamo supposto rimanere costante, ma non è così:



La Terra, similmente ad una trottola, compie un moto di precessione³. Il periodo di **precessione** dura 25772 anni, che è molto lungo rispetto ai tempi umani, per cui diventa un fattore incisivo solo se si vuole una grande precisione.

A questo effetto di precessione inoltre, si somma il movimento di **nutazione** dovuto alla presenza della Luna. A causa di questi effetti, l'asse di rotazione la Terra descrive la figura mostrata nell'immagine.

Il periodo di precessione è troppo lungo per essere ignorato? Numericamente si ha che

$$\frac{2\pi}{25772 \text{ yr}} = \frac{2\pi}{25772 \cdot 365.25 \text{ d}} = 6.67 \cdot 10^{-7} \text{ rad/day}$$

cioè le stelle si spostano ogni giorno di $6.67 \cdot 10^{-7}$ radianti.

In astronomia però radianti e gradi sono troppo grandi, si preferisce utilizzare delle unità di misura legate al tempo. In particolare si usano gli arcominuti ['] e gli arcosecondi [''].

$$1 \text{ arcmin} = \frac{1^\circ}{60} \quad 1 \text{ arcsec} = \frac{1'}{60} = \frac{1^\circ}{3600}$$

Convertiamo gli arcosecondi in radianti

$$1 \text{ arcsec} = \frac{1^\circ}{3600} = \frac{2\pi}{360 \cdot 3600} = 4.848137 \cdot 10^{-6} \text{ rad}$$

Quindi

$$1 \text{ rad} = 206264.8062''$$

Per dare una idea di quanto valga un arcosecondo, una stella a livello del mare è grande 5'', in montagna 2''**non sono sicuro sulla nota**⁴.

La precessione in arcosecondi è di 0.13'' al giorno. Ne segue che bisogna tener conto della precessione, altrimenti rischieremmo di sbagliare a puntare se volessimo osservare una stella più volte a distanza di tempo.

³La precessione è il cambiamento della direzione dell'asse di rotazione di un corpo in movimento rotatorio.

⁴Il motivo di questa differenza è dovuta alla rifrazione dell'atmosfera.

Un altro effetto di cui tenere conto è il fatto che l'atmosfera terrestre fa rifrangere la luce, quindi gli oggetti cambiano di posizione. In particolare la rifrazione dipende dalla distanza zenitale.

Esiste un sistema di riferimento internazionale centrato nel Sole e i cui tre assi sono definiti con gli oggetti più lontani che conosciamo (perché si suppone che più un oggetto è lontano meno lo vedremo muovere, cioè la distanza apparente è minore). Il sistema di riferimento è chiamato **International Celestial Reference System** (ICRS) è stato deciso dalla International Astronomical Union (IAU). Abbiamo cataloghi con migliaia di oggetti con le loro coordinate. Il database più grande si trova sul sito *simbad*.

2 La radiazione elettromagnetica

2.1 Grandezze utilizzate

Fin'ora abbiamo parlato di astronomia, studiando il cielo per scopi principalmente civili, senza applicare la fisica ai corpi celesti presi in considerazione.

Per comprendere la natura di un oggetto celeste, dobbiamo prima chiederci quali siano le proprietà del vettore che trasporta le uniche informazioni che abbiamo a disposizione su tale oggetto: la luce da esso emessa. Ci interroghiamo quindi sulla natura della radiazione elettromagnetica.

In questo studio, il parametro più importante è proprio il campo elettrico dell'onda perché

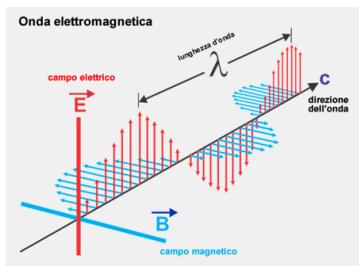
1. è facilmente misurabile (diversamente dal campo magnetico);
2. ci consente di studiare la sorgente che lo ha emesso, essendo la radiazione una variazione nello spazio di tale campo.

Sappiamo che in un'onda elettromagnetica il campo elettrico oscilla e riacquista lo stesso valore dopo una certa quantità di spazio che è detta **lunghezza d'onda** λ . La **frequenza** ν con cui oscilla è legata alla lunghezza d'onda secondo la relazione

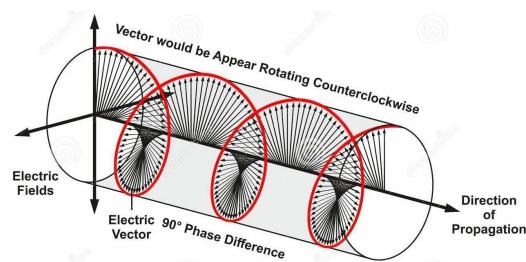
$$\nu = \lambda c$$

ed essendo la velocità della luce c una costante universale, possiamo considerare tali grandezze come equivalenti.

In che modo il campo elettrico di un'onda elettromagnetica può fornirci informazioni? Posizionando un sensore in un certo punto dello spazio, questo vedrà il campo variare in quel punto in diversi modi (sempre secondo una legge sinusoidale) a seconda della polarizzazione dell'onda: ad esempio, se la polarizzazione dell'onda è *lineare* (cioè, il vettore campo elettrico mantiene la sua direzione di propagazione costante nel tempo), il sensore vedrà oscillare il campo elettrico seguendo un moto armonico in un piano perpendicolare alla direzione di propagazione dell'onda, mentre se la polarizzazione è *circolare*, il vettore si muoverà di moto circolare uniforme nello stesso piano.



Polarizzazione lineare.



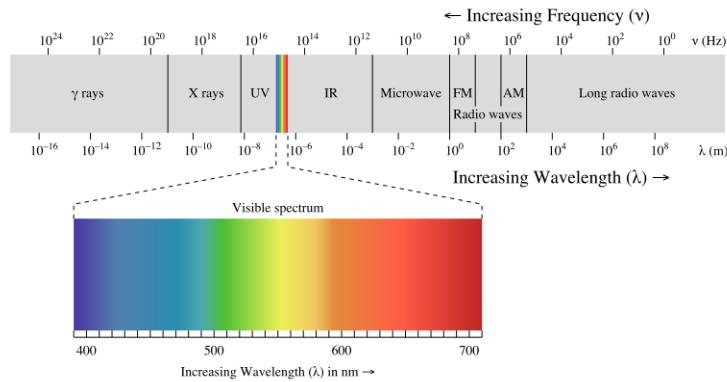
Polarizzazione circolare.

Il sensore interpreta queste variazioni e le converte in segnali attraverso opportuni processi.

Per frequenze nell'ordine di grandezza della luce visibile non esistono ancora sensori in grado di rilevare con precisione la fase della radiazione luminosa perché troppo piccola

(varia nell' o.d.g. di 10^{15} volte al secondo); è per questo motivo che nello studio di queste onde consideriamo solo i valori medi di tali grandezze, operando un integrale sulla parte temporale dell'equazione dell'onda ed osservando così le sole variazioni spaziali del campo elettrico.

La radiazione contiene informazioni sulla sorgente che l'ha prodotta, per cui in astrofisica si cerca di estrarre dalla radiazione la "firma" che la sorgente ha lasciato sulla radiazione. Essa prende un nome a seconda della lunghezza d'onda da essa posseduta. Nell'immagine seguente, sono riportate le tipologie di radiazioni principali e i relativi intervalli di lunghezza d'onda (e frequenza) entro cui ricadono:



Di tutto ciò che potrebbe essere potenzialmente emesso da una sorgente sotto forma di onda e.m., l'occhio umano vede solo quella parte che va dai 400 nm ai 700 nm, che prende il nome di *luce visibile*.

Vorremmo ora quantificare l'energia trasportata da ognuna delle singole lunghezze d'onda, ovvero l'energia associata ad una specifica radiazione. Tale analisi quantitativa fu condotta per la prima volta alla fine del 1700 da Sir William Herschel, astronomo che misurò il primo spettro solare della storia. Scomponendo, infatti, la luce solare in diversi colori attraverso l'uso di un prisma, Sir Herschel pose un termometro su ogni colore e ne misurò la temperatura (esprimente una forma di energia) in funzione della lunghezza d'onda del colore. Inoltre, posizionando un termometro *vicino* al colore rosso (ma non sulla parte di piano illuminata da esso), si accorse che anche questo si riscaldava e, quindi, intuì l'esistenza della radiazione "infrarossa" (intendendo un'onda con frequenza superiore a quella del rosso, non visibile all'occhio umano).

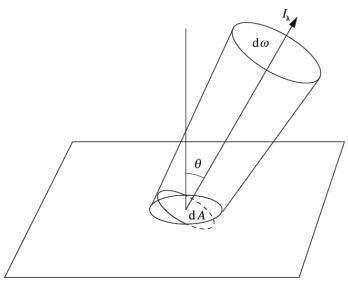


Fig. 4.1. The intensity I_λ of radiation is related to the energy passing through a surface element dA into a solid angle $d\omega$, in a direction θ

In astrofisica, per quantificare l'energia usiamo una grandezza detta **intensità specifica** per unità di lunghezza d'onda, ovvero la quantità di energia che attraversa una superficie infinitesima dA data quella particolare λ :

$$I_\lambda(\theta, \phi)d\lambda = \frac{dE_\lambda d\lambda}{dt dA \cos \theta d\omega} \quad (1)$$

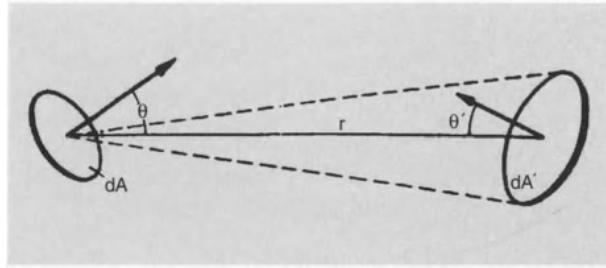
La precedente definizione d'intensità specifica normalizza l'energia nell'unità di tempo dt e tiene anche conto dell'orientamento della superficie rispetto alla direzione di

propagazione dell'onda incidente: quindi, non si normalizza tanto per l'area infinitesima dA , quanto per l'area proiettata lungo la direzione di propagazione dell'onda $dA \cos \theta$. Infine, è necessario anche tenere conto dell'estensione della superficie soggetta alla radiazione e, quindi, dell'angolo solido $d\omega$ con cui la sorgente puntiforme vede la superficie.

La definizione di intensità specifica può essere espressa anche in unità di frequenza:

$$I_\nu(\theta, \phi)d\nu = \frac{dE_\nu d\nu}{dt dA \cos \theta d\omega} \quad (2)$$

Una importante proprietà dell'intensità specifica afferma che questa grandezza *non dipende dalla distanza*. Consideriamo infatti due superfici dA e dA' molto distanti tra loro, e gli angoli θ e θ' con cui una superficie vede l'altra:



Essendo $dA \cos \theta$ e $dA' \cos \theta'$ le proiezioni di due superfici infinitesime sulla medesima direzione (quella individuata dalla congiungente), queste due quantità possono essere considerate uguali e, ricordando la definizione di angolo solido $d\omega$, si giunge alla conclusione che *l'intensità specifica della radiazione incidente su entrambe dA e dA' è la stessa*, cioè è indipendente dalle distanze e dipende solo dagli angoli con cui le due superfici si guardano.

Nota: ciò è vero solo se non sono presenti altre sorgenti o corpi assorbenti nello spazio compreso tra dA e dA' .

Questo significa che, ad esempio, l'intensità specifica della radiazione solare che emerge da una porzione di superficie del sole è la stessa di quella che arriva ad un telescopio sulla Terra che guarda quella stessa porzione di superficie. Inoltre spesso in astrofisica non si ha la percezione delle distanze: non riusciamo a capire se un oggetto è più o meno lontano, ecco perché è utile che non dipenda dalla distanza.

Quello che gli astronomi misurano nella pratica con i loro strumenti è la **luminosità** del corpo celeste, definita come la quantità di energia della radiazione incidente nell'unità di tempo:

$$L = \frac{dE}{dt} \quad (3)$$

Definiamo poi il **flusso** di una sorgente a distanza d come

$$F = \frac{L}{4\pi d^2} \quad (4)$$

che ci permette di legare la luminosità che misuriamo con i telescopi alla sorgente emettitrice.

Da tale relazione deduciamo che, approssimando le sorgenti ad oggetti puntiformi, il flusso dell'onda diminuisce nello spazio come fa la superficie di una sfera di raggio pari alla distanza d dalla sorgente.

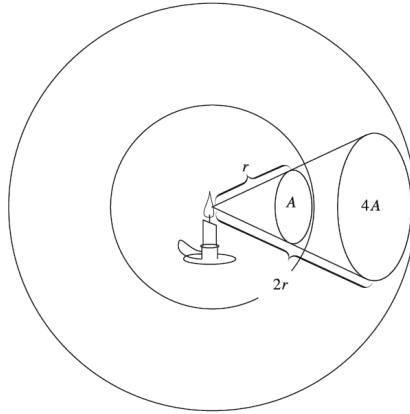


Fig. 4.3. An energy flux which at a distance r from a point source is distributed over an area A is spread over an area $4A$ at a distance $2r$. Thus the flux density decreases inversely proportional to the distance squared

Se le sorgenti piuttosto che essere puntiformi avessero delle dimensioni non trascurabili, la luminosità e il flusso diventerebbero funzioni delle coordinate del punto della sorgente preso in considerazione. Definiamo, infine, la **brillanza superficiale** di una sorgente estesa come la *somma* di tutti i possibili contributi al flusso dati dai vari punti della superficie della sorgente.

2.2 Tecniche astronomiche: fotometria

Il primo metodo di classificazione delle stelle fu la fotometria, introdotta da Ipparco nel 129 A.C., che immaginò di dividerle in 6 classi di magnitudini: le più brillanti le definì di *prima magnitudine*, mentre le meno brillanti all'occhio umano *di sesta magnitudine*. Pogson fu il primo però, nel 1856, a quantificare in maniera oggettiva il sistema di magnitudine di Ipparco. Egli osservò che una stella di prima magnitudine produceva 100 volte più luce di una stella di sesta magnitudine e che, dunque, la scala introdotta da Ipparco non era affatto lineare. Oggi sappiamo che il motivo risiede nel fatto che l'occhio umano non percepisce linearmente l'aumento di luminosità di una sorgente (cioè, non sempre in corrispondenza di una variazione del numero di fotoni emessi, noi riusciamo a percepire la stessa variazione di intensità).

Pogson stabilì che una differenza di 5 magnitudini tra due stelle corrispondesse esattamente al rapporto di 100:1 in brillanza e che, quindi, una magnitudine di differenza corrispondesse alla radice quinta di 100, cioè circa 2.5. Allora, la scala (adatta al sistema di Ipparco) da usare per esprimere la differenza in magnitudine tra due stelle è una scala logaritmica in base 10, che adotta come coefficiente 2.5 (corrispondente a quanto equivale una magnitudine in brillanza).

In generale, le magnitudini m_1 e m_2 di due stelle e i loro rispettivi flussi sono legati dalla relazione

$$m_1 - m_2 = -2.5 \log_{10} \left(\frac{F_1}{F_2} \right) \quad (5)$$

La magnitudine di Ipparco si può riportare al flusso (o alla brillanza) e viceversa (operando, quindi, una conversione) in relazione sempre ad una magnitudine di riferimento m_0 (a cui è associato un flusso F_0 di riferimento), secondo l'equazione:

$$m = m_0 - 2.5 \log_{10} \left(\frac{F}{F_0} \right) \quad (6)$$

Secondo la (6), più è piccola la magnitudine, più l'oggetto è luminoso rispetto all'altro. Nella scala di Ipparco, l'oggetto più luminoso visibile ad occhio nudo ha magnitudine zero ed è Vega. Poi, sempre tra quelli che vediamo ad occhio nudo, quello meno brillante ha magnitudine 6 *rispetto a Vega*. Essendo una scala logaritmica, è possibile anche introdurre valori negativi: il Sole, ad esempio, ha magnitudine -26 rispetto a Vega. Cosa vuol dire? Operando l'equazione (6):

$$-26 = 0 - 2.5 \log_{10} \left(\frac{F}{F_0} \right)$$

e quindi $F = 10^{10}$; ciò significa che la differenza di flusso tra Vega (oggetto a magnitudine zero) ed il Sole è di 10^{10} . Secondo questa scala, dunque, gli oggetti meno luminosi hanno magnitudine positiva e quello meno luminoso mai misurato possiede una magnitudine di $+30$, il che significa che per condurre misurazioni ci servono strumenti in grado di osservare range di brillantezza dell'ordine di 10^{22} .

Una magnitudine così definita dunque ci dice quanto è luminoso un oggetto rispetto ad un altro, ma non dice nulla sulla sua luminosità intrinseca, ed è detta per questo **magnitudine apparente**. Viene allora introdotta la **magnitudine assoluta**.

Ricordando che il flusso rende conto della diminuzione della luminosità in funzione della distanza secondo la legge

$$F = \frac{L}{4\pi d^2}$$

potremmo idealmente ricollocare tutti gli oggetti da confrontare alla medesima distanza e chiederci quale sia veramente il più luminoso (in senso assoluto). Ad esempio, il Sole è più luminoso rispetto a Vega, ma solo perché è più vicino alla Terra; se li collocassimo entrambi alla stessa distanza, quale dei due sarebbe ora il più luminoso?

La magnitudine assoluta viene allora definita come la magnitudine apparente di una sorgente posta ad una distanza di 10 Parsec (pc) dall'osservatore, dove $1 \text{ pc} = 3.086 \cdot 10^{16} \text{ m}$. Quindi, la definizione della magnitudine assoluta di una stella corrisponde concettualmente al riportare tutte le stelle alla stessa distanza che, per convenzione, si decide essere pari a 10 Parsec. Ad esempio il Sole, se posto a tale distanza, diventa una stella di magnitudine 4.85.

Dagli esempi appena visti possiamo iniziare a cercare di determinare la distanza delle stelle. Consideriamo ancora il Sole, che ha una magnitudine apparente di -26 e una assoluta di 4.85. Supponiamo di scoprire una stella che sia identica al Sole; in quanto tale penseremmo che abbia la stessa magnitudine assoluta del Sole, ma di questo stiamo misurando una magnitudine apparente di 5.85. Questa differenza tra la magnitudine apparente e quella assoluta sarebbe uguale a

$$5.85 - 4.85 = 2.5 \log_{10} \frac{d}{10}$$

dove d è la distanza dell'oggetto, divisa per 10 perché è la distanza a cui abbiamo collocato le stelle per definire la magnitudine assoluta. Tale differenza ci dà la distanza della stella, la quale prende il nome di **modulo della distanza**.

3 Telescopi

3.1 Come funziona un telescopio

Analizziamo ora le caratteristiche dello strumento che ci permette di misurare i fotoni (e, quindi, la luce) emessi da una stella che desideriamo studiare: il telescopio.

Il compito dei telescopi è quello di raccogliere la radiazione che arriva dallo spazio e riunirla in un unico punto. La storia ci dice che Galileo non inventò il telescopio, ma che comunque fu il primo ad utilizzarlo per condurre misure astronomiche.

Se decidessimo di graficare un istogramma del numero di fotoni che arrivano su un determinato telescopio in ogni intervallo di tempo, ci accorgeremmo subito che la statistica che domina questo fenomeno è la *statistica di Poisson*. Questa afferma che per N eventi indipendenti (in questo caso, l'arrivo di un fotone) in un dato intervallo di tempo, la probabilità di osservarne n è di

$$P_N(n) = \frac{N^n}{n!} e^{-N}$$

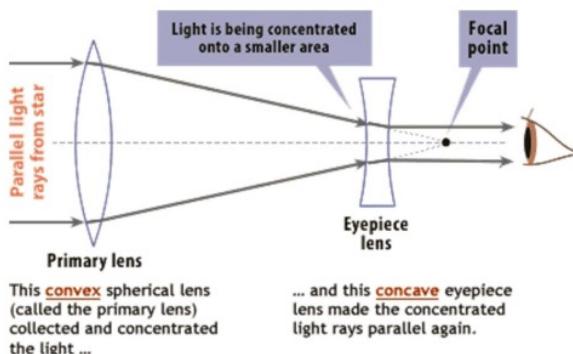
Allora, se N è il valore medio del numero di fotoni che sono arrivati sul nostro telescopio, l'errore su questo conteggio secondo Poisson è dato dalla radice quadrata della media: \sqrt{N} . L'errore relativo sarà, quindi,

$$\frac{\sqrt{N}}{N} = \frac{1}{\sqrt{N}}$$

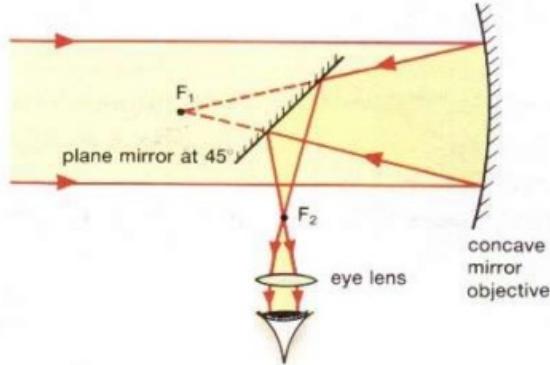
Gli astrofisici preferiscono comunque calcolare la qualità della misura come l'inverso dell'errore relativo, frazione che corrisponde al cosiddetto **rapporto segnale su rumore**:

$$\frac{\text{Signal}}{\text{Noise}} = \sqrt{N} \quad (7)$$

Il telescopio costruito da Galileo, detto **rifrattore**, si basava sull'utilizzo di due lenti di vetro: la *lente primaria*, convergente, aveva il compito di raccogliere i raggi del fronte d'onda piano incidente e convogliarli verso il fuoco, formando un'immagine puntiforme; la seconda lente, detta *oculare* e divergente, ritrasformava l'immagine puntiforme in un fronte d'onda piano che poteva essere visto dall'occhio. L'utilità della prima lente stava nel raccogliere molti più fotoni rispetto alla quantità di cui sarebbe stato capace l'occhio umano da solo. Veniva così amplificato il segnale di una stella.



Il telescopio proposto da Newton, detto **riflettore**, invece usava uno specchio ricurvo per convogliare i raggi di luce verso un secondo specchio, inclinato di 45 gradi rispetto alla focale, che li rifletteva tutti in un punto ben preciso.



In ogni caso, ciò che caratterizza un telescopio è il diametro D del suo specchio primario (o della sua lente primaria); infatti, il numero di fotoni N raccolti da un telescopio è proporzionale all'area di tale specchio e, quindi, a D^2 .

Allora, se il rapporto segnale/rumore è

$$\frac{\text{Signal}}{\text{Noise}} = \sqrt{N} \quad \text{e} \quad N \propto D^2$$

il rapporto segnale rumore risulterà proporzionale al diametro $\frac{\text{signal}}{\text{noise}} \propto D$. Per cui, raddoppiare il diametro significa ricevere il quadruplo dei fotoni e dunque raddoppiare la qualità della misura.

Alternativamente, se si vuole migliorare la qualità della misura avendo un diametro fisso, essendo il numero di fotoni N lineare nel tempo T_{exp} , si può pensare di esporre il telescopio più a lungo alla sorgente luminosa, aumentando il numero di fotoni così rivelati. Ovviamente, più è grande il diametro, meno tempo si impiegherà a raccogliere il numero N di fotoni desiderato.

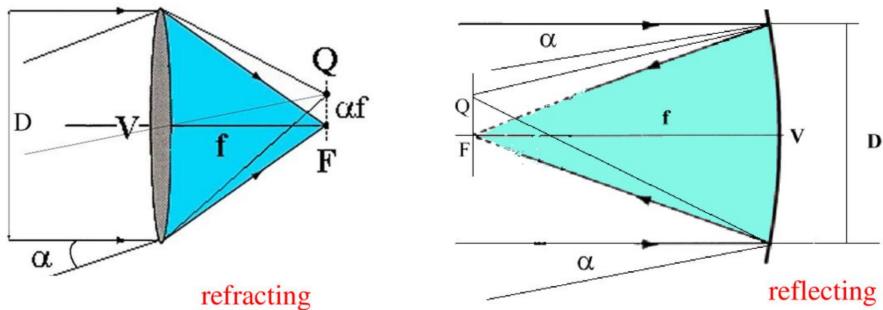
Facciamo un esempio numerico: il telescopio di Serra la Nave ha un diametro di 1 m, mentre i telescopi costruiti oggi hanno diametro di 8 m. Per rivelare lo stesso numero di fotoni che un telescopio di quest'ultimo tipo rivela in un minuto, quello di Serra la Nave dovrà essere esposto per 64 minuti, cioè circa un'ora.

3.1.1 Proprietà di un telescopio

Le caratteristiche di un sistema ottico utili per descrivere un telescopio sono:

- $D = 2R$ apertura;
- V vertice identificato dall'asse di simmetria, rispetto al quale si misurano anche angoli;
- f distanza focale, dove la radiazione viene raccolta;
- F fuoco;
- Q fuoco per α (vedi sotto);

- FQ piano focale;
- αf distanza dell'immagine.



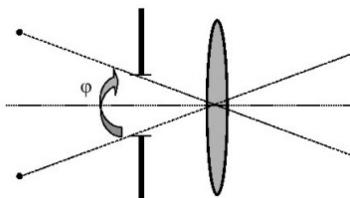
Il fuoco, in particolare, rappresenta il punto sull'asse ottico in cui tutti i raggi incidenti paralleli all'asse ottico vengono convogliati dalla lente o dallo specchio del telescopio. Nel caso in cui i raggi incidenti dell'oggetto osservato siano inclinati di un certo angolo α rispetto alla direzione dell'asse ottico, l'immagine si formerà in un punto Q (diverso dal fuoco) giacente sul cosiddetto **piano focale** e distante dal fuoco $f \sin \alpha \simeq f\alpha$. Quanto sarà grande il piano focale? Il fattore di scala di questo piano sarà dato da un radiante espresso in arcosecondi diviso la focale espressa in millimetri, cioè

$$\frac{206264.8062''}{f}$$

Quindi, ad esempio, se il telescopio ha una focale di 16 metri, una stella di ampiezza 1 arcosecondo sarà grande su questo telescopio 0.388 mm. **SI MA STA COSA NON HO IDEA DI COME ESCA**

Allora, se per il diametro del telescopio è facile affermare in generale che più grande è e meglio è, per la focale la grandezza va decisa in base alle misure che lo sperimentatore vuole condurre (di una singola stella come della luna), poiché cambierà il modo in cui gli oggetti verranno visualizzati.

Definiamo poi **campo di vista** la quantità di cielo che un telescopio può osservare contemporaneamente. Quantitativamente, è l'angolo φ che il "raggio principale" (cioè quel raggio che si propaga attraverso la lente senza essere rifratto) può sottendere data l'apertura dell'oculare da cui l'occhio osserva l'immagine. I telescopi moderni hanno un campo di vista nell'ordine degli arcominuti.



Vi è poi il **potere risolutivo**, che è l'abilità di un telescopio di separare due oggetti, ad esempio due stelle in cielo che distano l'una dall'altra di un certo angolo. L'an-

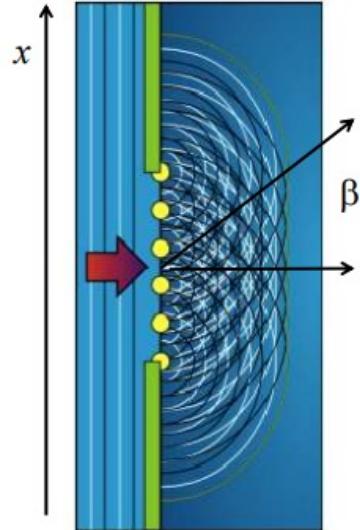
golo di distanza più piccolo a cui il telescopio riesce a distinguere due oggetti è detto **risoluzione angolare**.

Per capire cosa sia davvero il potere risolutivo analizziamo l'esperimento della doppia fenditura.

Quando una radiazione elettromagnetica incide sulla piccola fenditura che è l'apertura del telescopio, secondo il principio di Huygens, ogni punto della fenditura stessa diventa una nuova sorgente di fronte d'onda circolare. Questi fronti si sovrappongono, formando una nuova onda risultante che può essere descritta come la trasformata di Fourier del prodotto delle funzioni $E(x, t) = E_0 e^{i(kx - \omega t)}$, espressione dell'onda piana incidente, e la funzione di trasmissione del telescopio definita a tratti come $G(x) = 1$ se x individua un punto dentro l'apertura e $G(x) = 0$ altrimenti.

La quantità di luce in una direzione β è data dall'integrale

$$g(\beta) = \int_{-\infty}^{+\infty} E(x)G(x)e^{2\pi i(x/\lambda)\sin \beta} dx$$



Sostituendo la media temporale dell'onda incidente che è $E(x) = E_0 e^{2\pi i(x/\lambda)}$ otteniamo

$$g(\beta) = E_0 \int_{-\infty}^{+\infty} G(x)e^{2\pi i(x/\lambda)\sin \beta} dx$$

Questa nuova funzione ci darà il valore dell'onda in una qualunque direzione descritta dalla coordinata spaziale β o dalla coordinata angolare θ . Se scriviamo x in unità di lunghezza d'onda λ , e poniamo $\theta = \sin \beta$ otteniamo

$$g(\theta) = E_0 \int_{-\infty}^{+\infty} G(x)e^{2ix\pi\theta} dx$$

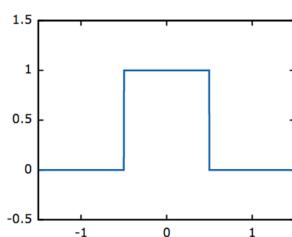
che è la trasformata di Fourier della trasmittanza $G(x)$. Svolgendo tale integrale si ottiene la funzione seno circolare

$$g(\theta) = E_0 \frac{\sin(\pi t)}{\pi t}$$

Mostriamo esplicitamente come si giunge a tale risultato.

Ricordiamo la funzione boxcar

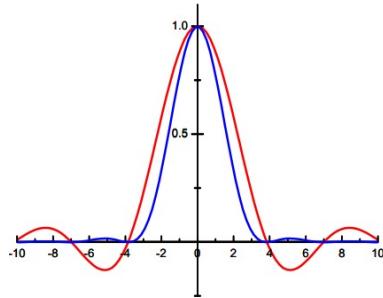
$$h(x) = \begin{cases} 1 & \text{per } -1 < x < 1 \\ 0 & \text{per } x \leq -1 \vee x \geq 1 \end{cases}$$



La trasformata di Fourier di tale funzione sarà

$$\begin{aligned}
H(t) &= \int_{-\infty}^{+\infty} h(x) e^{2\pi i t x} dx = \int_{-1}^1 e^{2\pi i t x} dx = \left[\frac{e^{2\pi i t x}}{2\pi i t} \right]_{-1}^1 = \\
&= \frac{1}{2\pi i t} [e^{2\pi i t} - e^{-2\pi i t}] = \frac{\sin(\pi t)}{\pi t}
\end{aligned}$$

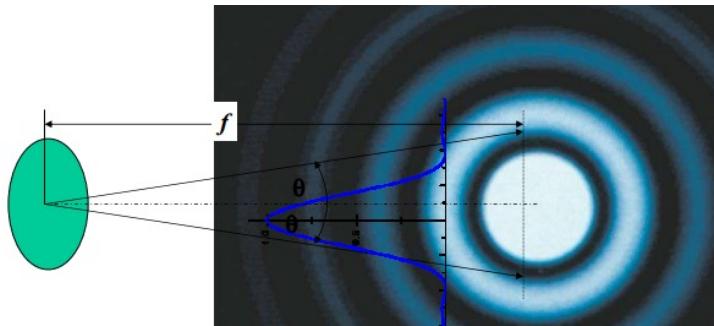
Se un'onda piana investe un telescopio, sul piano focale si osserverà tale figura:



Dove sulle ordinate abbiamo la luminosità e sulle ascisse la distanza **espressa in angoli??.**

Dal grafico deduciamo che al centro della fenditura ci sarà molta luce; allontanandoci da essa, la luce sarà meno intensa fino a che spunteranno altri picchi luminosi (anche questi meno intensi del picco principale) in corrispondenza di precisi punti.

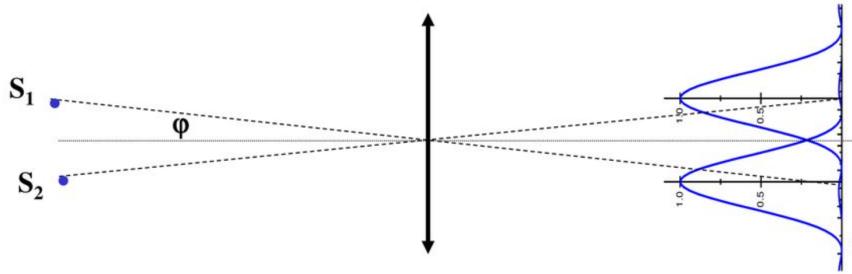
Considerando che l'apertura del telescopio non è una semplice striscia, ma presenta una forma circolare, l'immagine che si otterrà, detta **disco di Airy** e descritta dalla funzione di Bessel, è la seguente:



Si dimostra che il picco dello spettro (il centro, corrispondente alla parte più luminosa) viene collimato nel centro dell'apertura circolare del telescopio quanto più è grande il diametro D del telescopio stesso. Infatti, chiamando θ l'angolo di distanza tra i due centri (vedi figura sopra) si ha $\sin \theta = \frac{1.22\lambda}{D}$ per il primo picco. Più cresce D , più il seno tenderà a zero e, quindi, più θ sarà approssimabile a zero (sovraposizione). Per cui, più un telescopio è grande, più ci aspettiamo che la larghezza dello spettro prodotto da una stella sia piccola.

Quindi il vantaggio di avere un telescopio di diametro ampio non è solo quello di ricevere più fotoni, ma soprattutto quello di produrre immagini più nitide.

Che intendiamo per nitide? Immaginiamo di osservare due stelle molto vicine:



I due spettri prodotti da esse (considerando che presentano una certa larghezza dipendente dal diametro del telescopio) potrebbero sovrapporsi, per cui è lecito chiedersi in che condizioni il telescopio riuscirà a distinguere le due stelle. Se la separazione dei picchi dipende dalla risoluzione angolare ϕ del telescopio, il diametro del telescopio determinerà invece quanto le larghezze dei due spettri saranno grandi e, quindi, quanto essi si sovrapporranno o meno. Il **criterio di Rayleigh** stabilisce una condizione oggettiva: due sorgenti si potranno ritenere distinte se lo zero della prima sorgente cade sul massimo della seconda sorgente. L'argomento in dettaglio si trova nelle slide di Costa del terzo ciclo.

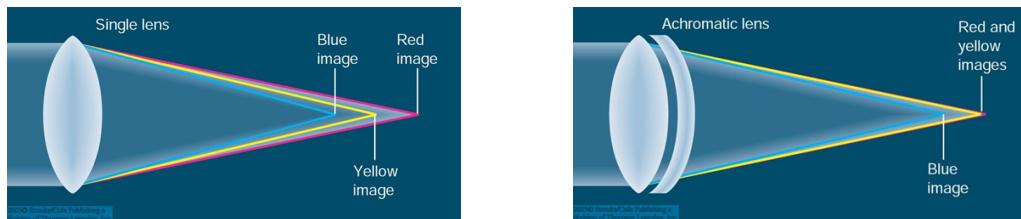
3.2 I problemi dei telescopi

Nel paragrafo precedente abbiamo descritto due modelli di telescopi: il rifrattore di Galilei, che sfrutta il potere rifrattivo del vetro per creare un'immagine nel fuoco, e il riflettore di Newton, che sfruttano il fatto che la radiazione incidente su una superficie viene riflessa in un unico punto detto fuoco.

Vediamo i problemi che presentano questi modelli:

3.2.1 Problemi dei rifrattori

- Le lenti usate hanno un fuoco che dipende dalla lunghezza d'onda e questo costituisce il fenomeno della cosiddetta **aberrazione cromatica**:



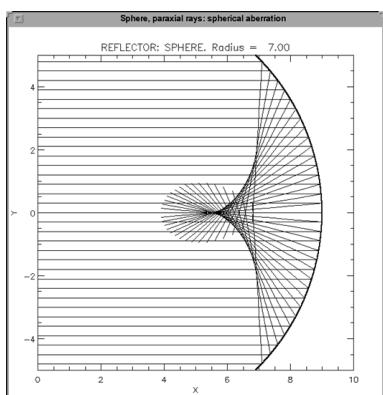
supponiamo, allora, di voler osservare una stella di luce policromatica: sull'asse del telescopio si formeranno tante immagini monocromatiche della sorgente quanti sono i colori della sorgente stessa, in punti diversi dell'asse ottico (i diversi fuochi, ognuno corrispondente ad una lunghezza d'onda), come si vede nella figura a sinistra. Non avremo, dunque, un'unica immagine complessiva.

Si risolse in parte il problema usando *lenti acromatiche* (come quella in figura a destra), cioè lenti secondarie che hanno l'obiettivo di spostare il fuoco di alcune lunghezze d'onda di una data quantità, in modo da far coincidere tutti i fuochi della lente del telescopio in un unico punto e formare un'unica immagine.

- Maggiore è l'area della lente (ciò che idealmente vorremmo sempre, perché un telescopio più grande equivale a misure migliori), maggiore è il suo spessore. Ciò comporta un aumento in peso. Dunque, aumenta il rischio che vi siano fenomeni di **assorbimento** della radiazione durante il suo passaggio attraverso la lente.
- I rifrattori erano soliti avere delle focali molto lunghe per evitare il problema della distorsione dell'immagine in una direzione; infatti, imperfezioni nella lavorazione della lente facevano sì che non tutti i raggi rifratti si concentrassero esattamente in corrispondenza del fuoco, facendo apparire l'immagine un po' allungata. Tuttavia, in questo modo il telescopio risultava eccessivamente grande e difficile da maneggiare.

3.2.2 I problemi dei riflettori

I primi riflettori furono delle sfere perché facili da realizzare; purtroppo però una sfera riflettente è sempre soggetta al problema dell'**aberrazione sferica**.



Questo consiste nell'inesistenza di un vero e proprio fuoco per questo tipo di telescopi, a causa del fatto che la posizione in cui viene riflesso un certo raggio (incidente parallelamente all'asse ottico) dipende dalla distanza del punto di incidenza del raggio dal vertice dello specchio. I vari raggi verranno riflessi in punti diversi dell'asse. Di conseguenza, non esiste per essi un punto in cui la sorgente diventi esattamente puntiforme; piuttosto, l'immagine è sempre vista come un punto con intorno un certo anello circolare concentrico al punto, più o meno largo.

Il meglio che si possa fare è di individuare e osservare la sorgente luminosa nella posizione in cui l'anello presenta il diametro minore (*cerchio di minima confusione*). La forma perfetta che permette, al contrario della sfera, di raccogliere in un unico punto (fuoco) i raggi provenienti dall'infinito è il paraboloid.

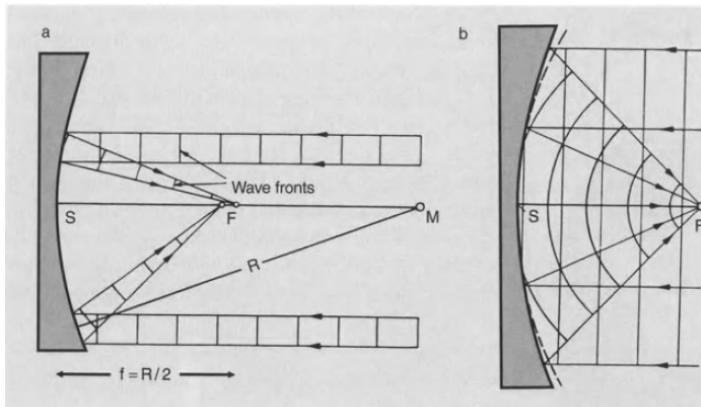
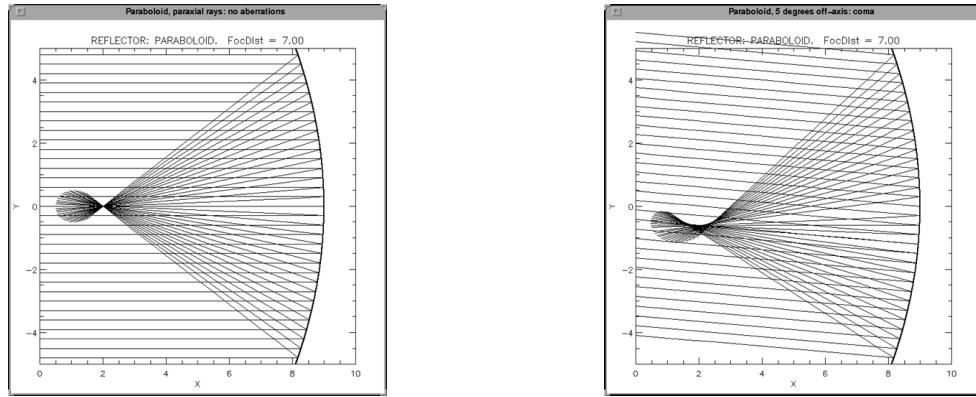


Fig. 5.3. (a) A spherical mirror. A bundle of rays near the optical axis (*upper bundle*) converges at the focal point F , whose distance from the crown of the mirror, S , corresponds to the focal length $f = R/2$, with R the radius of curvature of the mirror. A bundle which is further from the optical axis (*lower bundle*) converges on a point closer to S : this gives rise to spherical aberration. The planar wavefronts incident from the right are converted into spherical wavefronts on reflection by the mirror. (b) A parabolic mirror combines all the incident rays which are parallel to the optical axis precisely at the focal point F , i.e. the plane wave which is incident parallel to the axis is converted into a single convergent spherical wave. The conformal sphere (---) has the same curvature at the center point S as the paraboloid

Anche questo telescopio presenta un problema: nel caso in cui i raggi non incidano parallelamente all'asse ottico, il fuoco sarà un oggetto esteso e non più puntiforme. Allora, l'immagine di una stella non collocata sull'asse del telescopio sarà allungata in una direzione. Si parla di **coma**.



Un altro difetto è **l'astigmatismo**. I telescopi, infatti, idealmente prevederebbero una perfetta simmetria assiale dell'occhio umano (l'occhio vede una certa figura alla stessa maniera comunque essa venga ruotata), cosa che in realtà non succede mai. Le immagini risultano allora allungate in una direzione. Questo problema si risolve con delle lenti sferiche, che permettono all'immagine di allungarsi o schiacciarsi in una direzione ben precisa.

Nonostante queste complicanze, nel tempo i riflettori furono preferiti ai rifrattori.

3.3 Le varie tipologie di telescopi

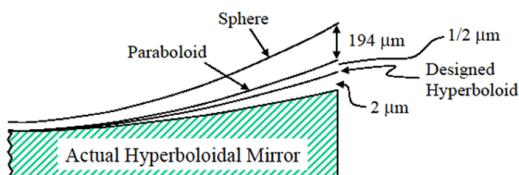
Breve recap.

I telescopi sono strumenti in grado di raccogliere i fotoni che arrivano distribuiti nello spazio in un punto detto "fuoco" (di un'ottica che può essere sia un rifrattore che un riflettore) e sono in grado di aumentare la nostra capacità di vedere oggetti angolarmente piccoli.

Abbiamo visto che la capacità di raccogliere fotoni va con l'apertura (diametro) del telescopio al quadrato (D^2), mentre il potere risolutivo va con il diametro.

Abbiamo visto che i telescopi, in quanto oggetti fisici, sono soggetti ai difetti tipici dell'ottica: alcuni sono legati alla forma (che quindi può essere quantomeno corretta); altri, come il coma, sono invece semplicemente legati al fatto che possono osservare in maniera ottimale ciò che è sull'asse del telescopio, ma magari hanno dei difetti quando si guardano oggetti fuori dall'asse del telescopio. Ma qual è la grandezza dei difetti di cui parliamo?

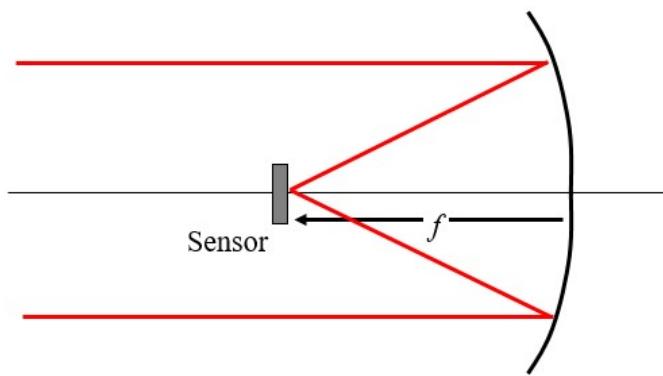
HST Primary Figuring Error



Per dare un'idea di quali numeri sono in gioco, quando volò lo Space Telescope ci fu un problema poiché le immagini non avevano la qualità ottica desiderata: in pratica lo specchio dello Space Telescope, che è dell'ordine di 2,5 metri, era stato lavorato male e quindi non vedeva così bene come si voleva. Fu fatta una missione spaziale per correggere questo difetto ottico. Abbiamo detto che il telescopio dovrebbe essere più una parabola: questa parabola era sostanzialmente $2,5 \mu\text{m}$ più schiacciata di quella che avrebbe dovuto essere, quindi un errore tale porta ad una immagine di qualità non utile per l'osservazione (questo ci dà un'idea su quanto si deve essere precisi nel fare i disegni e con che precisione bisogna lavorare per l'ottica).

Stiamo studiando i riflettori, i quali prevedono che i raggi provenienti dalla sorgente convergano nel fuoco che prende il nome di "primo fuoco".

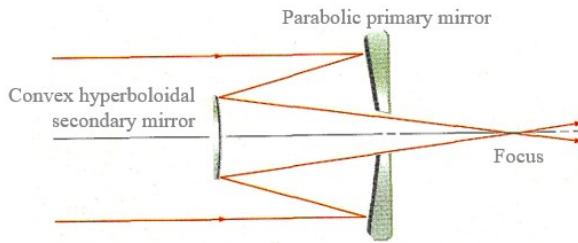
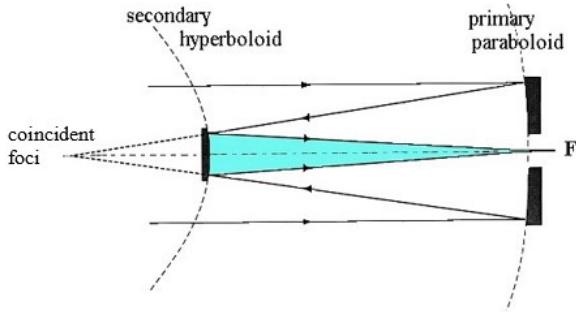
In telescopi di questo genere, il primo fuoco del telescopio, che si trova tra la sorgente e lo specchio, deve essere occupato da uno strumento:



Qui, al primo fuoco, è stato sospeso uno strumento sul quale si posizionavano delle lastre fotografiche. Tale strumento (come ad esempio quello del telescopio di Monte Palomar) è abbastanza grande da contenere un operatore⁵.

Questo tipo di configurazione ottica non è ottimale, per il semplice motivo che non si può avere uno strumento di misura molto grande (se ad esempio abbiamo un telescopio di 1 metro, come quello di Serra La Nave, e ci posizioniamo, questo strumento non potrà essere allocato, perché farebbe ombra); inoltre se usassimo solo il primo fuoco avremmo una focale f corta, cioè la distanza tra lo specchio e il fuoco non potrebbe essere ovviamente nulla, perché altrimenti lo strumento dovrebbe essere esteso (per esempio con uno specchio di 1 metro, difficilmente potremo avere una focale maggiore di 3 metri, altrimenti dovremmo costruire un telescopio alto come un palazzo e questo potrebbe avere altri tipi di problemi). Ricordiamo che la focale corta significa una proiezione sul piano focale molto piccola, in quanto l'immagine è proporzionale a $f\alpha$. Entra allora in gioco la configurazione **Cassegrain Telescope**:

⁵Per i bimbi di Siringo: si intende un uomo che posiziona le lastre fotografiche, non una matrice unitaria.



L'idea è di sospendere uno specchio che prende il nome di *specchio secondario* (il nome è dovuto all'ordine con cui vengono colpiti dai raggi), che nel Cassegrain Telescope è un iperboloide, per poter estrarre il fascio sotto il primario. A questo punto il primario può anche essere forato (perché tanto è in ombra del secondario).

Questa è la configurazione con cui si costruiscono di fatto tutti i telescopi. I vantaggi di questa configurazione sono ovvi: l'oggetto più pesante, che è lo specchio, sta sotto, può avere montato lo strumento (lo strumento può essere grande quanto si vuole, anche molto più grande del telescopio stesso perché non impedisce alla radiazione di raggiungere il primario). Un vantaggio ulteriore di una configurazione di questo genere è che quando c'è un coma si manifesta elongato in una direzione sul primario ed elongato nella direzione opposta sul secondario, di conseguenza si compensano e questi sistemi permettono di avere una qualità ottica migliore. In più si può avere una lunga focale perché, se ricordiamo dall'ottica che la focale complessiva di un sistema ottico è data da

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2}$$

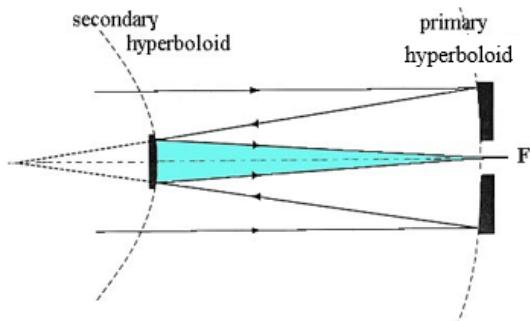
possiamo avere focali molto estese in una configurazione meccanicamente molto compatta (ad esempio a Serra La Nave c'è un telescopio che ha una distanza tra il primario e il secondario che è dell'ordine di un paio di metri fisicamente, ma che ha una focale equivalente di 16 metri); dunque possiamo avere una grandissima focale (che, ricordiamo, riduce le aberrazioni perché vanno con il cubo della focale) in una struttura estremamente compatta.

Potremmo pensare che, mettendo un specchio dove dovrebbe essere il soggetto, non vediamo il soggetto. Non è così: gli oggetti da osservare sono così lontani che, pur essendo sorgente di onde sferiche, la luce prodotta ci arriva come un fascio piano, che si propaga lungo una sola direzione; questo è il motivo per cui due persone riescono a

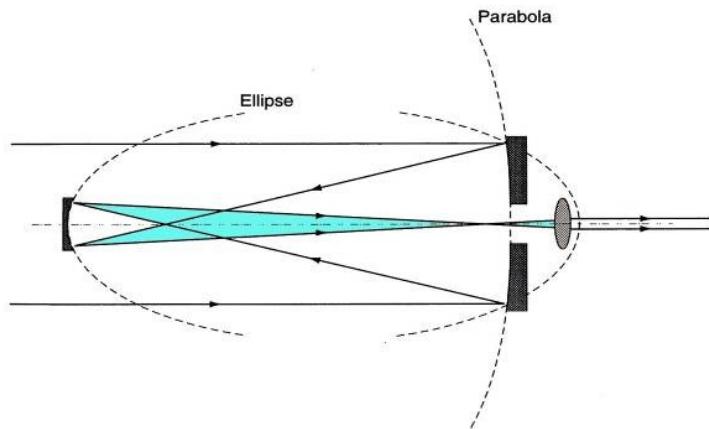
vedere la stessa stella (mentre per esempio, in un aula, mentre uno studente vede la porta, il prof. potrebbe non vederla perché messo in un punto in cui vede lo spigolo del muro e quindi c'è un problema di prospettiva: ciò perché la porta è vicina; se invece il prof. e lo studente guardano qualcosa di lontano, il fatto che loro siano posti in due posizioni differenti, non pone questo problema di prospettiva, perché non stanno vedendo porzioni diverse del fronte d'onda, ma la medesima). Quindi il fatto che lo specchio sia al centro, rompe il fronte d'onda, ne diminuisce il numero di fotoni, ma non la direzione e quindi l'immagine.

Quindi, per concludere, ribadiamo che il Cassegrain Telescope è fatto da un parabolico e da un iperbolico.

Poi c'è un'altra configurazione, che è quella di Serra La Nave, che prende il nome di “Ritchey - Chrétien” dove gli specchi sono due iperbolidi che compensano al meglio le aberrazioni tipiche delle ottiche.



Quindi, la maggior parte di tutti i telescopi è fatta, sostanzialmente, in questo modo. Un po' diversi sono invece i telescopi chiamati “gregoriani”.



Essi hanno il primario che è una parabola e il secondario che è una ellisse. Essendo coniche, perché siano allineate devono avere il medesimo asse di simmetria e devono avere i fuochi coincidenti (se così non fosse, il sistema non sarebbe allineato, non avrà il fuoco). Il telescopio gregoriano è tipico degli osservatori solari (e anche di qualche radiotelescopio), in quanto ha un fuoco intermedio. Ciò vuol dire che in linea di principio potremmo collocare un disco (vedi immagine), per esempio, con un foro per vedere una piccola porzione del Sole. Potremmo usare questo foro per ridurre la quantità di energia

che dal Sole altrimenti arriverebbe sullo specchio (stiamo parlando di 1 kW/m^2 , con un telescopio di 4 metri ci ritroveremmo a dover dissipare una quantità di energia mostruosa, che possiamo dissipare tutta su questo diaframma dove facciamo passare un pezzetto di luce del Sole che dobbiamo guardare).

3.3.1 Come è realizzato un telescopio

Vediamo ora di cosa sono fatti i telescopi.

I telescopi sono fatti di vetro, reso riflettente da uno strato di un metallo (solitamente è alluminio) posto dietro.

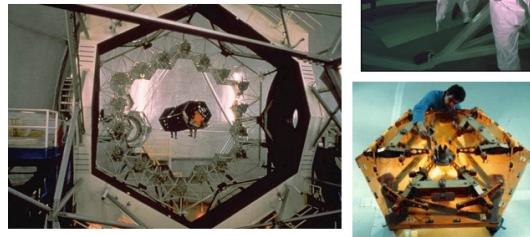
Nonostante il vetro sia un oggetto pesantissimo, i telescopi sono realizzati con tale materiale perché ha un coefficiente di espansione basso (pari a $0,02 \cdot 10^{-7} \text{ K}^{-1}$), ciò vuol dire che il telescopio mantiene la sua forma (ricordiamo che nella precedente sezione si parlava di μm di deformazione, che potrebbero essere dovuti a escursione termica). Il fatto che l'espansione termica sia di questo ordine di grandezza fa sì che una differenza di temperatura giorno-notte, inverno-estate (che può essere anche di 50°), è comunque tale da non cambiare la forma del telescopio.

Per realizzare una lente si fonde il vetro e lo si pone in una vasca, la quale poi viene messa in rotazione; quando il vetro si raffredda si lavora per dargli la forma di iperbolioidi, paraboloidi ecc. Il fatto che sia già in rotazione dà al vetro una forma che lo avvicina ad una parabola (notiamo che stiamo parlando, tra l'altro, di un oggetto che pesa 15 tonnellate).



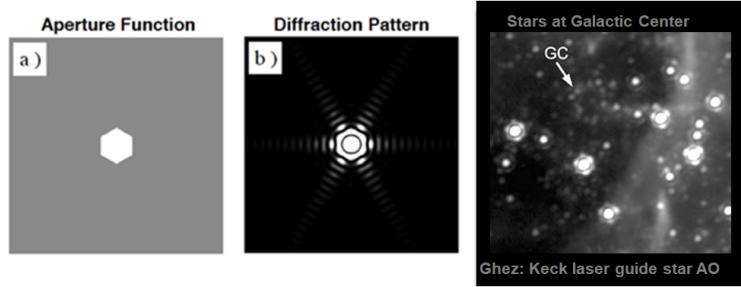
Questo è tecnicamente il limite di quelli che sono i telescopi costruiti con un solo specchio, quindi detti *monolitici*. I telescopi più grandi vengono costruiti invece con un insieme di specchi esagonali che vengono assemblati per dare la forma che si vuole (un po' come il pallone da calcio, in cui con gli esagoni realizziamo una sfera). In figura si vede il telescopio del Keck, dove al centro vi è un foro in cui è posto l'operatore e da cui passa la luce.

Keck telescopes
36 hexagonal mirrors
180 cm each



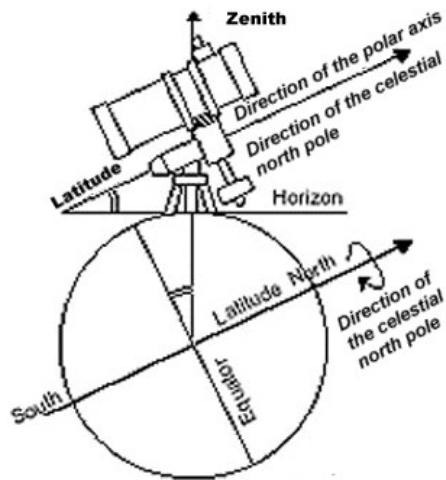
Un altro problema che si riscontra nella lavorazione di oggetti così imponenti è l'allineamento. Infatti il monolitico non ha soltanto il compito di raccogliere la luce, ma ha anche quello di spedire tutta la luce che arriva sul fuoco in fase, altrimenti non ha potere risolutivo (se non fosse così non sarebbe più una fenditura). Quindi il problema principale di questo dispositivo è che gli specchi devono essere messi in maniera tale che la loro distanza dallo specchio secondario sia esattamente un multiplo della lunghezza d'onda, altrimenti la radiazione non andrà più in fase. Se non sono in fase, quello che si otterrebbe è tanta luce, ma non si avrebbe potere risolutivo. Adesso vedremo come si risolvono questi problemi (il motivo per cui questi oggetti sono nati adesso è che adesso abbiamo una elettronica veloce, 20 anni fa non potevano funzionare o funzionavano male).

Mentre nel caso di specchio circolare la point spread function (che è una funzione che mostra come la luce si diffonde o si espande intorno a un punto luminoso ideale quando attraversa un sistema ottico) ha la forma del disco di Airy, nel caso di specchi esagonali la forma che si osserva per la luce emessa da una sorgente puntiforme è quella mostrata in figura:



3.3.2 Montature e proprietà del telescopio

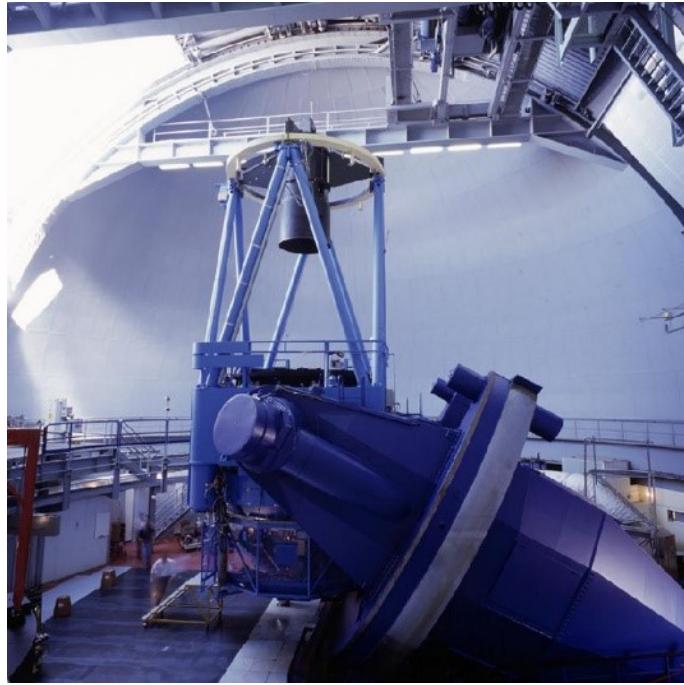
Sorge un altro problema: noi osserviamo oggetti che, nel nostro sistema alto-azimutale, sorgono e tramontano. Bisogna allora inventare una meccanica che permetta di seguire l'oggetto. La prima meccanica realizzata con questo obiettivo è stata la cosiddetta *montatura equatoriale*:



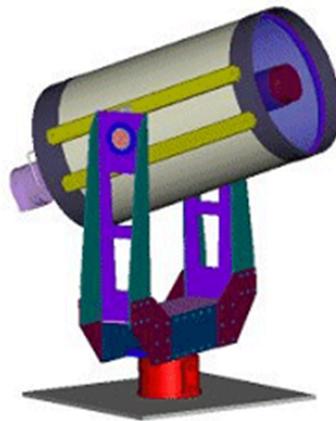
I telescopi sono stati montati su questa montatura in modo da non dovere "seguire" l'oggetto. Si immagina di avere un proprio orizzonte, una verticale che va verso lo zenith, e un'asse che è parallelo all'asse di rotazione terrestre. Così facendo il telescopio deve solo ruotare attorno a quest'asse per compensare l'asse di rotazione terrestre, quindi deve girare esattamente all'opposto con la velocità dell'orologio (per definizione). Questa è la montatura più diffusa ed è quella che abbiamo a Serra La Nave, e questo è un esempio di come si realizza (nella foto c'è uno dei telescopi di Serra La Nave quando era ancora in officina. Abbiamo una sorta di forcella che ruota per tenere il telescopio sempre puntato sull'oggetto che, questa volta, descrive un cerchio nel sistema equoriale).



Si tratta di un telescopio piccolissimo, di 80 cm, ma con questa montatura si facevano anche telescopi grandi. Nell'immagine seguente, per esempio, vi è la montatura "Fork mount" di un telescopio di 3,6 metri dell'ESO.



La montatura equatoriale è stata adoperata fino a quando i telescopi non sono diventati troppo grandi perché, superate le dimensioni dell'ordine di 4 metri, il telescopio diventa troppo pesante. È stata allora sostituita da una *montatura altazimutale*, più semplice, in cui la forcella viene messa dritta sul terreno. Pur essendo scomoda, essa ha il vantaggio di essere meccanicamente facile da realizzare ed è capace di sostenere il peso. Con questa montatura alto-azimutale, per esempio, è stato realizzato il Telescopio Nazionale Galileo (TNG) (nella foto nell'officina e poi montato alle Canarie).



In tale montatura abbiamo:

- L'asse di azimut, che segue l'astro da Est ad Ovest;
- L'asse di elevazione che eleva il telescopio se l'oggetto osservato si trova ad Est del meridiano e lo abbassa se questo invece si trova ad Ovest;

- un cuscinetto posto al fuoco del telescopio che ruota per annullare la rotazione di campo, che è il fenomeno per il quale l'immagine risultante ruota ad una velocità dipendente dalla declinazione del corpo celeste osservato.

Man mano che l'oggetto sorge il telescopio si gira verso est, sta quasi in orizzontale e poi, quando l'oggetto culmina, si porta a sud e si alza all'altezza massima dell'oggetto. Con questa montatura si realizzano i più grandi telescopi: a questo punto la montatura è talmente grande che contiene tutti gli strumenti e non solo il telescopio, il cuscinetto in basso ruota, portandosi dietro il telescopio e tutti gli strumenti che sono montati insieme ai telescopi.

Risulta importante una proprietà del telescopio che lega il suo diametro alla sua focale, che si chiama *f-number*: esso è un numero che esprime il rapporto focale/diametro ($N = f/D$). Il motivo della sua importanza è che quando i telescopi erano piccoli si poteva andare su f-number molto grandi, cioè focali lunghe e diametri piccoli. Man mano che i telescopi diventano più grandi, la focale non può più essere troppo grande rispetto al diametro, e allora queste focali diventano più corte, tanto corte che possono essere addirittura pari a 1 (se ad esempio il telescopio è dell'ordine di decine di metri, non si può costruire un secondario che sta a 100 metri, lo si deve comunque mettere molto vicino).

3.3.3 Fuochi di un telescopio

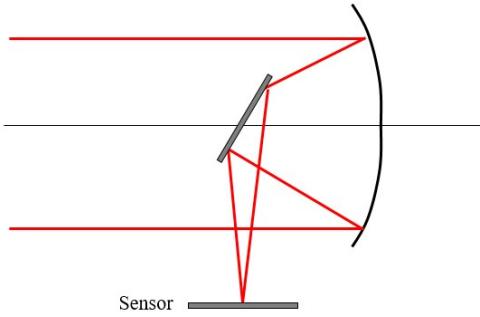
Parliamo adesso del punto in cui ci posizioniamo o posizioniamo gli strumenti per guardare gli oggetti, cioè i fuochi del telescopio.

Per definizione, il fuoco dello specchio principale, o specchio primario, è il fuoco primario. In una configurazione con un solo specchio, ovviamente, non si possono collocare oggetti molto grandi; purtroppo però con gli anni gli strumenti sono diventati sempre più grandi. Per esempio nella foto l'Anglo Australian Telescope (AAT) ha un fuoco primario che comincia a diventare grande tanto quanto lo specchio primario e quindi non è utile.



Per questo motivo già Newton aveva inventato la collocazione di uno specchio piano che estraesse il fascio focale per la posizione del sensore.

Newtonian Reflector



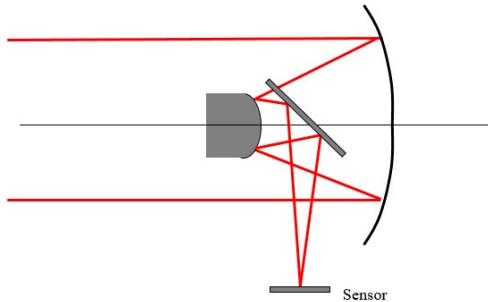
Questo tipo di oggetto va bene per piccoli telescopi (cioè non si può immaginare un telescopio newtoniano di grandi dimensioni),

La configurazione che si è affermata nel tempo è la **Cassegrain**, dove viene posto uno specchio secondario che, sebbene inevitabilmente faccia ombra, ci permetterà di avere un fuoco fisso dove montare lo strumento. Tuttavia, non si può pensare di montare lo strumento sul telescopio perché tutta la struttura risulterebbe troppo pesante (ricordiamo che il telescopio si muove per seguire l'oggetto). Bisogna allora trovare un modo per trasferire la radiazione dal telescopio allo strumento senza montarlo.

Esistono tante soluzioni: le prime sono state configurazioni un po' più complicate costituite da una serie di specchi che rimandano la luce lungo l'asse di rotazione del telescopio, in cui il primario riflette sul secondario, questo a sua volta riflette su un terziario ed estrae la luce. In questo, comunque il telescopio sia ruotato, qualunque cosa lui guardi, la luce arriva sempre nello stesso punto.

Una configurazione molto utilizzata che permette l'estrazione del fascio è quella in figura:

Coudé or Nasmyth Telescope



Essa si chiama configurazione Nasmyth ed è una variante di quella Cassegrain, alla quale viene aggiunto un terzo specchio piano. Nella configurazione Nasmyth lo specchio primario non viene più forato, ma lungo l'asse di declinazione strumentale viene posizionato lo specchio piano (che sta sotto il secondario, quindi non produce ombra) per "estrarre" il fuoco all'interno dell'asse; in tal modo l'immagine va a formarsi all'estremità dell'asse di declinazione dove sono montati gli strumenti di osservazione. Ovviamente si hanno due fuochi (detti fuochi Nasmyth) perché lo specchio sotto può essere girato.

Tutti i grandi telescopi attuali funzionano con questa configurazione. Si tratta, in definitiva, di telescopi alto-azimutali.

Questa è la configurazione finale dei telescopi attuali.

3.3.4 Il processo di "coating"

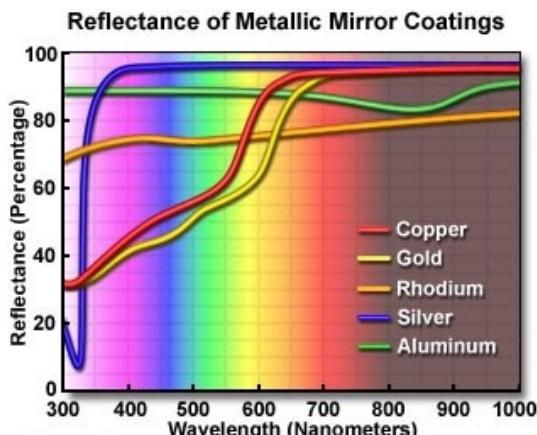
Vediamo in dettaglio come rendere riflettente una superficie. Il processo adoperato per le lenti dei telescopi si chiama *coating* o deposizione: si prende lo specchio di vetro e lo si deposita all'interno di una struttura come quella in foto che prende il nome di campana, che è un luogo dove si può creare il vuoto.



Dopo aver sigillato e creato il vuoto con delle pompe, è possibile far evaporare all'interno, per esempio, dell'alluminio. L'alluminio diventa un gas, riempie l'intera campana e quando si raffredda si deposita creando un coating, un deposito di alluminio sul vetro. Il motivo per cui eseguiamo proprio questa procedura è che con essa possiamo sapere esattamente qual è lo spessore di alluminio e sappiamo che l'alluminio si depositerà in maniera omogenea, conservando la forma iniziale dello specchio.

Qual è la capacità di riflettere la luce dell'alluminio?

Osserviamo il grafico di seguito rappresentato: nella foto l'alluminio è la curva verde:



Dal grafico si evince che non siamo in grado di produrre una riflettività del 100%, tuttavia l'alluminio è uno dei materiali più utilizzati perché è di basso costo, inoltre costituisce un buon compromesso per avere una buona riflettività su tutto, sebbene abbia riflettività solo del 90%. Bisogna fare attenzione al fatto che ogni volta che mettiamo uno specchio perdiamo il 10% di riflettività.

L'alluminio però ha un problema: dopo un po' diventa opaco, quindi va tolto e rimesso, fatto che non avviene con altri materiali. Potremmo allora pensare di realizzare, ad esempio, un deposito di oro, ma in questo caso avremmo che, poiché la riflettività risulta essere una funzione della lunghezza d'onda, quest'ultima sarebbe molto alta nell'infrarosso e poco invece nella luce visibile (curva gialla).

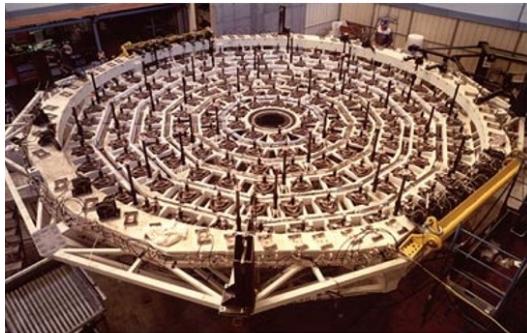
3.3.5 Uso degli attuatori

I telescopi hanno bisogno di una struttura che non solo permetta di farli girare, ma che garantisca anche la qualità dell'ottica. Ciò non è facilmente ottenibile quando gli strumenti diventano grandi: lo specchio in vetro, anche se è perfetto, non manterrà la sua forma (soprattutto a terra con la gravità). Si è pensato allora di costruire non più

specchi tanto spessi, in grado di sostenere la gravità da soli, ma piuttosto specchi di vetro sottile (non più di 20 cm), che vanno poi posti su una struttura di metallo. In questa struttura di metallo ci saranno degli attuatori (pistoni) che possono spingere o tirare, quindi quando il telescopio punta qualcosa, se si deforma, si tireranno gli attuatori giusti e si spingeranno gli altri affinché il telescopio abbia la forma ottimale. Stiamo quindi parlando di **ottica attiva**.

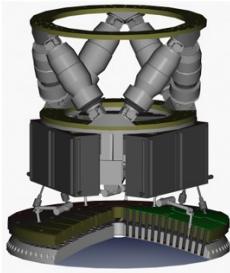
Tale metodo viene adoperato anche in un telescopio a mosaico, dove gli specchi sono montati su attuatori. In pratica si punta un oggetto, si fa un'analisi dell'immagine e si dà una forma agli specchi (muovendoli con gli attuatori) affinché l'immagine venga corretta. È una cosa che si può fare facilmente perché esiste un'analisi del fronte d'onda (mediante Polinomi di Zernike), che dice come bisogna muovere gli attuatori perché lo specchio abbia la forma ideale. Così è costruito il TNG, ma oggi si va ad un passo successivo, in cui anche il secondario è attivo.

Active primary mirror



Active Mirror Supports in VLT M1 Cell

Active secondary mirror



LBT:
672 actuators
1000 Hz
 10^{-9} m



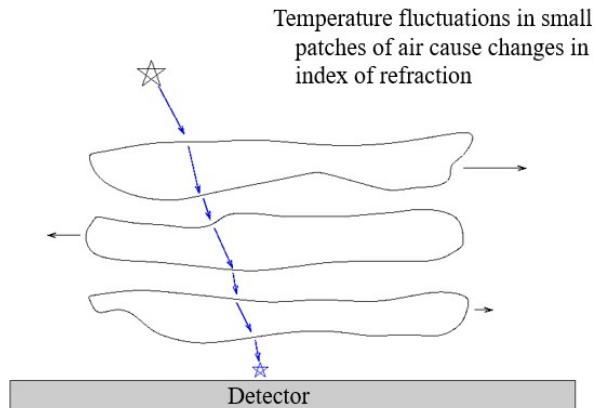
3.3.6 Il ruolo dell'atmosfera nell'osservazione, il "seeing" e l'ottica adattiva

Prima di arrivare sul telescopio, la radiazione proveniente dalle stelle avrà attraversato l'intera atmosfera, venendo alterata. Ne segue che l'idea che l'immagine di una sorgente puntiforme sia determinata dalla dimensione del telescopio potrebbe non essere più vera. Quello che nella pratica succede è che, immaginando che l'atmosfera sia fatta a strati, man mano che la radiazione incontra questi vari strati caratterizzati da un indice di rifrazione diverso da 1, questa subisce uno spostamento spaziale (viene variata la direzione). Il risultato finale per l'osservatore è che la stella sembra muoversi⁶.

Concettualmente questo fatto è uguale alla matita nel bicchiere che si spezza, ma si può anche vedere in un altro modo un po' più sofisticato.

⁶Questo lo percepiamo anche quando guardiamo il cielo: i pianeti sembrano fissi, le stelle sembrano luccicare.

In practise: The atmosphere is not stable.



Ribadendo ancora il concetto, l'atmosfera è in grado di aberrare l'immagine, per cui un'immagine, per esempio, perde i contorni. Il ruolo dell'atmosfera è quindi quello di vanificare l'idea che le dimensioni di una sorgente siano assegnate solo dal diametro dello specchio, perché il fronte d'onda piano che attraversa l'atmosfera incontra celle dall'indice di rifrazione diverso (lo abbiamo visualizzato come se fosse tutto uno strato che cambia, però nella realtà, ogni porzione dell'atmosfera ha un proprio indice di rifrazione). Quindi, sul piano focale, in realtà, non si forma una sola immagine ma se ne formano tante, una per ogni colonna d'aria; il risultato è che sul fondo si formano tante immagini diverse che noi percepiamo come un allargamento dell'immagine e una perdita dei contorni. Questo accade per ogni colonna, e ognuna di queste cambia in continuazione le sue proprietà. È chiaro che la qualità dell'immagine dipende dal cielo: se guardiamo una stella al livello del mare appare in un modo; man mano che si sale di quota si riduce la colonna d'aria e l'immagine appare migliore; questo è il motivo per cui i telescopi si montano tutti ad altezze elevate. Questo effetto si chiama *seeing* ed è quello che in realtà dà la dimensione alle immagini delle stelle.

Nota: l'altezza della colonna d'aria in cui i parametri dell'atmosfera restano costanti dipende dalla lunghezza d'onda. Quando parliamo di luce visibile si parla di 10 cm, mentre quando andiamo nell'infrarosso questa colonna d'aria è grande 8 metri, quindi gli effetti sono molto diversi sul telescopio. Se andiamo invece nel radio, la colonna d'aria in cui il fronte d'onda non cambia è di 15 km, quindi non ci sono tanti problemi.



Refraction variability results in rapid fluctuations in the apparent size (**seeing**) of stars

- V Perfect motionless diffraction pattern....<0.4"
- IV..... Light undulations across diffraction rings.....0.4-0.9"
- III..... Central disc deformations. Broken diffraction rings.....1.0-2.0"
- II..... Missing or partly missing diffraction rings.....3.0-4.0"
- I..... Boiling image without any sign of diffraction pattern.....>4"

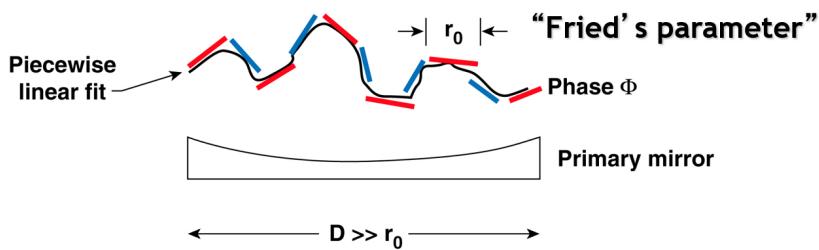
Il seeing non rappresenta un gran problema per gli oggetti puntiformi perché, in fondo, non è cambiata la quantità di energia che è arrivata a Terra (è sempre la stessa, solo sparpagliata); ad esempio una stella sul livello del mare appare come 5 arcsec, mentre in un posto buono può essere 0.15 arcsec. Il seeing, che abbiamo detto costituisce un allargamento dell'immagine, diventa però fastidioso quando consideriamo oggetti estesi, perché si perde il contorno.

Il seeing è definito come la lunghezza d'onda diviso il parametro di Fried r_0 , cioè il diametro della colonna d'aria in cui non si osserva variazione:

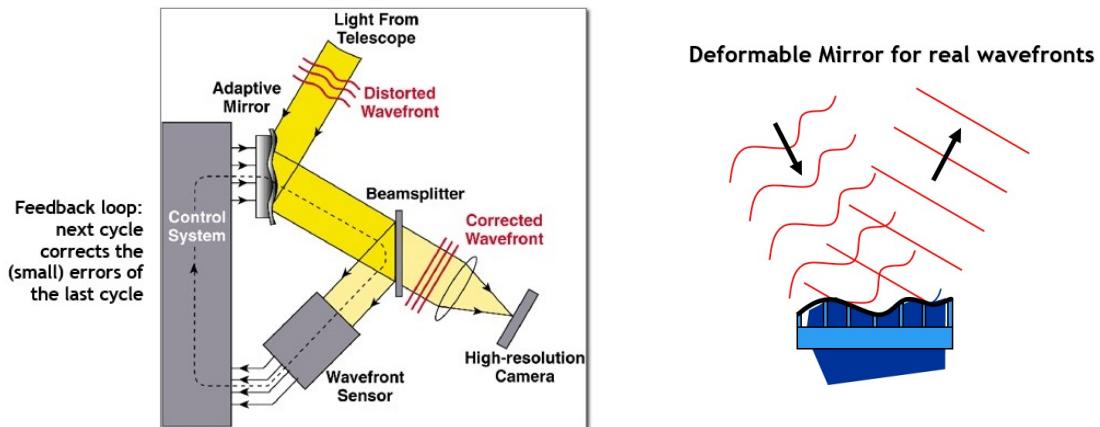
$$\Delta\theta = \frac{\lambda}{r_0} \quad (8)$$

Come risolviamo il problema?

Consideriamo un fronte d'onda istantaneo come in figura:



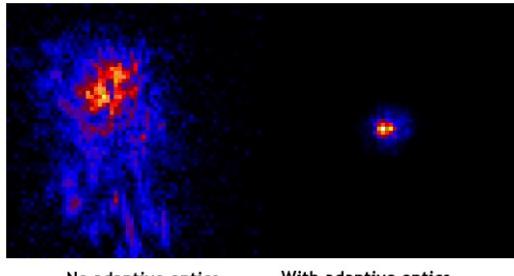
L'onda resterà tale per un certo intervallo di tempo detto *tempo di coerenza* t_0 (della durata di 1 centesimo di secondo). Durante il tempo di coerenza vengono eseguite le seguenti operazioni (illustrate in figura):



1. Si fa incidere la luce su uno specchio deformabile (a cui possiamo dare la forma che vogliamo, in quanto costituito da un centinaio di attuatori, per cui è detto *adattivo*);
2. Si fa attraversare la luce per uno specchio, detto Beamsplitter o semiriflettente, che fa passare tutta la luce tranne un po' (circa il 10%), per poi mandarla verso il sensore;
3. Si analizza la parte riflessa per scoprire come il fronte d'onda è stato deformato dall'atmosfera, in modo da capire che configurazione deve assumere lo specchio affinché si compensi la deformazione, così da riottenere un fronte d'onda piano.

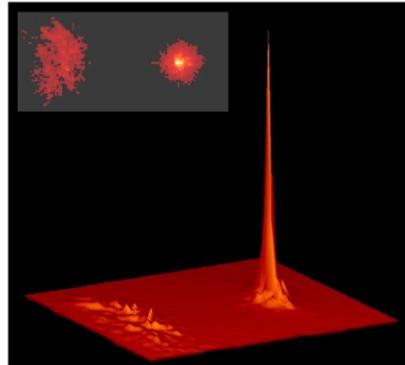
Nelle seguenti figure possiamo vedere l'immagine osservata al telescopio prima e dopo aver applicato l'ottica adattiva:

Infra-red images of a star, from Lick Observatory adaptive optics system



Note: "colors" (blue, red, yellow, white) indicate increasing intensity

Adaptive optics increases peak intensity of a point source



L'ottica adattiva si può applicare quando è possibile estrarre un po' di luce e fare l'analisi del fronte d'onda, ma questa prevede che si abbiano dei fotoni, quindi l'oggetto deve essere brillante abbastanza brillante. Se stiamo studiando una stella più debole della decima, potremmo analizzare una stella vicina (non è necessario fare l'analisi del fronte d'onda esattamente sulla stessa stella).

A volte succede che tale stella non c'è; in questi casi basta avere associato al nostro telescopio un laser: sostanzialmente quello che si fa è sparare con un laser nella direzione di osservazione. A 92 km dal mare in altezza abbiamo uno strato di sodio e il laser lo incontra. La frequenza del laser è esattamente la frequenza necessaria per creare una transizione atomica nel sodio. Infatti gli elettroni passano da un livello a un altro se colpiti da un fotone opportuno; questo fotone, che è il nostro laser, con una lunghezza d'onda di 590 nm, trasferisce gli elettroni del sodio da un livello a un altro. L'elettrone non può però stare in uno stato eccitato, quindi decade e riemette un fotone. Il fotone, questa volta, viaggerà verso il telescopio e farà lo stesso percorso della luce della stella; in questo modo costruiamo una "stella digitale" vicino a quella reale, di cui analizziamo il fronte d'onda distorto. Uno dei sistemi attuali prevede che la stella reale sia accerchiata da 4 stelle artificiali, in modo da poter fare delle correzioni angolari (perché ci sono delle differenze: se guardiamo in una direzione il fronte d'onda si deforma in un modo, se guardiamo in un'altra si deforma in un altro modo). Esiste un angolo, detto *isoplanatico*, definito come l'angolo entro cui possiamo spaziare senza che il fronte d'onda sia più aberrato di r_0 .

3.3.7 L'atmosfera come un prisma

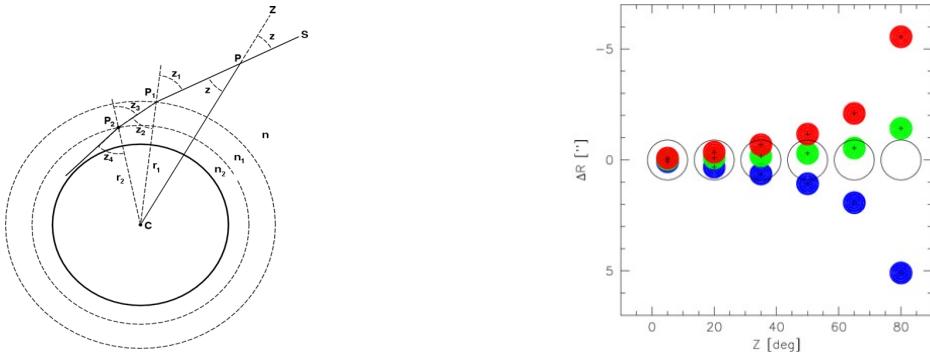
L'atmosfera si comporta come un prisma, in quanto ha un indice di rifrazione n , il quale dipende dalla lunghezza d'onda ed è dato da

$$n = 1 + 7.76 \cdot 10^{-5} K m b^{-1} \left(\frac{P_d}{T} \right) - 5.6 \cdot 10^{-6} K m b^{-1} \left(\frac{e}{T} \right) + 0.375 K^2 m b^{-1} \left(\frac{e}{T^2} \right)$$

dove il primo termine dipende dalla densità dell'aria, che è funzione della pressione P_d dell'aria, e della temperatura T ; gli altri due dalla temperatura e dalla pressione di vapore e .

Essa ci dice che n cambia con la pressione e con la temperatura, quindi non si può prevedere. Per dare un'idea degli ordini di grandezza, sul livello del mare $n = 1.003$ e nello spazio $n = 1.000$.

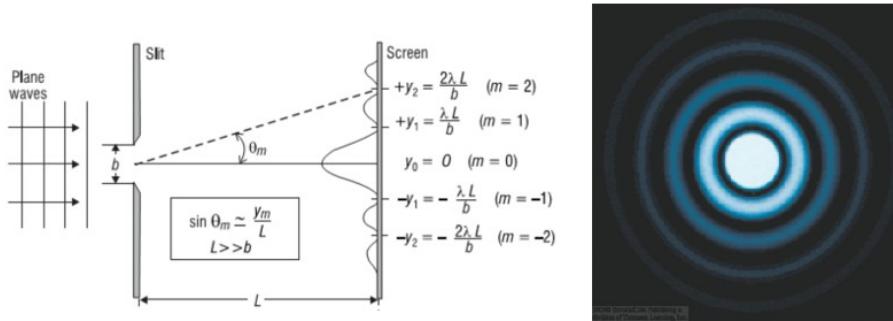
La rifrazione causa un cambio di percorso nella radiazione, per cui pone due problemi. Un primo problema è che le stelle non sono dove sembrano stare apparentemente, per cui non sappiamo dove puntare il telescopio se non a posteriori; il secondo problema è che l'atmosfera, comportandosi come un prisma, scomponete la stella nei suoi colori:



Dalla legge di Snell sappiamo che nel caso in cui la radiazione incida perpendicolarmente all'atmosfera, non ci sarà spostamento dell'immagine: tutti i colori saranno perfettamente sovrapposti; man mano che ci spostiamo in distanza zenitale la luce comincia a piegare apparentemente in maniera diversa a seconda della lunghezza d'onda, per cui abbiamo variazioni (quando l'oggetto è molto basso) che sono dell'ordine di 10 arcsec. Questo significa che la stella apparirà come un cerchio allungato nella direzione verticale.

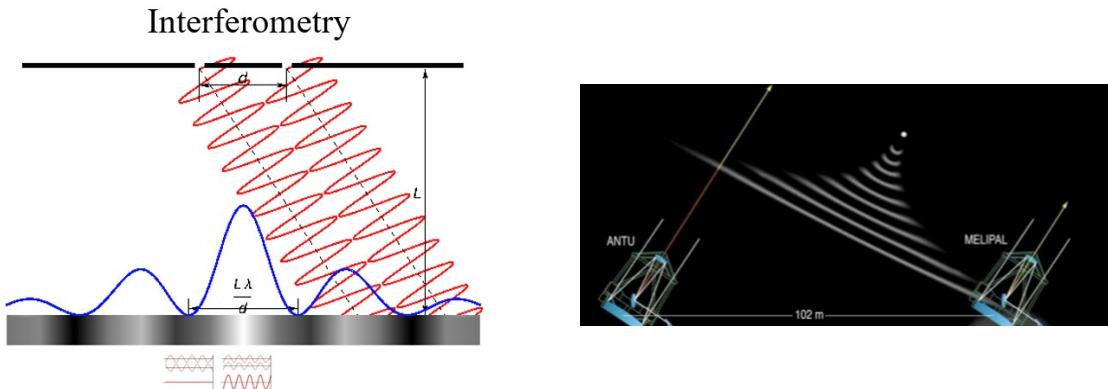
3.3.8 Potere risolutivo di un telescopio

Abbiamo parlato finora di telescopi, cioè di un oggetto che sostanzialmente è una fenditura circolare che raccoglie la radiazione (l'onda piana prodotta dagli oggetti), dando origine sul piano focale a una figura definita dalla Point Spread Function e che per le lenti circolari si chiama “disco di Airy”, dal signore che lo ha battezzato, costituita da una serie di anelli concentrici. Esso ha una posizione, il primo zero, che è legato al diametro del foro di un telescopio.



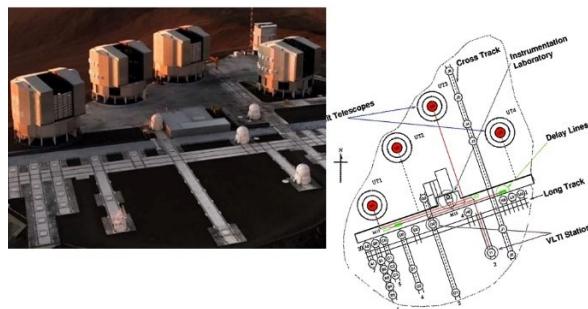
Esiste un modo di aumentare il potere risolutivo dei telescopi (perché di fatto questo limita la nostra capacità; un oggetto più piccolo del disco di Airy noi non lo possiamo vedere come risolto)?

Esiste la possibilità di farlo, e si basa sull'interferometria, che si basa sull'esperimento delle due fenditure. Immaginiamo di avere due telescopi che guardano entrambi nella medesima direzione:



Quello che succederà, ovviamente, è che uno dei due telescopi vedrà arrivare il fascio di luce un po' prima dell'altro, quindi non saranno più in fase. Se però attuiamo una correzione della fase, si può dare origine a una figura di interferenza. In questo modo possiamo realizzare le frange di interferenza così come le fanno due fenditure. Questa volta, però, lo zero non è più in relazione con il diametro del telescopio, bensì con la distanza dei due telescopi che può essere, per esempio, dell'ordine di 100 metri, quindi si può avere un potere risolutivo che è 10 volte maggiore (rispetto a quello dato da un singolo telescopio di 10 metri).

Il problema di questo metodo è che la risoluzione angolare viene aumentata soltanto lungo la direzione della congiungente i due telescopi, mentre in tutte le altre sarà data da quella del singolo specchio. Per ovviare al problema si può pensare di usare più di due telescopi, ed è quello che si è fatto con il Very Large Telescope Interferometer (VLTI) che prevede 4 telescopi di 8 metri più una batteria di telescopi piccoli.



Tutti i telescopi guardano il medesimo oggetto e per ogni coppia di telescopi si crea una figura di interferenza. Unendo tutte le figure di interferenza si può realizzare un'immagine che è effettivamente molto risolta in tutte le direzioni angolari.

3.3.9 Radio telescopi

È possibile osservare non solo con telescopi ottici, ma anche con telescopi radio (in foto il Telescopio di Noto).

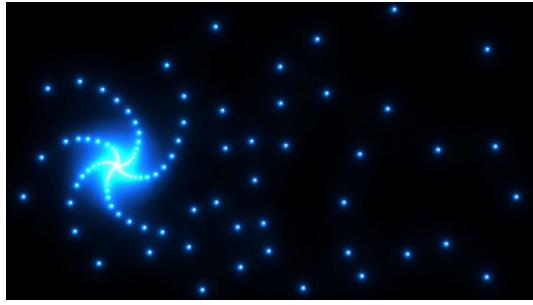


I telescopi radio non sono molto diversi da quelli ottici: anch'essi hanno una montatura alto-azimutale e un focal number molto corto, perché la larghezza del telescopio non è molto diversa dalla focale. Il telescopio ha un fuoco primario su cui sono poggiati una serie strumenti (nel caso radio si parla di ricevitori) e questi telescopi radio sono molto simili a quelli ottici più grandi. Allo stato attuale, i telescopi radio più grandi al mondo sono “Green Bank” negli Stati Uniti con 43 metri e “Effelsberg” a Bonn di 100 metri, “Arecibo” di 300 metri che ha una caratteristica molto diversa: questo non si può orientare, osserva ciò che passa (il telescopio “Arecibo” è stato dismesso qualche anno fa ed è stato sostituito da questo telescopio cinese che si chiama “FAST” di 500 metri).



I singoli telescopi in radioastronomia non hanno grande fortuna, perché parliamo di lunghezze d'onda dell'ordine decine di centimetri e, anche nel radiotelescopio, vale la regola per cui la funzione di interferenza al primo fuoco vale $1.22 \cdot \lambda/d$, ma λ vale centimetri questa volta, per cui nel radio l'interferometria è la tecnica maggiormente utilizzata.

Il radiotelescopio così costruito diventa però un interferometro con una base di 27 km. Si ottiene dunque un potere risolutivo superiore a quello di quelli ottici. Il futuro degli interferometri si chiama “Square Kilometer Array (SKA)”: si parla di centinaia di telescopi che riempiranno l'Australia (costa ovest) e avranno una superficie di rapporto equivalente 1 km.



Il più famoso interferometro è quello che ha visualizzato il buco nero al centro della galassia di M87. Questo è un array di telescopi che è distribuito su tutta la superficie della Terra. Sono state combinate le misure di varie antenne (una sta al Polo Sud, una in Danimarca, una vicino alle Hawaii, ecc.) Tutti questi hanno combinato i loro segnali per produrre un'immagine di quello che dovrebbe essere l'ambiente che circonda il buco nero (non è stata fatta la foto del buco nero, ma dell'ambiente che lo circonda). Queste misure sono fatte non nel centimetrico, bensì a 1.3 mm (230 GHz).

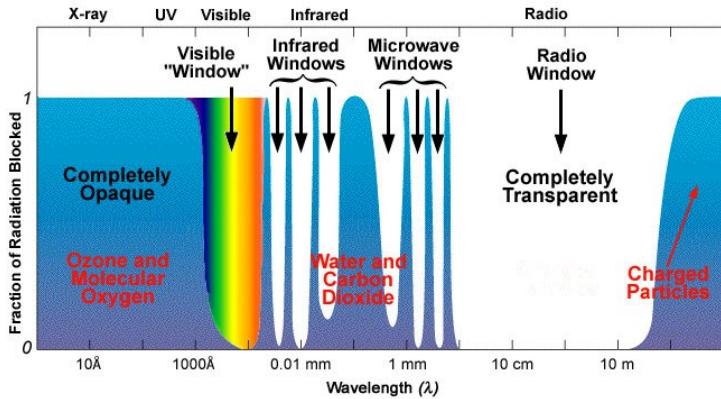


Nota: i telescopi prendono i dati a coppie. I radioastronomi, rispetto ai solari non hanno il problema del maltempo, perché le onde passano (la televisione si vede anche se piove). La visibilità dell'oggetto può non essere simultanea per tutti i telescopi. L'Italia è al momento impegnata nella realizzazione del primo strumento dove il ricevitore è bidimensionale: cioè, finora il radio aveva una sola antenna e vedeva un posto solo; questo sarà un ricevitore bidimensionale e potrà fare un'immagine di tutto il cielo contemporaneamente. Bisogna solo decidere cosa vedere perché è troppa l'informazione che arriva.

Ma qual è il vantaggio del radio rispetto all'ottico? Le onde radio, rispetto all'ottico, hanno il vantaggio di non essere fermate dalla materia. Questo vuol dire che le onde radio sono in grado di propagarsi attraverso la materia dello spazio, quindi possiamo vedere per esempio il centro della galassia che è invisibile all'ottico perché la luce, la radiazione visibile, che parte dal centro della galassia, viene fermata dalla materia che la circonda. Quindi il radio ha il vantaggio di farci vedere più lontano rispetto all'ottico.

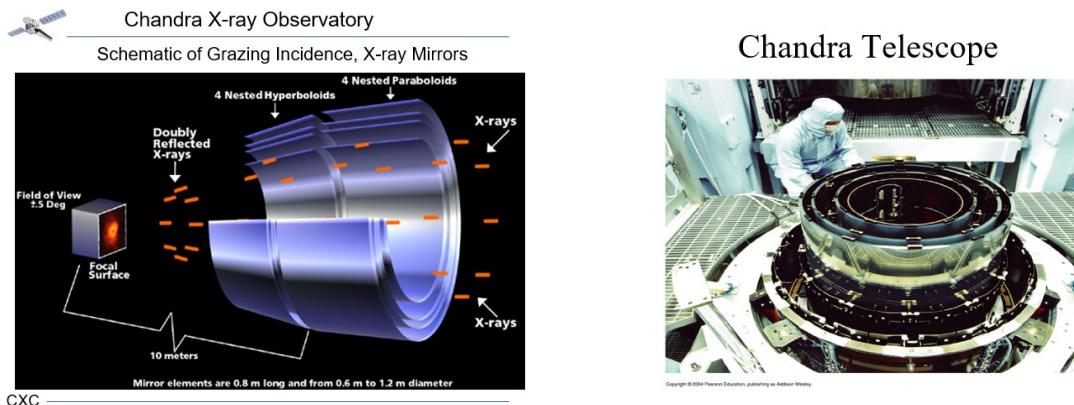
3.4 UV, infrarosso, X

Abbiamo affrontato i visibile e poi il radio, che da un punto di vista strumentale è identico al visibile. Non possiamo invece vedere da Terra né l'ultravioletto, né l'X, perché interviene l'assorbimento dell'atmosfera (vedi la curva di trasmissione nella figura).



Per queste bisogna fare delle osservazioni spaziali, sebbene abbiamo comunque una tecnologia per l'ultravioletto e l'infrarosso identica a quella dei telescopi a terra.

Quelli che invece hanno un po' di differenza sono i cosiddetti "Telescopi X". I raggi X attraversano la materia, quindi non è facile intercettarli; l'idea allora è stata di utilizzare una riflessione radente: i telescopi X, che sono nello spazio, sono costituiti da una superficie curva che è una porzione di paraboloido, seguito da una superficie curva che è un iperboloido, per correggere e convogliare la radiazione sul sensore. Siccome non è possibile fare oggetti molto grandi, si è pensato di aumentare la superficie di raccolta con una serie di telescopi concentrici uno all'interno dell'altro. È così che è stato realizzato il telescopio più famoso che è "Chandra" e che è in orbita.



Per la tecnologia degli X nel 2002 è stato premiato con il Nobel il prof. Riccardo Giacconi.

3.5 I gamma

Rimane l'ultima parte dello spettro, che sono i gamma. È la parte tipica dell'alta energia.

Un fotone gamma si produce sostanzialmente in due modi:

1. Un modo è per Compton inverso, in cui si ha un elettrone relativistico che colpisce un fotone normale (infrarosso normalmente) e gli cede la propria energia, quindi il fotone diventa altamente energetico.

Vediamo più nel dettaglio: esiste un fenomeno che si chiama Effetto Compton secondo cui un fotone può cedere la propria energia a una particella. Esiste anche

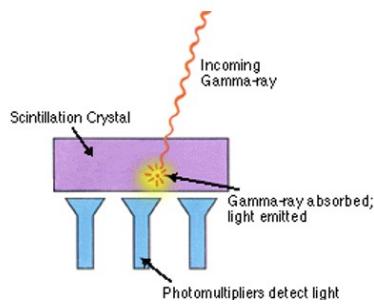
la probabilità di avere il processo inverso, che si chiama Compton inverso: il Compton inverso prevede che un elettrone relativistico molto energetico, collida con un fotone e ceda al fotone la sua energia, cioè significa cambiarne la frequenza (la velocità è sempre c , non può cambiare, però la sua frequenza può crescere e passare dal visibile/infrarosso al gamma);

2. Un'altra possibilità è invece di produrre gamma nelle reazioni nucleari.

I raggi gamma vengono osservati con degli scintillatori (montati sui satelliti), materiali che se attraversati da gamma producono fotoni, i quali vengono poi "amplificati" da dei fotomoltiplicatori che servono ad amplificare il segnale iniziale.

γ -ray detectors

- **Scintillators:** The interaction of a gamma ray with the scintillator material (a crystal of some sort) produces some form of low-energy light (typically visual) which is then collected by a photomultiplier tube.

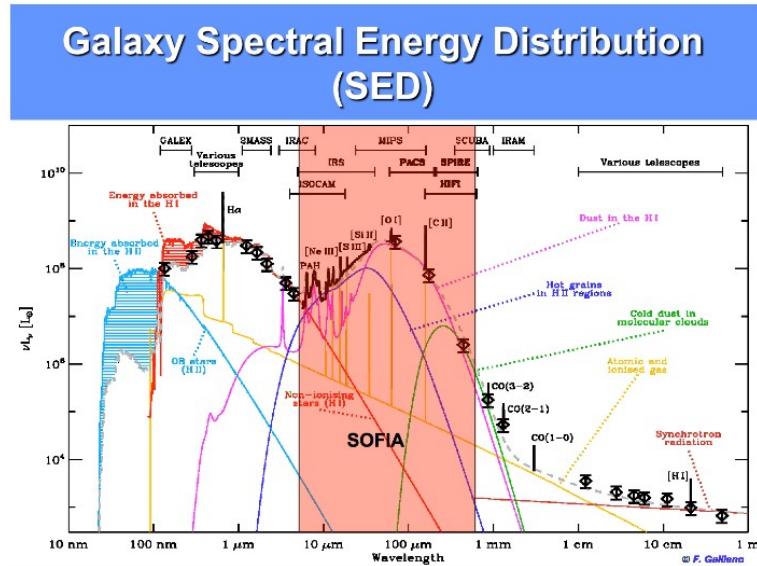


I fotoni gamma, che non arrivano a Terra, si possono vedere anche con i telescopi. Questo perché a terra succede che una particella che arriva ad alte energie dall'atmosfera produce una cascata di particelle (sciame). Tale sciame è fatto di particelle che hanno una velocità superiore alla velocità della luce in aria, quindi producono radiazione Cherenkov⁷; propagandosi lo sciame illumina il terreno con un cono di luce che è nel visibile (va da 400 a 800 nm. Lo stesso vale in acqua: in acqua è stata sfruttata la luce Cherenkov, cioè particelle veloci in acqua, per la detection dei neutrini del Sole ad esempio), il quale dura 5 ns su 10 fotoni al metro quadrato, noi mettiamo dentro un telescopio e guardiamo la luce che viene prodotta dal Cherenkov. In questo modo, se mettiamo più di un telescopio, riusciamo esattamente a capire da che direzione è arrivato il gamma. Questi Cherenkov Telescopi sono telescopi normalmente creati con mosaici di specchi, sono di dimensioni molto grandi, non hanno una grande qualità ottica e di telescopi Cherenkov nel mondo ne esistono 4 array, perché da solo non basta, serve un insieme. L'INAF ne ha due grandi alle Canarie, poi ne abbiamo uno negli Stati Uniti che si chiama Veritas, un array che sta in Namibia si chiama H.E.S.S. dedicato a Hess che ha scoperto i raggi cosmici e poi ne abbiamo uno in Australia (che non è

⁷Se abbiamo una particella carica che si muove dentro un mezzo ad una velocità superiore alla velocità della luce, le molecole, gli atomi di questo ambiente vengono polarizzate al passaggio della carica elettrica. Quando poi ritornano alla configurazione iniziale, emettono un bagliore, che è stato appunto dedicato a Cherenkov e viene chiamato oggi luce Cherenkov. Lo scopritore restò chiuso in una stanza molto buia per vedere l'emissione che particelle dalla velocità superiore alla velocità della luce nel mezzo producevano.

molto efficiente). Quindi sostanzialmente possiamo fare una misura dell'emissione di raggi gamma usando anche telescopi tradizionali.

Tutto questo perché, come dicevamo prima, una sorgente dobbiamo guardarla da gamma al radio



(In figura: Distribuzione in energia di una galassia.)

Questo è il concetto moderno di astronomia, in cui si deve essere in grado di comprendere i processi fisici che ci sono dietro ogni tipo di emissione: per esempio, per una Galassia bisogna chiedersi come è fatta per spiegare tutte le parti che vediamo.

4 Fotometria

4.1 Perché è importante riconoscere i tipi di radiazione

Tutto quello che accade nell’Universo lo possiamo sapere soltanto analizzando la radiazione elettromagnetica, quindi dobbiamo cercare in essa la firma dei processi che l’hanno prodotta (la radiazione infatti viene emessa in modo diverso a seconda del processo). La radiazione riflessa, per esempio, è polarizzata e possiamo sfruttare le proprietà della polarizzazione per studiare, per esempio, i processi che accompagnano una stella avvolta da un disco: infatti in tal caso la luce che arriva a noi è in parte riflessa dal disco e quindi polarizzata.

La luce può essere scatterata dalle particelle (es. polvere in aria). Nel caso dei gamma può avvenire il Compton inverso: la radiazione può cambiare la sua frequenza se interagisce con una particella che le cede la sua energia cinetica.

Il Cherenkov⁸ inverso è invece un processo che accade se e solo se la particella è relativistica: questa particella in genere è prodotta da reazioni nucleari, essa non può essere prodotta in altro modo.

Un altro esempio di emissione dovuta a particelle relativistiche è la radiazione di sincrotrone. Il sincrotrone è un acceleratore che grazie alla presenza di campi magnetici fa sì che la traiettoria dell’elettrone sia circolare, ma quando una particella carica viene accelerata (in questo caso è una accelerazione centripeta) irraggia: la radiazione emessa da elettroni in moto su una traiettoria circolare si chiama radiazione di sincrotrone. Questa emissione avviene nel radio e porta la firma dell’elettrone e del campo magnetico che l’ha curvato.

Dall’analisi della radiazione possiamo capire quale evento l’ha generata: per esempio nel Sole si generano particelle cariche a velocità relativistiche che risentono del campo magnetico solare emettendo radiazione di sincrotrone; non vediamo la particella, ma dalla luce di sincrotrone ricostruiamo l’ambiente che l’ha prodotta.

Ovviamente non è detto che il problema abbia un’unica soluzione, nel senso che si potrebbero avere altre condizioni che generano la stessa radiazione: bisogna allora cercare conferma in altri fenomeni. Consideriamo infatti l’urto tra due atomi di idrogeno: durante la collisione viene trasferita energia, l’elettrone passa al livello più alto e poi decade emettendo un fotone di lunghezza d’onda caratteristica del salto energetico nel sistema di riferimento dell’atomo che emette. Se l’atomo si muove la lunghezza d’onda misurata da un osservatore fermo è diversa per effetto Doppler, e la differenza ci dà informazioni sulla velocità dell’atomo che emette. In questo modo abbiamo una conferma che si tratta di Cherenkov inverso. Bisogna usare tutto ciò che conosciamo sulla interazione radiazione-materia per estrarre informazioni sulle sorgenti.

4.2 Acquisizione dati in astrofisica

Supponiamo di voler studiare oggetti nel cielo analizzando la radiazione: nella pratica significa che a un certo istante di tempo guardiamo in una direzione e riceviamo una intensità specifica (una misura dell’energia normalizzata da tutto ciò che potrebbe alterarla), che cambia con la posizione, con il tempo e con la frequenza.

⁸Emissione di radiazione quando un mezzo è attraversato da una particella carica con velocità maggiore di quella della luce nello stesso mezzo

È importante conoscere lo strumento con cui sono state effettuate le misure. Immaginiamo di avere un detector bidimensionale fatto di quadratini che si accendono quando vengono colpiti dalla luce ovunque arrivi il fotone: se arriva un cerchio comunque noi vediamo accendere un quadrato. Quindi dagli strumenti dipende ciò che crediamo di aver visto.

Anche la cadenza con cui si fanno le osservazioni ci può dare un risultato sbagliato. Immaginiamo per esempio una persona che tutte le sere a mezzanotte misura la luce di una stella registrando sempre lo stesso numero di fotoni; egli si convince che l'intensità sia costante, poi fa una misura a notte fonda e si accorge che il risultato è diverso: ciò vuol dire che il fenomeno ha una periodicità che è inferiore a un giorno.

L'importante quando si costruiscono gli strumenti è che essi ci permettano di capire quali sono i limiti della misura, non si può pensare di analizzare un dato per verificare una teoria senza sapere come il dato è stato acquisito.

Ci chiediamo adesso come si fa a ottenere un'immagine del cielo sapendo che questa dipende dalla lunghezza d'onda. Gli strumenti infatti danno tutti una risposta di tipo si/no (si accendono o non si accendono), essi ci permettono di misurare l'intensità, ma non il colore. Allora come fa la macchina fotografica a fare le foto a colori? Questa è fatta da tanti dispositivi, davanti ai quali ci sono dei filtri colorati rosso, giallo e blu; si fa la conta dei fotoni dei tre colori e in base a ciò si produce la foto a colori, ma non sono esattamente gli stessi colori che vediamo.

Dobbiamo acquisire dati non solo spazialmente, ma anche in lunghezza d'onda. Abbiamo visto che la capacità di risolvere due stelle dipende dal diametro del telescopio in base al criterio di Rayleigh, quindi dobbiamo raccogliere la luce con un grande telescopio, poi questa immagine (disco di Airy) la dobbiamo mettere dentro un sensore. Ricordiamo che una stella di magnitudine 0 emette $1000 \text{ fotoni}/(\text{cm}^2 \cdot \text{s} \cdot \text{\AA})$ (questo numero è da ricordare).

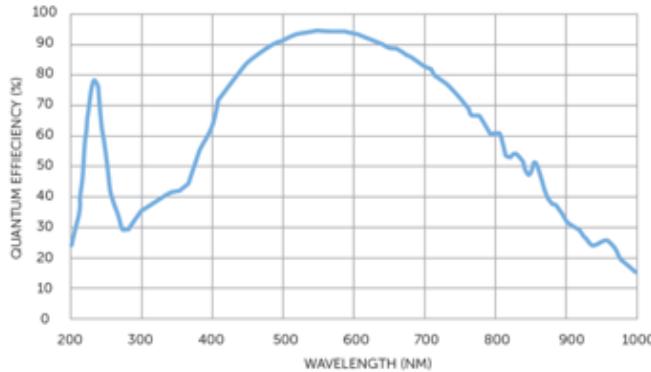
Il detector lo abbiamo descritto come un oggetto che raccoglie fotoni, ma questo deve avere alcune caratteristiche: idealmente dovrebbe raccogliere fotoni di tutte le lunghezze d'onda (nella realtà non è possibile), inoltre per ogni fotone che arriva deve stabilire l'istante in cui è arrivato e la direzione da cui è arrivato, deve essere in grado di distinguere due fotoni che arrivano quasi contemporaneamente, deve avere un lungo tempo di integrazione (il tempo durante il quale il sensore raccoglie la luce proveniente dalla sorgente) e un numero grande di pixel (per distinguere esattamente la direzione dei fotoni), inoltre lo strumento deve essere in grado di misurare il grado di polarizzazione⁹ perché questo ci dà informazioni sulla sorgente. Nella realtà non esiste un tale detector ideale, anche se esistesse avremmo comunque un problema di archiviazione dei dati. Spesso inoltre gli eventi non sono correlati in maniera lineare (non è che se arrivano due fotoni c'è il doppio di corrente) perché a un certo punto c'è una saturazione: l'aumento eccessivo di luce non produce un ulteriore aumento del segnale.

Ci sono tanti parametri che caratterizzano un detector, i più importanti sono due:

1. la **sensibilità**, o quantum efficiency, che è il rapporto tra il numero di fotoni riconosciuti come eventi diviso quelli incidenti (in genere l'efficienza quantica del-

⁹Il grado di polarizzazione di un fotone è una misura della polarizzazione della luce a cui quel fotone appartiene. La polarizzazione si riferisce all'orientamento delle oscillazioni del campo elettromagnetico associato alla luce. In altre parole, indica in quale direzione vibra il campo elettrico della luce.

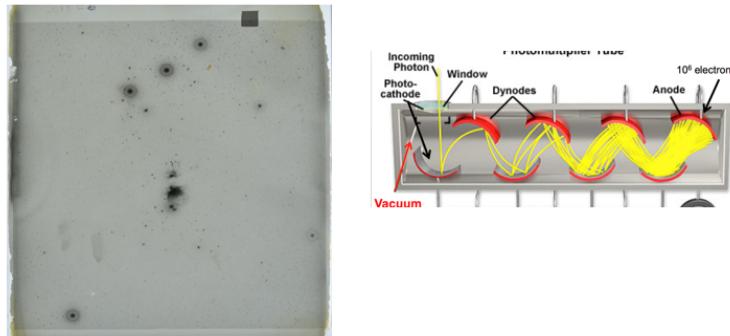
la CCD¹⁰ di un telescopio è dell'ordine del 95%, quella della fotocamera di un cellulare è del 30%);



2. il **range dinamico**, che è la quantità di segnale che può essere registrata: c'è un valore minimo e un massimo, che può dipendere da aspetti hardware o numerici (es. display a 3 cifre).

In passato si usava come detector la lastra fotografica, basata sul fatto che lo ioduro di argento può essere sospeso su una gelatina e quando viene colpito da un fotone produce qualcosa di annerito. La lastra fotografica ha rivoluzionato l'astrofisica perché permette di vedere anche lunghezze d'onda maggiori di quelle che vediamo con i nostri occhi: essa riportava dunque stelle non visibili altrimenti. Il grande svantaggio è che questo strumento è analogico: i dati non possono essere digitalizzati e archiviati.

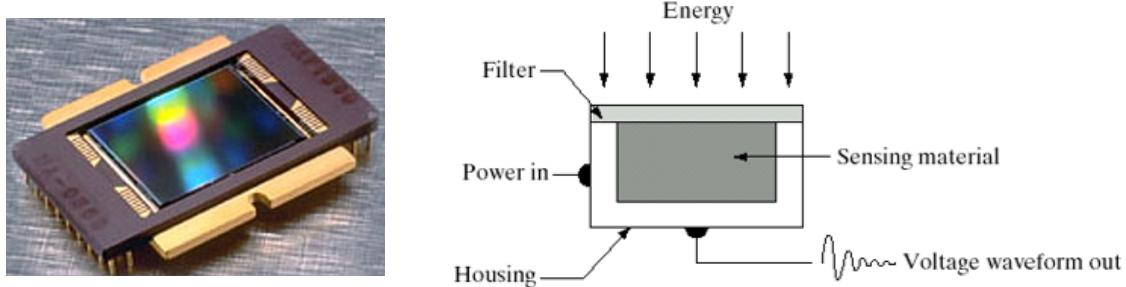
In seguito sono arrivati i fotomoltiplicatori: all'arrivo di un fotone lo strumento rilascia un elettrone che viene accelerato da una ddp, impatta su una lastra di metallo (dinodo) liberando un numero maggiore di elettroni, che poi vengono accelerati in cascata da una corrente leggibile.



Oggi si utilizzano i CCD, che sono oggetti tridimensionali, costituiti da una matrice di sensori tutti uguali, con pixel da 4 a 24 micron (quelli usati in astrofisica sono più

¹⁰Un CCD, o Charge-Coupled Device, è un dispositivo elettronico sensibile alla luce utilizzato in astrofisica e in molte altre applicazioni scientifiche e industriali per la rilevazione e la registrazione delle immagini. Si tratta di un tipo di sensore a semiconduttore che è in grado di convertire la luce in segnali elettrici.

grandi di quelli presenti nei nostri cellulari). Essi hanno un'altissima efficienza quantica e ricoprono un intervallo di lunghezze d'onda che va dai 300 nm fino al μm . I CCD si basano sull'effetto fotoelettrico: arriva un fotone e se ha energia sufficiente libera un elettrone; ovviamente c'è un problema di soglia, nel senso che i fotoni con energia inferiore al lavoro di estrazione non sono rivelabili.



Quando arriva il fotone, un elettrone passa dalla banda di valenza a quella di conduzione; si collocano sopra 3 elettrodi, quello al centro è positivo e i due lateralmente negativi, quindi l'elettrone resta intrappolato. Più fotoni arrivano più elettronini vengono intrappolati, alla fine gli elettronini vengono spostati verso un lettore di corrente cambiando la polarità degli elettrodi (da $- + -$ a $- + +$). C'è chiaramente un tempo di lettura non trascurabile.

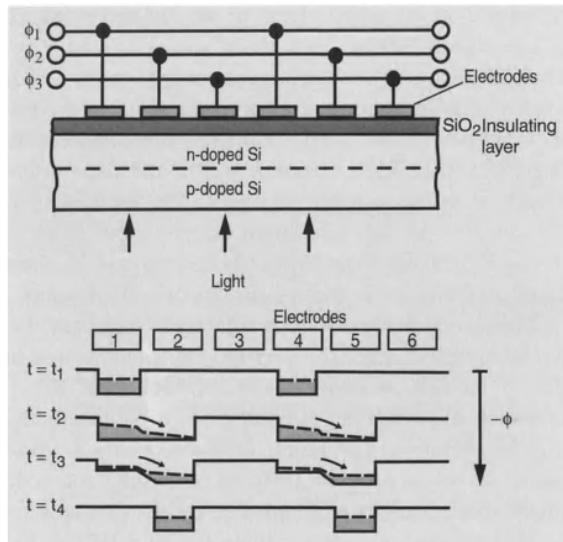
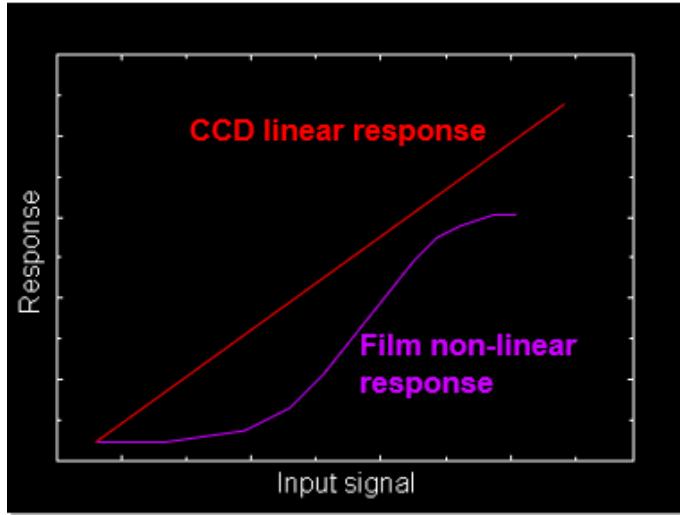


Fig. 5.16. Schematic construction diagram and principle of the readout process of a three-phase CCD (charge-coupled device). The charges collected initially ($t = t_1$) under the electrodes 1 and 4 are shifted in such a way by stepwise changes in the potentials ϕ (at times t_2 and t_3) that they are located under electrodes 2 and 5 at time t_4 . (Reproduced by permission from *Sterne und Weltraum*)

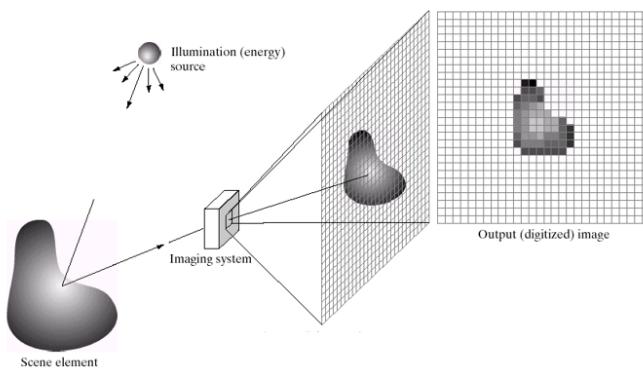
Il CCD ha il grande vantaggio di avere una immagine digitalizzata e di darci informazioni sulle coordinate grazie ai pixels. Abbiamo detto che la risposta di una lastra fotografica non è lineare: questa si attiva solo quando è colpita da un certo numero di fotoni, poi la risposta cresce, ma va a saturazione. I CCD invece hanno una risposta lineare. Questi strumenti hanno permesso di migliorare l'efficienza dei telescopi: un

telescopio equipaggiato con un CCD può essere più piccolo di un fattore 100 di un telescopio con lastra fotografica e l'efficienza sarà la stessa (ma la risoluzione peggiora).



4.3 Imaging

I CCD sono stati inventati negli anni '60 come storage dei computer, ma poi si è capito che si potevano usare come dispositivi fotografici. Vediamo come si fa a trasformare una informazione continua in una immagine pixelata: sappiamo che ogni segnale si può esprimere mediante trasformata di Fourier, ma nella rappresentazione in armoniche c'è un taglio in frequenza sopra e sotto: non potremo mai registrare una lunghezza d'onda maggiore della dimensione del sensore, ma anche le lunghezze d'onda tanto piccole da ricadere tutte all'interno di un pixel si perdono.



L'immagine ci appare quindi diversa da come è nella realtà proprio perché si perdono alcune frequenze. Inoltre quando i fotoni presenti in un pixel vengono letti come corrente facciamo una scelta: con quanti bit rappresentare il segnale. Ciò è importante perché il CCD non può contenere troppi elettroni oppure ci può essere una perdita nel processo di archiviazione: alcune informazioni si conservano nell'archiviazione e altre si perdono e ciò determina la risoluzione dell'immagine, ma più informazioni archiviamo più tempo ci vuole. Un'altra grossa limitazione è il numero di pixel: più ne abbiamo, più spazio occupiamo, più tempo serve per trasferire i dati. In base a cosa vogliamo vedere sceglieremo le caratteristiche ottimali del CCD.

Inoltre il funzionamento è influenzato dalla temperatura: se si raffredda il CCD allora il numero di elettroni che passano spontaneamente in banda di conduzione è trascurabile, quindi si riducono i rumori. Un vantaggio importante dei CCD è che sono riutilizzabili; inoltre essi sono piccoli, ma si possono mettere più unità in un mosaico.

4.4 Tecniche astronomiche: fotometria

Vediamo adesso cosa possiamo dedurre, dal punto di vista quantitativo, misurando la quantità di energia che arriva da una stella.

Abbiamo definito la magnitudine come $-2.5 \log_{10}(F/F_0)$. In questa definizione, la differenza di magnitudine tra due stelle è implicitamente pari al rapporto dei flussi, quindi dà la possibilità di comparare una stella rispetto ad un'altra in termini di percentuali. La fotometria nasce come magnitudine visuale (ciò che possiamo vedere) ed in quest'epoca si potevano classificare gli oggetti più brillanti ed evidenziarne lo spostamento nel cielo, quindi abbiamo visto una sorta di astronomia di posizione. La fotometria (come la intendiamo oggi) nasce a metà dell'Ottocento, quando Bond ebbe l'idea di mettere al fuoco del telescopio una macchina fotografica: in questo momento comincia l'utilizzo della fotometria in termini quantitativi. La prima e grande scoperta di Bond nel fare fotografia fu che la dimensione dell'immagine di una stella su un piano focale (lastra fotografica a quell'epoca, oggi CCD) è tanto più grande quanto maggiore è la luminosità dell'oggetto. Si passa quindi da una misura soggettiva sulla brillantezza ad una misura oggettiva, dove misuriamo il diametro dell'immagine della stella. Questo è stato il punto nodale di tutto: si potevano fare delle misure veritieri per tutti ed erano ripetibili, secondo i principi della fisica.

L'ulteriore scoperta di Bond fu che quando osservava la lastra impressionata dalle stelle osservava stelle sulla lastra che non riusciva a vedere ad occhio nudo. Questo pose un grande problema: come era possibile che il cielo sulla lastra fotografica fosse diverso da quello che vediamo con gli occhi? Abbiamo spiegato tale fatto nei paragrafi precedenti: Bond vedeva sulla lastra fotografica oggetti che non vedeva con gli occhi, in quanto la lastra fotografica ha un'efficienza quantica, non tanto più alta, ma quanto molto più estesa in lunghezza d'onda rispetto alla porzione del visibile dell'occhio umano; quindi, la lastra fotografica registra ad esempio fotoni da 300 nm che l'occhio umano non vede. A questo punto si definisce una *magnitudine fotografica*, ossia una luminosità degli oggetti diversa dalla magnitudine visuale. Il motivo di tale differenza sta nella differenza che la lastra fotografica riesce a registrare tutta la lunghezza d'onda, poiché effettivamente non tutti gli oggetti emettono allo stesso modo: ci sono oggetti che emettono più a lunghezze d'onda lunghe (ultravioletto) e altri oggetti che emettono di più a lunghezze d'onda più brevi (infrarosso).

In conclusione, vedere in maniera diversa in realtà significa vedere corpi con proprietà emissive diverse. Se quindi riusciamo ad associare un flusso alle lunghezze d'onda, che cosa possiamo misurare? Per dirlo ricordiamo alcuni concetti noti.

4.4.1 Conoscenze note

La radiazione apparentemente bianca in realtà è una sovrapposizione spaziale di radiazione di diversa lunghezza d'onda, che si possono separare con uno strumento chiamato spettrografo e che può essere rappresentato con un triangolo di vetro; il motivo per cui

si separano è che l'indice di rifrazione dipende dalla lunghezza d'onda, per cui i fasci si piegano in modo diverso e in conseguenza a ciò vedremo la stella scomposta nei suoi diversi colori.

Questo primo esperimento fu condotto da Fraunhofer agli inizi del 1800 con la luce del Sole; egli ottenne lo spettro¹¹ del Sole e si accorse che aveva una diversa luminosità con i colori, ma in più si rese conto che lo spettro era attraversato da bande in assorbimento, cioè da strisce buie, che Fraunhofer catalogò con delle lettere dell'alfabeto.

Che cosa stesse vedendo fu un mistero per più di 50 anni, quando finalmente due chimici tedeschi, Kirchhoff e Bunsen, in laboratorio fecero spettri di fiamme: avevano un fornelletto in cui bruciavano i sali. Si accorsero che lo spettro di queste fiamme era sostanzialmente nero con la lunghezza d'onda, ma solcato da righe luminose che cadevano in regioni diverse e quindi si vedevano con colori diversi. L'esperimento successivo che si sono inventati è stato quello di interporre al becco di Bunsen che bruciava sostanze una sorgente continua e scoprirono che la sorgente continua, a differenza di quello che si aspettavano, non dava origine ad un arcobaleno, ma questa volta quelle che prime erano emissioni di luce qui apparivano come bande nere e quindi era un assorbimento: mancava la luce laddove invece qui risultava presente. Questi esperimenti sono stati di fatto la nascita dell'astrofisica, cioè l'idea di poter applicare le leggi della fisica per la convenzione degli astri.

4.5 Applicazione nello spettro solare

Nel Sole abbiamo a che fare con una distribuzione continua della luce e delle bande in assorbimento. Cerchiamo di associare a queste due proprietà un'origine.

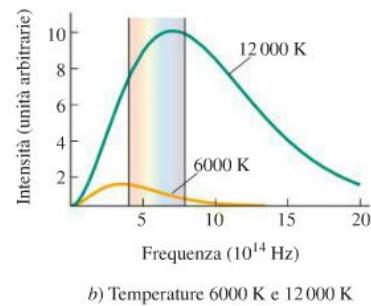
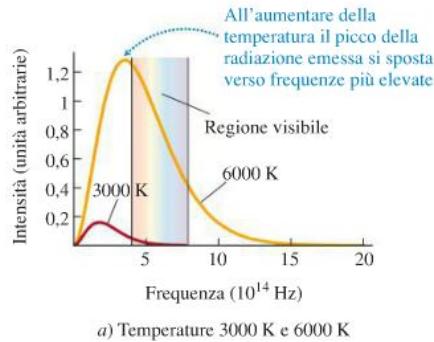
Nell'800 ci si rese conto che la distribuzione dello spettro, quindi la distribuzione dei fotoni con la lunghezza d'onda dei corpi, cambiava con la lunghezza d'onda. Kirchhoff registrò lo spettro di corpi con temperature diverse; il risultato fu che un corpo caldo produceva uno spettro con una forma caratteristica, il quale presentava un massimo che andava sempre a lunghezze d'onda più brevi man mano che la temperatura del corpo aumentava.

Questo andamento caratteristico è descritto matematicamente dalla **Planckiana**. La distribuzione di Planck dice che tutto dipende da un'unico parametro: la temperatura, tutto il resto sono costanti: velocità della luce, costante di Planck, costante di Boltzmann (che si utilizza per convertire i gradi in energia). Quest'andamento non è tipico dei corpi caldi, intesi come oggetti che possiamo mettere su una fiamma e far bruciare, è in realtà tipico dei corpi neri, in cui si raggiunge una condizione di equilibrio tra la temperatura e la radiazione: Questa condizione è difficile da riprodurre, ma si può riprodurre in maniera ragionevole in laboratorio contenendo la materia all'interno di una sfera, di modo che la radiazione vada in equilibrio con la sfera stessa; se poi pratichiamo un piccolo foro, possiamo vedere questo tipo di emissione.

Questo esperimento fu condotto da Kirchhoff nel 1860, il quale aveva una "lavatrice", guardava dall'oblò e riscaldava. Sebbene i limiti tecnologici gli impedivano di raggiungere le temperature necessarie, egli intuì questo andamento.

Grazie al fatto che la distribuzione sia una planckiana per un corpo nero, nasce la possibilità di associare la posizione del massimo alla temperatura:

¹¹Lo spettro di una sorgente luminosa è la distribuzione della quantità di energia in funzione delle diverse lunghezze d'onda. Può essere continuo o discreto.



nel grafico vediamo come il massimo di un corpo nero con temperatura 6000 K cada esattamente tra il verde e il giallo, dove cade lo spettro del Sole. Allora è possibile dire che la superficie del Sole ha temperatura di 6000 K.

Dalla distribuzione continua di un corpo possiamo estrarre la temperatura grazie la Legge di Wien:

$$\lambda_{max} = \frac{b}{T}$$

Inoltre, se si fa l'integrale di questa planckiana si ottiene una quantità che cresce con la quarta potenza della temperatura (legge di Stefan-Boltzmann). Questa trattazione però è valida a terra, noi che cerchiamo di associare un concetto di temperatura agli astri non possiamo partire dal principio che la stella sia una planckiana, perché non lo sappiamo ancora. Quello che sappiamo è che il Sole, come tutte le stelle, ha una distribuzione di spettro continuo e l'area sottesa prende il nome di **magnitudine bolometrica**. In altre parole, facendo l'integrale dello spettro otteniamo l'energia totale, e ipotizzando che il Sole sia assimilabile ad un corpo nero possiamo associare ad esso una temperatura semplicemente dividendo per la costante di Stefan-Boltzmann.

Fare una misura totale del Sole non è impossibile, per esempio nel visibile bastano una lente ed un bicchiere d'acqua con un termometro dentro e all'aumento di temperatura nel termometro si associa una quantità di energia, che è proprio quella che il Sole vi proietta.

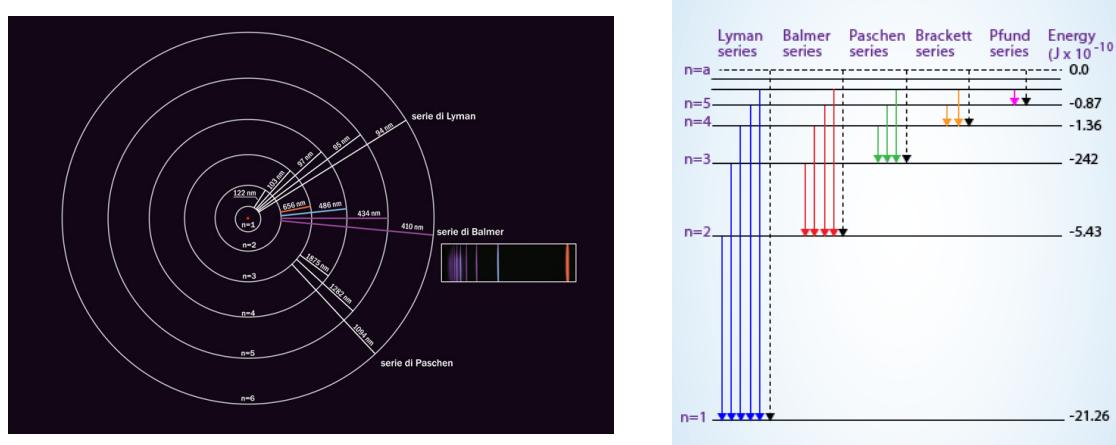
Quindi in linea di principio, se abbiamo una distribuzione di spettro, anche se non è effettivamente una planckiana possiamo associare un concetto di temperatura, ma considerando che il Sole è un oggetto esteso e che ogni elemento infinitesimo si comporta come un corpo nero, si definisce la **temperatura efficace** di una stella come la temperatura tale che la luminosità misurata sia pari a $L = 4\pi r^2 \sigma_B T^4$, con r raggio della stella e σ_B la costante di Stefan-Boltzmann. In altre parole, la temperatura efficace è la temperatura equivalente di un corpo nero ideale che ha la stessa luminosità della stella. A questo punto possiamo attribuire alle stelle un valore di temperatura sulla base di questa distribuzione e pensare che la distribuzione continua che osserviamo provenire dal Sole sia dovuta ad un equilibrio tra radiazione e materia.

N.d.r.: Secondo me non è ben specificato ma le stelle, essendo assimilate a corpi neri, devono emettere a tutte le frequenze. Nella realtà poi, in base alla composizione e alla temperatura, lo spettro si discosta da quello ideale.

Rimane da capire cosa fossero le bande di assorbimento che solcavano lo spettro dal Sole osservato da Fraunhofer. Per questo richiamiamo i concetti riguardo l'atomo di idrogeno ed i suoi orbitali.

Nella figura si mostra come l'atomo di H, che è l'atomo più comune in quanto elemento primario dell'Universo (è presente al 90% in particelle e al 75% in massa, quindi è di fatto quello che emette di più). L'atomo di idrogeno è rappresentato con una carica positiva al centro e con le orbite degli elettroni attorno; gli elettroni occupano stati di energia quantizzati: non tutte le orbite sono possibili, perché l'energia e il momento angolare è quantizzato (se così non fosse l'elettrone compierebbe un moto a spirale intorno al nucleo percorrendo orbite sempre più piccole, ed essendo una particella carica emetterebbe radiazione di sincrotron con conseguente perdita di energia e colllassando quindi sul nucleo, come avviene con un satellite artificiale che incontra l'atmosfera nella Terra (infatti i satelliti vanno rispediti in alto perché con l'attrito dell'atmosfera perdono energia e quindi tendono a cadere)).

Per passare da un'orbita all'altra ci vuole un'energia ben precisa. Dalla meccanica quantistica sappiamo che un fotone di frequenza ν possiede un'energia $h\nu$, e con uno spettro continuo come quello di corpo nero in cui sono presenti tutte le frequenze, quando questa radiazione incontra un atomo di idrogeno ci sarà sicuramente, tra tutte, una frequenza tale da produrre un salto da un livello energetico ad un altro perché $h\nu$ coinciderà esattamente con la differenza di energia di questi livelli.



Quali sono queste transizioni? Nel caso dell'atomo di idrogeno le prime scoperte furono quelle del visibile, che sono quelle che coinvolgono il livello energetico $n = 2$, per cui per passare dal livello 2 al livello 3 è necessario un fotone di lunghezza d'onda 656 nm o 6563 Å; questa è una riga fondamentale in astrofisica perché è la più utilizzata visto che sta nella regione del visibile. Poi ci sta la 2 a 4 va a 486 nm e così via. Si definisce serie l'insieme di tutte le transizioni che partono dallo stesso livello; in particolare la serie che parte dal livello 2 si chiama *serie di Balmer*. All'interno di una serie, le righe vengono classificate con le lettere dell'alfabeto, per cui la prima transizione da 2 a 3 viene chiamata alpha, poi da 2 a 4 beta, da 2 a 5 gamma ecc. Nel caso dell'idrogeno queste transizioni vengono chiamate H_α , H_β , H_γ , H_δ .

Storicamente le cose sono andato inversamente: Balmer vide le righe spettrali e, chiedendosi a cosa fossero dovute, giunse alla conclusione che erano dovute a transizioni tra livelli energetici dati; egli osservò che le lunghezze d'onda emesse dall'idrogeno sono

legate dalla relazione

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right)$$

inoltre legò la frequenza (e quindi l'energia) con i livelli tramite la formula

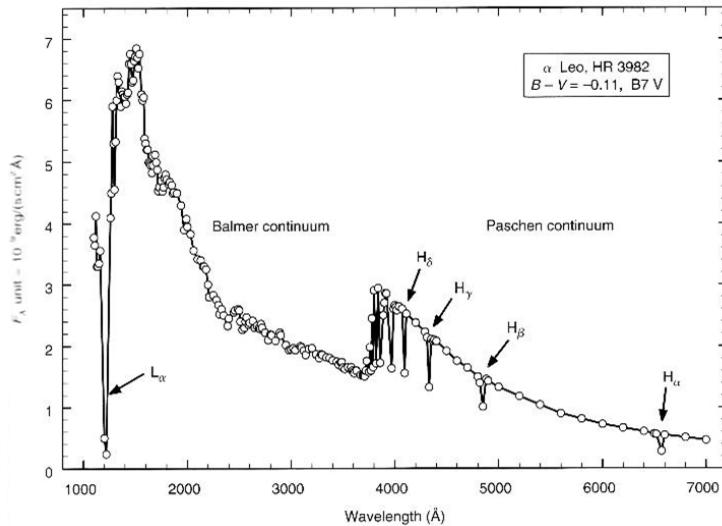
$$\nu = \frac{E_0}{h} \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right)$$

dove i termini tra parentesi vengono chiamati *termini* e indicati con T_m e T_n ¹². In particolare per la serie di Balmer si ha

$$\nu = \frac{E_0}{h} \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{n^2} \right)$$

Sulla base di tali relazioni, a partire dalle righe spettrali si possono determinare le temperature di un corpo e capire quali sono gli elementi chimici presenti.

Vediamo adesso come sono fatti gli spettri delle stelle:



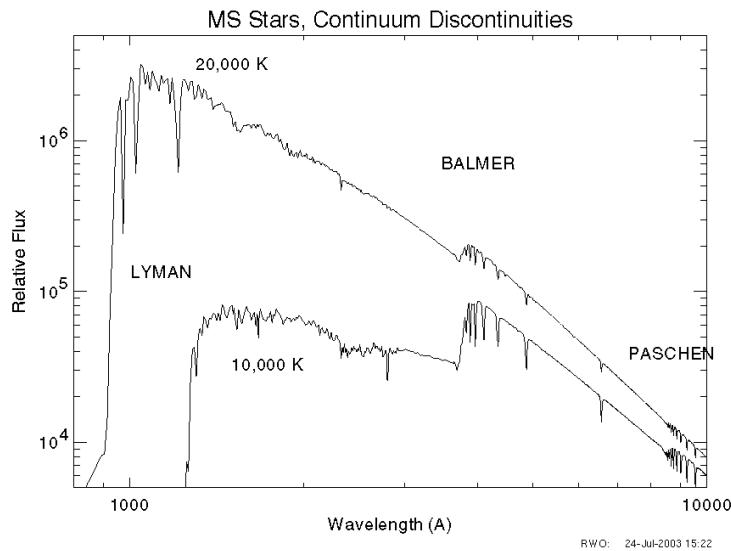
In questo esempio di spettro, compreso tra 1000 e 7000 Angstrom, si ha un comportamento simile a quello a campana che ricorda molto quello di un corpo nero, ma con delle bande in assorbimento; in lunghezze d'onda queste coincidono con le transizioni H_α , H_β , H_γ e H_δ e si ha pure la transizione L_α , dal livello 1 al livello 2.

Questo andamento non è però del tutto a campana: se guardiamo attentamente il grafico, notiamo che ci sono le transizioni da 2 a 3, da 2 a 4, da 2 a 5 ecc., ma effettivamente quanti sono i livelli di un atomo? L'equazione di S. ci fornisce soluzioni per un singolo atomo, per cui si possono avere elettroni a qualsiasi distanza; nel momento in cui abbiamo due atomi, la distanza massima a cui l'elettrone può stare più lontano dal nucleo è pari a metà della distanza tra i due atomi. Quindi quando prendiamo un vero gas o plasma di idrogeno non esistono tutti gli orbitali: avremo un certo numero di orbitali possibili, ma poi l'elettrone passerebbe ad un altro atomo, ed è quello che

¹²Lo so che è ridondante ma è la notazione del prof.

accade quando la radiazione di cui stiamo discutendo, che ha frequenze sempre più grandi, fornisce quell'energia necessaria per occupare un livello che in realtà non esiste: avviene la ionizzazione. Tale effetto è un effetto a soglia, come l'effetto fotoelettrico, nel senso che tutti i fotoni con frequenza ed energia maggiore di una soglia¹³ possono ionizzare. Infatti il buco del grafico (Balmer continuum) è la zona del corpo nero che corrisponde a quei fotoni che sono assorbiti per ionizzare.

Allora non siamo molto distanti dal poter dire qual è la temperatura di una stella conoscendo la forma del suo spettro (a patto di apportare alcune correzioni):



In figura abbiamo lo spettro di una stella alla temperatura di $1 \cdot 10^3$ K e una alla temperatura di $2 \cdot 10^3$ K. Per la prima il picco corrisponde a quello previsto dalla legge di Wien, mentre per la seconda il picco si sposta indietro e alla L_α si sommano quella β e γ , che adesso sono visibili perché nella prima non ci sono fotoni che possono provocare le altre transizioni. In questi spettri distinguiamo un continuo, le righe spettrali, e questi salti che chiamiamo discontinuità di Balmer, che si trova a 3667 Å.

Se inoltre ordinassimo gli spettri delle stelle in base alla posizione del massimo, scopriremmo che le temperature vanno da meno di 3000 K fino a 35000 K, e queste sono le temperature che riusciamo ad associare alle stelle.

Questo è l'impianto dal quale partiamo per determinare la temperatura di una stella, cioè la prima applicazione che è stata fatta della misura del flusso è stata quella di associare quella che abbiamo chiamato temperatura efficace. Praticamente come si fa?

4.5.1 Filtri UBV

Si può pensare di misurare il flusso all'interno di bande spettrali e determinare, a partire dalla differenza di luminosità della stella all'interno di queste, la temperatura della Planckiana. È possibile determinare in maniera univoca la temperatura misurando la luminosità soltanto in due bande.

Agli inizi del '900, Johnson inventò un sistema fotometrico basato sui 3 filtri U, B, V: essi corrispondono rispettivamente a Ultravioletto (che si colloca prima della

¹³Si parla di energia di Fermi, che è l'energia di soglia oltre al quale si ionizza l'atomo.

discontinuità di Balmer), Blu (che si colloca dopo la discontinuità di Balmer) e Visibile. In seguito furono aggiunti altri due filtri, red ed infrarosso. Questo filtri rappresentano uno standard; li usiamo perché non esiste uno strumento in grado di misurare l'intero spettro, quindi per facilità tecnica ci limitiamo ad un intorno.

Supponiamo di misurare il flusso all'interno di queste bande (per fare ciò è sufficiente far passare la luce attraverso un vetro che trasmette la luce che vogliamo far passare). Quando abbiamo parlato delle magnitudini delle stelle abbiamo detto che essa è data da $-2.5 \log(F/F_0)$ e, date due stelle, la differenza di magnitudine è pari al rapporto del flusso; adesso applichiamo questo concetto alla stessa stella, utilizzando però due bande diverse: eseguiamo una misura nel filtro B e una misura nel filtro V. La loro differenza coinciderà con il rapporto, e quindi con la pendenza, della planckiana.

Quando si ha a che fare con misure di questo genere, in cui si calcola la differenza di due magnitudini, si parla di **indice di colore**, che indica qual è la pendenza del colore e che solitamente si indica con il filtro di lunghezza d'onda più breve del primo:

$$B - V \equiv m_B - m_V = -2.5 \log_{10} \frac{F_B}{F_V} \quad (9)$$

L'applicazione di filtri UBV allo spettro stellare equivale matematicamente a una "media pesata". In altre parole, per ottenere la misura della luminosità di una stella attraverso ciascun filtro UBV, si moltiplica lo spettro stellare per la funzione di trasmissione del filtro (spettro di trasmissione) associato a quel filtro e quindi si integra su tutto lo spettro di trasmissione e lo spettro stellare. Questo processo è noto come "convoluzione spettrale" o "media ponderata spettrale".

Se $S(\lambda)$ rappresenta lo spettro stellare, e $T_U(\lambda)$, $T_B(\lambda)$ e $T_V(\lambda)$ rappresentano le funzioni di trasmissione dei filtri U, B e V rispettivamente (funzioni diverse da zero nella banda e uguali a zero altrove), la misura della luminosità attraverso ciascun filtro è data rispettivamente da:

$$U = \int S(\lambda) \cdot T_U(\lambda) d\lambda$$

$$B = \int S(\lambda) \cdot T_B(\lambda) d\lambda$$

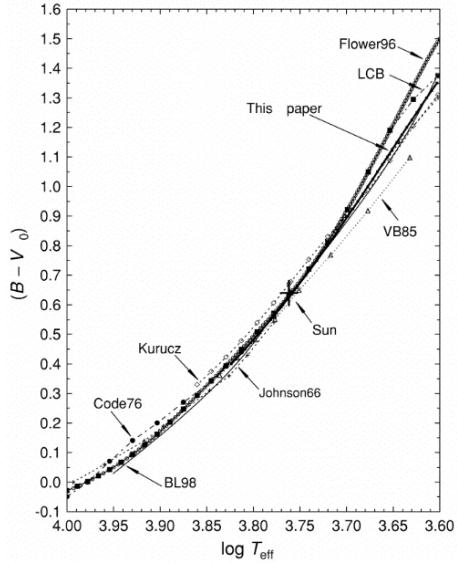
$$V = \int S(\lambda) \cdot T_V(\lambda) d\lambda$$

Queste equazioni rappresentano l'integrazione del prodotto tra lo spettro stellare e la funzione di trasmissione del filtro su tutto lo spettro di lunghezze d'onda (λ). Il risultato di ciascuna integrazione fornisce la misura della luminosità della stella attraverso il filtro corrispondente (U, B o V).

Tuttavia, la luce che arriva sul telescopio è un po' più complicata del flusso della stella, perché la luce della stella deve attraversare l'atmosfera. Bisogna quindi apportare delle correzioni dovute ad esempio alla trasmittanza dell'atmosfera, che può cambiare nel tempo. Misurare la trasmittanza dell'atmosfera terrestre è un processo complesso, che si fa o con dispositivi laser chiamati Lidar, i quali mandano un laser in alta quota e poi ne vedono gli assorbimenti in lunghezza d'onda, oppure dallo spazio. Ma anche la riflettività del telescopio può cambiare nel tempo, ad esempio con l'ossidazione dello strumento.

Gli astronomi hanno risolto il problema definendo un certo numero di stelle standard, ossia un gruppo di stelle per le quali gli indici di colore sono definiti, cosicché nel momento in cui eseguendo una misura rilevassimo un valore diverso da quello tabulato sapremmo che correzione apportare (ad esempio la stella Vega ha indice di colore $B - V$ ¹⁴ uguale a zero, per cui se misurassimo un indice pari a 0.2 sapremmo che dovremmo sottrarre 0.2 a tutte le misure).

Dopo aver apportato queste correzioni è finalmente possibile misurare la temperatura efficace delle stelle semplicemente dall'indice di colore $B - V$. Data la planckiana, si calcola come varia $B - V$ (per farlo è sufficiente fare due foto del cielo con una macchina fotografica in cui una volta montiamo un filtro B e l'altra un filtro V) in funzione della temperatura di questa, e il grafico che si ottiene è il seguente:



$$B - V = -4.684 \log(T) + 14.551 \quad \text{per } \log(T) < 3.961$$

$$B - V = 0.344 [\log(T)]^2 - 3.402 \log(T) + 8.037 \quad \text{per } \log(T) > 3.961$$

La temperatura è la prima informazione che si può ricavare da una lastra fotografica, il che è abbastanza intuitivo (nel senso che è intuitivo determinare la temperatura di una stella dal suo colore), ma si può fare molto di più: si può misurare la gravità di una stella, intesa come l'accelerazione di superficie, che dipende dalla sua massa e dal quadrato del suo raggio:

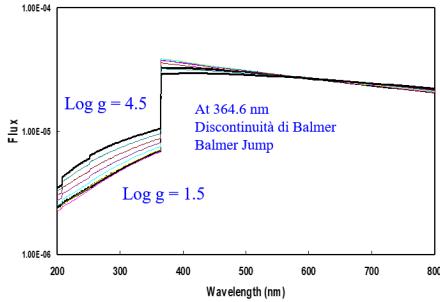
$$g = G \frac{m}{r^2}$$

Bisogna però prestare attenzione ad una cosa: noi siamo in grado di misurare soltanto la massa di stelle appartenenti a sistemi binari, cioè quelle stelle che orbitano a coppia attorno ad un centro di massa comune (il Sole, al contrario, è una stella singola, ma è un caso raro, perché il 70% circa delle stelle ha un'altra stella come compagna).

Dalla formula di $B - V$ si può ricavare la temperatura efficace T_{eff} e, misurando la quantità di fotoni che arrivano da quella stella, a partire dalla definizione di luminosità $L = 4\pi r^2 \sigma T_{\text{eff}}^4$ si può ricavare il raggio della stella.

¹⁴Si legge "B meno V".

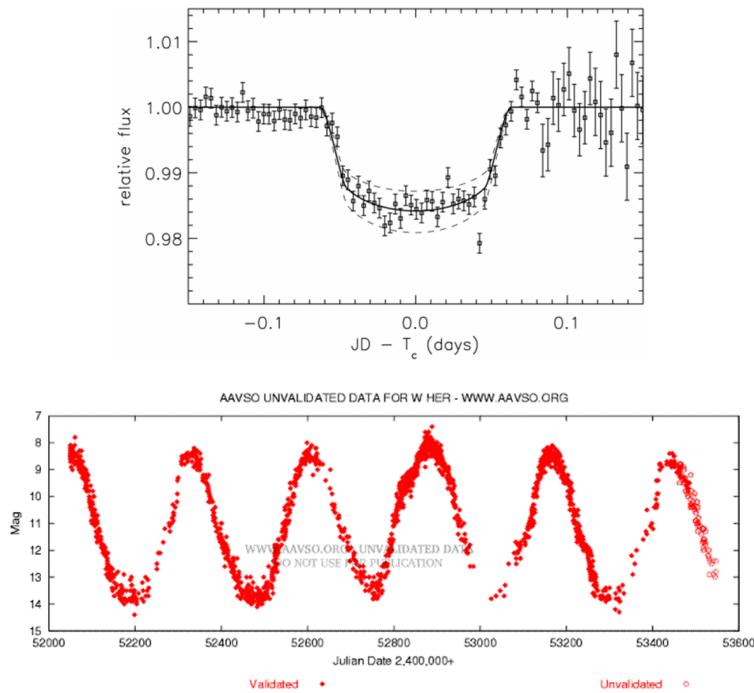
A questo punto, conoscendo sia il raggio che la massa, è possibile calcolare il valore della gravità superficiale.



Si è però scoperto che la discontinuità di Balmer (Balmer jump) ha un’ampiezza che, a parità di temperatura, dipende dalla gravità, quindi l’indice di colore $U - B$ può dare una misura dell’accelerazione della stella in superficie e siccome si può fare anche per una stella singola allora si può ottenere la misura della massa di una stella da questo.

4.5.2 Ulteriori parametri ricavabili

Le stelle non presentano sempre una luminosità costante, e la fotometria è la prima delle tecniche per scoprire fenomeni di variabilità:



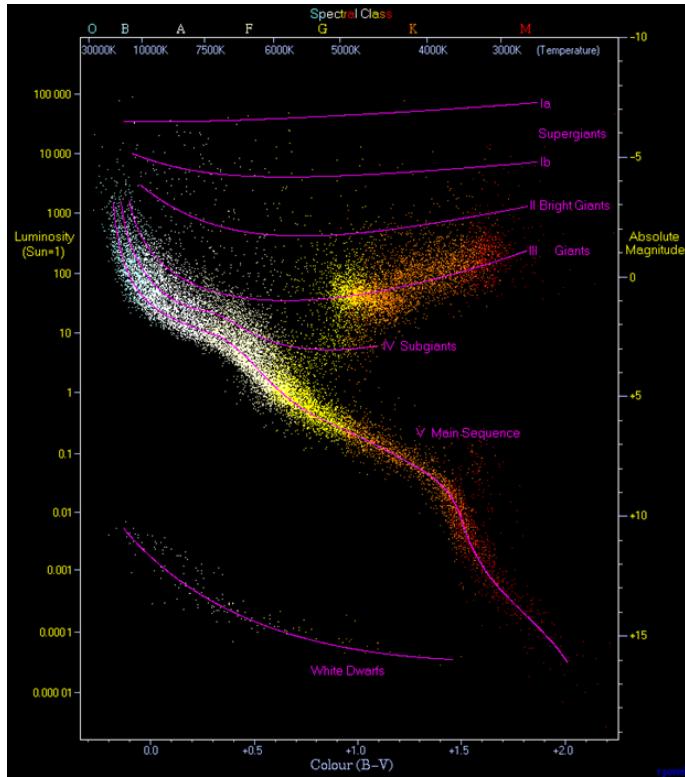
In questi grafici sono rappresentate la variazione di magnitudine di una stella per cui si è fatta una misura ogni sera per anni. Quello che si è scoperto è che questa stella cambia la sua luminosità con un periodo di circa 1 anno e varia di ben 6 magnitudini, quindi è una stella che può essere quasi visibile e può scomparire totalmente.

Si può pensare di eseguire queste misure con i filtri B e V in modo tale da calcolare la variazione di temperatura; se poi assimiliamo la stella ad un gas che si comprime ed espande, potremmo ricavare la variazione di raggio della stella.

Dalla variazione luminosa di un corpo (e quindi da un grafico in cui si vede un calo e una risalita) si può raggiungere alla conclusione, ad esempio, che esso venga eclissato dal passaggio di un oggetto. Ne è stato un esempio il passaggio di Venere davanti al Sole. Tale evento conteneva una grande informazione: il raggio del Sole, ricavato a partire dal tempo necessario al transito.

4.6 Diagramma HR

La cosa più importante che ha portato la fotometria nell'astrofisica è stata la scoperta fatta da due astronomi indipendentemente, Hertzsprung e Russell, i quali agli inizi del '900, facendo fotometria di tutte le stelle e provando a capire se c'era una relazione tra i parametri come l'indice di colore, le luminosità ecc., costruirono un diagramma, che prende il loro nome, in cui collocarono tutte le stelle, usando come coordinata x l'indice di colore $B - V$ (che come abbiamo visto è una misura della temperatura) ed in y la luminosità:



Quello che scoprirono è che il grafico non si riempiva in maniera uniforme, ma vi erano dei luoghi in cui c'era un'alta concentrazione; questi andamenti vennero chiamati **sequenze**. Quella più affollata fu chiamata *sequenza principale* (da notare che a quell'epoca non si sapeva neanche perché fosse così). Inoltre, in questa distribuzione degli oggetti, i due astronomi si resero conto che a parità di indice di colore e quindi di temperatura, gli oggetti potevano avere luminosità molto diverse. Ricordando che la luminosità è data da $L = 4\pi r^2 \sigma T_{\text{eff}}^4$, questa fu intesa come una variazione del raggio della stella, cioè gli oggetti più luminosi erano quelli con il raggio più grande. Per queste motivi le stelle della sequenza principale furono chiamate "nane", mentre le altre subgiganti, giganti e supergiganti, avendo in mente che avessero un raggio molto diverso. Si ha poi un braccio sotto definito come braccio delle nane bianche (la definizione nasce dal fatto che H. e R. potevano vedere solo queste, aventi temperatura 10.000 K, che all'occhio umano appaiono di colore bianco, ma nella teorizzazione moderna del diagramma HR abbiamo un raggio che si estende anche a colori rossi).

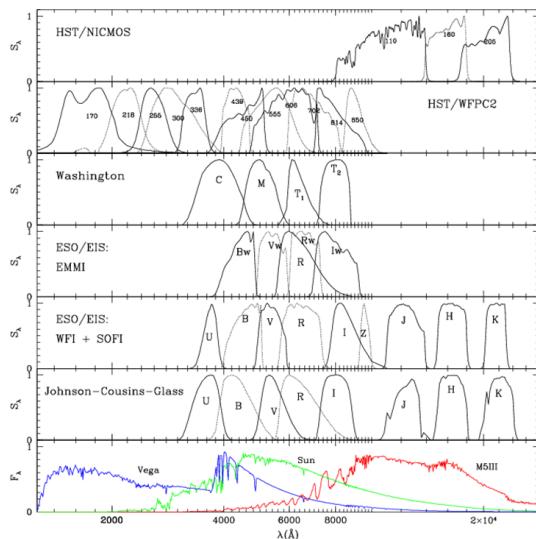
Vedendo un grafico come questo, in cui gli oggetti sono organizzati in strutture, ci viene in mente che deve sicuramente esserci una relazione ben precisa tra temperatura, raggio e luminosità;

Il diagramma HR può essere immaginato come il periodo più lungo della vita di una stella in cui essa rimane uguale a se stessa.

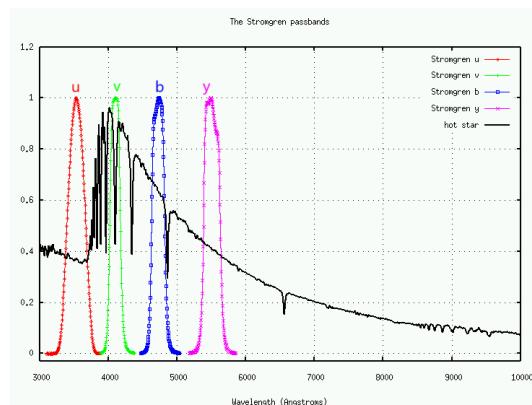
riscrivi Questo diagramma HR rappresenta il grafico su cui tutti i modelli (intesi come i modelli relativi alle proprietà delle stelle) devono essere valutati. In astrofisica ogni modello deve dare origine a quelle che si chiamano osservabili (se ad esempio facciamo un modello di struttura stellare, bisogna chiedersi quanta luce emette, quanto vale il suo indice di colore, che temperatura e quindi che raggio avrà la stella, ecc.).

4.6.1 Ulteriori sistemi fotometrici

Abbiamo parlato del sistema fotometrico di Johnson come quel sistema fotometrico che campiona lo spettro in alcuni punti. Tale sistema è nato all'inizio del '900, ma in seguito grazie alla tecnologia la nostra conoscenza dello spettro (inizialmente limitata alla regione del visibile, in cui bastano i filtri U, B, V) si è estesa ad altre bande. Per studiarle dobbiamo però estendere i sistemi fotometrici nelle altre bande



Quello che si è fatto è stato estendere i filtri in altre bande (filtri U.B.V.R.I.J.H.K.), per andare nell'infrarosso e nell'ultravioletto. Tutti questi filtri hanno in generale anche l'obiettivo di riuscire a evidenziare le proprietà di un oggetto, ad esempio individuarne la metallicità.



Per questa proprietà in particolare si usa il sistema fotometrico Stromgren, che prevede anziché l'uso dei tre filtri di banda larga UBV (1500 Angstrom), quattro filtri di banda stretta (150 Angstrom). Se combiniamo i colori possibili con questi 4 filtri, si riescono a costruire diagrammi (detti diagrammi di colore-colore) tipo quello HR dove le stelle normali occupano ancora una sequenza principale, e gli oggetti peculiari (per esempio per composizione chimica) si presentano fuori.

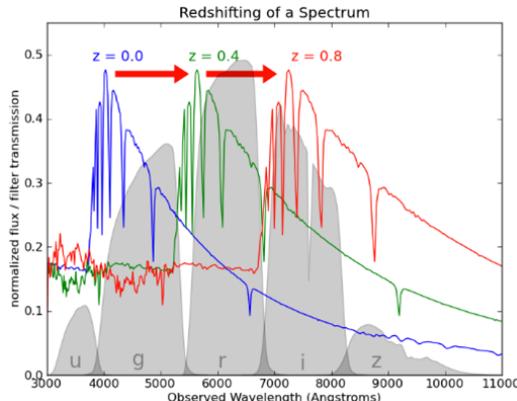
La realizzazione di diagrammi colore-colore rappresenta ancora una verifica di osservabili. Tra questi ricordiamo il diagramma m_1 che mette in evidenza la metallicità e il diagramma c1, che mette in evidenza la gravità.

4.6.2 Non solo stelle... applicazione alle galassie

I sistemi fotometrici sono stati pensati guardando le stelle, ma oggi siamo in grado di guardare anche oggetti più lontani delle stelle: le galassie, che sono un'integrale dell'emissività delle stelle, infatti guardando una galassia vediamo la somma di tutte le stelle. Tuttavia, le galassie si allontanano molto rapidamente, dando origine al *redshift*, cioè lo spettro delle galassie appare spostato in lunghezza d'onda per effetto doppler:

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{v}{c}$$

Quindi un oggetto che si muove con velocità v presenta le sue righe spettrali non alla lunghezza d'onda di laboratorio, ma ad una lunghezza d'onda spostata di un $\Delta\lambda$ tale che $\Delta\lambda/\lambda$ sia pari a v/c .



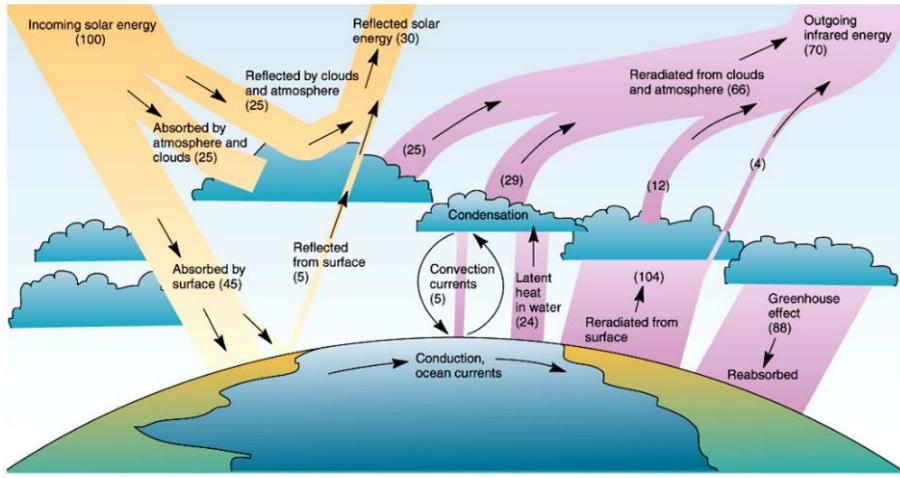
Per tale scopo è stato inventato un sistema fotometrico U.G.R.I.Z., che ha come unico obiettivo la misura dello spostamento della discontinuità di Balmer con la velocità. La velocità in astrofisica è indicata con il parametro z (il motivo è che le velocità sono elevate, per cui non ha senso parlare di km/h) tale che la lunghezza d'onda osservata sia pari ad $1+z$ per la lunghezza d'onda emessa:

$$\lambda_{\text{obs}} = (1+z)\lambda_{\text{emitted}}$$

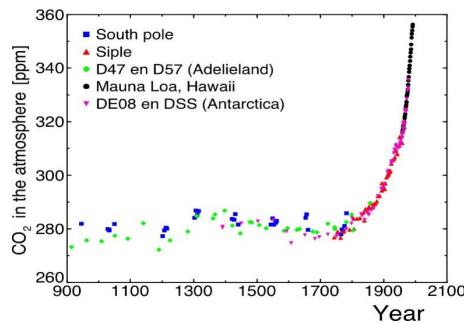
Allo stato attuale il valore più alto misurato da z è 7.

4.7 Influenza del mezzo attraversato dalla radiazione

Le misure di fotometria sono le misure che faremmo se fossimo di fronte ad una stella, ma noi non lo siamo poiché siamo all'interno di un'atmosfera. Cercheremo quindi di capire come si trasforma l'informazione luminosa quando questa interagisce con un mezzo, in particolare con l'atmosfera. Questa infatti non permette il passaggio di tutti i fotoni provenienti dal Sole ad esempio, ma ne fa passare solo una parte.



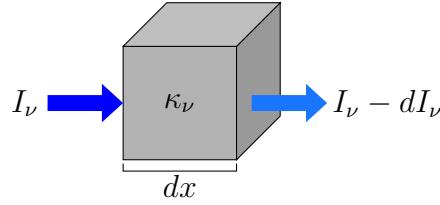
Ad esempio, su cento fotoni provenienti dal Sole solo cinquanta riescono a raggiungere la superficie terrestre, perché in parte l'atmosfera li assorbe ed in parte li riflette. Per capire come l'atmosfera influenza le nostre misure dobbiamo capire come ogni singolo componente dell'atmosfera (che sappiamo essere composta maggiormente da azoto (78%) e ossigeno (21%)) influisce. A proposito di componenti dell'atmosfera riportiamo di seguito un grafico dell'evoluzione nel tempo della quantità di CO₂ nell'atmosfera.



Come si può notare abbiamo una crescita notevole a partire dalla rivoluzione industriale. I valori dei secoli scorsi sono stati ricavati studiando i ghiacciai. Infatti nel ghiaccio viene conservata la quantità di CO₂ presente nell'atmosfera al momento della formazione. Nell'atmosfera non sono presenti soltanto singoli atomi o molecole ma anche ghiaccio, acqua, particelle e altro che ha dimensioni più grosse di una molecola. Tutti questi componenti sono responsabili dell'assorbimento dei raggi luminosi provenienti dal cosmo.

Cerchiamo di ottenere una rappresentazione più quantitativa di questo fenomeno. Rappresentiamo la quantità di energia che attraversa un piccolo volume di materia con l'intensità specifica¹⁵ e supponiamo di avere un pennello di energia di radiazione che entra in un cubetto e ne emerge.

¹⁵Ricordiamo che l'abbiamo definita come la quantità di energia che attraversa una superficie normalizzata per l'area della superficie, per la sua proiezione per l'unità di lunghezza d'onda nel tempo, quindi include tutti gli effetti normalizzazione di nostro interesse.



Siamo sicuri che l'energia uscente dal cubetto sarà minore di quella in ingresso. Vogliamo però quantificare la perdita che si è avuta. Infatti sperimentalmente si vede che la variazione di energia dipende da vari fattori:

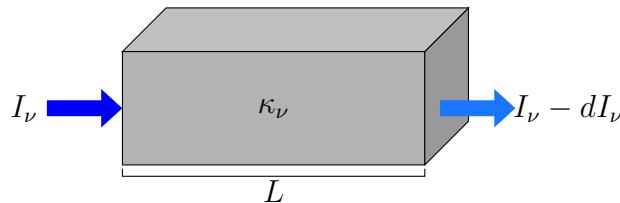
- Dalla quantità di luce che attraversa il nostro volume;
- Dallo spessore del nostro volume, in particolare questa dipendenza è lineare (raddoppiando ad esempio lo spessore raddoppiamo la quantità di fotoni persi);
- Dal tipo di materiale scelto;
- Dalla densità del materiale.

La perdita infinitesima di intensità assume dunque la forma:

$$dI_\nu = -k_\nu \rho I_\nu dx \quad (10)$$

dove dx è lo spessore attraversato, ρ è la densità del materiale, I_ν è l'intensità specifica che entra nella superficie considerata, k_ν invece è una costante che dipende dal materiale e dalla frequenza del fotone che attraversa il volumetto infinitesimo. Notiamo che k_ν ha come dimensioni cm^2/g , in quanto il prodotto $k_\nu \rho dx$ deve essere adimensionale¹⁶. Tale coefficiente è detto **coefficiente di assorbimento**.

A noi non interessa però esattamente il prodotto $k_\nu \rho dx$ bensì il suo integrale lungo tutto lo spessore L del materiale.



Tale integrale è chiamato *profondità ottica* (in inglese optical depth) e viene indicato con τ_ν :

$$\tau_\nu = \int_0^L k_\nu \rho dx \quad (11)$$

Notiamo che a causa della dipendenza della costante di assorbimento dalla frequenza, anche la profondità ottica dipende dalla frequenza del fotone considerato.

Definita questa grandezza possiamo scrivere la variazione infinitesima di intensità come:

¹⁶La densità in questo caso non è misurata in kg/m^3 ma in g/cm^3 .

$$dI_\nu = -d\tau_\nu I_\nu \quad (12)$$

E risolvendo tale equazione differenziale si ottiene:

$$I_\nu = I_\nu^0 e^{-\tau_\nu} \quad (13)$$

Quello che capiamo da questa equazione è che la radiazione, attraversando la materia, ha una perdita esponenziale, che può essere calcolata nota l'intensità in ingresso I_ν^0 . Notiamo quindi che il calcolo della perdita di intensità non ha più niente a che fare con la radiazione stessa, bensì si riduce al calcolo di un integrale di quantità che sappiamo misurare.

Analizziamo la dipendenza dalla frequenza facendo un esempio.

Ci si potrebbe chiedere perché al tramonto il Sole appare rosso mentre a mezzogiorno appare giallo. La risposta sta proprio nei coefficienti di assorbimento relativi alle due lunghezze d'onda. Quando osserviamo il Sole a mezzogiorno, lo strato di atmosfera schermante è di una decina di km, e questo è abbastanza sottile da far passare entrambe le lunghezze d'onda; al tramonto invece le radiazioni dovranno percorrere una spazio decisamente maggiore nell'atmosfera, sufficiente ad assorbire il giallo ma non ad assorbire il rosso. Questo è il motivo per cui non vediamo il sole blu: i fotoni di tale lunghezza d'onda vengono assorbiti dai primi km di atmosfera. In realtà i fotoni non vengono assorbiti nel senso che scompaiono, ma vengono diffusi nel senso che rimbalzano e ritornano indietro, e questo ci fa vedere il cielo blu. Al tramonto invece il colore diffuso è giallo per lo stesso motivo.

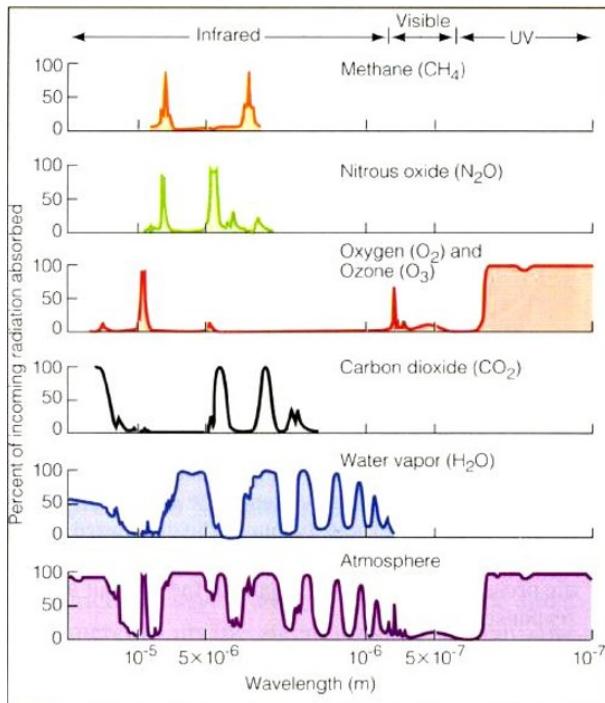
Quando parliamo di interazione radiazione-materia possiamo distinguere dei regimi, che sono relazionati dalla dimensione della radiazione rispetto alle dimensioni dell'oggetto responsabile della diffusione. Le tre grandi divisioni si hanno quando la lunghezza d'onda della radiazione ha dimensioni molto più grandi, molto più piccole o comparabili con la dimensione dell'oggetto che stiamo considerando. Un esempio classico quello delle onde del mare che propagandosi incontrano uno scoglio: se lo scoglio è molto piccolo rispetto all'onda, questa passa; se lo scoglio è grandissimo l'onda si interrompe. Quello che è importante notare è la dipendenza dalla lunghezza d'onda, che in generale può essere molto diversa. Se la lunghezza d'onda è comparabile con le dimensioni dell'oggetto, il coefficiente di assorbimento è chiamato più propriamente coefficiente di diffusione, ma ai nostri fini possiamo sempre intenderlo come coefficiente di assorbimento perché i fotoni non arrivano a Terra. Sulla Terra sperimentiamo assorbimenti come $\frac{1}{\lambda}$ e $\frac{1}{\lambda^4}$, oppure si può rilevare il fenomeno dello scattering Thomson¹⁷, che non dipende dalla lunghezza d'onda.

Quindi abbiamo un'ottica geometrica quando la dimensione dell'oggetto è grande rispetto a quella del fotone, in questo caso si hanno fenomeni di scattering, si pensi ad esempio all'ombra che fa un oggetto. Viceversa, se il fotone ha dimensioni molto più grandi dell'oggetto, il primo non si accorge del secondo e passa indisturbato, si pensi ad

¹⁷Tale fenomeno avviene a basse energie (in realtà avviene anche ad alte energie solo che non è visibile perché in quel caso prevalgono altri effetti) e si ha quando sono presenti delle particelle cariche che si muovono a velocità non relativistiche. Quando il fotone "colpisce" la carica questa inizia a oscillare nella stessa direzione del campo elettrico del fotone incidente. La carica in movimento come sappiamo emetterà radiazioni, che avranno la stessa frequenza del fotone incidente ma direzione diversa, in particolare ortogonale al moto della carica.

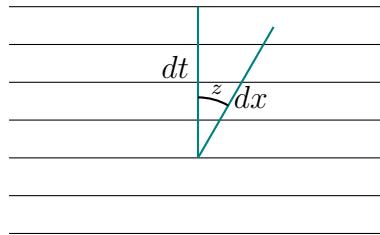
esempio alle onde radio, anche se mettiamo una persona d'avanti l'antenna riusciamo lo stesso a percepire il segnale.

Come già detto, ognuno dei componenti dell'atmosfera contribuisce all'assorbimento delle radiazioni. Quello più noto è sicuramente l'ozono, che assorbe la radiazioni ultraviolette. In seguito sono riportati dei grafici che mostrano le linee di assorbimento di alcuni componenti dell'atmosfera.



Poiché tutte queste componenti convivono nello stesso posto, il risultato che vediamo da terra, chiamato trasmittanza dell'atmosfera, è una somma pesata dei contributi di ognuna di esse avente come peso l'abbondanza di questa nell'atmosfera.

Come fanno gli astronomi ad ottenere la misura della magnitudine in un filtro se l'atmosfera la modifica?



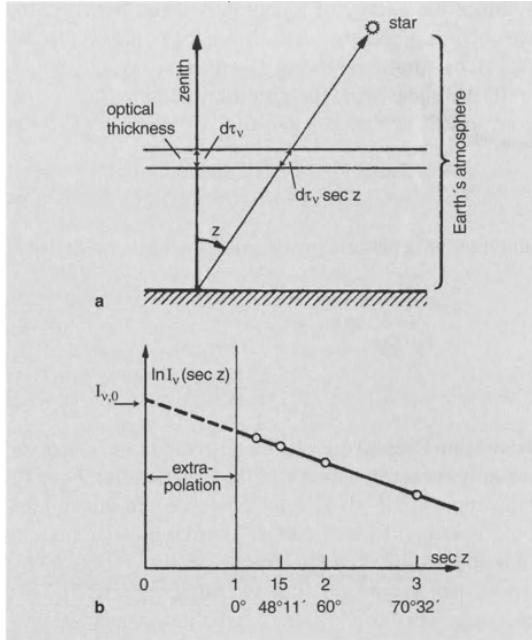
Consideriamo l'atmosfera terrestre come fatta da tanti strati sovrapposti e supponiamo di avere una stella ad una distanza zenitale z (che ricordiamo essere l'angolo che la stella forma con lo zenith). Indichiamo con dx il cammino percorso dai fotoni, e con dt lo spessore di atmosfera corrispondente al dx . I due sono legati dalla relazione:

$$dt = \cos z dx \implies dx = \sec z dt$$

cioè il dx della profondità ottica si può scomporre come lo spessore dt per la secante di z . Quindi il prodotto tra l'intensità fuori dall'atmosfera e l'esponenziale di meno la secante di z per lo spessore ottico è pari all'intensità che misuriamo a terra, cioè:

$$I_\nu = I_\nu^* e^{-\sec z \tau_\nu} \quad (14)$$

dove I_ν^* è l'intensità fuori dall'atmosfera.



Gli astronomi non misurano l'intensità ma la magnitudine, che è il logaritmo di questa, e questa relazione in scala logaritmica diventa una retta.

Per trovare quindi la magnitudine fuori dall'atmosfera si eseguono varie misure di una stella ad altezze diverse, partendo da z molto vicini ai 90° ¹⁸ fino ad arrivare allo zenith ($z = 0$). In questo modo abbiamo dei punti che dovrebbero stare su una retta; tuttavia ancora non abbiamo la misura cercata, perché essa si avrebbe quando $\sec z = 0^{19}$. Ovviamente questa non si può misurare direttamente, ma eseguendo un best-fit con le misure prese possiamo trovare il valore desiderato.

4.8 Il mezzo interstellare

Lo stesso problema che abbiamo con l'atmosfera si avrebbe anche se le misure fossero fatte dallo spazio. Questo perché lo spazio tra le stelle non è vuoto, ed infatti esiste un fenomeno detto assorbimento interstellare, cioè c'è qualcosa (mezzo interstellare) tra le stelle che assorbe le radiazioni. Un esempio si può vedere nella famosa fotografia di una nube scura galattica (Galactic dark clouds) detta testa di cavallo.



Nella foto possiamo vedere una stella molto brillante e accanto alla stella c'è una luminescenza, dovuta al fatto che la luce della stella è diffusa da una nube e quest'ultima quindi appare brillante. Possiamo vedere altre zone più scure, che nella foto fanno da contorno a quella che sembra quasi la testa di un cavallo (da qui il nome), che assorbono la luce anziché rifletterla. Quest'ultima nube, proprio perché assorbe, appare nera.

¹⁸Ovviamente non è possibile farla a 90° a causa degli alberi, dobbiamo metterci a z minori.

¹⁹È evidente che nell'equazione precedente, fissata la stella, la variabile indipendente è $\sec z$.

Vediamo se possiamo applicare in qualche modo quanto detto per l'atmosfera terrestre al caso delle nubi. Il parametro sarà chiaramente diverso: non sarà più l'angolo zenitale, bensì la distanza fisica della nube.

Notiamo alcune differenze. Per le nubi interstellari, a differenza dell'atmosfera, non parleremo più di proprietà ottiche e densità dei vari materiali perché la densità sarebbe troppo bassa (si parla di qualche particella per km^3 al massimo), si preferisce piuttosto identificare i vari costituenti in generale con il termine "grani" e considerare la loro densità (misurata in cm^{-3}) e non più la loro densità di massa (misurata in $\frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$). Questi grani non devono essere necessariamente atomi, ma possono anche essere corpi dell'ordine di centinaia di micron.

Si avrà quindi che:

$$dI_\lambda = -I_\lambda n(x) k_\lambda dx$$

dove:

- $n(x)$ è il numero di grani per unità di volume, ovvero la densità di grani (cm^{-3});
- k_λ sarebbe il corrispettivo della costante di assorbimento (cm^2);
- I_λ è l'intensità del fascio di luce incidente in quello strato.

Con gli stessi ragionamenti fatti per l'atmosfera, ma contestualizzati al nostro caso, si ha:

$$I_\lambda = I_\lambda^0 e^{-\tau_\lambda} \quad \text{con} \quad \tau_\lambda = k_\lambda \int_0^x n(x') dx' = -k_\lambda N(x)$$

dove I_λ^0 è l'intensità intrinseca dalla stella (cioè quella che misureremmo se potessimo andare sulla superficie della stella) e $N(x)$ è la densità di una colonna di grani (cm^{-2}), che si può considerare pressoché costante anche se non è esattamente così. Quello che però alla fine interessa a noi è la magnitudine. Sappiamo che:

$$A_\lambda = -2.5 \log_{10} \left(\frac{I_\lambda}{I_\lambda^0} \right)$$

dove A_λ è una differenza di magnitudine, I_λ è l'intensità misurata e I_λ^0 è quella intrinseca della stella. Notiamo che il logaritmo utilizzato non è il logaritmo naturale ma quello in base dieci. Nel nostro caso, cioè nel caso in cui la diminuzione di magnitudine sia dovuta ad un mezzo interstellare, la A_λ viene detta absorption rate. Chiaramente questa dipenderà dalla lunghezza d'onda.

Ricordando che $I_\lambda = I_\lambda^0 e^{-\tau_\lambda}$ si ottiene:

$$\begin{aligned} A_\lambda &= -2.5 \log \left(\frac{I_\lambda}{I_\lambda^0} \right) = -2.5 \log (e^{-\tau_\lambda}) \\ &= -2.5 \log(e) \ln(e^{-\tau_\lambda}) = -2.5(0.4)(-\tau_\lambda) = 1.086 \tau_\lambda \end{aligned}$$

Come già detto, questa differenza di magnitudine sembra dipendere dalla lunghezza d'onda, in particolare sembra essere maggiore nella zona degli ultravioletti e minore dell'infrarosso. Questo implica che possiamo guardare sempre più lontano aumentando

la lunghezza d'onda, infatti, come detto sopra, all'aumentare della lunghezza d'onda aumenta lo spazio necessario per estinguere quella lunghezza d'onda. Quindi guardando nell'infrarosso o addirittura nel radio possiamo vedere gli oggetti più lontani che altrimenti sarebbero invisibili.

In definitiva l'effetto dell'assorbimento interstellare su un corpo è quello di arrossarlo, cioè lo fa apparire rosso. Dobbiamo però contestualizzare questo concetto di arrossamento in un sistema fotometrico. A questo proposito usiamo il sistema di Johnson UBV (un filtro ultravioletto a 3500 Å, un blu a 4500 Å e un visibile a 5500 Å). Quello che vorremmo fare è ricavare la magnitudine intrinseca da quella osservata. Per farlo però dobbiamo conoscere A .

Vediamo come fare. Riprendiamo il concetto di indice di colore: esso è la differenza di magnitudine misurata in due diversi filtri. Fissiamo due filtri i e j . Per ognuno di essi avremo una magnitudine osservata e una magnitudine intrinseca, cioè:

$$m_i^{obs} = m_i^{int} + A(\lambda_i) \quad \text{e} \quad m_j^{obs} = m_j^{int} + A(\lambda_j)$$

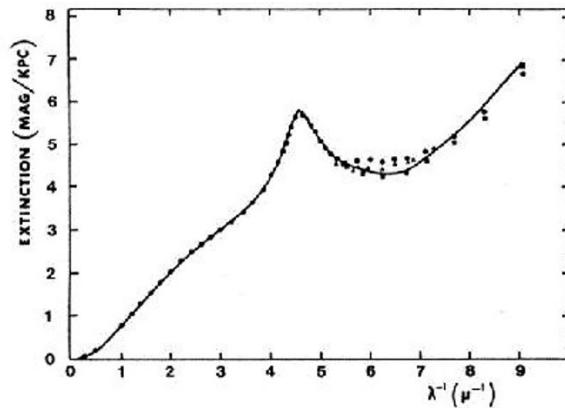
Indicheremo adesso con C_{ij}^{obs} l'indice di colore osservato, e con C_{ij}^{int} quello intrinseco, cioè:

$$C_{ij}^{obs} = m_i^{obs} - m_j^{obs} \quad \text{e} \quad C_{ij}^{int} = m_i^{int} - m_j^{int}$$

dove il pedice i si riferisce all'indice di colore con lunghezza d'onda più breve tra i due. Cerchiamo adesso una relazione tra l'indice di colore osservato e quello intrinseco. Notiamo che :

$$C_{ij}^{obs} - C_{ij}^{int} = (m_i^{obs} - m_j^{obs}) - (m_i^{int} - m_j^{int}) = A(\lambda_i) - A(\lambda_j) \equiv E_{ij}$$

dove abbiamo indicato la differenza delle A con E_{ij} . Tale parametro è detto *eccesso di colore*. Quindi per sapere l'indice di colore intrinseco dobbiamo conoscere i valori di A per le diverse lunghezze d'onda. Per trovarci questi valori possiamo pensare di usare delle stelle gemelle al Sole, di cui possiamo pensare di conoscere i parametri intrinseci in quanto li possiamo misurare, come abbiamo già visto, e da quelli ricavare le A come differenza tra le magnitudini misurate per queste stelle e quelle invece intrinseche ottenute dallo studio del Sole. Si è trovato che l'estinzione interstellare ha la forma riportata nel seguente grafico, dove sulle ascisse abbiamo l'inverso della lunghezza d'onda e sulle ordinate l'estinzione:



Notiamo che fino ai $4.5\text{-}5 \mu\text{m}^{-1}$ l'andamento è pressoché lineare, molto simile all'estinzione causata dall'atmosfera terrestre, essendo anch'essa causata da molecole. Andando verso le zone dell'ultravioletto invece entrano in gioco anche i grani, che possono essere anche molto più grandi di singole molecole e infatti l'andamento cambia notevolmente. Quindi nella prima parte del grafico, in cui rientra il sistema UBV, possiamo immaginare di costruire un parametro, ovvero il rapporto tra l'eccesso di colore per $U - B$ e quello per $B - V$, che è pari a 1.027, e da questo possiamo immaginare di determinare la magnitudine intrinseca di un oggetto da quella osservata.

Ci chiediamo adesso qual è la luminosità totale di un oggetto, ovvero l'integrale di tutto lo spettro, dato che noi dello spettro ne prendiamo solo un piccolo pezzetto da Terra, visto che viene in parte assorbito dall'atmosfera e dal mezzo interstellare.

Quello che si è pensato in passato è stato di misurare l'energia proveniente dai corpi vicini (di modo che l'assorbimento interstellare sia piccolo), in maniera indipendente dalla lunghezza d'onda. Per farlo si usano dei particolari dispositivi detti *bolometri*, strumenti capaci di misurare l'energia indipendentemente dalla lunghezza d'onda, che convertono l'energia della radiazione incidente in energia termica, la quale può essere misurata utilizzando un termometro. Posizionando questi dispositivi nello spazio è stato possibile misurare l'energia totale. Questo flusso totale emesso dal corpo è diventato la **magnitudine bolometrica**, ovvero l'integrale su tutto lo spettro. Questa è una proprietà del corpo, indipendente dalla lunghezza d'onda. Di fatto questo flusso bolometrico altro non è che l'integrale del flusso fatto rispetto a tutte le lunghezze d'onda:

$$F_{Bol} = \int_0^{\infty} F_{\lambda} d\lambda$$

È stata introdotta l'idea di usare un fattore correttivo, chiamata correzione bolometrica, per ricavare dalla magnitudine visuale (quella misurata nella banda del visibile) quella bolometrica.

$$BC = 2.5 \log \left(\frac{F_{bol}}{F_V} \right) + \text{cost.}$$

Inoltre:

$$BC = m_V - m_{bol} = M_V - M_{bol}$$

nota che c'è un conflitto di notazione, con le maiuscole si intende quella intrinseca e con le minuscole quella apparente

Chiaramente questo concetto deve dipendere necessariamente dalla forma dello spettro considerato. Inoltre il fattore correttivo dipenderà anche dalla temperatura della stella: variando la temperatura varia il suo flusso totale. Per questo motivo è stata fatta una campagna osservativa con cui è stata determinata la correzione bolometrica di ogni stella a partire dal suo indice di colore, che è il colore che dà la temperatura.

5 Spettroscopia

Mentre nella fotometria si ha soltanto una distribuzione di flusso (che potrebbe essere anche falsata, abbiamo visto ad esempio che il mezzo interstellare tende ad arrossare gli oggetti), nella spettroscopia si usano le righe spettrali, che sono quelle che ci servono per capire quando due stelle sono uguali. L'obiettivo della spettroscopia è quello di distinguere le lunghezze d'onda, ma non come abbiamo visto fin'ora in delle bande grandi 1500 Å, bensì su scale molto più piccole dove andiamo a vedere piccole bande di assorbimento e da queste capiamo ad esempio com'è fatta l'atmosfera di una stella.

5.1 Spettroografi

Per poter far questo ci serve una capacità di distinguere i colori altissima, cioè bisogna essere in grado di separare le lunghezze d'onda con un'elevata precisione. Per fare questo usiamo gli spettroografi, i quali sfruttano il fenomeno della dispersione che subisce la luce quando attraversa un prisma (detto anche dispersore).

Immaginiamo di dover registrare ogni singolo colore in un pixel, come se fosse una fotografia, solo che adesso nella foto avremo la stessa stella nei suoi colori. Quello che ci serve è un sistema per disperdere (separare spazialmente) i colori, in modo tale che su ogni pixel abbiamo solo un piccolo intervallo di lunghezze d'onda. Questa cosa non è così semplice da realizzare, perché quando andiamo a fare una foto di una stella col telescopio, pur supponendo che questa emetta una sola frequenza (cioè sia monocromatica), quello che otteniamo non è un oggetto puntiforme, quindi che occupa un singolo pixel, ma, per come abbiamo costruito il telescopio, questa avrà nel piano focale una certa dimensione in pixel²⁰. Quello che si fa allora è combinare due parametri di uno spettrografo:

- La separazione spaziale, cioè lo strumento deve disperdere i colori. Infatti quando la luce attraversa il prisma, i raggi aventi diversi colori escono con angoli diversi dal prisma, però ognuno di queste lunghezze d'onda produce sul piano focale delle immagini di interferenza;
- La larghezza dei picchi, questi infatti devono restare stretti.

Questi due parametri sono quelli fondamentali. In analogia a quanto fatto col potere risolutivo, possiamo adottare il criterio di Rayleigh (il quale afferma che due stelle sono distinte se la loro immagine è tale che lo zero di una coda in corrispondenza del massimo dell'altra, ovvero se le full width half maximum cioè la larghezza a metà altezza sono completamente distinte) per i colori. In questo caso possiamo definire un parametro, detto *potere risolutivo* degli spettroscopi, dato dal rapporto tra la lunghezza d'onda considerata diviso la larghezza di quella lunghezza d'onda nel piano focale, cioè:

$$R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda}$$

Questo valore è solitamente, per gli astronomi, di $10^5 - 10^6$. Questo risultato si può ottenere attraverso l'interferenza, cioè mettendo un gran numero di fenditure molto

²⁰Ricordiamo che il telescopio si comporta come una fenditura, per cui quando arriva il fronte d'onda produce una figura di interferenza.

piccole, vicine tra loro. Da questa otteniamo l'immagine di interferenza da cui estraiamo le informazioni che ci servono.

Una migliore risoluzione ottica può permetterci ad esempio di calcolare la velocità di stelle o pianeti sfruttando l'effetto doppler. Sappiamo infatti che quando la sorgente che emette luce si muove con una certa velocità v , la lunghezza d'onda della luce emessa cambia secondo la legge:

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{v}{c}$$

dove λ è la lunghezza d'onda che la sorgente avrebbe se fosse ferma e $\Delta\lambda$ invece è la variazione della lunghezza d'onda stessa. Nel caso in cui il nostro spettrografo sia in grado di distinguere la variazione di lunghezza d'onda possiamo calcolare la velocità con cui si muove la sorgente (ovviamente soltanto la velocità parallela alla direzione di osservazione, non quella ortogonale). Non è sempre detto che questa sia possibile, infatti in base al potere risolutivo del nostro strumento può capitare che il picco si sposti all'interno di uno stesso pixel e quindi non ci accorgiamo dello spostamento del picco. Cerchiamo di capire un po' meglio quanti fotoni necessitano questi strumenti. Sappiamo, dall'esperimento delle fenditure (tipo reticolo), che al centro delle fenditure i picchi sono più larghi mentre man mano che ci si allontana dal centro (si dice che si va a ordini maggiori) i picchi sono sempre più piccoli e quindi è più facile distinguere le diverse lunghezze d'onda. Allo stesso tempo però il picco è anche meno evidente perché il numero di fotoni che arriva in quelle zone è piccolo.

Il problema del sistema tipo quelli che abbiamo visto riguarda l'efficienza, cioè non tutti gli elettroni che arrivano nel prisma passano. Inoltre dobbiamo considerare anche l'interferenza di quelli che passano. Consideriamo ad esempio l'esperimento delle fenditure: se facciamo passare una luce policromatica, si avrà che al centro tutti i fotoni interferiscono costruttivamente, quindi si ha una sovrapposizione di picchi, che non è utile ai nostri scopi. Per avere una buona separazione bisogna andare ad ordini maggiori rispetto al primo, detto di ordine zero (bisogna in pratica spostarsi di lato, si pensi al prisma/reticolo studiato a lab 2), ad esempio per avere una risoluzione di 100000 dovremmo andare almeno all'ordine 100. Lo svantaggio però è che salendo l'ordine diminuisce l'efficienza, poiché un numero molto piccolo di fotoni arriva nelle zone laterali del nostro schermo (ricordiamo che lo schermo deve essere piatto), all'ordine cento sarebbe pressoché zero. L'alta efficienza degli strumenti moderni è stata raggiunta utilizzando un pezzo di vetro plasmato a forma di gradini e rivestito di alluminio. In questo modo l'interferenza è tra le facce che riflettono nella stessa direzione, come per le fenditure (nel senso che l'interferenza si ha per le fenditure nella medesima direzione) e questo fa sì che il picco maggiore di luce non è più al centro, come ad esempio per le fenditure, ma si trovi proprio negli ordini alti, portando l'efficienza da un valore molto basso ad un valore che è quasi pari a quello massimo.

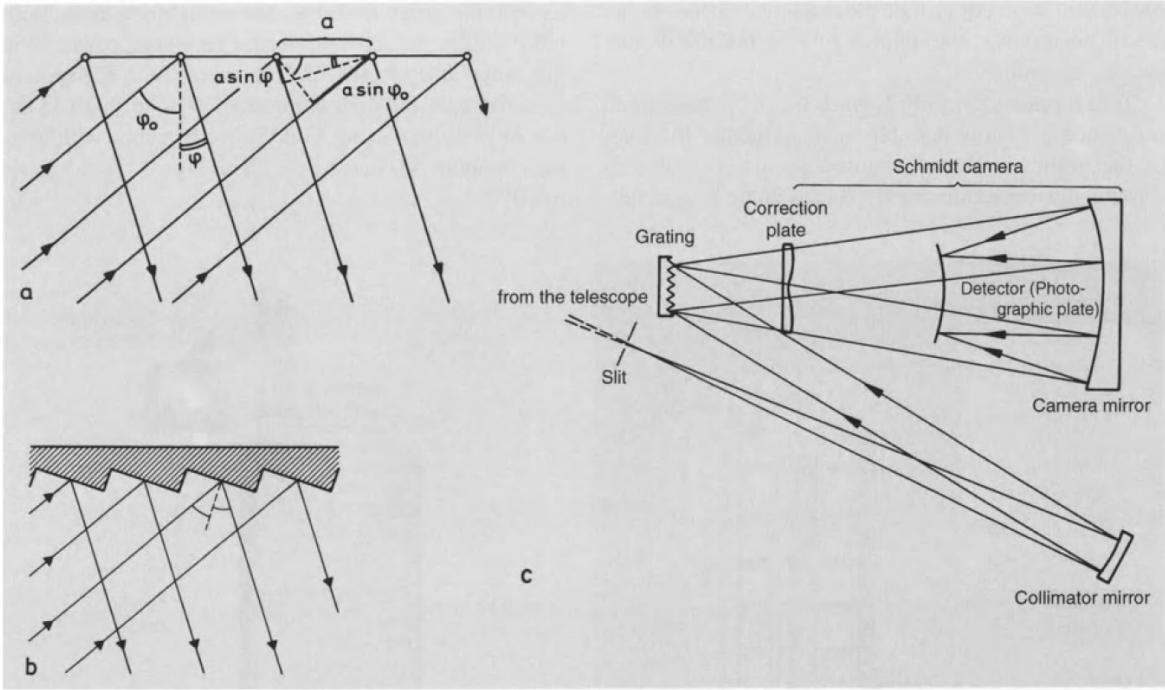


Fig. 5.17a–c. The grating spectrograph. (a) Principle of the diffraction grating (reflection grating). Interference maxima, i.e. spectral lines, are obtained when the path difference of neighboring rays is $a(\sin \phi - \sin \phi_0) = n\lambda$ ($n = \pm 1, \pm 2, \dots$) according to (5.7), where a is the grating constant. The dispersion (5.8) and resolving power (5.12) are proportional to the spectral order n . (b) By vapor deposition of e.g. aluminum onto the grating, called “blazing”, specular reflection from

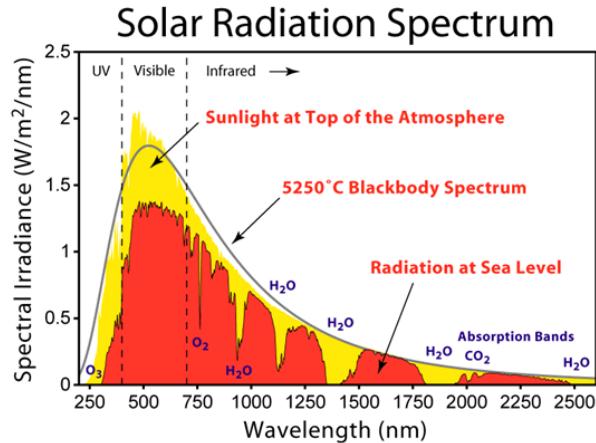
the grating steps for certain angles of incidence and emission can be obtained, giving an increased intensity in the spectra. (c) A Coudé spectrograph. The star's image is focused onto the entrance slit of the spectrograph by the telescope. The collimator mirror makes the light rays parallel and reflects them onto the grating. The spectrally decomposed light is then imaged in the Schmidt camera; the grating serves simultaneously as the entrance slit of the camera

5.2 Trasporto radiativo

Nota introduttiva: Le righe di assorbimento si formano quando uno strato di materia non completamente opaca e non completamente ionizzata viene attraversata da luce (con spettro continuo!) proveniente da una sorgente a temperatura più alta. A causa della non completa opacità, la radiazione non può andare in equilibrio termodinamico con la materia, e quindi l'emissione non è più di corpo nero. Al contrario, i fotoni della sorgente di fondo interagiscono con gli atomi dello strato di materiale solamente alle lunghezze d'onda corrispondenti a particolari differenze di energia, tali da eccitare elettroni legati. Perché un fotone sia assorbito è necessaria la presenza di un numero sufficiente di atomi nel giusto stato di eccitazione.

5.2.1 L'equazione del trasporto radiativo

Immaginiamo di avere una radiazione che attraversa un gas, un corpo o qualsiasi altra cosa (potrebbe anche essere il mezzo interstellare). Quali fenomeni possono accadere tra radiazione e materia?



Consideriamo il Sole. Quali sono quei fenomeni che trasformano la curva di un corpo nero (linea continua nera) nello spettro reale solare (colorato in figura di rosso)?

L'obiettivo di questa sezione è quindi quello di interpretare le differenze tra lo spettro del corpo nero e quello della radiazione solare, per capire i materiali da cui è composto il Sole.

Questo processo è molto simile alla tomografia. In quel caso si fa passare una radiazione nota attraverso un corpo e dalle cadute di potenziale si cerca di capire quale sia la sua composizione (questa ad esempio è usata in medicina per capire la distribuzione interna degli organi).

L'astrofisica è la scienza dell'inversione del dato: da una grandezza misurata cerchiamo di ricavare altro, ad esempio dalla magnitudine apparente cerchiamo di ricavare quella assoluta. Per fare questo abbiamo introdotto l'intensità specifica, che ricordiamo essere quella quantità che definisce la perdita di energia quando un pennello di radiazione attraversa una superficie dS , proiettata in un angolo θ , all'interno di un cono $d\omega$ per unità di frequenza e per unità di tempo. Questa è la quantità che vogliamo valutare. Abbiamo appena visto che la radiazione, attraversando la materia, ha una attenuazione che genericamente possiamo dire essere dovuta a scattering.

Immaginiamo un atomo all'interno dell'assorbitore (ossia il materiale attraversato), possiamo immaginare che in questo caso l'energia per esempio è stata catturata da un elettrone della shell k^{21} . Se un fotone molto energetico colpisce un atomo può estrarre un elettrone, con conseguente perdita di energia. Di questa tipologia di eventi ne succedono tantissimi. Solitamente gli astrofisici li raggruppano per frequenza, non importa se ad assorbire questa frequenza è stato l'elettrone nella shell k dell'atomo del ferro o del potassio (che in questa fase non sappiamo distinguere). Infatti quello che vediamo è una diminuzione di energia, che viene espressa, come già visto, con il coefficiente di assorbimento.

Concentriamoci adesso su questo processo d'urto. Immaginiamo di avere un fotone che colpisce un atomo con una certa sezione d'urto²².

Quando si parla di trasporto radiativo si fa riferimento al numero di assorbitori (che ad esempio potrebbero essere gli atomi o molecole). In questo caso rappresentiamo la

²¹I livelli orbitali negli atomi sono indicati con lettere. Quella più interna si chiama k . I fotoni X vengono tutti dalla shell k .

²²È quella superficie geometrica per cui si ha una interazione.

perdita di intensità in termini di un coefficiente detto **coefficiente di estinzione o opacità**.

Se abbiamo un fotone, il percorso che esso può compiere nel mezzo è proprio il reciproco del coefficiente di estinzione. Questo perché il coefficiente di estinzione rappresenta, in qualche modo, una probabilità di interazione e quindi il suo reciproco è il percorso del fotone nel mezzo. Questo viene solitamente chiamato libero cammino medio. Vi è una relazione tra il coefficiente di assorbimento (k_ν) e quello di opacità (χ_ν):

$$k_\nu = \frac{\chi_\nu}{\rho} \quad (15)$$

dove ρ è la densità del mezzo.

Immaginiamo di avere un certo numero di particelle all'interno di un volume e di avere un fotone che attraversa tale volume. La probabilità che il fotone urti ognuna delle particelle dipende dalla sezione d'urto delle particelle, ad esempio se la particella è grande quanto la superficie presa in considerazione, sicuramente il fotone la colpisce. Il fatto che la sezione d'urto sia più piccola, dà al fotone la possibilità di attraversarla senza urtare. Questa sezione d'urto si deve però relazionare al numero di particelle: se abbiamo piccole sezioni d'urto ma tantissime particelle da creare un muro, il fotone non passa lo stesso. Se supponiamo che la sezione d'urto sia molto più piccola del quadrato della distanza media tra le particelle, la probabilità andrebbe come $n^{-\frac{1}{3}}$ con n numero di particelle²³.

Quindi l'ipotesi fatta permette di associare la perdita di energia del fotone al numero di particelle stesso (cosa che sennò non potremmo fare perché ad esempio possiamo avere una particella che fa ombra alle altre e quindi in questo caso la probabilità di interazione non sarebbe più legata al numero di particelle, perché le particelle in ombra non hanno possibilità di interagire). Quello che dunque accade è che il coefficiente di estinzione è proporzionale al prodotto del numero di particelle²⁴ per la loro sezione d'urto. Questo è molto utile perché ci permette di determinare la numerosità delle particelle, che in astrofisica è detta *abbondanza*.

Nei discorsi precedenti abbiamo implicitamente assunto che le particelle fossero sferiche. Infatti se così non fosse, ad esempio se avessero una forma allungata, dovremmo considerare pure l'orientazione delle particelle. Questa ipotesi conferisce quindi un'isotropia al nostro sistema, e ciò rende non necessaria la direzione da cui arriva la radiazione (che altrimenti dovremmo sapere). Un esempio di mezzo non isotropo è il mezzo interstellare, il quale è costituito da grani aventi forma allungata che normalmente si allineano con il campo magnetico intergalattico. Il problema diventa decisamente più complicato perché per risolverlo dobbiamo conoscere l'orientamento nello spazio.

Un'altra ipotesi che abbiamo fatto è che l'oggetto sia fermo, infatti in caso contrario esso percepirebbe la frequenza del fotone in maniera diversa (rispetto a quella del sistema di riferimento in cui il fotone è fermo) per effetto Doppler, quindi per far scappare l'elettrone dall'atomo abbiamo bisogno di un fotone di frequenza diversa, per cui il coefficiente di assorbimento dipenderebbe anche dalla velocità. In altre parole, ci siamo messi in condizioni semplificate in cui il mezzo è fermo e isotropo, e in questo caso l'equazione è quella trovata prima.

²³In realtà dimensionalmente dovrebbe essere una densità di particelle.

²⁴Sempre per farlo quadrare dimensionalmente dovrebbe essere una densità di particelle.

Un altro possibile processo che si può avere e che non possiamo escludere è che il mezzo aggiunga fotoni, per cui la radiazione uscente risulterà più intensa rispetto a quella entrante. Allora nel discutere di come la radiazione si trasferisce in un mezzo, oltre gli effetti di assorbimento dobbiamo anche valutare gli effetti di introduzione di radiazione nella direzione di osservazione, perché quello che doveva essere un mezzo inerte è in realtà esso stesso una sorgente.

Immaginiamo che esista un coefficiente macroscopico, che indichiamo con η , che è capace di rilasciare una certa quantità di energia nella direzione in cui stiamo osservando. Quindi noi di fatto diciamo che questo aumento di intensità si possa imputare completamente a questo macro-parametro, chiamato **emissività o coefficiente di emissione**²⁵. Questo parametro può avere una forte dipendenza dalla frequenza, ma questo non è sempre detto.

In generale la materia emette e assorbe e l'equazione che regola la variazione di intensità di una radiazione che attraversa un tratto ds è:

$$\frac{dI_\nu}{ds} = \eta_\nu - \chi_\nu I_\nu \quad (16)$$

detta **equazione del trasporto radiativo**, ed è una delle equazioni più importanti per gli astrofisici. Di solito anziché usare il coefficiente di emissività si preferisce introdurre la funzione sorgente S_ν

$$S_\nu = \frac{\eta_\nu}{\chi_\nu} \quad (17)$$

e l'equazione precedente diventa:

$$\frac{dI_\nu}{ds} = \chi_\nu (S_\nu - I_\nu) \quad (18)$$

Che può essere risolta numericamente.

Ricapitolando, l'idea è osservare cosa accade alla radiazione attraversando la materia, cioè vogliamo studiare in che modo si modifica la radiazione di ingresso. Per poterla descrivere abbiamo introdotto un coefficiente di assorbimento e un coefficiente di emissione. Potremmo quindi dire che, per ogni elemento di materia di spessore ds , la radiazione in ingresso viene modificata di una certa quantità dovuta ad una perdita per assorbimento e ad una emissione della materia.

Per noi è importante capire quali siano i processi responsabili della modifica della radiazione. Soffermiamoci su questo aspetto prima di risolvere numericamente l'equazione.

5.2.2 Processi che modificano la radiazione

Classicamente suddividiamo le possibili interazioni radiazione-materia in tre categorie:

1. Processo di **vero assorbimento** del fotone: un fotone incide, in qualche modo interagisce con la materia e scompare. Questo non vuol dire che l'energia del fotone si è persa, semplicemente è stata convertita da energia del campo di radiazione in energia cinetica della materia. L'energia quindi permane ma scompare un fotone,

²⁵Questo coefficiente in realtà possiamo pensarlo come l'aumento di intensità che si ha quando la radiazione attraversa un tratto di materia completamente emettente. Di fatto serve a quantificare la variazione di energia della radiazione.

ovvero quella particella che nel nostro spettrografo avrebbe dato nel conteggio un valore.

2. Processo di **vera emissione**: i fotoni che osserviamo vengono effettivamente generati nella materia. È quindi possibile generare energia nella materia e convertirla in radiazione.
3. Processo di **scattering**: se un fotone si sta propagando verso di noi e viene deviato dal suo percorso per noi non è più misurabile, però il fotone non è scomparso. La differenza rispetto ai processi precedenti è che nello scattering non c'è nessuna variazione di energia all'interno del sistema, semplicemente il fotone è stato deviato, ma la quantità di energia non cambia (non si è passati, ad esempio, da energia cinetica ad energia del campo di radiazione).

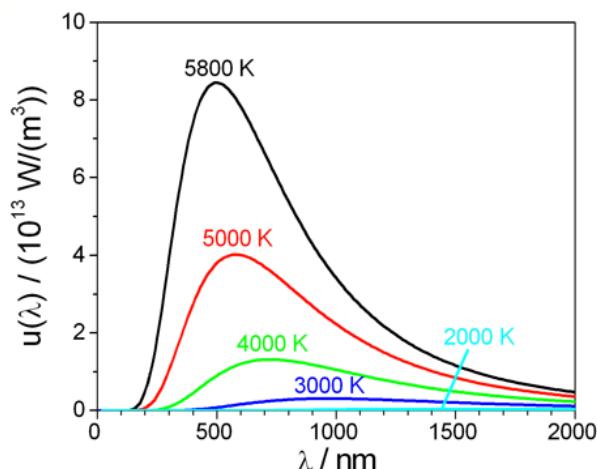
- **Vero assorbimento** Vediamo ora quali sono i processi che possono portare ad un vero assorbimento.

I fotoni hanno una certa quantità di energia $h\nu$. Se questa quantità è sufficiente a ionizzare un atomo, il risultato è che il fotone scompare e compare energia cinetica in termini di un elettrone che si sta muovendo, quindi ci sarà una particella in più nel nostro gas (che poi sostanzialmente è un plasma) e che ha una velocità tale che

$$\frac{1}{2}m_e v^2 = E - E_{in}$$

con E energia iniziale del fotone e E_{in} energia di ionizzazione. Da questa relazione risulta chiaro che l'elettrone avrà una velocità minore del fotone, ciò significa che la velocità di questo elettrone non è immediatamente legata all'energia del fotone, ma è connessa all'energia di ionizzazione (può essere che ne serva poca, può essere che ne serva tanta). A parità di E , in un caso come quello di ionizzazione dell'orbitale più interno, l'energia necessaria per l'estrazione dell'elettrone è altissima, quindi gli elettroni che vengono fuori sono lenti; se invece eseguiamo la ionizzazione su un orbitale più esterno, gli elettroni possono essere velocissimi.

Questo è un punto fondamentale di tutto il discorso: noi possiamo trasferire energia dalla radiazione al plasma in termini di energia cinetica. Aumentare l'energia cinetica di un plasma significa aumentarne la temperatura, e lo spettro di corpo nero emesso da un corpo dipende dalla sua temperatura ed è descritto dalla **funzione di Planck**.



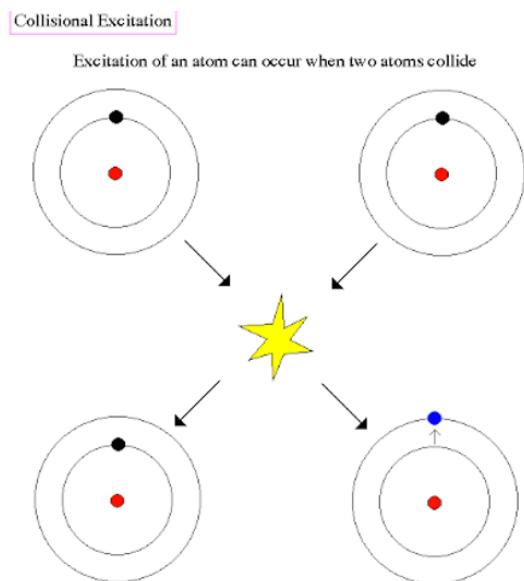
Dunque stiamo trasferendo l'energia di fotoni di frequenza ben precisa alla materia, la quale restituirà un nuovo spettro.

Si parla quindi di assorbimento in termini della radiazione che noi osserviamo. Pensiamo ad esempio al Sole: il suo spettro è il prodotto dei fotoni assorbiti, fotoni che sono stati prodotti nelle zone più interne del Sole e poi sono stati assorbiti dalla fotosfera e lì processati con una serie di assorbimenti, per poi restituire una curva dalla forma completamente diversa rispetto alla curva della planckiana prodotta all'interno del Sole.

• Vera emissione

Abbiamo detto che possiamo effettivamente trasferire energia dalla radiazione al gas in forma di energia cinetica, possiamo però fare anche il contrario: possiamo produrre fotoni estraendo l'energia cinetica del gas. Ciò accade sostanzialmente con urti.

Immaginiamo di avere due atomi di idrogeno con gli elettroni nell'orbitale più basso. Tali atomi non sono però da soli, si muovono e collidono; nella collisione può accadere che uno dei due atomi porti l'elettrone dal livello più basso a quello più alto:



Quando immaginiamo questo processo, non dobbiamo visualizzarlo come se fosse un semplice urto tra due biglie, perché non è questo quello che avviene nella realtà. Questi orbitali sono quelli ricavati dalla soluzione analitica dell'equazione di Schrödinger nel caso di un elettrone con un protone, ma quando abbiamo due atomi l'elettrone risentirà sì del campo elettrico del protone, ma vedrà anche il campo elettrico dell'elettrone dell'atomo accanto oppure vedrà il campo elettrico del protone accanto. Quello che succede in questi casi è che si modifica totalmente l'orbitale, e l'elettrone, spazialmente, si collocherà in un altro luogo. Passato il perturbatore, l'elettrone si ritroverà nella configurazione precedente (quella prima della perturbazione), dove il luogo che sta occupando non sarà più l'orbitale per $n = 1$, ma l'orbitale per $n = 2$. L'atomo dunque si ritrova in uno stato eccitato, ma quando l'elettrone si trova nell'orbitale più elevato, decade naturalmente (l'elettrone non può stare in questo stato eccitato) producendo un fotone.

In definitiva, dall'energia cinetica per collisione di atomi possiamo creare una radiazione. Questo processo è più complicato da prevedere, perché il fotone che viene emesso avrà frequenza dipendente dagli atomi che stiamo considerando. Nel caso di atomi di idro-

geno la transizione sarebbe la Lyman alpha (1216 Å), nel caso di un atomo di elio ci sarebbe un'altra frequenza. Quindi bisogna fare un calcolo puntuale mettendo dentro tutta la composizione chimica degli agenti che si vogliono fare interagire con il campo di radiazione.

• Scattering

Lo scattering è sostanzialmente *l'assorbimento e la riemissione della stessa frequenza, però lungo direzioni diverse*, ossia l'elettrone vede il campo elettrico del fotone, oscilla con quella frequenza e poi lo riemette in un'altra qualunque direzione (non c'è una direzione privilegiata, può essere anche all'indietro).

Per la precisione il fotone viene riemesso con la stessa frequenza solo se supponiamo che la materia sia ferma. In questo caso si parla di **scattering Thomson** (abbiamo un elettrone da qualche parte, esso vede il campo elettrico, oscilla e riemette totalmente; è una riemissione identica a quella iniziale, quindi di fatto non modifichiamo l'energia del sistema).

Nella realtà gli atomi di idrogeno sono ovviamente in un gas con velocità media. La conseguenza di tale effetto è che quando un elettrone all'interno dell'atomo assorbe un fotone di frequenza ν_1 e passa allo stato eccitato, quando decade emetterà un fotone la cui frequenza sarà pari a ν_2 , diversa dalla prima a causa dell'effetto Doppler. In particolare si ha:

$$\Delta\lambda = \lambda \left(1 + \frac{VR}{c} \right) \quad (19)$$

Dunque, nel processo di scattering si ha semplicemente una perdita dell'energia della radiazione, per il gas non è cambiato niente.

Quando si parla di scattering con un atomo possiamo avere variazione della λ emessa dal fotone oppure la diffusione di fotoni su elettroni liberi. Se invece gli elettroni sono liberi si parla di **scattering Thomson** (abbiamo un elettrone da qualche parte, esso vede il campo elettrico, oscilla e riemette totalmente; è una riemissione identica a quella iniziale, quindi di fatto non si modifica l'energia del sistema).

Ci possono però essere strane situazioni intermedie un atomo.

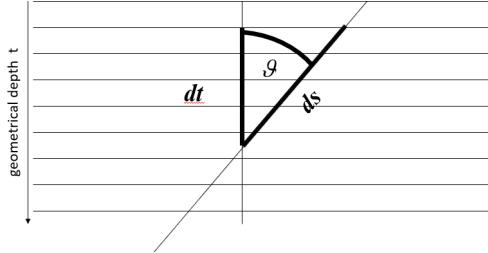
Supponiamo di avere un atomo con un elettrone sul livello A, che passa ad un livello C perché assorbe un fotone. Dal livello C il fotone può ritornare al livello A, ma potrebbe anche andare su un livello intermedio B e poi da quest'ultimo tornare ad A. In questo caso dall'assorbimento di un fotone se ne sono prodotti due (nota: l'energia è comunque la stessa). Nel caso dell'idrogeno, esso potrebbe ad esempio assorbire un fotone di lunghezza 4100 Å e tirarne fuori uno di 4800 Å e uno di 6500 Å, passando cioè da un H- γ ad un H- β e un H- α e quindi immettiamo nel campo di radiazione fotoni che prima non esistevano. Questo processo di decadimento è chiamato **fluorescenza**.

5.2.3 Risoluzione dell'equazione del trasporto radiativo

Ricordiamo l'equazione del trasporto radiativo:

$$\frac{dI_\nu}{ds} = \chi_\nu(S_\nu - I_\nu)$$

In linea di principio, tale equazione dovrebbe essere risolta in coordinate sferiche, ma possiamo operare un'approssimazione: il raggio della superficie di emissione (otosfera²⁶) è molto più piccolo del raggio della stella stessa, per cui possiamo immaginare che l'atmosfera di un oggetto sia rappresentabile come strati piani e paralleli.



Supponiamo che la direzione di osservazione formi un angolo ϑ con la normale a tali strati, la sua proiezione su quest'ultima sarà pari a $dt = -\mu ds$ dove $\mu = \cos \theta$. Segue che

$$\frac{dI_\nu}{ds} = -\mu \frac{dI_\nu}{dt}$$

e l'equazione potrà scriversi come

$$-\mu \frac{dI_\nu}{dt} = \chi_\nu (S_\nu - I_\nu) \quad (20)$$

Introduciamo, in luogo della coordinata geometrica s , la cosiddetta profondità ottica specifica (funzione di ν), attraverso l'equazione

$$d\tau_\nu = -\chi_\nu ds$$

Come mostra l'equazione, la profondità ottica è definita in direzione opposta a quella di propagazione della radiazione, il che riflette il punto di vista di un osservatore che riceve la radiazione nel proprio strumento (vedi figura sotto). Vedremo che useremo questo punto di vista, cioè poi andremo a integrare dall'esterno verso l'interno. Vediamo perché.

Noi abbiamo una certa quantità di radiazione che incide sul nostro gas e questa ovviamente si estinguera, poi all'interno del gas dobbiamo sommare i contributi dell'intensità che vengono fuori dalla funzione sorgente. Una volta che lo abbiamo calcolato, dobbiamo chiederci di quanto si è estinto questo contributo. Se facciamo il calcolo dall'esterno possiamo andare dentro fino a quando non scopriamo che il contributo viene totalmente estinto ed in quel momento finiamo l'integrazione (smettiamo di portare avanti il calcolo). Con l'idea che la materia abbia una densità che aumenta dall'esterno verso l'interno, è ragionevole pensare che all'interno τ_ν sia infinito, ma siccome l'integrale lo risolviamo numericamente, nella pratica raggiunto un certo valore di τ_ν , tronchiamo l'integrazione, quindi risolviamo tutto in maniera più rapida piuttosto che risolvere l'integrale al contrario, perché in quel caso calcolando la funzione sorgente scopriremmo che la quantità di spazio è talmente grande che tutti i fotoni vengono assorbiti. Questa semplificazione pratica nasce anche dall'osservazione che in astrofisica, quando si parla di trasporto radiativo, in qualche modo si immagina che le sorgenti siano di infinite

²⁶Regione che emette luce e in corrispondenza della quale esso diventa opaco.

dimensioni, pertanto la materia viene totalmente estinta. Nel caso del Sole e della fotosfera (l'atmosfera solare), i fotoni provengono dall'interno (ancora non ne sappiamo la ragione) e attraversano quest'ultima, la quale è profonda 500 km (spazio estremamente piccolo rispetto alle dimensioni della stella). Quello che si può immaginare è che τ_ν , in questo piccolo spazio, arrivi ad essere infinito. Quindi quello che era in realtà il flusso prodotto all'interno viene posto uguale a 0 e l'intensità emergente sarà data soltanto dal contributo della funzione sorgente in ogni strato, considerata la sua estinzione in quella successiva.

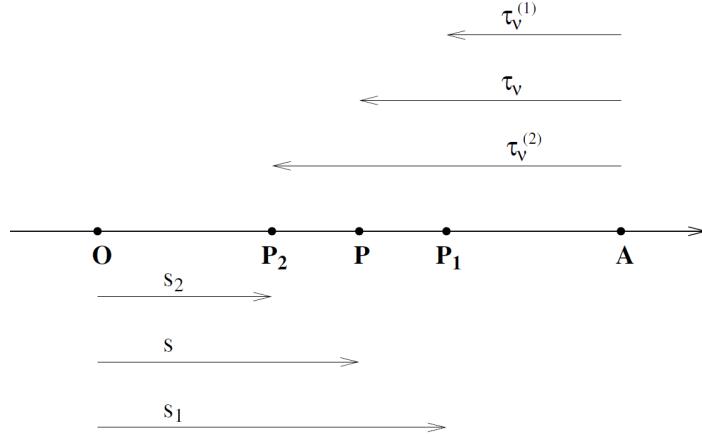


Fig. 14.1. La radiazione si propaga nella direzione che va dal punto P_2 al punto P_1 . La coordinata spaziale è misurata a partire dal punto O mentre la profondità ottica è misurata a partire dal punto A nella direzione contraria alla propagazione.

Considerando il plasma contenuto entro uno spessore geometrico fissato, ad esempio fra i punti P_1 e P_2 della figura seguente, caratterizzati dalle coordinate s_1 e s_2 (con $s_1 > s_2$), lo spessore ottico risulta, per semplice integrazione dell'equazione precedente

$$\tau_\nu(P_1, P_2) = \int_{s_2}^{s_1} \chi_\nu(s) ds \quad (21)$$

Lo spessore ottico dipende dalla frequenza e uno spessore geometrico fissato si definisce *otticamente sottile* quando $\tau_\nu \ll 1$ oppure *otticamente spesso* quando $\tau_\nu \gg 1$. In termini fisici, un mezzo è otticamente sottile alla frequenza ν quando un fotone di quella frequenza ha una probabilità trascurabile di essere assorbito nell'attraversarlo. Viceversa, se il mezzo è otticamente spesso, il fotone ha una probabilità praticamente uguale a uno di essere assorbito nel mezzo stesso.

Mettiamoci nel caso semplificato in cui $\mu = 1$, quindi $ds = -dt$. Dividendo l'equazione del trasporto per χ_ν e cambiando di segno, si ottiene

$$\frac{dI_\nu}{d\tau_\nu} = I_\nu - S_\nu \quad (22)$$

Per risolvere questa equazione moltiplichiamo ambo i membri per il fattore $e^{-\tau_\nu}$. Si ottiene

$$e^{-\tau_\nu} \frac{dI_\nu}{d\tau_\nu} = e^{-\tau_\nu} I_\nu - e^{-\tau_\nu} S_\nu$$

ovvero²⁷

$$\frac{d}{d\tau_\nu} (e^{-\tau_\nu} I_\nu) = -e^{-\tau_\nu} S_\nu \quad (23)$$

Quello che succede è che i fotoni entrano nell'atmosfera, vengono estinti esponenzialmente attraversando uno strato, ma quest'ultimo emetterà qualcosa che verrà anch'esso estinto esponenzialmente (e ciò avviene in ogni strato).

Facendo riferimento alla figura sopra, integriamo questa equazione fra i punti P_2 e P_1 del cammino percorso dal raggio ai quali corrispondono le profondità ottiche $\tau_\nu^{(2)}$ e $\tau_\nu^{(1)}$ con $\tau_\nu^{(1)} < \tau_\nu^{(2)}$. Si ottiene

$$e^{-\tau_\nu^{(1)}} I_\nu(\tau_\nu^{(1)}) - e^{-\tau_\nu^{(2)}} I_\nu(\tau_\nu^{(2)}) = - \int_{\tau_\nu^{(2)}}^{\tau_\nu^{(1)}} S_\nu(\tau_\nu) e^{-\tau_\nu} d\tau_\nu$$

ovvero

$$I_\nu(\tau_\nu^{(1)}) = I_\nu(\tau_\nu^{(2)}) e^{-\left(\tau_\nu^{(2)} - \tau_\nu^{(1)}\right)} + \int_{\tau_\nu^{(1)}}^{\tau_\nu^{(2)}} S_\nu(\tau_\nu) e^{-\left(\tau_\nu - \tau_\nu^{(1)}\right)} d\tau_\nu$$

Nota: abbiamo invertito gli estremi dell'integrale, quindi come accennato poc'anzi adesso stiamo integrando dall'esterno verso l'interno.

Questo risultato si interpreta facilmente osservando che l'intensità nel punto P_1 è data dall'intensità presente nel punto P_2 (la condizione al contorno) moltiplicata per il fattore di attenuazione dovuto all'assorbimento fra i punti P_2 e P_1 , alla quale si aggiunge il contributo dovuto all'emissione nell'intervallo compreso fra i due punti. Il contributo relativo all'intervallo infinitesimo $d\tau_\nu$, situato nell'intorno del punto generico P , è moltiplicato per il relativo fattore di attenuazione dovuto all'assorbimento fra i punti P e P_1 . In particolare, se si considera la radiazione emergente da un plasma e si pone quindi $\tau_\nu^{(1)} = 0$, l'equazione precedente si può anche porre nella forma

$$I_\nu(0) = I_\nu(\tau_\nu) e^{-\tau_\nu} + \int_0^{\tau_\nu} S_\nu(\tau'_\nu) e^{-\tau'_\nu} d\tau'_\nu \quad (24)$$

In molti casi, soprattutto in astrofisica, si ha a che fare con plasmi che risultano praticamente infiniti in una direzione (si pensi ad esempio a un'atmosfera stellare della quale interessi esprimere l'intensità emergente in funzione delle proprietà locali dell'atmosfera stessa). In tali casi, si deve considerare il limite dell'equazione precedente per $\tau_\nu \rightarrow \infty$ e, supponendo matematicamente che si abbia

$$\lim_{\tau_\nu \rightarrow \infty} I_\nu(\tau_\nu) e^{-\tau_\nu} = 0$$

si ottiene

$$I_\nu(0) = \int_0^\infty S_\nu(\tau_\nu) e^{-\tau_\nu} d\tau_\nu \quad (25)$$

²⁷In questo passaggio è stata usata la relazione

$$e^{-\tau_\nu} \frac{dI_\nu}{d\tau_\nu} - e^{-\tau_\nu} I_\nu = \frac{d}{d\tau_\nu} (e^{-\tau_\nu} I_\nu)$$

dovuta alla regola di derivazione del prodotto.

Il limite matematico di cui sopra è sempre soddisfatto in pratica perché, nel caso opposto, si troverebbe il risultato assurdo che l'intensità emergente dal mezzo assume un valore infinito. L'equazione esprime in tutta generalità l'intensità emergente da un mezzo semi-infinito, ovvero da un mezzo indefinito nella direzione opposta a quella sotto la quale si riceve la radiazione. Essa è alla base dell'interpretazione quantitativa degli spettri stellari.

Prima di proseguire, torniamo alla (24) e distinguiamo due casi in basi al valore di τ_ν :

- Nel caso di mezzo otticamente sottile, ossia per $\tau_\nu \ll 1$ (quindi $e^{-\tau_\nu} \approx 1$), un fotone di frequenza ν ha una probabilità quasi nulla di essere assorbito. La radiazione emergente dal plasma sarà allora

$$I_\nu(0) = I_\nu(\tau_\nu) + \int_0^{\tau_\nu} S_\nu(\tau'_\nu) d\tau'_\nu$$

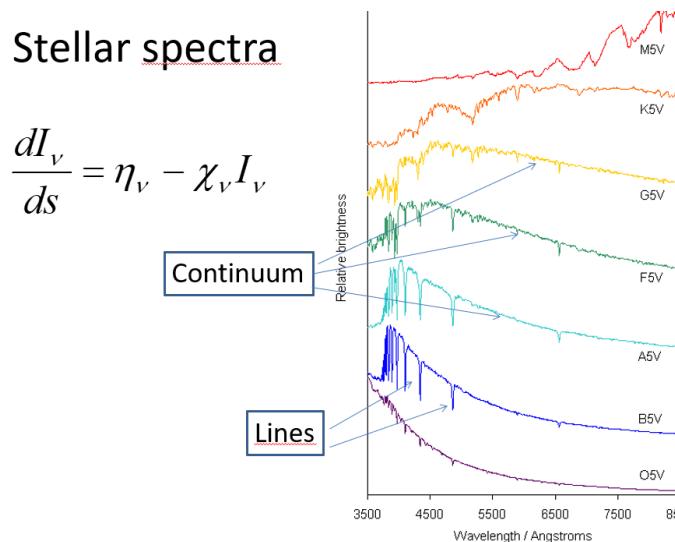
- Nel caso di mezzo otticamente spesso, ossia per $\tau_\nu \gg 1$ (quindi $e^{-\tau_\nu} \approx 0$), un fotone di frequenza ν ha probabilità quasi uguale a 1 di essere assorbito. La radiazione emergente dal plasma sarà allora

$$I_\nu(0) = \int_0^{\tau_\nu} S_\nu(\tau'_\nu) e^{-\tau'_\nu} d\tau'_\nu$$

È chiaro che per risolvere l'integrale dobbiamo conoscere τ_ν e quindi χ_ν ; inoltre dovremo determinare la funzione sorgente. Quello che si fa nella pratica per la risoluzione è campionarlo (non possiamo fare l'integrale per tutte le frequenze, dobbiamo fare un campionamento).

Si potrebbe immaginare che l'intensità emergente sia la media pesata della funzione sorgente lungo la linea di vista. Cioè, se ogni strato viene estinto, di fatto è come se facessimo la somma dei contributi con un peso (e matematicamente questa è la trasformata di Laplace).

Confrontiamo ora il risultato di questa integrazione con gli spettri osservati. Rappresentiamo di seguito la luminosità della stella in funzione della lunghezza d'onda:



Negli spettri stellari (grafici dell'energia in funzione della lunghezza d'onda), che possono avere tra loro forma molto diversa, si è osservata una chiara distinzione di comportamento della distribuzione spettrale con la lunghezza d'onda in due grandi categorie:

- Una parte definita **continuo**, che cambia poco con la lunghezza d'onda;
- Le **righe spettrali**, strutture che variano molto rapidamente con la lunghezza d'onda: sono le bande nere dello spettro di Fraunhofer²⁸.

La teoria ci dice che la radiazione si trasmette attraverso la materia con un'interazione che noi possiamo quantificare parlando di coefficienti di estinzione e di emissione. Ci chiediamo a questo punto se siamo in grado di invertire lo spettro osservato che è il risultato dell'equazione del trasporto per estrarre l'estinzione e l'emissione. Il problema dell'astrofisica è proprio questo: possiamo estrarre χ_ν e η_ν partendo dai dati? Possiamo, cioè, sapere cosa c'è dentro lo spettro solare in termini di cosa è responsabile di cosa? La spiegazione sviluppata nel tempo fa riferimento agli atomi, considerati come strutturate in cui gli elettroni occupano livelli energetici ben definiti e i quali possono trasferirsi da un livello all'altro secondo tre possibili modi:

- **transizioni legato-legato**: l'elettrone è legato all'atomo, cambia il livello e resta comunque legato. Questa porta via una determinata quantità di energia ben precisa pari alla differenza di energia tra i due livelli.
- **transizioni legato-libero**, che portano un elettrone legato in uno stato libero, strappandolo dall'atomo;
- **transizioni libero-libero**: un elettrone libero, interagendo con il campo di radiazione, può variare la sua energia. Questo fenomeno non può accadere se non è presente almeno un protone (Radiazione di Bremsstrahlung). Infatti un singolo elettrone, investito dalla radiazione elettromagnetica, oscilla e la riemette scatterandola. Se il fenomeno avviene in presenza di un protone, l'elettrone cambia la sua orbita, che non è chiusa, sperimentando una variazione della sua velocità, che è appunto il Bremsstrahlung.

Considerando questa varietà di possibili interazioni e la struttura degli spettri, si è immaginato che il coefficiente di estinzione dovesse essere separabile in due quantità: k , che descrive il contributo delle transizioni legato-legato e σ che descrive le transizioni legato-libero

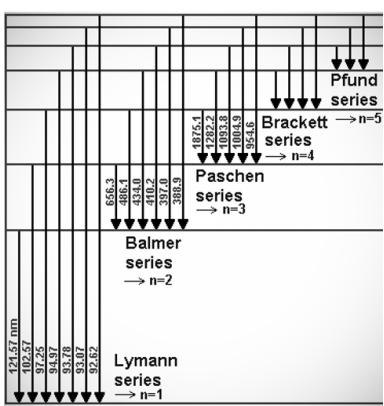
$$\chi_\nu(\vec{r}, \nu, t) = k(\vec{r}, \nu, t) + \sigma(\vec{r}, \nu, t)$$

I processi sono sostanzialmente di due tipi: il fotone viene assorbito (i primi due no?) o deviato (il terzo?). Il processo di assorbimento porta ad uno scambio di energia tra campo di radiazione e materia, per cui ha effetti sulla temperatura e sull'ambiente; quello di scattering lascia invariata l'energia sia dell'uno che dell'altro.

L'idea era quella di giustificare l'aspetto del continuo degli spettri stellari e l'aspetto delle loro righe spettrali sulla base di una separazione del coefficiente di estinzione in due contributi: puro assorbimento e scattering.

²⁸Fraunhofer realizzò che lo spettro colorato del Sole presentava delle righe nere.

Consideriamo i livelli energetici dell'idrogeno, che è l'atomo più importante perché è quello più abbondante:

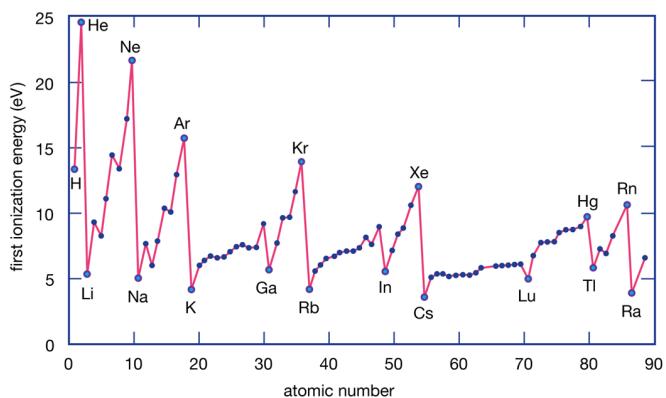


La figura accanto prende il nome di diagramma di Grotrian, in cui sono rappresentate tutte le possibili transizioni. Queste righe, se osservate, possono portare a conclusioni sulle condizioni della materia.

Noi distinguiamo tutte le transizioni sul livello $n = 1$ come **serie di Lyman** (sono nell'UV, la più esterna è a 120 nm ed è in pieno UV, le altre sono a λ ancora più brevi, quindi non sono visibili). Abbiamo poi la **serie di Balmer**, transizioni sul livello $n = 2$ che sono visibili. Andando avanti osserviamo la **serie di Paschen** (queste sono nell'infrarosso).

Sulla base del modello dell'atomo, si è dedotto che le righe spettrali sono dovute alle transizioni legato-legato, il continuo è dovuto alle transizioni libero-legato e a quelle libero-libero. Tale interpretazione si basa sulla *fotoionizzazione*, cioè alla possibilità di estrarre un elettrone dall'atomo, trasferendo l'energia del fotone al sistema. Infatti abbiamo visto che ci sono transizioni con lunghezze d'onda ben precise (le varie serie), però c'è anche la possibilità di ionizzare. Noi possiamo misurare le energie di ionizzazione, le quali cambiano con l'elemento.

Concentriamoci sulle energie di prima ionizzazione. L'idrogeno richiede 13.6 eV, l'elio 25 eV, quando si va nei metalli questa energia diventa molto piccola. Questo significa che tutti i fotoni con un'energia maggiore di 13.6 eV possono strappare un elettrone all'atomo di idrogeno, tutti i fotoni con un'energia maggiore di 5 eV possono ionizzare il litio e così via.



Vediamo come si potrebbe inserire questo primo concetto di ionizzazione nel trasporto radiativo. Quello che succede è che non basta che un fotone abbia l'energia sufficiente (questo è il prerequisito affinché ci sia la ionizzazione), ma poi la probabilità cambia con la lunghezza d'onda del fotone.

La ionizzazione di un atomo di idrogeno ha una probabilità di accadere, e questa probabilità viene definita come coefficiente di assorbimento:

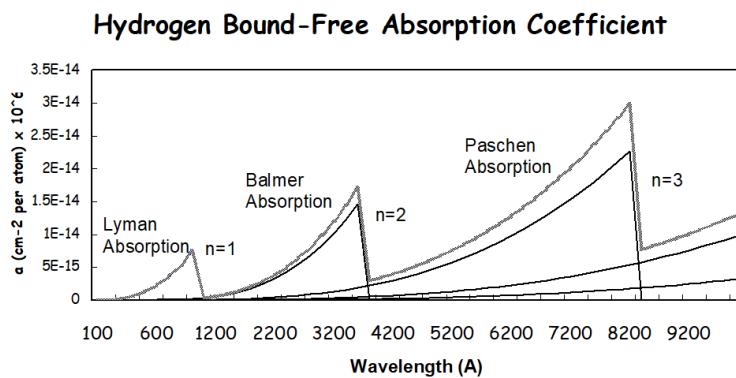
$$\alpha_{bf}(\lambda, n) = \frac{\alpha_0 g_{bf} \lambda^3}{n^5}$$

dove n è il livello di energia, quindi non è la stessa per tutti.

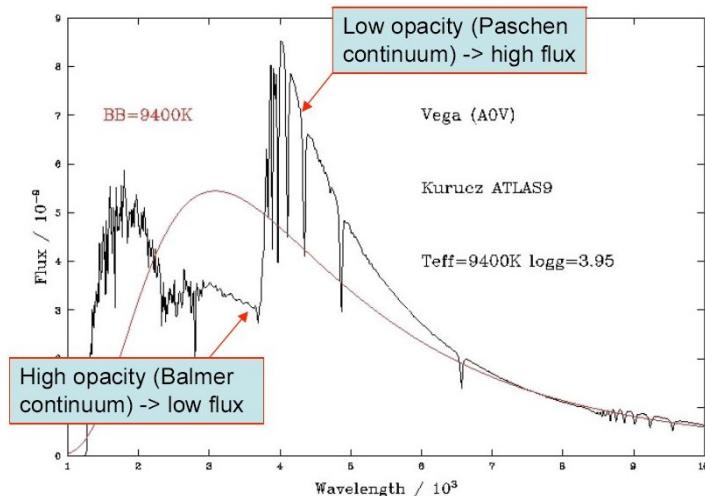
Il coefficiente di estinzione nasce dalla sommatoria sui vari stati e dal numero di atomi che hanno un elettrone in quello stato.

$$\chi_\lambda(H_{bf}) = \sum_{n_0}^{\infty} \alpha_{bf}(\lambda, n) \frac{N_n}{N}$$

Graficando questa quantità si ottiene:



dove la parte in grigio rappresenta la somma dei termini; l'andamento in nero invece rappresenta il contributo dei vari livelli. Quindi, se è vero che il responsabile dell'estinzione è l'interazione atomica tra radiazione e idrogeno, questo si dovrebbe ritrovare negli spettri. Ed effettivamente accade.



Questo è il tipico spettro di una stella con l'energia in funzione della lunghezza d'onda. Quello che noi vediamo nelle stelle è il reciproco della probabilità di ionizzazione.

Il salto che osserviamo, che si chiama Balmer jump, è stata considerata la prova sperimentale della fotoionizzazione.

Come si spiega il fatto che esistano stelle il cui Balmer jump ha dimensione diversa? Il fatto che non esista in alcune stelle è considerata una prova che la temperatura della stella è così alta che non esiste idrogeno neutro. Se non esiste l'idrogeno neutro, non

si possono fermare fotoni di lunghezza d'onda ultravioletta e quindi si avrà un certo andamento. Poi ci saranno delle stelle in cui il secondo livello dell'idrogeno è molto popolato e quindi potrà assorbire molti fotoni; poi ci sono delle condizioni per stelle più fredde (che noi vediamo rosse) che non hanno elettroni nel livello 2, ma ce li hanno tutti nel livello 1. Quindi, avendo tutti gli elettroni nel livello 1, potranno solo trattenere i fotoni da 1200 Å (quelli di alta energia). Tale fatto è spiegato matematicamente dall'equazione di Saha:

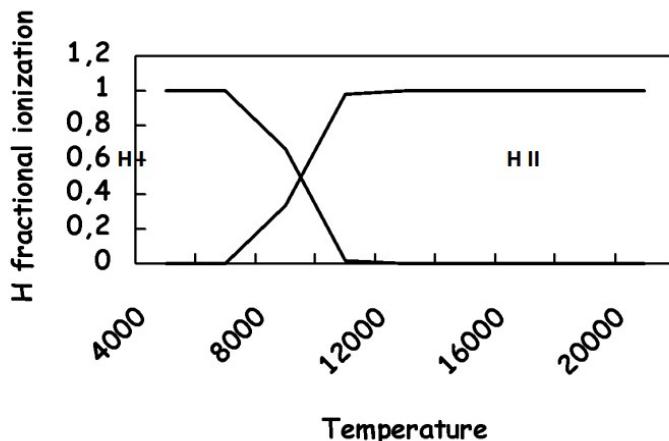
$$\frac{n_{i+1}}{n_i} n_e = \frac{2}{\Lambda^3} \frac{g_{i+1}}{g_i} e^{-\frac{(\epsilon_{i+1} - \epsilon_i)}{k_B T}}$$

dove

- $\Lambda = \sqrt{\frac{h^2}{2\pi m_3 k_B T}}$;
- g_i è il peso statistico o molteplicità dei livelli, rappresenta il numero di modi in cui possono essere sistemati le particelle nei vari livelli;
- ϵ_i è l'energia necessaria per rimuovere i elettroni da un atomo neutro;
- n_e è la densità elettronica.

Infatti, dato un gas, i suoi atomi si possono trovare ad un diverso stato di ionizzazione, e tale equazione ci dice che, dati due stati di ionizzazione successivi n_{i+1} e n_i (ad esempio idrogeno neutro e idrogeno ionizzato) il rapporto tra le due quantità dipende innanzitutto dalla densità elettronica (e questo è intuitivo, perché se dobbiamo ionizzare si devono avere elettroni liberi pronti per essere ricatturati: all'equilibrio la ionizzazione è ostacolata dai tanti elettroni liberi), dalla temperatura del gas e dall'energia di ionizzazione.

Riportando il numero di atomi ionizzati in funzione della temperatura, l'equazione assume una forma di questo tipo:



Se abbiamo un gas e cominciamo a scaldarlo, osserviamo che a temperature dell'ordine di 4000 K il gas è tutto legato (non è detto che tutti gli elettroni siano nel livello

fondamentale, però tutti gli elettroni sono legati). Quando andiamo a temperature di 20000 K tutti gli elettroni sono staccati dai nuclei, il gas è quindi tutto ionizzato; a tali temperature il coefficiente di opacità dovuto alla ionizzazione dell'idrogeno non è più importante, in quanto non ci sono più elettroni che possono assorbire quella radiazione. Abbiamo poi la regione di mezzo in cui parte della radiazione è assorbita e parte no. **questa frase l'ho messa io quindi sono molto dubbioso** L'equazione di Saha può essere scritta, considerando il numero di atomi in un livello rispetto al totale, come

$$\frac{N_n}{N} = \frac{g_n}{u_0(T)} e^{-\frac{\chi}{kT}}$$

dove $u_0(t)$ è la funzione di partizione e si usata come notazione infelice χ per indicare l'energia di ionizzazione. Il coefficiente di assorbimento allora diventa

$$\chi(H_{bf}) = \alpha_n \sum_{n_0}^{\infty} \frac{\lambda^3}{n^3} g_{bf} e^{-\frac{\chi}{kT}}$$

Qual è quindi il coefficiente di estinzione dovuto all'idrogeno per quanto riguarda le possibili transizioni legato-libero? Questo coefficiente nasce dalla probabilità che un atomo con un elettrone in un livello possa assorbire. Se un atomo di idrogeno ha un certo elettrone in un certo livello, c'è una probabilità di interazione. A questo punto l'estinzione è data dal numero di atomi che sono in quel livello. Però dobbiamo anche sapere quanti sono gli atomi di idrogeno non ionizzati. Supponiamo di vedere scomparire 100 fotoni dal mio campo di radiazione, se vogliamo risalire alla vera quantità di idrogeno dovrò chiedermi qual è la probabilità che un atomo venga ionizzato.

Parliamo di probabilità, le probabilità sono ovviamente prodotti di probabilità. Il coefficiente di estinzione è la probabilità che un fotone di una certa lunghezza d'onda venga assorbito. Allora noi ci dobbiamo chiedere quali sono gli ingredienti per questo assorbimento.

Innanzitutto deve esistere l'atomo nello stato in cui può assorbire (nel caso specifico deve esistere l'atomo neutro di idrogeno, che è una probabilità che, dato l'idrogeno, questo sia allo stato neutro). Ammesso che abbiamo un atomo neutro, la probabilità che un fotone venga assorbito ad una lunghezza d'onda è legata al livello energetico in cui si trova l'elettrone. Quindi, per sapere quanti fotoni sono stati assorbiti dobbiamo sapere quanti sono gli atomi di idrogeno neutro che hanno elettroni nel livello n .

Dobbiamo quindi sapere qual è la distribuzione degli elettroni tra i livelli, quando l'ho scoperta posso moltiplicare ciascuno di questi per il coefficiente di assorbimento. Quindi un coefficiente di estinzione, per quanto riguarda le transizioni legato-libero, si presenta come una sommatoria tra tutti i casi che possono assorbire quella lunghezza d'onda.

Se lo volessimo fare numericamente non sarebbe difficile. Qui di nascosto c'è la temperatura dello strato. Supponiamo che questo sia il Sole e supponiamo di guardare la luce dall'alto e di disegnare i vari strati (tanti strati): voglio sapere qual è la temperatura per ogni strato. Posso imporre come una condizione di equilibrio, come sulla Terra? Perfetto, qui ho un'idea di temperatura. Con questa temperatura mi devo chiedere quanti sono gli atomi di idrogeno neutri, quanti sono gli atomi di idrogeno ionizzati (e quindi quanti sono i fotoni). Una volta che l'ho calcolato mi devo chiedere "ma qui come sono distribuiti tra i livelli"? Quando mi sono dato una risposta, posso moltiplicare questi numeri per il coefficiente di assorbimento e sapere quanti fotoni vengono bloccati "qui",

poi questi fotoni li passo al livello successivo e mi chiedo quanti fotoni possono essere assorbiti qua, e così via. Questo diventa nell'equazione del trasporto, la costruzione di questo τ che è dato dalla somma di χ per numero di particelle per ds .

5.3 L'allargamento delle righe spettrali. Profilo del coefficiente di assorbimento

Parlando del coefficiente di estinzione abbiamo assunto che le particelle responsabili dell'estinzione avessero una sezione d'urto geometrica piccola rispetto alla loro distanza media. Si può quindi rappresentare il coefficiente di estinzione come il prodotto tra la sezione d'urto (la probabilità di interazione) per la densità di assorbiti:

$$\chi_\nu = n\sigma_\nu$$

Se la densità è bassa c'è una relazione tra l'estinzione e il numero di particelle; al contrario, se la densità è molto alta, possiamo solo interagire con il primo strato. Il primo caso è quello delle atmosfere stellari, in cui i gas sono rarefatti rispetto ai fotoni. Per studiare l'andamento della sezione d'urto basterà allora studiare il comportamento del coefficiente di assorbimento.

A questo punto risulta chiaro che gli spettri stellari sono dati dal prodotto dell'interazione tra la radiazione prodotta all'interno con la materia dagli strati più esterni. Sorgeva però un'altra domanda: perché le righe spettrali sono tra loro così differenti? Man mano che la tecnologia migliorava, gli spettri assumevano forme più complesse. La differenza non era solo tra le righe dell'idrogeno e altre ancora sconosciute, ma risiedeva anche nel fatto che le righe dell'idrogeno potevano avere larghezza e intensità diverse. Bisognava capire perché.

I principali meccanismi che contribuiscono ad allargare una riga sono i seguenti:

- Allargamento naturale: anche in condizioni ideali una riga non può mai avere larghezza nulla a causa del principio di indeterminazione di Heisenberg;
- Allargamento collisionale o per pressione: si ha per effetto della perturbazione degli atomi durante l'emissione di un fotone; dipende dalla pressione del gas, ed è dominante nei gas relativamente densi, come le atmosfere stellari. La sua modellistica, per nulla semplice, è un elemento fondamentale per la teoria delle atmosfere stellari.
- Allargamento termico: in un gas a temperatura T gli atomi di massa Am_p (dove m_p è la massa del protone e A è il peso atomico) si muovono lungo la linea di vista a velocità $v \sim \sqrt{kT/Am_p}$. La lunghezza d'onda delle transizioni atomiche va riferita al sistema di riferimento dell'atomo; di conseguenza i fotoni sia assorbiti che emessi avranno una lunghezza d'onda diversa per effetto Doppler.

5.3.1 Allargamento naturale

Iniziamo questo paragrafo dando una rapida spiegazione del perché le righe hanno un allargamento naturale. Subito dopo entreremo nel dettaglio.

La discussione precedente suggerisce che le righe spettrali siano infinitamente strette e appuntite (come delle delta di Dirac). In realtà esse sono allargate.

Una trattazione esatta del fenomeno richiederebbe un ampio uso della meccanica quantistica, quindi non entreremo nel dettaglio (*del resto con 6 CFU cosa vi aspettate?*).

Secondo la meccanica quantistica, non si può misurare tutto accuratamente allo stesso tempo. Ad esempio, è impossibile determinare simultaneamente il valore della coordinata x e della quantità di moto p_x con precisione arbitraria. Tra le incertezze Δx e Δp_x di tali quantità sussiste infatti la relazione

$$\Delta x \Delta p_x \approx \hbar$$

Simili relazioni valgono per le altre direzioni.

Anche tempo ed energia sono connesse da una relazione di indeterminazione:

$$\Delta E \Delta t \approx \hbar$$

Se la vita media di uno stato eccitato è T , l'energia corrispondente alla transizione può essere determinata con una precisione di

$$\Delta E = \frac{\hbar}{T} = \frac{h}{2\pi T}$$

Dal fatto che $E = h\nu$ segue che $\Delta E = h\Delta\nu$ e quindi $\Delta\nu = \Delta E/h$. Infatti, l'incertezza sull'energia dipende dai tempi di vita dello stato iniziale e finale. La larghezza naturale di una linea è definita come²⁹

$$\gamma = \frac{\Delta E_i + \Delta E_f}{h} = \frac{1}{T_i} + \frac{1}{T_f}$$

Ne segue che la larghezza naturale delle righe spettrali è conseguenza del principio di indeterminazione di Heisenberg.

Classicamente, prima della meccanica quantistica, si immaginò che l'elettrone orbitante attorno al nucleo, interagendo con la radiazione elettromagnetica, oscillasse in presenza del campo elettrico, comportandosi come un dipolo oscillante smorzato. In una situazione del genere, l'equazione del moto è

$$m_e \ddot{\vec{r}} + m_e \omega_0^2 \vec{r} + m_e \gamma \dot{\vec{r}} = 0$$

con $\omega_0 = 2\pi\nu_0$ frequenza propria dell'oscillazione. La soluzione è

$$\vec{r} = \vec{r}_0 e^{-\frac{\gamma}{2} t} e^{i\omega_0 t}$$

Si genera quindi il campo elettrico $\vec{E}(t) = \vec{E}_0 e^{-\frac{\gamma}{2} t} e^{i\omega_0 t}$, oscillante allo stesso modo.

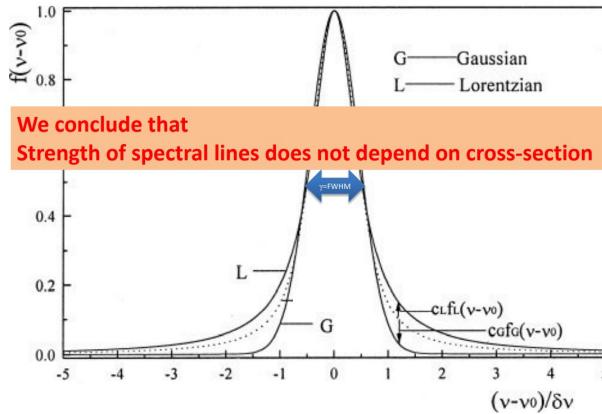
Il coefficiente di smorzamento γ in questo caso è dovuto all'emissione di onde elettromagnetiche, proprio perché l'elettrone oscilla (ciò è prevista dalla fisica classica).

L'energia allora decade proporzionalmente a un fattore $e^{-\gamma t}$ e il profilo della riga è del tipo

²⁹Tale definizione ovviamente vale quando non consideriamo lo stato fondamentale: in tal caso il termine $\frac{1}{T_i}$ non compare perché non c'è indeterminazione.

$$\phi(\nu - \nu_0) = \frac{\gamma/(4\pi)^2}{(\nu - \nu_0)^2 + (\gamma/(4\pi))^2} \quad (26)$$

che è un profilo di tipo **Lorentziano**.



Si evince che le righe spettrali non devono essere delte di Dirac, come a priori si potrebbe pensare avendo una sola transizione energetica. Se l'andamento fosse gaussiano, potremmo esprimere in termini della σ , nel caso della lorentziana la σ non esiste, però esiste la full width half maximum o larghezza a metà altezza (che, ad esempio, nella gaussiana vale 2.355σ).

Dalla corrispettiva sezione d'urto (cross section) deduciamo che non solo la frequenza del fotone può essere assorbita, ma anche frequenze vicine, secondo tale legge.

5.3.2 Allargamento collisionale

Finora abbiamo osservato atomi isolati, ma si tratta di un modello semplificato. Nella realtà, a questi processi vanno legati quelli collisionali: anche gli urti tra gli atomi possono trasferire un elettrone da un livello all'altro. Ricordiamo che l'urto non è necessariamente inteso come collisione ma come interazione: le cariche sentono una l'influenza dell'altra a causa del campo elettrico da esse generato.

Le collisioni posso essere di due tipi:

- Collisione che porta da un livello basso ad un livello alto;
- Collisioni super elastiche: in questo tipo di interazione, piuttosto che diminuire l'energia aumenta.

Cosa accade alla radiazione quando viene emessa da emettitori che collidono? Nell'approssimazione che l'emettitore sia un oscillatore armonico smorzato, esso ha campo elettrico

$$E(t) = Ae^{-\beta t} \cos(2\pi\nu_0 t - \phi)$$

dove A e ϕ sono l'ampiezza e la fase dell'oscillazione.

L'effetto delle collisioni con gli elettroni (o altre particelle cariche presenti nel mezzo) può essere schematizzato pensando che le collisioni siano dei processi che avvengano

istantaneamente (approssimazione d'impatto) e che ciascuna collisione introduca nel campo elettrico emesso dall'atomo uno sfasamento di ampiezza aleatoria. Per effetto delle collisioni il campo elettrico è quindi descritto dalla funzione

$$E(t) = Ae^{-\beta t} \cos [2\pi\nu_0 t - \phi(t)]$$

Per descrivere l'effetto delle collisioni, Weisskopf ipotizzò che, a causa degli urti, l'emettitore avrà una fase iniziale diversa da quella standard che avrebbero tutti gli emettitori che non collidono. Quindi a causa delle collisioni, che sono casuali, avremo una fase che dipende da t ; l'effetto di questa variazione di fase è che $E(t)$ invece di essere smorzata dal coefficiente $e^{-\beta t}$, ogni tanto fa dei "salti" di fase³⁰. Per capire allora a quali frequenze emetterebbero, Weisskopf sfruttò le trasformate di Fourier che permettono di passare dal tempo alle frequenze:

$$\hat{E}(\nu) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} E(t) e^{2\pi i \nu t} dt$$

andando a sostituire l'espressione di $E(t)$ otteniamo

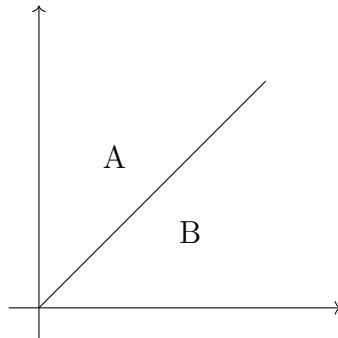
$$\hat{E}(\nu) = \frac{A}{4\pi} \int_0^{+\infty} e^{2\pi i (\nu - \nu_0)t - \beta t + i\phi(t)} dt$$

Poiché vogliamo conoscere l'energia rimossa al campo di radiazione, che è uguale alla potenza emessa dall'oscillatore smorzato, calcoliamo il modulo quadro del campo:

$$|\hat{E}(\nu)|^2 = \frac{A^2}{16\pi^2} \int_0^{+\infty} dt_1 \int_0^{+\infty} dt_2 e^{2\pi i (\nu - \nu_0)(t_1 - t_2) - \beta(t_1 - t_2) + i[\phi(t_1) - \phi(t_2)]}$$

Nota: si deve prendere il complesso coniugato, perché $E^2 = E^*E$.

Riportiamo i CALCOLI ASTROMECCANICI necessari ad arrivare al risultato finale.



La regione A è quella in cui $t_1 < t_2$, mentre nella regione B si ha $t_2 < t_1$.

La quantità $\Delta\phi = \Delta\phi(t_1) - \Delta\phi(t_2)$ ha carattere stocastico. Se durante l'intervallo di tempo che intercorre fra t_1 e t_2 (oppure fra t_2 e t_1) non avvengono collisioni, allora $\Delta\phi = 0$, e si ha

$$e^{i\Delta\phi} = 1$$

³⁰Per essere rigorosi il motivo è che $\phi(t)$ è una funzione a carattere stocastico che presenta delle discontinuità in corrispondenza di ciascun istante in cui si verifica una collisione.

Se invece nello stesso intervallo avvengono molte collisioni, tenendo conto del fatto che le fasi introdotte dalle singole collisioni sono aleatorie, si ottiene, mediando su tutte le possibili “storie collisionali”,

$$e^{i\Delta\phi} = 0$$

Se si indica quindi con f la frequenza delle collisioni (numero di collisioni per unità di tempo), si può ragionevolmente assumere che valga la seguente approssimazione

$$e^{i\Delta\phi} = e^{-f|t_1-t_2|}$$

Sostituendo questa espressione nell'integrale si ha quindi

$$|\hat{E}(\nu)|^2 = \frac{A^2}{16\pi^2} \int_0^{+\infty} dt_1 \int_0^{+\infty} dt_2 e^{2\pi i(\nu-\nu_0)(t_1-t_2)-\beta(t_1-t_2)-f|t_1-t_2|}$$

L'integrale doppio che compare in questa espressione si può calcolare distinguendo nel piano (t_1, t_2) le due regioni A e B illustrate nella figura sopra. Osservando che l'integrale relativo alla regione B si può ottenere da quello relativo alla regione A cambiando di segno la quantità $\nu - \nu_0$, si ottiene

$$|\hat{E}(\nu)|^2 = \mathcal{A} + \mathcal{B}$$

dove

$$\mathcal{A} = \frac{A^2}{16\pi^2} \int_0^{+\infty} dt_1 \int_0^{+\infty} dt_2 e^{2\pi i(\nu-\nu_0)(t_1-t_2)-\beta(t_1-t_2)-f(t_2-t_1)}$$

e dove \mathcal{B} si ottiene da \mathcal{A} mediante la sostituzione $(\nu - \nu_0) \rightarrow (\nu_0 - \nu)$. L'integrale doppio si calcola con metodi elementari e, aggiungendo \mathcal{B} ad \mathcal{A} , si ottiene

$$|\hat{E}(\nu)|^2 = \frac{A^2}{64\pi^4} \frac{\gamma + 2f}{\gamma} \frac{1}{(\nu - \nu_0)^2 + \left(\frac{\gamma+2f}{4\pi}\right)^2}$$

e, ponendo

$$\Gamma = \frac{\gamma + 2f}{4\pi}$$

si ottiene per il profilo normalizzato in frequenza l'espressione

$$\phi(\nu - \nu_0) = \frac{1}{\pi} \frac{\Gamma}{(\nu - \nu_0)^2 + \Gamma^2}$$

La funzione che descrive l'andamento del profilo con la frequenza è detta funzione di Lorentz (o funzione Lorentziana). La quantità Γ , detta costante di smorzamento (o costante di *damping*), contiene un contributo naturale e un contributo collisionale. Essa può essere posta nella forma

$$\Gamma = \Gamma_n + \Gamma_c$$

dove

$$\Gamma_n = \frac{\gamma}{4\pi} \quad , \quad \Gamma_c = \frac{f}{4\pi}$$

La soluzione di tale integrale è ancora una funzione di Lorentz:

$$\phi(\nu - \nu_0) = \frac{1}{\pi} \frac{\Gamma}{(\nu - \nu_0)^2 + \Gamma^2}$$

Essa è un'emissione che ha lo stesso andamento funzionale dell'oscillatore smorzato, ciò che cambia è la costante di smorzamento γ , la quale risulta essere pari alla somma delle varie costanti. Nel caso dell'oscillatore semplice tale costante è data dall'indeterminazione dei livelli energetici, in questo caso è legata alla frequenza e alla quantità delle collisioni. Dunque l'emissione di un oscillatore ha andamento Lorentziano sia che sia solo, che in caso di collisioni, però la costante di smorzamento sarà diversa.

Il motivo per cui la rappresentazione delle righe spettrali nel caso in cui avvengano collisioni è ancora una lorentziana è che una convoluzione di Lorentziane è una lorentziana con larghezza diversa.

5.3.3 Allargamento Doppler

Come abbiamo detto, esiste un'ulteriore causa di allargamento del coefficiente di emissione (o di assorbimento) dovuta all'agitazione termica degli atomi.

Considerato un gas, è comune dire che la distribuzione delle velocità delle particelle che lo compongono è Maxwelliana. Non si tratta quindi di un moto ordinato e le particelle presentano una velocità media che dipende dalla temperatura che, se il sistema è in equilibrio termodinamico, sarà la stessa temperatura necessaria nell'equazione di Saha o di Boltzmann a stabilire la popolazione tra i livelli.

Indichiamo con $P(w)dw$ la probabilità che la componente della velocità dell'atomo lungo la direzione della radiazione emessa sia compresa fra w e $w + dw$. Tale probabilità si può esprimere nella forma

$$P(w) = \frac{1}{\sqrt{\pi w_T}} e^{-(w/w_T)^2}$$

dove abbiamo introdotto la velocità termica w_T definita dall'equazione

$$w_T = \sqrt{\frac{2k_B T}{M}}$$

essendo M la massa dell'atomo. Per effetto Doppler, un atomo che si muova con la componente di velocità w presenta (all'ordine relativistico più basso) un profilo di emissione centrato intorno alla frequenza ν'_0 data da

$$\nu'_0 = \nu_0 \left(1 + \frac{w}{c}\right)$$

Ci aspettiamo di vedere che il coefficiente di assorbimento della transizione legato, che è la funzione di Lorentz, somma di tutte le lorentziane convoluta con il profilo dell'andamento delle velocità, sia la somma di tutti i possibili profili shiftati ognuno in lunghezza. Cerchiamo di spiegare meglio questo concetto

Questi atomi che emettono non sono fermi, e nel loro profilo e nel loro modo di emettere ci deve essere traccia di come effettivamente si stanno muovendo. Per come abbiamo visto le cose fino ad adesso il profilo è comunque lorentziano, sia che sia l'allargamento naturale sia che sia prodotto da collisioni. Questa forma però si perde quando si tiene in considerazione il fatto che gli emettitori sono in movimento. Il profilo di Lorentz infatti è un profilo che viene prodotto nel sistema di riferimento dell'emettitore, quindi esso vede quella frequenza come utile per la transizione e riemette questa nel suo sistema di riferimento, però in realtà l'emettitore può avere una velocità rispetto all'osservatore. Se ad esempio abbiamo un atomo che emette nella sua frequenza naturale di transizione che si muove verso di noi, vedremo la riga spostata verso il blu per effetto doppler.

Se siamo in presenza di un campo di radiazione e abbiamo una serie di emettitori che si muovono in tutte le direzioni all'interno di un certo volume, essi percepiranno la frequenza dei fotoni in arrivo in maniera diversa, in funzione della loro velocità rispetto al campo di radiazione; ciò vuol dire che per esempio non assorbiranno esattamente solo la riga della H- α , ma anche frequenze un po' diverse tali che vengano percepite nel loro sistema di riferimento come delle H- α .

In altre parole, il profilo di una riga spettrale, che abbiamo descritto con una lorentziana, prevederà rispetto alla frequenza di laboratorio, un doppler shift.

Ogni atomo emette una lorentziana, la quale è spostata in velocità di una certa quantità (quindi è shiftata di fatto) e il profilo finale sarà la somma di tutte queste lorentziane shiftate. Quello che bisogna sapere è quanti sono gli atomi shiftati di una certa quantità, e ciò è dato dalla probabilità della maxwelliana. In particolare secondo la distribuzione maxwelliana avremo molti atomi che sono apparentemente fermi, man mano che ci allontaniamo in velocità ne avremo sempre meno. Il risultato finale è allora semplicemente l'integrale sul campo di velocità.

Quali sono le forme tipiche di queste distribuzioni di Maxwell? Sono curve asimmetriche (perché ovviamente non ci sono velocità negative), con un picco che dipende dalla temperatura.

In definitiva, il profilo di emissione dovuto all'insieme degli atomi è quindi dato da

$$\varphi(\nu - \nu_0) = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{\pi} \frac{\Gamma}{(\nu - \nu_0 - \nu_0 w/c)^2 + \Gamma^2} \frac{1}{\sqrt{\pi} w_T} e^{-(w/w_T)^2} dw$$

Per il calcolo effettivo necessario a caratterizzare il profilo, si introducono una serie di coefficienti, di cui uno si chiama *allargamento doppler della riga* o Doppler width of the line $\Delta\nu_D$:

$$\Delta\nu_D = \frac{\nu_0 w_T}{c}$$

Avendo introdotto tale parametro, possiamo esprimere la distanza (in frequenza) v dalla frequenza centrale in funzione di esso, come

$$v = \frac{\nu - \nu_0}{\Delta\nu_D}$$

Se inoltre introduciamo il cambiamento di variabili

$$y = \frac{\Delta\nu}{\Delta\nu_D} = \frac{w}{w_T}$$

ed il coefficiente di smorzamento a , definito come

$$a = \frac{\gamma}{4\pi\Delta\nu_D}$$

Allora il profilo risultante può essere espresso come

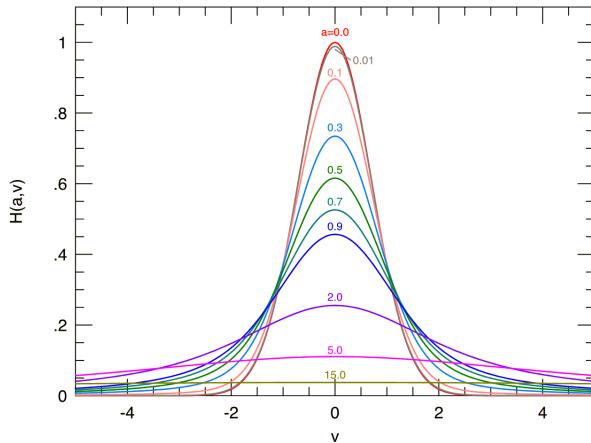
$$\varphi(\nu - \nu_0) = \frac{1}{\sqrt{\pi}\Delta\nu_D} H(a, v)$$

dove $H(a, v)$ è detta **funzione di Voigt** che ha forma:

$$H(a, v) = \frac{a}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{-y^2}}{(v - y)^2 + a^2} dy$$

Tale funzione rappresenta la forma delle righe spettrali prodotta da un gas in cui gli emettitori si muovono con una distribuzione Maxwelliana delle velocità. Essa può avere una larghezza diversa in funzione del parametro a .

Il profilo della riga spettrale non sarà più una lorentziana, ma assumerà la seguente forma:



Tale curva non è caratterizzata da una costante di smorzamento, ma dalla velocità media delle particelle, quella che abbiamo chiamato Doppler width.

La funzione di Voigt gode di alcune proprietà che possono essere dedotte dalla sua espressione generale:

1. $\int_{-\infty}^{+\infty} H(a, v) dv = \sqrt{\pi};$
2. $\lim_{a \rightarrow 0} H(a, v) = e^{-v^2};$
3. $\lim_{a \rightarrow \infty} H(v, a) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \frac{a}{v^2 + a^2}$

La prima proprietà permette di dimostrare con facili trasformazioni che il profilo $\varphi(\nu - \nu_0)$ è normalizzato a 1 in frequenza

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \varphi(\nu - \nu_0) d\nu = 1$$

Le altre due proprietà mostrano che, nel caso limite di smorzamento trascurabile, la funzione di Voigt assume la forma Gaussiana, mentre, nel caso limite opposto, in cui l'allargamento termico è trascurabile, la funzione di Voigt degenera in una Lorentziana. In generale, la funzione di Voigt presenta un andamento Gaussiano intorno a $v = 0$ e un andamento Lorentziano nelle ali.

In un profilo di Voigt possiamo osservare due andamenti: uno esponenziale nella parte centrale della riga (detto "core" della riga), uno come l'inverso di un polinomio $\frac{1}{(v-y)^2}$ ai lati, dove ricordiamo che v è la differenza tra la frequenza e la frequenza centrale in unità di allargamento Doppler.

Il nostro obiettivo è di determinare questi parametri in funzione della temperatura e della massa delle particelle. Spesso allora è utile approssimare la funzione di Voigt con la seguente funzione

$$H(a, v) = e^{-v^2} + \frac{a}{\sqrt{\pi}v^2}$$

In questo modo possiamo fissare un profilo osservato e misurare a . Da questo, nota γ della transizione, troviamo la Doppler width. Da essa si calcola w_T da cui si ricava facilmente la temperatura (cinetica) del plasma che si sta osservando, dato che sono note la velocità della luce e la frequenza. Se i calcoli sono corretti tale temperatura dovrà essere consistente con la temperatura efficace della stella e con le righe spettrali osservate.

Bisogna però fare attenzione al fatto che si può avere effetto Doppler anche a causa dei dei moti turbolenti in certe regioni della stella. Si distinguono due casi:

- **micro-turbolenza:** è il caso in cui le dimensioni della zona interessata sono comparabili con quelle del libero cammino medio dei fotoni. In questo caso la larghezza doppler aumenta, essendoci il contributo della velocità della turbolenza:

$$\Delta\nu_D = \frac{\nu_0}{c} \sqrt{\frac{2kT}{M} + v_{\text{turb}}^2}$$

- **macro-turbolenza:** è il caso in cui le dimensioni della zona maggiori di quelle del libero cammino medio dei fotoni. In questo caso il profilo di Voigt non muta, sarà soltanto spostato per intero con la stessa velocità delle bolle. Un esempio di tale condizione è quello delle bolle di gas sulla superficie solare, in cui le particelle che le costituiscono si muovono insieme in blocchi.

5.3.4 Allargamento per pressione

Gli orbitali di un atomo possono essere perturbati nella collisione con un atomo neutro o con l'interazione del campo elettrico di uno ione. La variazione in energia prodotta dalla collisione è funzione della distanza r tra l'assorbitore e il perturbatore e può essere approssimata dalla legge $\Delta E \sim k \cdot r^{-n}$, con k costante. Da essa segue che la variazione in frequenza è pari a

$$\Delta\nu = \frac{\Delta E}{h} = C_n r^{-n}$$

con C_n coefficienti che si ricavano in laboratorio. In particolare:

- Per $n = 2$ si ha allargamento Stark lineare ($H + \text{particella carica}$).

Esso si verifica tramite l'effetto Stark lineare, che deriva dall'interazione di un emettitore con un campo elettrico di una particella carica a una certa distanza r , causando uno spostamento in energia lineare rispetto alla forza del campo;

- Per $n = 3$ si ha allargamento per risonanza (atomo A + atomo A).

Esso si verifica quando la particella perturbante è dello stesso tipo della particella emittente, introducendo la possibilità di un processo di scambio di energia;

- Per $n = 4$ si ha allargamento Stark quadratico (atomo non idrogenoide + particella carica)

Esso si verifica tramite l'effetto Stark quadratico, che deriva dall'interazione di un emettitore con un campo elettrico, causando uno spostamento in energia quadratico rispetto alla forza del campo;

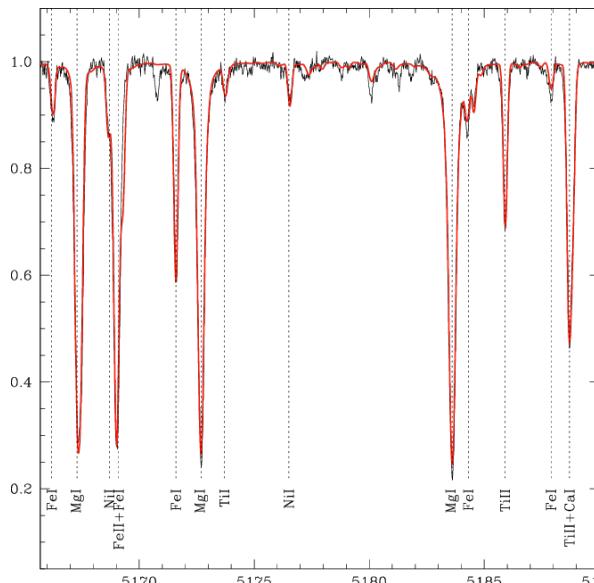
- Per $n = 6$ si ha allargamento van der Waals (atomo A + atomo B).

Esso si verifica quando la particella emittente è perturbata dalle forze di Van der Waals. Nel caso quasi statico, un profilo di Van der Waals è spesso utile per descrivere il profilo. Lo spostamento dell'energia in funzione della distanza tra le particelle interagenti è dato principalmente dalle ali del potenziale di Lennard-Jones.

L'effetto cumulativo è dato da

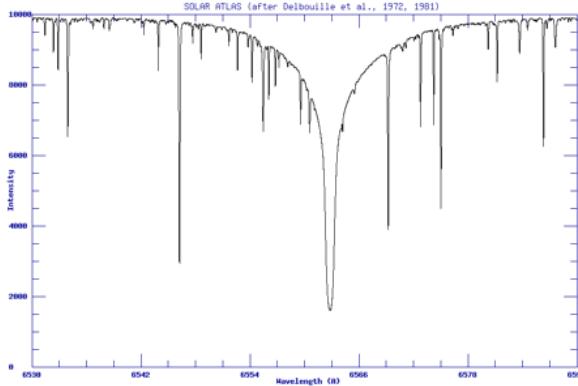
$$\varphi(\nu - \nu_0) = \int_0^{+\infty} C_n r^{-n}$$

Quello riportato in figura è in una simulazione numerica (in rosso) di uno spettro stellare (in nero). Si possono vedere che tutte le righe, sia quelle più sottili che quelle più larghe, che sono quelle con il γ maggiore, sono perfettamente riprodotte. Questo significa che guardando questa stella in nero e facendo lo spettro teorico, possiamo dire qual è la composizione chimica delle stelle.



Quanto sono grandi queste righe? Ad esempio, la riga dell'idrogeno alfa, per effetto delle collisioni in una stella (che può essere il Sole), ha una full with maximum, cioè la sua larghezza a metà altezza, pari a mezzo Angstrom.

È chiaro che tutto viene usato al rovescio, cioè prima misuriamo mezzo angstrom e poi misuriamo il numero di collisioni, quindi stabiliamo la densità.



Ma perché abbiamo oggetti con righe di larghezza così diversa?

Prendendo in considerazione il diagramma HR, quello che osserviamo, sulla base della relazione tra luminosità e temperatura efficace, è un aumento del raggio delle stelle dal basso verso l'alto: le stelle in alto hanno un raggio molto più grande di quello delle stelle che si trovano più sotto, e siccome la densità è inversamente proporzionale al raggio segue che la densità degli oggetti in alto è molto piccola, mentre man mano che si va giù aumenta. Se ciò è vero, ci aspettiamo un incremento del numero di collisioni (che va con la densità) andando verso il basso. In conseguenza a ciò, ci aspettiamo righe spettrali molto strette e poche collisioni (quindi poco allargamento) per le stelle che sono in alto nel diagramma HR, che noi abbiamo definito di grande raggio, e questo è naturale in ambiente rarefatto perché le possibilità di collisione sono basse. Quindi le righe spettrali delle giganti, quelle che si trovano in alto nel diagramma, sono molto sottili. Man mano che si va giù verso la sequenza principale, il numero di collisioni aumenta e le righe spettrali diventano sempre più grandi.

Questo ci porta al concetto di luminosità, cioè noi non possiamo identificare una stella solo sulla base della temperatura, ma anche sulla base della sua gravità, ma storicamente questo concetto è stato chiamato luminosità. Si parla allora di *classi di luminosità*.

All'interno della stessa classe spettrale esistono differenze negli allargamenti collisionali delle righe. A parità di tipo spettrale, stelle più luminose (e siccome $L = 4\pi R^2 \sigma T_{\text{eff}}^4$, stelle più grandi) mostrano righe più strette. Infatti, l'allargamento collisionale delle righe dipende dalla pressione alla superficie della stella, e questa dalla gravità superficiale $g = GM_*/R^2$. Stelle più grandi hanno una gravità superficiale minore, e quindi allargamento collisionale minore. Le classi spettrali così ottenute vengono chiamate classi di luminosità ed indicate con numeri romani da I (le più luminose, cioè quelle con allargamento minore) a V.

Abbiamo la classe spettrale, che è legata alla presenza di righe dello spettro e la classe di luminosità che invece si relaziona al raggio.

La nomenclatura rimasta definisce le stelle della sequenza principale di classe quinta e man mano che si sale si va a classe quattro sulle super giganti, classe tre le giganti. Questo andamento della classe di luminosità adesso ha un senso non soltanto in termini

di raggio, ma sulla base della densità della materia, cioè questi ambienti super giganti, sono praticamente ambienti rarefatti.

L'ultima cosa che possiamo imparare dalle righe spettrali su plasmi sono le macro-velocità, campi di velocità più ampi di quelli delle singole particelle. L'esempio tipico è la misura della velocità di rotazione di una stella sulla base delle righe spettrali emesse. Per un rotatore rigido, come le stelle, è semplice ricavare la velocità di rotazione attorno ad un asse di rotazione fisso di ogni punto della sfera misurando il periodo: $v = C \frac{R}{T}$ (attenzione alla costante che dipende dalle unità di misura, solitamente v si misura in km/s, R in raggi solari e T in giorni; per il Sole ad esempio $C=50.6$).

Nel nostro caso abbiamo bisogno di misurare la componente della velocità nella direzione di osservazione che chiamiamo z . Si tratta sostanzialmente di una proiezione di un angolo di inclinazione i (angolo tra l'asse di rotazione e la direzione di osservazione della stella). Questa velocità radiale quindi risulta

$$v_r = x \Omega \sin i$$

con Ω velocità di rotazione, x distanza dall'asse. Per cui il Doppler shifting diventa

$$\Delta\lambda = \frac{\lambda_0}{c} x \Omega \sin i$$

Ma come si misura questa velocità nella pratica? Quando osserviamo il disco visibile di una stella dividiamo questo in striscette verticali e calcoliamo il profilo di Voigt teorico di ciascuna di esse al variare della velocità di rotazione. Sommando i contributi di tutte le strisce otteniamo il profilo di Voigt complessivo che approssima tanto meglio quanto ricavato dall'osservazione delle righe spettrali del disco quanto più la proiezione della velocità di rotazione della stella si avvicina a quella reale.

5.4 L'origine e l'intensità delle righe spettrali

5.4.1 Legge di Boltzmann e legge di Saha

Cerchiamo adesso di capire da cosa dipende l'origine e l'intensità delle righe nello spettro di una stella.

L'esistenza delle righe spettrali è regolata da due leggi: la legge di Boltzmann e la legge di Saha.

La legge di Boltzmann stabilisce come varia il rapporto delle popolazioni N_a e N_b di due livelli in base alla temperatura. Se con il pedice a ci riferiamo al livello più alto energeticamente e con b a quello più basso, l'equazione di Boltzmann sarà

$$\frac{N_a}{N_b} = \frac{g_a}{g_b} e^{-\frac{(E_a - E_b)}{k_B T}} \quad (27)$$

dove g_a e g_b sono i pesi statistici e $E_a - E_b$ è la differenza in energia tra i due livelli. Tale equazione ci dice che il rapporto N_a/N_b aumenta all'aumentare della temperatura (ciò è ovvio, perché con questa aumentano i processi collisionali e quindi il numero di elettroni negli stati eccitati). In particolare, per $T \rightarrow \infty$, il rapporto tra le due popolazioni tende al rapporto tra i pesi statistici g_a/g_b .

Il rapporto N_a/N_b è piccolo se $E_a - E_b \gg k_B T$. In tal caso abbiamo elettroni disponibili ad assorbire fotoni della giusta lunghezza d'onda e quindi si avrà la riga spettrale.

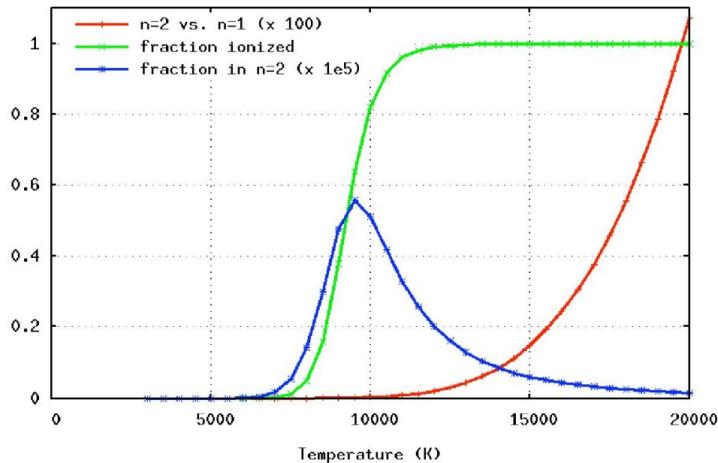
Un altro fattore collegato alla temperatura è la presenza o meno di atomi di ionizzati. Ad esempio, affinché esista la riga H_α deve esistere l'idrogeno neutro: non deve essere ionizzato. Sono quindi di nostro interesse le temperature che garantiscano una certa quantità di atomi di idrogeno neutri. (Abbiamo visto che laddove la temperatura aumenta raggiungendo le decine di migliaia di gradi, l'idrogeno si ionizza totalmente). Quindi, la presenza o meno dell'idrogeno neutro dipende dalla temperatura secondo la relazione:

$$\frac{N_{i+1}}{N_i} = \frac{2Z_{i+1}}{n_e Z_i} \left(\frac{2\pi m_e k_B T}{h^2} \right)^{\frac{3}{2}} e^{-\frac{\chi_i}{k_B T}} \quad (28)$$

dove χ_i è l'energia di ionizzazione necessaria a portare l'elettrone dallo stato i a quello $i + 1$, n_e è la densità del numero di elettroni liberi e Z è la funzione di partizione, una somma pesata dei modi in cui l'atomo o lo ione può distribuire i suoi elettroni nei suoi livelli energetici.

Essa prende il nome di legge di Saha, la quale ci dice che la temperatura non deve essere troppo elevata.

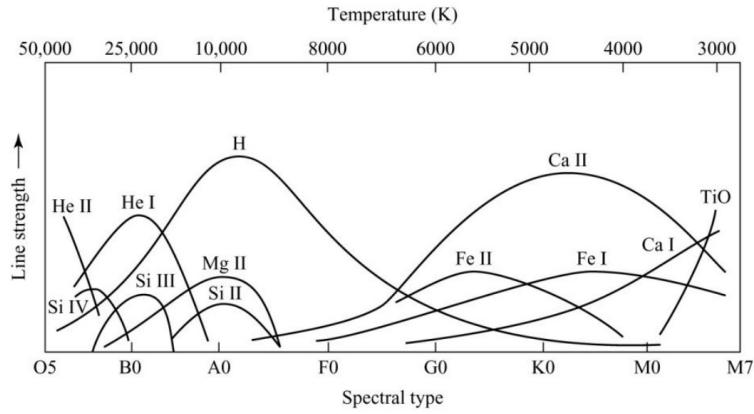
D'altro canto però la temperatura non deve essere nemmeno troppo bassa, per garantire il popolamento dei livelli più alti. Il compromesso per l'esistenza di una riga nasce quindi dal prodotto tra la probabilità che il livello sia ionizzato e quella che sia popolato. Noi dobbiamo sostanzialmente fare il prodotto di una funzione che all'aumentare della temperatura aumenta lo stato di ionizzazione: ad esempio l'idrogeno a 85000 K è tutto ionizzato; di conseguenza una stella che presenta una temperatura T pari a 85000 K non potrà presentare righe dell'idrogeno perché esso sarà ivi scomposto in protoni ed elettroni. Di contro abbiamo bisogno che il livello sia popolato.



Nel grafico la linea rossa rappresenta la percentuale di atomi in cui gli elettroni si trovano nello stato più alto rispetto a quello più basso; la linea verde rappresenta la frazione di atomi ionizzati; infine la linea blu rappresenta la frazione di atomi in cui l'elettrone è nel livello superiore. Pensiamo ad esempio al secondo livello dell'atomo di idrogeno: a temperatura bassa gli elettroni sono tutti nel livello inferiore; se la temperatura aumenta il livello si popola e se essa continua a crescere nel tempo, il livello si ionizza e l'atomo decade; c'è una temperatura in cui ogni livello risulta al massimo della popolazione e dipende, attraverso la ionizzazione, dalla densità elettronica.

Ciò che noi osserviamo è un andamento di questo genere tra la popolazione di un livello e la depopolazione dello stesso per ionizzazione. Nel caso dell'atomo di idrogeno il picco si osserva per $T=10000$ K; ci aspettiamo quindi che le stelle nel cui spettro le righe dell'idrogeno sono al massimo della loro intensità siano caratterizzate da questa temperatura.

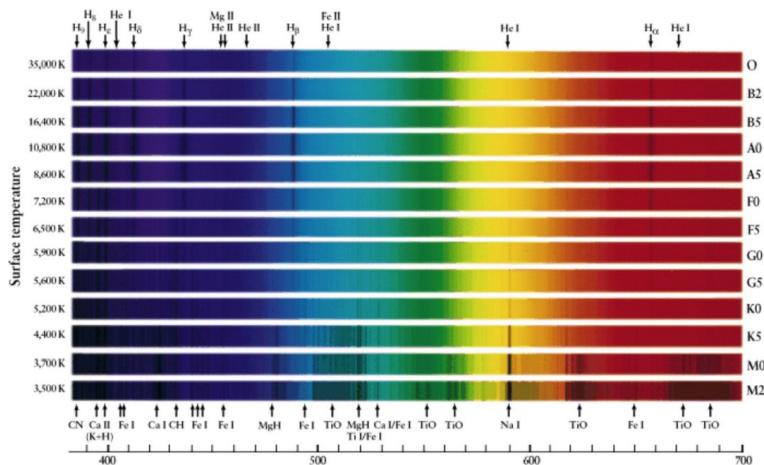
Andamenti di questo genere possono essere costruiti per tutti gli elementi, non solo per l'idrogeno:



Nota: in astrofisica, dato un elemento con stato di ionizzazione n esso si indica con il numero $n + 1$ scritto in cifre romane: ad esempio il Ferro neutro si indica con "Fe I", il ferro una volta ionizzato con "Fe II" e così via.

Osservando il grafico si possono fare alcune osservazioni: mentre l'idrogeno, che ionizza a 13.6 eV, ha un massimo in corrispondenza di $T=10000$ K, il calcio ionizza a temperature molto più basse, tant'è che in corrispondenza di $T=5000$ K è già ionizzato una volta. Quindi in un'atmosfera caratterizzata dalla presenza di tali atomi, la loro abbondanza varia in funzione della temperatura.

Avendo osservato che le righe spettrali (a parità di abbondanza degli elementi) cambiano in funzione della temperatura, si può pensare di attribuire alle stelle una temperatura sulla base dei loro spettri. Gli spettri potrebbero quindi essere ordinati in base all'intensità delle loro righe spettrali.



Le stelle possiedono quindi una temperatura compresa tra 3500 K e 35000 K. Ogni serie di righe spettrali diventa così un marker di temperatura. Se osserviamo le righe spettrali come una sorgente di opacità (del resto sottraggono radiazione), mentre l'opacità degli atomi è comune da osservare, quella degli ioni negativi viene osservata a temperature molto basse in quanto caratterizzati da un'energia di legame prossima allo zero, ionizzandosi in presenza di fotoni dell'ordine dei μm .

5.4.2 Coefficienti di Einstein

Se è vero che le righe spettrali sono dovute alle transizioni legato-legato (dell'idrogeno), perché queste assumono intensità diversa negli spettri?

La prima risposta potrebbe essere l'abbondanza di idrogeno³¹, ma all'interno di un atomo la probabilità di passare da un livello all'altro non è detto sia uguale. Vedremo che tale probabilità è espressa dai **coefficienti di Einstein**.

³²I coefficienti di Einstein sono dei coefficienti legati alla probabilità per unità di tempo che avvenga un certo fenomeno. Furono introdotti dal celebre fisico tedesco attraverso un ragionamento fisico di questo tipo: consideriamo due livelli energetici di un sistema atomico e indichiamo con ϵ_a e ϵ_b le energie dei livelli superiore e inferiore, rispettivamente, e con g_a e g_b le relative degenerazioni. Sia poi ν_{ab} la frequenza della transizione fra i due livelli, con

$$h\nu_{ab} = \epsilon_a - \epsilon_b$$

Se il sistema atomico si trova immerso in un campo di radiazione avente, alla frequenza ν_{ab} , intensità media $J_{\nu_{ab}}$, allora si ha una probabilità di transizione per unità di tempo dal livello inferiore a quello superiore data

$$\pi_{ba} = B_{ba} J_{\nu_{ab}}$$

Questa espressione è conforme all'esperienza in quanto essa prevede, essendo per ipotesi B_{ba} indipendente dal campo di radiazione, che la probabilità di transizione sia proporzionale all'intensità media del campo di radiazione, una legge che corrisponde al ben noto fenomeno dell'assorbimento. D'altra parte, per la probabilità di transizione dal livello superiore a quello inferiore, le leggi fisiche (note al momento del lavoro di Einstein) portavano semplicemente a un'equazione del tipo

$$\pi_{ab} = A_{ab}$$

con A_{ab} indipendente dal campo di radiazione. Infatti, al momento, era noto soltanto il fenomeno dell'emissione spontanea e non quello dell'emissione stimolata³³.

³¹N.B.: Il numero di fotoni non incide sul coefficiente di estinzione perché l'estinzione è relativa, è una percentuale di ciò che attraversa la materia. Occorre quindi considerare la variazione di luminosità e non la stessa in termini assoluti.

³²Anche questo paragrafo è preso dall'Innocenti, lol.

³³L'emissione stimolata è un processo quantistico che può verificarsi in un sistema atomico o molecolare quando gli atomi o le molecole vengono eccitati da radiazione elettromagnetica. Questo fenomeno è alla base del funzionamento dei laser. Esso si verifica quando un atomo o una molecola già in uno stato eccitato viene colpito da un fotone con un'energia corrispondente alla differenza di energia tra lo stato eccitato e uno stato di energia inferiore. In risposta, l'atomo o la molecola emette un secondo fotone identico a quello incidente, creando due fotoni coerenti in termini di fase e direzione.

Einstein osservò che le due espressioni per π_{ba} e π_{ab} erano incompatibili con le leggi della termodinamica. Se si suppone infatti che il sistema atomico si trovi in una cavità all'equilibrio termodinamico alla temperatura T , siccome i coefficienti A_{ab} e B_{ba} sono indipendenti dal campo di radiazione, si ottiene che al limite per $T \rightarrow \infty$ il rapporto π_{ba}/π_{ab} tende anch'esso all'infinito, col risultato che tutti gli atomi verrebbero a trovarsi nel livello superiore, in palese contraddizione con quanto specificato dalla legge di Boltzmann che invece prevede un rapporto di popolazioni uguale al rapporto dei pesi statistici:

$$\frac{N_a}{N_b} = \frac{g_a}{g_b} e^{-\frac{\epsilon_a - \epsilon_b}{k_B T}}$$

Per risolvere questa contraddizione, Einstein postulò allora che nell'equazione per la probabilità di transizione π_{ab} si dovesse aggiungere un nuovo termine, anch'esso proporzionale al campo di radiazione così da ottenere

$$\pi_{ab} = A_{ab} + B_{ab} J_{\nu_{ab}}$$

Con un semplice ragionamento termodinamico Einstein riuscì quindi a prevedere l'esistenza dell'emissione stimolata, un meccanismo fisico che non era noto al momento. Sempre in base a considerazioni termodinamiche è poi possibile determinare le relazioni esistenti fra i vari coefficienti introdotti. In base alle equazioni precedenti la popolazione del livello superiore, N_a , obbedisce all'equazione differenziale

$$\frac{dN_a}{dt} = -(A_{ab} + B_{ab} J_{\nu_{ab}}) N_a + B_{ba} J_{\nu_{ab}} N_b$$

In situazioni stazionarie (quindi $\frac{dN_a}{dt} = 0$) si ottiene allora

$$\frac{N_a}{N_b} = \frac{B_{ba} J_{\nu_{ab}}}{A_{ab} + B_{ab} J_{\nu_{ab}}}$$

Supponendo di essere all'equilibrio termodinamico, e facendo il limite $T \rightarrow \infty$ dell'equazione di Boltzmann, si ottiene

$$\lim_{T \rightarrow \infty} \frac{N_a}{N_b} = \frac{g_a}{g_b}$$

da cui segue che

$$B_{ba} = \frac{g_a}{g_b} B_{ab}$$

In generale, per T arbitrario, sostituendo per N_a/N_b il valore dato dall'equazione di Boltzmann, esprimendo B_{ba} in termini di B_{ab} e ricordando che all'equilibrio termodinamico l'intensità media del campo di radiazione è data dalla funzione di Planck ($J_{\nu_{ab}} = B_{\nu_{ab}}(T)$), si ottiene, con un alcuni passaggi algebrici

$$A_{ab} = \frac{2h\nu_{ab}^3}{c^2} B_{ab}$$

Con questo ragionamento termodinamico si arriva quindi a stabilire la corretta relazione fra i coefficienti di Einstein.

Introdotte queste notazioni, siamo adesso in grado di scrivere le equazioni dell'equilibrio statistico per un atomo con un numero arbitrario di livelli energetici. Per la popolazione di un generico livello n , indicando con l'indice i i livelli inferiori (cioè aventi energia minore) e con l'indice s i livelli superiori (cioè aventi energia maggiore), l'equazione di evoluzione della popolazione si scrive

$$\frac{dN_n}{dt} = \sum_i B_{in} J_{\nu_{ni}} N_i + \sum_s A_{sn} N_s + \sum_s B_{sn} J_{\nu_{ns}} N_s - \sum_i A_{Ni} N_n - \sum_i B_{in} J_{\nu_{ni}} N_n - \sum_s B_{ns} J_{\nu_{sn}} N_n \quad (29)$$

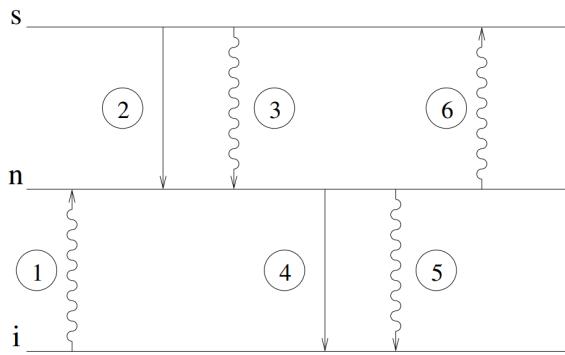
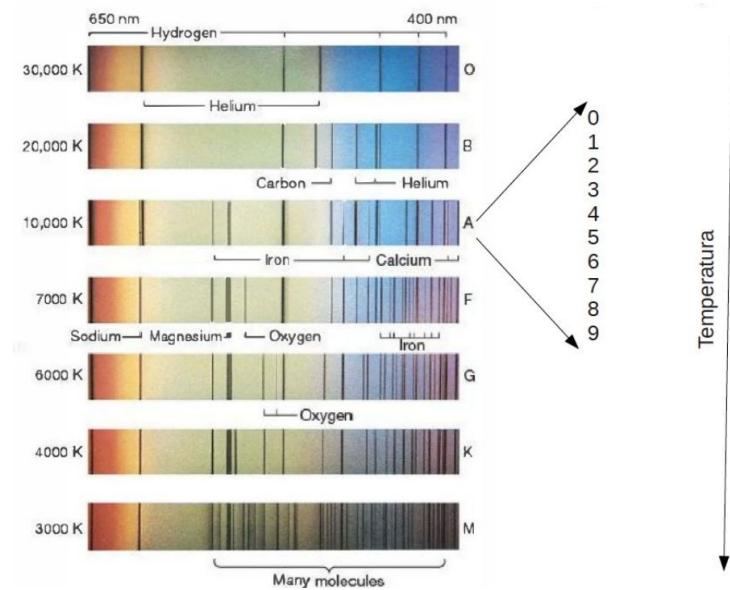


Fig. 11.3. Rappresentazione schematica dei vari processi che contribuiscono alle equazioni dell'equilibrio statistico di un livello n fissato. 1) assorbimento da livelli inferiori; 2) emissione spontanea da livelli superiori; 3) emissione stimolata da livelli superiori; 4) emissione spontanea verso livelli inferiori; 5) emissione stimolata verso livelli inferiori; 6) assorbimento verso livelli superiori. Le linee ondulate descrivono processi indotti dal campo di radiazione mentre le linee continue descrivono processi spontanei.

I sei termini che compaiono nell'equazione precedente sono rappresentati schematicamente nella figura appena sopra, nella quale le linee continue rappresentano transizioni spontanee (proporzionali ai coefficienti di Einstein A) mentre quelle ondulate rappresentano transizioni indotte dal campo di radiazione (proporzionali ai prodotti di coefficienti di Einstein B per l'intensità media del campo di radiazione J). In particolare, le linee ondulate che terminano con una freccia diretta verso l'alto rappresentano fenomeni di assorbimento, mentre quelle che terminano con una freccia diretta verso il basso rappresentano fenomeni di emissione stimolata. I numeri riprodotti entro i cerchi nella figura sono in connessione con l'ordine dei vari termini dell'Eq. (29). In altre parole, i termini 1 e 6 rappresentano processi di assorbimento prodotti dal campo di radiazione; quelli 2 e 4 rappresentano processi di emissione spontanea; infine, i termini 3 e 5 rappresentano processi di emissione indotta o stimolata. Si noti che i processi 1, 2, e 3 contribuiscono a popolare il livello n e sono preceduti nell'equazione da un segno più, mentre i processi 4, 5, e 6 contribuiscono a depolarizzare il livello n e sono preceduti da un segno meno.

5.4.3 Classificazione degli spettri stellari in astronomia classica

Padre Angelo Secchi fu il primo a classificare spettri stellari, attribuendo loro delle lettere dell'alfabeto.



Egli credeva che quelle con la grande banda nera al centro fossero le più belle e le indicò con la lettera A, e così via. Questa nomenclatura è in vigore ancora oggi, anche se alcune delle lettere introdotte da Angelo Secchi vennero escluse nei casi in cui non erano state osservate stelle ma mezzi interstellari, i quali in realtà assorbono fotoni dalle stelle realizzando delle bande che possono essere anche più intense. Gli spettri identificati da lettere dell'alfabeto sono poi stati riordinati in funzione della temperatura: ad esempio, le stelle più calde sono quelle che Secchi identificò con la lettera "O", seguite da "B", "A", "F", "G", "K" e "M"³⁴. Ancora oggi, quando si parla di stelle, si fa riferimento alla lettera con cui vengono identificate e che prende il nome di "tipo spettrale". Il nome dell'elemento riportato sotto lo spettro è quello che dà origine alle righe più intense; in ordine, le "O" sono le righe dell'elio ionizzato, le "B" dell'elio neutro, le "A" dell'idrogeno le "F" del calcio e così via.

Oggi che siamo in grado di vedere spettri di oggetti molto piccoli e freddi (l'emissività totale ha un andamento che va come σT^4) che sappiamo essere dominati non da atomi ma da bande molecolari. Le stelle più fredde sono quindi caratterizzate da bande di metano, ossido di titanio, ossido di vanadio: si tratta di una classificazione più recente rispetto a quella classica, che terminava con la lettera M, cui si sono aggiunte le lettere L e T.

A conclusione di ciò chiariamo che l'intensità delle righe non dipende dall'abbondanza bensì dalla condizione fisica dell'atmosfera. Se si tiene conto di ciò, tutte le stelle nei dintorni hanno la medesima composizione chimica; estraendo il contributo della temperatura alla riga, risulta che l'idrogeno è uguale in tutte le stelle (almeno le più vicine).

La classificazione di Secchi risultò presto troppo grossolana, in seguito all'aumento della precisione degli strumenti di misura adoperati; questo è il motivo per cui ogni tipo spettrale viene a sua volta suddiviso in 10 (ad esempio la A-0 è la più calda delle stelle A, la più fredda è una A-9).

³⁴Un modo utilizzato dagli astronomi per ricordare la sequenza delle classi spettrali è la frase inglese "Oh Be A Fine Girl/Guy, Kiss Me".

Ricapitolando, sulla base della presenza e dell'intensità delle righe spettrali dei vari elementi è stata stabilita una classificazione spettrale delle stelle, in particolare sono ordinate per temperature decrescenti. La classificazione avviene con una lettera, ad esempio le stelle di tipo spettrale “O” sono le più calde e sono caratterizzate dalla presenza di He ionizzato; a seguire abbiamo le stelle “B” caratterizzate dall'intensità massima della riga di He neutro; poi le stelle “A” caratterizzate dall'H e Ca ionizzato. Inoltre, sulla base della distribuzione spettrale delle stelle e l'utilizzo di filtri fotometrici, cioè strumenti in grado di selezionare porzioni di spettro, abbiamo definito l'indice di colore

$$B - V = m_B - m_V = 2.5 \log_{10} \frac{F_B}{F_V}$$

cioè il rapporto dei flussi in due bande diverse dello spettro, che definisce la pendenza di uno spettro. Associando ad ogni colore ad una temperatura si è costruito il diagramma di Hertzsprung-Russel, in cui le stelle sono raggruppate in sequenze.

Abbiamo visto come una riga spettrale si formi in condizioni ben precise di temperatura e come questo possa portare ad una classificazione delle stelle sulla base della presenza di righe (perché a queste, in pratica, corrisponde una temperatura). Il range di temperatura molto limitato è dovuto a due fenomeni: la ionizzazione e la popolazione degli atomi. Abbiamo anche visto che, dato che gli assorbitori si muovono, le righe spettrali portano con loro informazioni sulla dinamica dell'ambiente. Ad esempio, si osserva un allargamento della riga dovuto all'effetto Doppler, indotto dall'agitazione termica. Questa è un'ulteriore conferma del concetto di temperatura che stabilisce quali livelli sono popolati. Ricordiamo infatti che quando un sistema è in equilibrio termodinamico, cioè quando non si hanno variazioni su grande scala, tutte le quantità devono essere esprimibili in funzione di una sola grandezza che è la temperatura.

5.4.4 Dipendenza dell'intensità delle righe spettrali dalle condizioni del plasma

Fino ad ora abbiamo visto la forma che avrebbe una riga spettrale, ma non abbiamo detto se una riga spettrale si forma o meno. Abbiamo anche visto quali sono le condizioni affinché si formi una riga, ad esempio i livelli devono essere occupati. Ma quando si forma effettivamente una riga spettrale?

Per rispondere a questa domanda dovremmo risolvere l'equazione del trasporto radattivo, perché i processi che avvengono sono due: emissione e assorbimento. Serve quindi un bilancio tra quelli che sono i processi di assorbimento, rappresentati dal coefficiente di estinzione, e quelli di emissione. Il problema ora sta nel trovare la forma del coefficiente di emissione.

Per iniziare, immaginiamo di essere in una condizione di equilibrio termodinamico, cioè di trovarci in un volume dV in cui tutti i processi (termici, meccanici, chimici, radiativi) siano in equilibrio³⁵. In questa condizione si potrebbe dire che i processi di assorbimento sono egualati da quelli di emissione, cioè

$$\chi_\nu I_\nu dV d\Omega d\nu dt = \eta_\nu dV d\Omega d\nu dt$$

³⁵Questo equivale a dire che se esiste un qualunque processo, deve esistere il processo opposto (es. se un oggetto si avvicina un altro si allontana, è un equilibrio dinamico).

Consideriamo un atomo con l'elettrone nel livello più alto: dopo un po' di tempo, naturalmente, questo elettrone cadrebbe al livello più basso, emettendo un fotone che potrebbe lasciare l'ambiente e quindi non essere riassorbito con il conseguente raffreddamento dell'ambiente. Possiamo pensare, quindi, che le condizioni affinché ci sia equilibrio termodinamico siano che

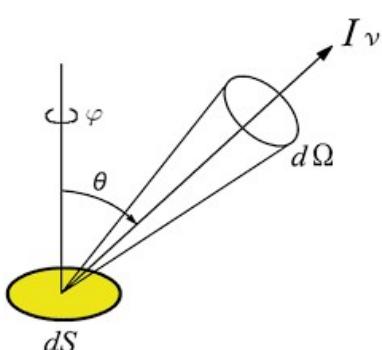
1. La maggior parte degli elettroni scende di livello non per emissione ma per collisione;
2. Il libero cammino medio del fotone deve essere piccolo, in quanto vogliamo che esso non debba uscire dal volume (se se ne andasse si avrebbe una perdita di energia).

Quindi, l'equilibrio termodinamico sostanzialmente richiede di avere collisioni capaci di riportare gli atomi nel livello più basso e che i fotoni non debbano uscire. Se queste condizioni sono verificate, il volume non avrà una variazione di intensità specifica, che quindi sarà uguale al rapporto tra emissione e assorbimento, che nell'equazione del trasporto radiativo abbiamo definito come funzione sorgente S_ν :

$$I_\nu = \frac{\eta_\nu}{\chi_\nu} = S_\nu$$

Questo vuol dire che lo spettro di emissione del volume, dato che siamo all'equilibrio³⁶, è caratterizzato da un solo parametro che è la temperatura. Di conseguenza, la funzione sorgente sarebbe, di fatto, la funzione di Plank $B_\nu(T)$ ad una temperatura che è quella di equilibrio.

Queste condizioni si possono verificare anche in un ambiente non chiuso, nel caso in cui la variazione della lunghezza scala della temperatura sia molto più grande del libero cammino medio delle particelle (quindi le particelle non lasciano l'ambiente: collidono, partecipando al riempimento e svuotamento dei livelli energetici degli atomi, e se ci sono dei fotoni prodotti questi vengono riassorbiti in uno spazio molto più piccolo del volume considerato). In questo caso l'ambiente si trova in equilibrio termodinamico locale³⁷ (LTE). Si tratta di una condizione favorevole, in quanto in questo modo è possibile conoscere la funzione sorgente e, di conseguenza conoscere il coefficiente di emissione, in quanto sarebbe quello di un corpo nero con un dato valore di temperatura.



Per fare un passo avanti abbiamo bisogno di definire alcune quantità. Abbiamo già definito l'intensità specifica come la funzione che rappresenta la variazione di energia di una radiazione che attraversa una superficie dS in una certa direzione proiettata θ all'interno di un angolo solido $d\Omega$ nell'unità di tempo e per unità di frequenza

$$dE_\nu = I_\nu(\theta, \Phi)d\nu(\cos \theta dS)d\Omega dt$$

³⁶Un esempio potrebbe essere la cavità con una piccola apertura considerata nella trattazione del corpo nero, dove i fotoni non possono uscire perché vengono assorbiti o riflessi dalla parete.

³⁷Ovviamente non si hanno ambienti perfettamente in equilibrio termico locale, ma alcuni possono essere approssimabili a tali.

È utile definire l'intensità totale, definita come l'integrale su tutte le frequenze dell'intensità specifica

$$I = \int I_\nu d\nu$$

Può essere utile anche chiedersi quanta intensità specifica ha attraversato la superficie dS in tutto l'angolo solido, quantità che viene definita *intensità media*

$$J_\nu = \frac{1}{4\pi} \int I_\nu d\Omega$$

In alcuni processi, tuttavia, risulta più comodo fare riferimento alla densità dei fotoni (ad esempio per una transizione da un livello a ad un livello b). Se

$$F_\nu = \oint I_\nu \cos \theta d\Omega$$

è il flusso della radiazione che attraversa la superficie dS , e la densità dei fotoni che hanno attraversato tale superficie è $\frac{I_\nu}{h\nu}$, allora il numero di fotoni che hanno attraversato dS sarà

$$n_\nu = \oint \frac{I_\nu}{h\nu} \cos \theta d\Omega = \frac{4\pi}{c} \frac{J_\nu}{h\nu}$$

guarda spettroscopia sezione 13.2

Per cercare di capire cosa dà effettivamente origine ad una riga spettrale, consideriamo il caso più semplice (che non esiste) dell'atomo con due livelli energetici E_a ed E_b , con $E_a > E_b$, ognuno con una sua probabilità di essere popolato e quindi una degenerazione g (il numero di elettroni che possiamo allocare in quel livello). Ci possiamo chiedere quanti sono gli atomi che hanno l'elettrone nel livello b e quanti quelli che hanno l'elettrone nel livello a . La probabilità di avere un depopolamento del livello a è data dal numero N_a di atomi che hanno l'elettrone nel livello a , moltiplicato per un coefficiente di decadimento naturale A_{ab} per cui il livello si svuota, che viene normalmente definito come coefficiente di Einstein di emissione spontanea. Esiste, inoltre, la possibilità che l'elettrone passi dal livello a al livello b perché stimolato dalla radiazione ed è quindi possibile definire un coefficiente di Einstein B_{ab} per emissione stimolata. La probabilità di quest'ultimo processo è legata ad N_a e al campo medio di radiazione $J_{\nu_{ab}}$, e quindi all'intensità media. Infine, oltre a depopolarsi, il livello si può anche popolare per effetto di collisioni ed è quindi possibile definire un coefficiente di Einstein B_{ba} per l'assorbimento. In definitiva

$$\frac{dN_a}{dt} = -A_{ab}N_a - B_{ab}J_{\nu_{ab}}N_a + B_{ba}J_{\nu_{ab}}N_b$$

Un ragionamento analogo può essere fatto per il livello b .

Questo ragionamento riguarda i processi legati al campo di radiazione e all'emissione stimolata, tuttavia, c'è anche la probabilità che un livello si popoli per effetto di collisioni. Queste ultime possono portare l'elettrone dal livello a al livello b e si chiamano collisioni super-elastiche con coefficiente C_{ab}^S , oppure portare dal livello b al livello a , che vengono chiamate collisioni anelastiche con coefficiente C_{ba}^A .

Quando si parla di collisioni è importante che il coefficiente di collisione, che indica la probabilità di popolare un livello, sia legato al numero di collisioni. Notiamo inoltre che gli elettroni hanno una massa molto più piccola di quella degli atomi e di conseguenza si muovono con una velocità circa 2000 volte più grande di quella degli atomi, quindi normalmente quando si fa questo genere di calcolo si considera semplicemente la densità degli elettroni N_e . Si ha che

$$C_{ba}^A = N_e \int_{v_0}^{\infty} \sigma_{ba}(v) f(v) v dv$$

dove $\sigma_{ba}(v)$ è la sezione d'urto per un'eccitazione data da collisione per una velocità v , $f(v)$ è la distribuzione delle velocità degli elettroni e v_0 è la velocità minima per eccitare l'atomo dal livello b al livello a . È molto importante, quindi, conoscere con che velocità si stanno muovendo gli elettroni, la quale normalmente è legata alla temperatura. In maniera analoga si ha che

$$C_{ab}^S = N_e \int_0^{\infty} \sigma_{ab}(v) f(v) v dv$$

dove $\sigma_{ab}(v)$ è la sezione d'urto per diseccitazione collisionale per una velocità v . Tenendo conto sia dei processi collisionali che dei processi radiativi, l'equazione dell'equilibrio statistico per la popolazione del livello superiore risulta

$$\frac{dN_a}{dt} = -N_a(A_{ab} + B_{ab}J_{\nu} + C_{ab}^S) + N_b(B_{ba}J_{\nu} + C_{ba}^A)$$

In condizioni stazionarie $\frac{dN_a}{dt} = 0$, quindi il rapporto tra i numeri di atomi che hanno l'elettrone nel livello a e quelli che lo hanno nel livello b è pari a

$$\frac{N_b}{N_a} = \frac{A_{ab} + B_{ab}J_{\nu} + C_{ab}^S}{B_{ba}J_{\nu} + C_{ba}^A}$$

dove le uniche grandezze che entrano in gioco sono il campo di radiazione e i coefficienti di collisione.

Svolgiamo alcuni **CALCOLI ASTROMECCANICI** per spiegare come si arriva al risultato che verrà enunciato subito dopo.

• Relazioni di Milne-Einstein

Quando la distribuzione di velocità degli elettroni collidenti è Maxwelliana, si può dimostrare, attraverso un ragionamento termodinamico, che i coefficienti collisionali introdotti sono collegati tra loro da una semplice relazione. Tale ragionamento termodinamico, dovuto a Milne, è molto simile a quello precedentemente sviluppato da Einstein per determinare le relazioni esistenti fra i coefficienti che intervengono nelle equazioni dell'equilibrio statistico per l'interazione atomo-radiazione (coefficienti di Einstein). Per questa ragione le relazioni che si ottengono sono dette relazioni di Milne o di Milne-Einstein.

Si consideri un atomo composto da due soli livelli, a e b , soggetto a collisioni da parte di un plasma di elettroni aventi densità N_e . Se il sistema è in equilibrio termodinamico alla temperatura T , possiamo invocare il cosiddetto principio del bilancio dettagliato

per assicurare che il numero di transizioni collisionali (dovute agli elettroni) che avvengono fra il livello a e il livello b è esattamente bilanciato dal numero di transizioni collisionali (anch'esse dovute agli elettroni) che avvengono fra il livello b e il livello a . In altre parole, all'equilibrio termodinamico la condizione di equilibrio deve valere per qualsiasi processo che contribuisca a popolare o depopolare i livelli atomici indipendentemente dal numero e dalle caratteristiche fisiche dei processi che sono simultaneamente in operazione (processi radiativi, processi collisionali sempre con elettroni, ma fra altre coppie di livelli, processi collisionali con altre specie atomiche, ecc.). In caso contrario, infatti, sarebbe possibile costruire una macchina ideale, lavorante in ciclo, che potrebbe produrre lavoro a spese di un'unica sorgente, il che contraddirrebbe il secondo principio della termodinamica. Se indichiamo quindi con \tilde{N}_a e \tilde{N}_b le popolazioni dei livelli a e b all'equilibrio termodinamico, si deve avere, scrivendo l'equazione di evoluzione per la popolazione del livello a ,

$$0 = \frac{dN_a}{dt} = \tilde{N}_b C_{ba}^A - \tilde{N}_a C_{ab}^S$$

Risolvendo questa equazione e utilizzando l'equazione di Boltzmann per esprimere il rapporto \tilde{N}_b/\tilde{N}_a , si ottiene, all'equilibrio termodinamico alla temperatura T ,

$$\frac{C_{ab}^S}{C_{ba}^A} = \frac{\tilde{N}_b}{\tilde{N}_a} = \frac{g_b}{g_a} e^{(\epsilon_a - \epsilon_b)/(k_B T)}$$

D'altra parte, i due coefficienti collisionali dipendono soltanto da fattori atomici e dalla distribuzione delle velocità degli elettroni. Il risultato che abbiamo ottenuto per il loro rapporto continua quindi a valere anche quando non si sia all'equilibrio termodinamico, purché però la distribuzione delle velocità degli elettroni sia Maxwelliana. Se siamo in queste condizioni, di gran lunga meno restrittive dell'equilibrio termodinamico, e se indichiamo con T_e la temperatura cinetica degli elettroni, si ottiene la relazione di Milne-Einstein

$$\frac{C_{ab}^S}{C_{ba}^A} = \frac{g_b}{g_a} e^{(\epsilon_a - \epsilon_b)/(k_B T_e)} \quad (30)$$

• Relazioni tra i coefficienti di Einstein e i coefficienti di assorbimento

Integrando rispetto alle frequenze, è possibile mettere in relazione il contributo di ciascuna transizione atomica al coefficiente di assorbimento, a quello di emissione stimolata e quello di emissione con i coefficienti di Einstein precedentemente introdotti. Poniamo quindi

$$\begin{aligned} k_R^{(a)} &= \int k_\nu^{(a)} d\nu \\ k_R^{(s)} &= \int k_\nu^{(s)} d\nu \\ \eta_R &= \int \eta_\nu d\nu \end{aligned}$$

Tra queste quantità e i coefficienti di Einstein sussistono le relazioni

$$k_R^{(a)} = \frac{h\nu_{ab}}{4\pi} \mathcal{N}_b B_{ba} \quad , \quad k_R^{(s)} = \frac{h\nu_{ab}}{4\pi} \mathcal{N}_a B_{ab} \quad , \quad \eta_R = \frac{h\nu_{ab}}{4\pi} \mathcal{N}_a A_{ab}$$

Queste equazioni esprimono le ovvie relazioni che devono esistere fra quantità che compaiono nelle equazioni dell'equilibrio statistico e quantità che compaiono nell'equazione del trasporto. Riferendoci ad esempio al caso del coefficiente di emissione, si ha ovviamente che l'energia emessa per unità di tempo e per unità di volume è data dal numero di atomi per unità di volume presenti nel livello superiore, \mathcal{N}_a , moltiplicato per la probabilità di disecitazione dell'atomo per unità di tempo, A_{ab} , moltiplicato ancora per l'energia emessa nella transizione, $h\nu_{ab}$. Il fattore 4π a denominatore è dovuto al fatto che il coefficiente di emissione è definito per unità di angolo solido, mentre il prodotto dei tre termini precedenti dà l'energia emessa in tutto l'angolo solido.

• Riscrittura della funzione sorgente

È possibile ridefinire la funzione sorgente, rappresentando il coefficiente di assorbimento χ_ν come la differenza tra una parte $\chi_\nu^{(a)}$ dovuta all'assorbimento e una parte $\chi_\nu^{(s)}$ dovuta all'emissione stimolata, come

$$S_\nu = \frac{\eta_R}{\chi_R^{(a)} - \chi_R^{(s)}}$$

e ricordando le relazioni con i coefficienti di Einstein

$$S_\nu = \frac{\mathcal{N}_a A_{ab}}{\mathcal{N}_b B_{ba} - \mathcal{N}_a B_{ab}}$$

All'equilibrio termodinamico alla temperatura T , la funzione sorgente coincide con la funzione di Plank

$$S_\nu = B_\nu = \frac{2h\nu^3}{c^2} \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{k_B T}} - 1}$$

Inoltre le popolazioni sono date dall'equazione di Boltzmann

$$\frac{N_b}{N_a} = \frac{g_b}{g_a} e^{\frac{h\nu}{k_B T}}$$

per cui la funzione sorgente può essere riscritta, da semplice confronto, come

$$S_\nu = \frac{2h\nu^3}{c^2} \frac{1}{\frac{g_a N_b}{g_b N_a} - 1} \tag{31}$$

Sostituiamo adesso questo risultato nell'espressione della funzione sorgente data da (31). Tenendo conto delle relazioni esistenti fra i coefficienti di Einstein e delle relazioni di Milne fra i coefficienti collisionali (30), mediante alcuni passaggi algebrici si ottiene

$$S_\nu = \frac{J_\nu + \varepsilon B_\nu(T_e)}{1 + \varepsilon}$$

dove abbiamo introdotto la quantità ε definita da

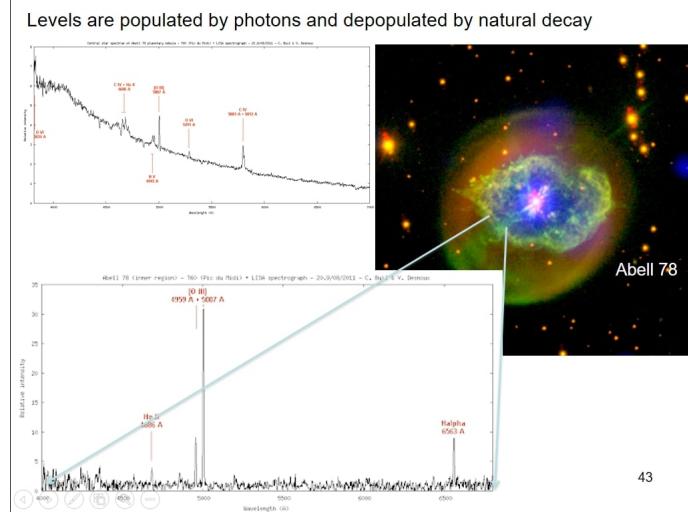
$$\varepsilon = \frac{C_{ab}^S \left(1 - e^{-\frac{h\nu}{k_B T}} \right)}{A_{ab}}$$

A parte un fattore correttivo dell'ordine dell'unità, ε rappresenta il rapporto fra numero di disecceziazioni del livello superiore dovute alle collisioni superelastiche e numero di disecceziazioni dovute all'emissione spontanea. A seconda del suo valore distinguiamo tre casi

- Se le collisioni dominano, il che vuol dire $\varepsilon \gg 1$ e $C_{ab}^S \gg A_{ab}$, saremmo nella condizione perfetta di un equilibrio termodinamico.
- Se le collisioni sono molto poche, quindi $\varepsilon \ll 1$ e $C_{ab}^S \ll A_{ab}$, ad esempio nel caso di un ambiente molto rarefatto, può accadere che si passi da un livello ad un altro perché è arrivato un fotone e poi, tramite il decadimento inverso, il fotone va via: il fotone non ha interagito. Tuttavia, in un ambiente molto rarefatto, possono avvenire, anche se sono pochi, degli urti, con il passaggio dell'elettrone dal livello basso a quello alto, ma con l'assenza di un'ulteriore collisione, quindi si avrà un decadimento naturale con l'emissione di un fotone che lascia l'ambiente. L'ambiente, di conseguenza, è destinato a raffreddarsi.
- Se si ha un caso intermedio l'ambiente si raffredderà un po' ma molto più lentamente. In questo caso $\frac{N_b}{N_a}$ è dato sostanzialmente dalla temperatura del campo di radiazione.

Le tre situazioni schematiche che abbiamo qui illustrato sono adatte a descrivere, in maniera qualitativa, le condizioni di eccitazione di un atomo che si trovi, rispettivamente, nella fotosfera, nella cromosfera e nella corona solare. Infatti, nella fotosfera siamo in una condizione di densità molto alta e quindi dominano le collisioni, per cui siamo allora in condizioni di equilibrio termodinamico locale; nella cromosfera (l'ambiente più esterno, dove ci sono gli elettroni liberi), invece, ci sono poche collisioni che comportano un'eccitazione degli atomi e un raffreddamento; la condizione intermedia si verifica infine nella corona.

Quanto appena detto può essere utilizzato, ad esempio, nel caso della nebulosa planetaria Abell 78 per vedere le righe spettrali spostate Doppler e si può leggere l'espansione di questo ambiente. Ad esempio, nella figura si può vedere che la riga dell'H- α non sta proprio a 6563 Å, ma sta in una posizione diversa e possiamo studiare l'espansione di questo inviluppo, che è sostanzialmente sferico con un disco al centro.



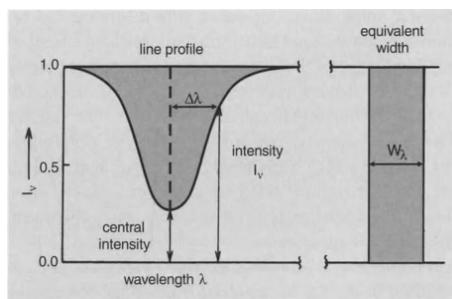
5.4.5 Curve di crescita

Il centro di una riga in assorbimento o in emissione corrisponde in genere ad una transizione atomica ben precisa e misurabile in laboratorio. Per descrivere in maggior dettaglio una riga si deve definire la sua profondità, cioè l'assorbimento al massimo, e la sua larghezza. Una possibile definizione di quest'ultima è la cosiddetta Full Width at Half Maximum, o FWHM, che dà la larghezza totale della riga a metà del massimo di assorbimento o di emissione.

Per quantificare l'intensità spettrale di una riga si utilizza la definizione di **larghezza equivalente** di una riga spettrale

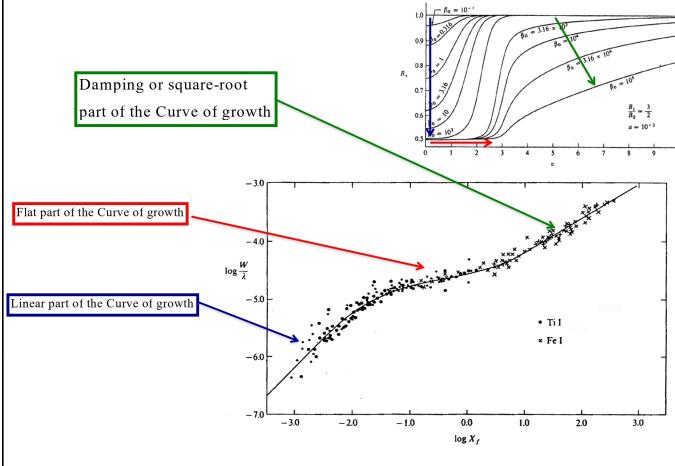
$$W_\lambda = \int_0^\infty A_\lambda d\lambda \quad \text{con} \quad A_\lambda = \frac{F_c - F_\lambda}{F_c}$$

dove A è la profondità di riga, F_c è il valore del flusso al continuo e F è il flusso relativo alla riga. Tale integrale è equivalente all'area di un rettangolo di altezza unitaria e base pari alla larghezza di quella riga. Ecco perché si chiama larghezza equivalente. Solitamente si misurano in mÅ.



Vediamo adesso come cambia l'intensità di una riga spettrale per effetto dell'abbondanza di un elemento.

Curve of Growth: Equivalent Width and Chemical Abundance



Tutti abbiamo l'idea istintiva che più è abbondante un elemento, più grande sarà una riga (o in assorbimento o in emissione). Ricordiamo che la larghezza equivalente è la larghezza di un rettangolo che ha area pari all'ampiezza della riga. Nella curva in figura, normalmente nota come curva di crescita, risultato di molti calcoli e osservazioni, si riporta la larghezza equivalente di una riga spettrale in funzione del numero di atomi coinvolti nella riga. Finché gli assorbitori sono pochi, al loro aumentare si osserva una crescita lineare della larghezza equivalente: questo è intuitivo perché, come detto precedentemente, il coefficiente di estinzione, nel caso in cui la sezione d'urto è molto più piccola della distanza media delle particelle, è proporzionale alla sezione d'urto e il coefficiente di proporzionalità è proprio il numero di assorbitori. Dopo la parte lineare della curva di crescita, si ha una parte in cui si va in una sorta di saturazione: non ha importanza se si aumenta il numero di assorbitori, la quantità di fotoni che passa è comunque la stessa e quindi la larghezza equivalente non cresce di moltissimo. Quando, infine, il numero di assorbitori diventa enorme, la larghezza equivalente cresce con la radice quadrata del numero di assorbitori; in tale regime è dominante il contributo dell'allargamento collisionale alle ali della riga.

È chiaro che questo andamento dipende dalle abbondanze degli elementi. La composizione chimica che conosciamo noi nasce dallo studio dei meteoriti. La maggior parte degli atomi è costituita da Idrogeno³⁸, che costituisce circa il 90% degli elementi, poi abbiamo in minori quantità Elio (10%). Tutto il resto degli elementi vengono definiti "tracce" (i più abbondanti tra questi sono Ossigeno, Carbonio e Azoto), tanto che i valori relativi all'abbondanza si rappresentano in scala logaritmica.

5.5 L'opacità al continuo

5.5.1 I fenomeni più importanti

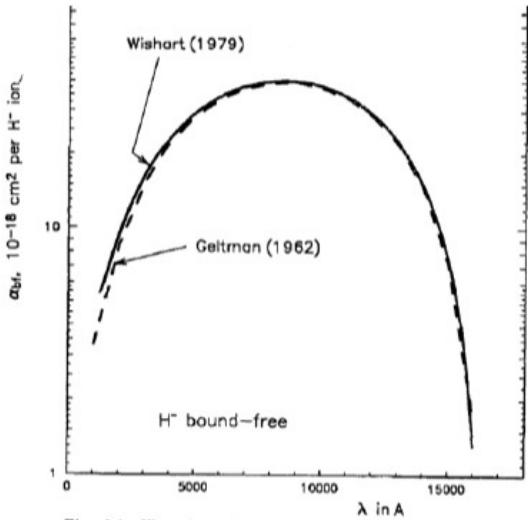
Per quanto riguarda il continuo, i processi che contribuiscono maggiormente all'opacità sono

³⁸ovviamente non si ci si può riferire al numero totale di atomi di Idrogeno in una stella, ma si ragiona in percentuale.

- Fotoionizzazione dell’atomo di Idrogeno; un atomo di Idrogeno che si trova in un livello legato assorbe un fotone e viene così ionizzato. Un tale processo può essere schematizzato come una “reazione” del tipo $H + h\nu \longrightarrow H^+ + e^-$;
- Fotoionizzazione dello ione negativo di Idrogeno: $H^- + h\nu \longrightarrow H + e^-$;
- Scattering Thomson.

A questo punto ci si potrebbe chiedere se quando abbiamo espresso la classificazione delle stelle in termini di presenza o assenza di righe spettrali, questo ragionamento possa essere esteso all’andamento del cosiddetto continuo, che è determinato dall’interazione radiazione-materia in quei processi dove l’energia dei fotoni non è strettamente determinata (ad esempio la ionizzazione o la diffusione: c’è un valore di soglia al di sotto del quale non avvengono, ma poi avviene per tutti i valori più alti). In realtà lo abbiamo in qualche modo fatto perché abbiamo detto che la presenza o meno delle discontinuità (che sono un prodotto della ionizzazione) è una conferma dei processi atomici; inoltre l’ampiezza di una discontinuità c’entra con la ionizzazione degli atomi, quindi sull’intensità delle righe spettrali.

Vediamo di estendere questo concetto, chiedendoci se il continuo è esso stesso indicatore della temperatura o se il comportamento del continuo dipende dalla temperatura. Questo è un concetto importante perché la possibilità di determinare la temperatura sulla base delle righe spettrali, prevede che si possano osservare le righe spettrali, il che non è detto a priori. Immaginiamo, ad esempio, di dover determinare la presenza di una riga spettrale di una stella con una magnitudine molto alta (uguale a zero): ci sarà un numero di fotoni al secondo dell’ordine di grandezza di 1000 per cm^2 . Ricordiamo, inoltre, che il rapporto segnale-rumore è uguale a \sqrt{n} , con n numero di fotoni, in questo caso circa uguale a 30. La capacità di vedere la riga o meno dipende da vari fattori, ad esempio dalle caratteristiche dello strumento utilizzato. Se adesso immaginassimo di avere una stella di sedicesima magnitudine, il numero di fotoni si riduce a meno 1. Così come per le righe spettrali non ci interessano tutti i livelli spettrali di un atomo e tutti gli elementi, lo stesso vale per il continuo. Una fonte di continuo che si può considerare, per esempio, nel caso del Sole, è l’idrogeno H^- . Infatti, nel caso del Sole, l’ambiente è freddo (5800 K, che per le stelle sono bassi) e a queste temperature l’Idrogeno si ionizza poco, però si ionizzano molto i metalli, il cui potenziale di ionizzazione è dell’ordine di pochi eV. Di conseguenza, l’Idrogeno neutro potrebbe catturare molti elettroni, dando vita all’Idrogeno negativo H^- . Quest’ultimo si occupa di fermare sostanzialmente tutti i fotoni (quelli con $\lambda < 1.65 \mu\text{m}$), che hanno un’energia superiore a quella del bassissimo potenziale di ionizzazione dell’Idrogeno negativo, pari a 0.754 eV. Ne segue che lo spettro del Sole viene prodotto dall’interazione di tutti i fotoni che si trovano all’interno, perché tutti hanno energia sufficiente a strappare l’elettrone all’ H^- . Questo vuol dire che nelle stelle più fredde, come il Sole, l’Idrogeno negativo diventa la prima forma di ionizzazione e quindi di continuo. A questa forma di opacità contribuiscono tanti elementi, ma quello che riguarda l’ H^- risulta particolarmente dominante. Quello che è interessante notare è che la probabilità di assorbimento ha un andamento in funzione della lunghezza d’onda che, tutto sommato, in gran parte dello spettro si potrebbe considerare quasi costante.



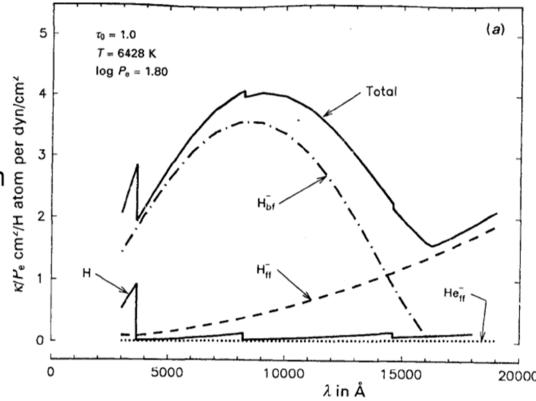
(In figura: Andamento della probabilità di assorbimento in funzione della lunghezza d'onda.)

Naturalmente ci sono tante altre molecole che si possono formare e, paradossalmente, nelle stelle più fredde si forma anche l'acqua. Tuttavia questa, che si trova ad una temperatura di circa 5000 K, non si deve immaginare come l'acqua che conosciamo noi, ma è come una coincidenza in un luogo di due Idrogeni e di un Ossigeno che in quel momento sono così vicini da dare vita ai legami tipici di una molecola (che poi si dissolve subito, ma visto che l'ambiente ne è pieno si riformano altre molecole). Il fatto che questi modelli tengano conto anche delle molecole è molto recente ed è una scoperta molto importante in quanto l'opacità dell'acqua (che è enorme, basti pensare alle nuvole) è importante per fare un buon modello del comportamento della radiazione. Un altro fenomeno interessante di scattering è quello tra la radiazione e gli elettroni liberi. La probabilità di interazione tra un campo elettromagnetico e un elettrone, indipendente dalla lunghezza d'onda, è molto bassa (si ha una sezione d'urto $\sigma_T = 6.65 \cdot 10^{-25} \text{ cm}^2$). Tuttavia le densità sono molto alte e, se ci sono tanti elettroni liberi, come ad esempio nelle regioni intorno al Sole nella cosiddetta *corona solare*³⁹, lo Scattering Thomson avviene. Esso è un fenomeno in cui un fotone, generalmente di luce visibile o raggi X, interagisce con una particella carica. In esso non vi è assorbimento di energia da parte della particella, e quindi l'energia del fotone non cambia dopo l'interazione; il risultato principale è una deviazione della direzione di propagazione del fotone in seguito all'interazione con la particella. Questo tipo di scattering è molto interessante perché, essendo indipendente dalla lunghezza d'onda, se osservato, fornisce immediatamente la densità degli elettroni (ad esempio, se guardiamo la percentuale di radiazione scatterata dal Sole nella nostra direzione, possiamo dire come gli elettroni sono distribuiti attorno ad esso).

Nel caso più generale dobbiamo tenere in considerazione tutti i fenomeni che conosciamo, che sostanzialmente sono tre: ionizzazione dell'Idrogeno, ionizzazione dell' H^- e Scattering Thomson. Questi tre processi avvengono tutti contemporaneamente e, a seconda della temperatura delle stelle, sono più o meno dominanti: nelle stelle fredde (ad esempio il Sole) il continuo è determinato dalla ionizzazione dell'Idrogeno negativo

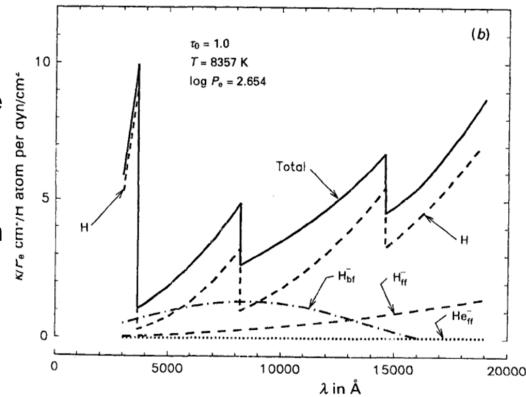
³⁹Noi vediamo, ad esempio attraverso sonde, gli elettroni liberi che si trovano intorno al Sole perché la radiazione di questo viene riflessa dagli elettroni nella direzione della Terra.

For G stars, H- ion (bound-free) dominates for optical, with a contribution from the Balmer continua below 3647Å, plus H- ion (free-free) in near-IR.



nelle stelle di tipo A è dominante la ionizzazione dell'Idrogeno con le varie discontinuità di Balmer, Paschen ecc.

For a late A star, the H- ion still contributes in the optical and IR, but the H (bound-free) Balmer, Paschen and Brackett continua start to dominate.

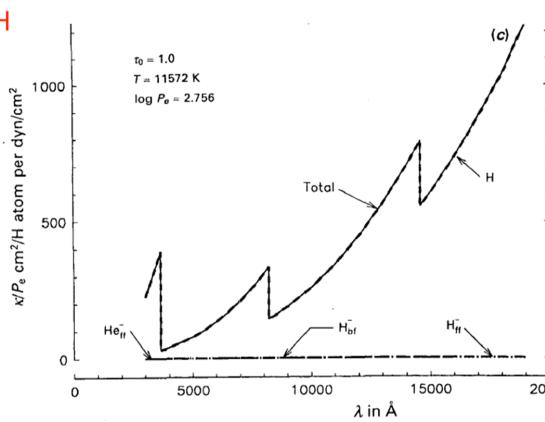


Infine nelle stelle più calde, dove c'è maggiore ionizzazione e quindi molti elettroni liberi, è dominante lo scattering Thomson

At late B, the H (bound-free)

Balmer, Paschen & Brackett continua completely dominate.

For O stars electron scattering is the primary opacity source.



Ora si comprende meglio la forma degli spettri, infatti, per le stelle di tipo O non c'è ionizzazione, si ha solo l'andamento del corpo nero, lo scattering è indipendente dalla lunghezza d'onda e quindi non cambia la sua forma. Quando la temperatura si abbassa

si ha la ionizzazione dell'Idrogeno, quindi al corpo nero bisogna sottrarre l'andamento di ionizzazione, che è fatto di salti. Nelle stelle più fredde, infine, dove è predominante la ionizzazione dell' H^- , lo spettro presenta un picco nelle regioni di lunghezza d'onda maggiore. Il fatto che i due processi appena visti sono molto poco dipendenti dalla lunghezza d'onda permette di risolvere l'equazione del trasporto radiativo per una sola lunghezza d'onda.

5.5.2 Polarizzazione. Parametri di Stokes

I processi appena analizzati, soprattutto lo scattering Thomson, sono capaci di polarizzare la radiazione. Le informazioni sulla polarizzazione sono utilissime per sapere se una stella ha un disco o per determinare l'esistenza di un pianeta⁴⁰. Immaginiamo, ad esempio, di vedere, tramite dei satelliti, la luce del Sole riflessa dalla Terra nello spazio: il grado di polarizzazione che il satellite vede guardando la Terra dipende, ad esempio, da cosa sta guardando (mare, montagne, vegetazione). Infatti, il più alto grado di polarizzazione si ha quando la luce viene riflessa dall'acqua, mentre quando si guarda una foresta si avrà una polarizzazione circolare, indotta dalle foglie.

Per la misura del grado di polarizzazione di una radiazione è necessario un sistema di riferimento. Questa consiste nella misura del campo elettrico in due direzioni ortogonali che rappresentano il nostro sistema di riferimento. Ad esempio si può considerare il caso ideale in cui $E_x = 0$ e E_y varia continuamente: non possiamo misurare E_x o E_y , ma solo il modulo quadro perché le variazioni del campo elettrico, ad esempio nel visibile, sono troppo veloci per gli strumenti attualmente a disposizione (invece nel caso delle onde radio si possono misurare le variazioni anche banalmente con il telefono). La misurazione del campo elettrico in due stati di polarizzazione ortogonali si può fare con una banale calcite che, quando arriva il fascio di luce, lo separa in un fascio ordinario (ovvero il fascio polarizzato in un certo modo) e il fascio polarizzato ortogonalmente. Quindi, un po' come avviene per la spettroscopia, si separano la x dalla y e si fanno due misure diverse.

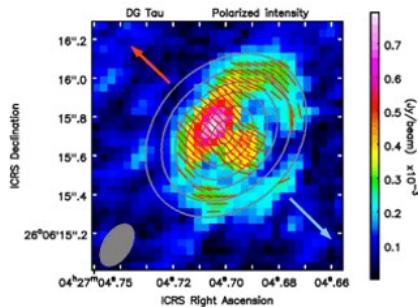
Per una descrizione completa del tipo di polarizzazione vengono utilizzati i parametri di Stokes

$$\begin{cases} I = E_{0x}^2 + E_{0y}^2 \\ Q = E_{0x}^2 - E_{0y}^2 \\ U = 2E_{0x}E_{0y} \cos(\delta_1 - \delta_2) \\ V = 2E_{0x}E_{0y} \sin(\delta_1 - \delta_2) \end{cases} \quad (32)$$

dove δ_1 e δ_2 sono gli angoli di polarizzazione.

Il parametro I indica l'intensità della radiazione, Q ci dà un'informazione su quanto sono diverse la E_{0x}^2 e la E_{0y}^2 . Dopodiché si può provare a vedere se esiste uno stato di polarizzazione in una direzione diversa e definire un nuovo parametro U che ci dice com'è polarizzata la radiazione a 45° rispetto al sistema di riferimento. Infine V ci dice se il vettore di polarizzazione sta compiendo un cerchio.

⁴⁰dato che ci aspettiamo che il pianeta orbiti intorno alla stella presa in considerazione, la polarizzazione dovrebbe cambiare continuamente.



I parametri di Stokes sono molto importanti per gli astronomi. Infatti, ad esempio, nel caso di una stella in formazione con un ambiente intorno che sta collassando, questo si può vedere misurando la polarizzazione e notando come il disco è inclinato rispetto all'osservatore, quanto è grande il disco rispetto all'oggetto centrale, se questo ha una simmetria centrale ecc.

Calcoliamo per esercizio i parametri di Stokes in alcuni casi particolari di radiazione polarizzata linearmente:

- Se la radiazione polarizzata oscilla verticalmente i parametri di Stokes saranno

$$\begin{cases} I = E_{0y}^2 \\ Q = -E_{0y}^2 \\ U = 0 \\ V = 0 \end{cases}$$

- Se l'oggetto oscilla orizzontalmente saranno

$$\begin{cases} I = E_{0x}^2 \\ Q = E_{0x}^2 \\ U = 0 \\ V = 0 \end{cases}$$

- Quando l'oggetto oscilla sulla prima bisettrice, vale a dire $E_{0x} = E_{0y}$ e $\delta_1 - \delta_2 = 0$, si ha

$$\begin{cases} I = 2E_{0x}^2 \\ Q = 0 \\ U = 2E_{0x}^2 \\ V = 0 \end{cases}$$

mentre se oscilla nell'altra direzione, cioè con $\delta_1 - \delta_2 = \pi$, otteniamo

$$\begin{cases} I = 2E_{0x}^2 \\ Q = 0 \\ U = -2E_{0x}^2 \\ V = 0 \end{cases}$$

Il fatto che i parametri di Stokes sono così "strani" è legato al fatto che Poincaré ha eseguito dei calcoli di polarizzazione su una sfera, dove Q e U diventavano le coordinate sulla sfera.

6 Atmosfere stellari

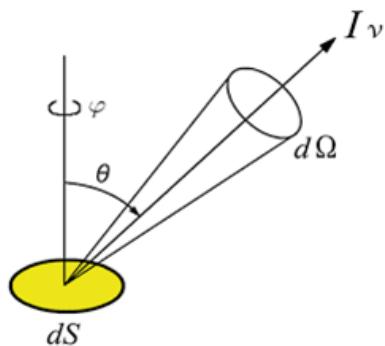
Finora abbiamo parlato dell'interazione radiazione-materia, che si basa su fenomeni elementari; ma ciò che vediamo è il risultato globale della propagazione della radiazione in un mezzo (è chiaro che in ogni singolo punto del mezzo c'è uno specifico risultato). Bisogna allora integrare l'equazione del trasporto radiativo nello spazio di interesse, facendo delle ipotesi sulla distribuzione e sulle proprietà termodinamiche (parametri come la temperatura, densità elettronica, ecc.) della materia all'interno del mezzo.

Il caso che verrà affrontato è quello delle *atmosfere stellari*, che costituiscono la parte più esterna delle stelle e rappresentano le condizioni al contorno per poter risolvere il problema della strutturastellare.

6.1 L'equazione del trasporto radiativo nel caso delle atmosfere stellari

6.1.1 Concetti preliminari

Prima di cominciare a parlare di atmosfere stellari, è bene soffermarsi su alcuni importanti aspetti riguardanti l'interazione tra materia e radiazione.



Abbiamo descritto il flusso di energia che attraversa una superficie attraverso una quantità che chiamiamo *intensità specifica* I_ν , che è l'energia della radiazione incidente in una data direzione per unità di superficie per unità di frequenza, per unità di angolo solido e per unità di tempo. Risulta inoltre utile introdurre le seguenti quantità:

- **Intensità media:** integrale dell'intensità specifica media su tutto l'angolo solido;

$$J_\nu = \frac{1}{4\pi} \int I_\nu d\Omega \quad (33)$$

- **Intensità media della radiazione totale:** integrale dell'intensità media su tutte le frequenze;

$$J = \int J_\nu d\nu \quad (34)$$

- **Densità di flusso:** integrale del prodotto dell'intensità specifica per il coseno dell'angolo in una direzione su tutto l'angolo solido;

$$F_\nu = \oint I_\nu \cos \theta d\Omega \quad (35)$$

- **Intensità totale:** integrale dell'intensità specifica su tutte le frequenze.

$$I = \int I_\nu d\nu \quad (36)$$

- **Flusso totale:** integrale della densità di flusso su tutte le frequenze.

$$F = \int F_\nu d\nu \quad (37)$$

Nota: è doveroso distinguere tra la componente della densità di flusso nella direzione di osservazione (**outgoing flux**):

$$F_\nu^+ = \int_0^{2\pi} \int_0^{\frac{\pi}{2}} I_\nu \cos \theta \sin \theta d\theta d\phi$$

e la componente opposta (**ingoing flux**):

$$F_\nu^- = \int_0^{2\pi} \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} I_\nu \cos \theta \sin \theta d\theta d\phi$$

che è importante in quanto, nonostante non la si osservi direttamente, può modificare le condizioni termodinamiche del mezzo e quindi ha influenza sul risultato finale. La densità di flusso è allora la somma delle due componenti:

$$F_\nu = F_\nu^+ - F_\nu^-$$

Nota: In fisica atomica si usano le frequenze, mentre quando si guardano i dati osservativi ci si riferisce sempre alla lunghezza d'onda (ciò spiega perché spesso vengono mostrati sia gli integrali sulle frequenze che sulle lunghezze d'onda).

- **Densità di radiazione specifica:** si definisce dalla seguente considerazione: dalla relazione $dE = I_\nu d\nu \cos \theta dA d\Omega dt$ segue che l'area dA di un volumetto cilindrico di altezza dl trasmette un'energia di radiazione pari a $dA \int I_\nu d\Omega$ per unità di tempo; la radiazione attraversa il volume in un tempo dl/c (distanza percorsa divisa per la velocità della luce). La densità di radiazione specifica è dunque

$$u_\nu = \frac{1}{c} \int I_\nu d\Omega = \frac{4\pi}{c} J_\nu \quad (38)$$

Se integriamo su tutto lo spettro, otteniamo la densità totale di energia:

$$u = \int_0^\infty u_\nu d\nu \quad (39)$$

- **Densità di fotoni:** poiché l'energia di un fotone è data da $h\nu$, otteniamo il flusso di fotoni dalla densità di flusso F_ν semplicemente sostituendo I_ν con $I_\nu/(h\nu)$. Allo stesso modo, alla densità specifica di radiazione (38) corrisponde una densità di fotoni

$$n_\nu = \frac{4\pi}{c} \frac{J_\nu}{h\nu}$$

ed alla densità totale d'energia corrisponde una densità totale di fotoni

$$n = \frac{4\pi}{c} \int_0^\infty \frac{J_\nu}{h\nu} d\nu \quad (40)$$

- **Pressione di radiazione:** un aspetto importante è che quando un fotone viene assorbito in un mezzo, oltre a trasmettere energia al sistema, può anche trasmettere un

impulso; si può definire la pressione totale che un campo di radiazione esercita su un volume come

$$P_{\text{rad}} = \frac{1}{c} \oint I \cos^2 \theta d\Omega \quad (41)$$

e sostituendo il valor medio di $\cos^2 \theta$ su una sfera (che è pari a $\frac{1}{3}$), si ottiene

$$P_{\text{rad}} = \frac{1}{3c} \oint I d\Omega = \frac{4\pi}{3c} J \quad (42)$$

Questa quantità risulta ancora una volta proporzionale all'intensità media e quindi anche alla densità di energia. Infatti, utilizzando la (39) si ha

$$P_{\text{rad}} = \frac{1}{3} u \quad (43)$$

Se si suppone che ci sia equilibrio termodinamico nel mezzo allora l'intensità specifica si può rappresentare con la funzione planckiana: $I_\nu = J_\nu = B_\nu(T)$. La densità di radiazione allora sarà

$$u_\nu = \frac{4\pi}{c} B_\nu(T)$$

e la densità totale di radiazione sarà, utilizzando la legge di Boltzmann per cui $F = \pi B(T) = \sigma_B T^4$

$$u = \frac{4\pi}{c} B(T) = aT^4 \quad (44)$$

dove $a = \frac{4\sigma_B}{c}$ è detta *costante di radiazione*. Abbiamo inoltre utilizzato il fatto che l'intensità della radiazione totale di un corpo nero è data da $B(T) = \int_0^\infty B_\nu(T) d\nu$. L'espressione della pressione di radiazione sarà quindi:

$$P_{\text{rad}} = \frac{1}{3} a T^4 \quad (45)$$

la quale dunque risulta essere proporzionale alla temperatura dell'ambiente elevata alla quarta.

6.1.2 Atmosfera stellare. Modello di atmosfera grigia

Per costruire un modello di atmosfera per qualsiasi stella il riferimento è il Sole (essendo la stella più vicina a noi). Ciò che si nota è che il Sole è più brillante al centro e più scuro ai bordi (fenomeno di oscuramento al bordo). Per fare un modello dell'atmosfera stellare bisogna naturalmente saper giustificare le osservazioni. Non si sa con assoluta certezza com'è fatta l'atmosfera di una stella; ciò che si fa è fare delle ipotesi e introdurre dei parametri che saranno ragionevoli se il calcolo del flusso della radiazione elettromagnetica coincide con quello che viene osservato.

Per risolvere l'equazione del trasporto radiativo in un punto qualsiasi del Sole bisogna fare delle assunzioni su come esso è fatto. Di seguito sono mostrate le ipotesi più semplici e immediate:

- Geometria sferica;

- Vale l'equazione dell'equilibrio idrostatico nell'atmosfera (si tratta di un fluido che macroscopicamente appare fermo, rimane uguale);
- Sulla superficie del Sole l'accelerazione di gravità è predominante;
- Non ci sono strutture; questa è un'ipotesi che va contro le osservazioni (si osservano infatti delle macchie sulla superficie) ma risulta ragionevole in quanto tali strutture coprono una regione piuttosto limitata del Sole;
- Non ci sono campi magnetici. Ciò non è vero ma semplifica la trattazione in quanto si esclude così la pressione magnetica sul gas.

Queste ipotesi permettono di trovare una prima soluzione ma possono essere poi messe in discussione per vedere le differenze che ci sono quando invece alcune ipotesi vengono scartate.

Insieme all'ipotesi di sfericità del Sole, si considera l'atmosfera come formata da strati piani e paralleli. Ciò semplifica enormemente la geometria, in quanto si suppone poi che le proprietà fisiche dell'atmosfera dipendano soltanto dalla quota z e non anche dalle altre due coordinate x e y , in questo modo bisogna risolvere l'equazione del trasporto radiativo soltanto lungo l'asse z .

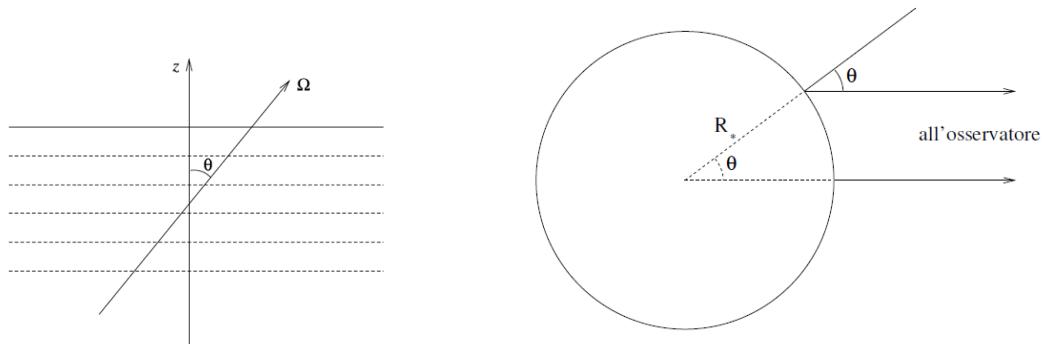


Fig. 14.3. La radiazione emessa dall'elemento di superficie stellare individuato dall'angolo al centro θ è inclinata dello stesso angolo rispetto alla verticale.

Indicando con $I_\nu(z, \mu)$ l'intensità specifica della radiazione che si propaga nella direzione individuata dall'angolo θ (con $\mu = \cos \theta$), ciò che si fa è risolvere l'equazione del trasporto radiativo nei vari punti in funzione dell'angolo e poi fare la somma di tutti i contributi. Questo può essere verificato solo nel Sole e in nessun'altra stella (almeno ad oggi): il Sole si vede infatti abbastanza grande e si possono allora comparare i risultati dei calcoli al variare dell'angolo, le altre stelle ci appaiono come dei puntini sostanzialmente, perciò non possiamo effettuare questa operazione.

Nota: L'equazione del trasporto può essere formalmente risolta introducendo la profondità ottica specifica t_ν , misurata lungo la verticale nel senso delle profondità crescenti (si noti che questa quantità differisce da quella definita col simbolo τ_ν , che si riferisce alla profondità ottica misurata lungo un raggio generico). Per definizione si pone $dt_\nu = -k_\nu dz$.

In definitiva, lo scopo è confrontare il risultato osservativo con l'integrale sul disco visibile (quando guardiamo una stella riusciamo a vedere solamente metà dell'intera sfera) il quale ci dà un parametro che viene chiamato **intensità media sul disco**

visibile \bar{I}_ν , che è il parametro che poi confrontiamo con le osservazioni. Esso è definito come

$$\pi R_*^2 \bar{I}_\nu = \int_0^{\frac{\pi}{2}} d\theta \int_0^{2\pi} d\phi I_\nu(0, \theta) R_*^2 \cos \theta \sin \theta \quad (46)$$

con R_* raggio stellare. Sostituendo $\mu = \cos \theta$, l'integrale si riscrive come

$$\bar{I}_\nu(0) = 2 \int_0^1 I_\nu(0, \mu) \mu d\mu \quad (47)$$

Tale integrale è sostanzialmente la somma pesata dei contributi all'intensità emergente da tutti i punti del disco visibile, ciascuno pesato per μ .

Una ipotesi fondamentale che si fa sulle atmosfere stellari per la risoluzione dell'equazione del trasporto radiativo è il cosiddetto **modello di atmosfera grigia**, nel quale si considera che ci sia:

- Equilibrio termodinamico locale in ciascuno strato piano dell'atmosfera; ciò significa che in ognuno di questi può essere utilizzato un solo parametro (la temperatura) per descrivere le proprietà del sistema (si può usare ad esempio nell'equazione di Maxwell per trovare la velocità degli assorbitori, nell'equazione di Saha per conoscere lo stato di ionizzazione, o anche nell'equazione di Boltzmann per conoscere la popolazione dei livelli energetici);
- Equilibrio radiativo, cioè la radiazione attraversa tutti gli strati e il flusso rimane costante, cioè non ci può essere uno strato che trattiene energia, altrimenti esso si espanderebbe e non sarebbe più in equilibrio; quindi il flusso si conserva a mano a mano che attraversa l'atmosfera.

Definendo il flusso come

$$F = \int_0^\infty F_\nu d\nu = 2\pi \int_0^\infty d\nu \int_{-1}^1 \mu I_\nu(z, \mu) d\mu$$

L'ipotesi dell'equilibrio radiativo implica

$$\frac{dF}{dz} = 0 \quad (48)$$

Questo vale comunque a una data frequenza della radiazione, cioè il flusso può cambiare da una frequenza all'altra: possiamo avere uno strato dove tutti gli atomi di idrogeno sono ionizzati (non c'è assorbimento legato-legato) e il flusso passa in un determinato modo, dopo si giunge ad uno strato più freddo dove ci sono atomi di idrogeno con elettroni che assorbono stavolta il flusso (nello spettro apparirà allora una riga spettrale), ma questo flusso perso deve finire da qualche altra parte; nell'ipotesi di equilibrio termodinamico questi fotoni vengono termalizzati, cioè acquistano energia cinetica, quindi è come se si ha un corpo nero che aumenta la sua temperatura e tutto lo spettro si sposta verso il blu (e naturalmente il flusso totale si deve conservare).

- Indipendenza del coefficiente di assorbimento k_ν dalla frequenza⁴¹. Tale ipotesi permette di avere una sola equazione e non una per ogni frequenza. Il valore di F viene in genere parametrizzato attraverso la temperatura efficace come

$$F = \sigma_B T_{\text{eff}}^4$$

dove σ_B è la costante di Boltzmann.

In prima approssimazione questo modello riesce a dare un'idea di com'è fatta un'atmosfera stellare, in quanto permette di risolvere l'equazione del trasporto radiativo (che altrimenti andrebbe risolta numericamente).

È interessante notare che se attribuiamo la maggior parte dell'opacità alle transizioni legato-libero o libero-libero, ossia se diciamo che la maggior parte del flusso è distribuita al di sotto del continuo, ossia le larghezze equivalenti di tutte le righe sono trascurabili rispetto al continuo, non è inverosimile dire che k_ν non dipende dalla frequenza. Un esempio di questa situazione può essere una stella molto calda, dove k_ν è legato allo scattering Thomson, che è indipendente dalla frequenza; se invece la stella è fredda (come nel caso del Sole), l'opacità dominante è legata allo ione H^- , la quale ha un andamento sì legato alla lunghezza d'onda, ma che varia di poco.

Sotto tutte le ipotesi del caso, potremmo assimilare la funzione sorgente dell'equazione del trasporto radiativo alla Planckiana. Inoltre nell'atmosfera grigia si può definire, in luogo della profondità ottica specifica t_ν , una profondità ottica "universale" t . L'equazione del trasporto si scriverà allora come

$$\mu \frac{d}{dt} I_\nu(t, \mu) = I_\nu(t, \mu) - B_\nu(t) \quad (49)$$

Integrando in $d\nu$ e definendo

$$I(t, \mu) = \int_0^\infty I_\nu(t, \mu) d\nu \quad , \quad B(t) = \int_0^\infty B_\nu(t) d\nu$$

si ottiene

$$\mu \frac{d}{dt} I(t, \mu) = I(t, \mu) - B(t) \quad (50)$$

A partire dalla $I(t, \mu)$ si possono definire i relativi momenti⁴² integrando sulle direzioni. Il generico momento $M_n(t)$ di ordine n è dato da

$$M_n(t) = \frac{1}{4\pi} \oint \mu^n I(t, \mu) d\Omega = \frac{1}{2} \int_{-1}^1 \mu^n I(t, \mu) d\mu$$

Il momento di ordine zero è l'intensità media (sulle direzioni) del campo di radiazione ed è indicato col simbolo $J(t)$

⁴¹Questa assunzione è quella che "giustifica" il nome a questo modello.

⁴²I momenti di una funzione sono un insieme di quantità calcolate a partire dalla funzione stessa e che forniscono informazioni sulla sua forma e distribuzione.

Il momento più semplice è il "momento di ordine zero", noto anche come la media o valore atteso, che rappresenta la media dei valori della funzione o della distribuzione. Il momento di ordine uno è la media ponderata della funzione rispetto alla variabile indipendente ed è noto come il primo momento

$$J(t) = M_0(t) = \frac{1}{2} \int_{-1}^1 I(t, \mu) d\mu$$

Il momento di ordine uno è proporzionale al flusso. Infatti dalla definizione di F si ha che

$$F(t) = 4\pi M_1(t) = 2\pi \int_{-1}^1 \mu I(t, \mu) d\mu$$

Infine il momento di ordine due è proporzionale alla pressione di radiazione ed è indicato col simbolo $K(t)$

$$K(t) = M_2(t) = \frac{1}{2} \int_{-1}^1 \mu^2 I(t, \mu) d\mu$$

Integrando in $d\mu$ l'equazione del trasporto (50) divisa per 2, si ottiene

$$\frac{1}{4\pi} \frac{dF(t)}{dt} = J(t) - B(t)$$

e sfruttando l'ipotesi dell'equilibrio radiativo ($F = \text{cost.}$) si ha

$$J(t) = B(t)$$

Moltiplicando poi l'equazione del trasporto (50) per $\mu/2$ e integrando in $d\mu$ si ha

$$\frac{dK(t)}{dt} = \frac{F}{4\pi}$$

che risolta dà

$$K(t) = \frac{Ft}{4\pi} + C$$

con C costante da determinare attraverso le condizioni al contorno.

6.1.3 L'oscuramento al bordo (limb darkening)

- **Approssimazione**

Abbiamo detto che se siamo all'equilibrio termodinamico, nell'equazione del trasporto radiativo la funzione sorgente può essere sostituita dalla funzione di Planck. La soluzione (25) diventa

$$I_\nu(0, \mu) = \int_0^\infty B_\nu(T) e^{-t_\nu/\mu} d\frac{t_\nu}{\mu} \quad (51)$$

Questa espressione può essere convenientemente approssimata al fine di dedurre alcuni risultati di tipo qualitativo. Se si suppone che la funzione di Planck abbia un andamento lineare con t_ν , ovvero che valga un'espressione del tipo

$$B_\nu(t_\nu) = a_\nu + b_\nu t_\nu$$

si ottiene, con facili integrazioni

$$I_\nu(0, \mu) = a_\nu + b_\nu \mu = B_\nu(t_\nu = \mu)$$

La cosiddetta approssimazione di Eddington-Barbier consiste nel supporre che questa identità, rigorosamente valida nel caso di una funzione di Planck lineare con t_ν , sia valida in generale. Si ha quindi, in questa approssimazione

$$I_\nu(0, \mu) \simeq B_\nu(t_\nu = \mu)$$

Se si pensa che la temperatura nell'atmosfera stellare sia un'assegnata funzione della quota geometrica z , ovvero che sia descritta da una funzione del tipo $T = T(z)$, per determinare l'intensità emergente attraverso l'approssimazione di Eddington-Barbier è sufficiente calcolare la quota \tilde{z} alla quale si ha $t_\nu = \mu$ e si ottiene

$$I_\nu(0, \mu) \simeq B_\nu[T(\tilde{z})]$$

Poiché in generale nelle atmosfere stellari la temperatura decresce con z , ci si aspetta che, fissata la frequenza, l'intensità emessa dalla stella è maggiore al centro ($\mu = 1$) che non al bordo ($\mu \rightarrow 0$). Questo fenomeno, che prende il nome di oscuramento al bordo, è osservabile soltanto sul Sole (in quanto è impossibile con le tecnologie attuali risolvere spazialmente la radiazione proveniente dalle stelle). In ultima analisi, tale fenomeno è dovuto al fatto che, osservando al centro del Sole, si riesce a penetrare più in profondità entro l'atmosfera solare. Osservando al bordo, invece, si vedono gli strati più superficiali che sono anche più freddi (e quindi meno luminosi).

• Metodo rigoroso

Osserviamo che per $t \rightarrow \infty$, ovvero alla base dell'atmosfera, dobbiamo aspettarci che il campo di radiazione tenda a divenire isotropo. Sotto questa ipotesi, e anche sotto l'ipotesi meno restrittiva che la dipendenza da μ dell'intensità possa essere rappresentata da una funzione lineare del tipo

$$I(t, \mu) = a(t) + b(t)\mu$$

con $a(t)$ e $b(t)$ indipendenti da μ , le quantità J e K possono essere collegate fra loro tramite la relazione

$$K(t) = \frac{1}{3}J(t)$$

Se si suppone che questa relazione sia valida per qualsiasi valore di t (e non solo per $t \rightarrow \infty$) si adotta la cosiddetta *approssimazione di Eddington*, con la quale il problema dell'atmosfera grigia può essere risolto analiticamente. Infatti, attraverso le relazioni trovate precedentemente si ha

$$B(t) = J(t) = 3K(t) = \frac{3}{4\pi}Ft + C'$$

con $C' = 3C$.

Per determinare la costante C' sfruttiamo le condizioni al contorno relative alla superficie della stella ($t = 0$). Se la stella è isolata (cioè se non appartiene a un sistema doppio o multiplo), il flusso alla superficie si può calcolare attraverso l'equazione (ottenuta per mezzo della soluzione formale dell'equazione del trasporto)

$$F = 2\pi \int_0^1 \mu I(0, \mu) d\mu = 2\pi \int_0^1 \mu d\mu \int_0^\infty B(t) e^{-\frac{t}{\mu}} \frac{dt}{\mu}$$

Sostituendo l'espressione per $B(t)$ e svolgendo il calcolo si ottiene facilmente

$$C' = \frac{F}{2\pi}$$

dimodoché si ha per $B(t)$

$$B(t) = \frac{3F}{4\pi} \left(t + \frac{2}{3} \right)$$

Ricordando infine che

$$B(t) = \frac{\sigma}{\pi} T^4(t) \quad , \quad F = \sigma T_{\text{eff}}^4$$

si ottiene l'andamento della temperatura con t per l'atmosfera grigia (nell'approssimazione di Eddington)

$$T(t) = T_{\text{eff}} \sqrt[4]{\frac{3}{4} \left(t + \frac{2}{3} \right)}$$

In particolare si vede che alla superficie dell'atmosfera si ha

$$T(0) = 0.841 T_{\text{eff}}$$

e che, per $t = \frac{2}{3}$, si ottiene $T = T_{\text{eff}}$.

Dall'espressione di $B(t)$ si può anche determinare l'andamento centro-lembro dell'intensità emergente dalla stella. Si ha infatti

$$I(0, \mu) = \int_0^\infty \frac{3F}{4\pi} \left(t + \frac{2}{3} \right) e^{-\frac{t}{\mu}} \frac{dt}{\mu} = \frac{3F}{4\pi} \left(\mu + \frac{2}{3} \right)$$

Definendo il rapporto di oscuramento al lembro $r(\mu)$ attraverso l'equazione

$$r(\mu) = \frac{I(0, \mu)}{I(0, 1)}$$

si ottiene

$$r(\mu) = \frac{3\mu + 2}{5}$$

Questa legge di oscuramento al bordo può essere confrontata coi risultati osservativi disponibili per il Sole. La differenza fra il valore di teorico e quello osservato si mantiene sempre al di sotto del 5%. Tale errore è dovuto alle ipotesi grossolane.

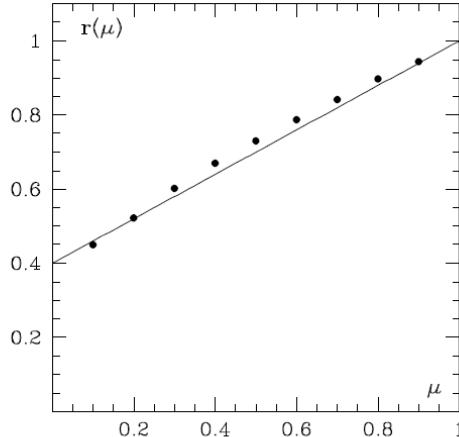
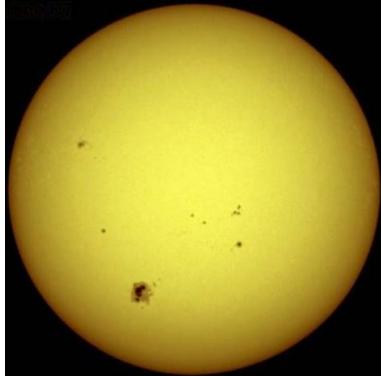


Fig. 14.4. Confronto fra la legge dell'oscuramento al bordo relativa all'atmosfera grigia (linea continua) e i valori solari osservati (punti).

6.1.4 Modelli realistici di atmosfere stellari

Il modello dell'atmosfera grigia appena sviluppato costituisce un'approssimazione grossolana delle atmosfere stellari, in quanto il coefficiente di assorbimento è in realtà una funzione variabile della frequenza.

Si può allora costruire un modello verosimile di atmosfera stellare abbandonando l'ipotesi dell'indipendenza del coefficiente di assorbimento dalla frequenza, continuando ad applicare l'approssimazione dell'atmosfera piano-parallela in equilibrio termodinamico locale. Accanto all'equazione del trasporto radiativo per l'intensità specifica

$$\mu \frac{d}{dz} I_\nu(z, \mu) = -k_\nu [I_\nu(z, \mu) - B_\nu(z)]$$

si considerano le seguenti equazioni:

$$\frac{dF}{dz} = \frac{d}{dz} \int_0^\infty d\nu 2\pi \int_{-1}^1 \mu I_\nu(z, \mu) d\mu = 0 \quad \text{equilibrio radiativo}$$

$$\frac{dP}{dz} = -\rho g \quad \text{equilibrio idrostatico}$$

$$P = \frac{\rho}{\bar{\mu} m_H} k_B T \quad \text{equazione di stato dei gas perfetti}$$

In queste equazioni, P è la pressione del gas atmosferico, ρ è la sua densità, g è la gravità alla superficie della stella, $\bar{\mu}$ è il peso molecolare medio e m_H è l'unità di peso atomico.

Considerando P e T come variabili indipendenti, e supponendo di conoscere le relazioni che collegano k_ν e $\bar{\mu}$ a P e T , le equazioni possono essere risolte numericamente tenendo conto delle opportune condizioni al contorno. Tali condizioni sono le seguenti

$$F = \sigma T_{\text{eff}}^4$$

che fissa l'entità del flusso radiativo;

$$I_\nu(0, \mu < 0) = 0$$

che traduce il fatto che la stella è isolata e quindi non illuminata dall'esterno.

Dalla soluzione delle equazioni si ricava il modello dell'atmosfera stellare, ovvero una tabella di numeri che danno l'andamento delle due funzioni $P(z)$ e $T(z)$. Il modello viene a dipendere esplicitamente da tre soli parametri, ovvero dalla temperatura efficace T_{eff} , dalla gravità superficiale g e da un insieme di numeri $\{A_i\}$ che stabiliscono le abbondanze chimiche relative dei vari elementi. La dipendenza da quest'ultimo parametro è contenuta nelle funzioni $k_\nu(P, T)$ e $\bar{\mu}(P, T)$.

Così si hanno tutte le informazioni necessarie e si può passare a risolvere l'equazione del trasporto radiativo. L'unico metodo di risoluzione che dà risultati è una procedura numerica di tipo **iterativo**; tale procedura va fatta per ogni frequenza, quindi va ripetuta qualche migliaia di volte per avere lo spettro in frequenze. Se lo spettro ottenuto numericamente coincide con quello osservato, si ottiene un modello di atmosfera.

In realtà, per avere un modello dettagliato dell'atmosfera, non bisogna solo considerare un dettaglio generale come il flusso del campo di radiazione, ma anche l'intensità delle righe spettrali che sono una funzione delle abbondanze chimiche. Cioè se si ritrova nello spettro una riga del Vanadio (per esempio), si dovrà aggiungere tra i costituenti dell'atmosfera il Vanadio, il quale avrà una sua soglia di ionizzazione e di cui si dovrebbe giustificare la profondità delle righe spettrali.

Una cosa interessante è che con un solo parametro di temperatura e pressione, in funzione dello spessore dell'atmosfera, si possono giustificare le intensità di tutte le righe spettrali indipendentemente dallo stato di ionizzazione. Il fatto che si riesca a fare tutto questo costituisce la prova migliore che in effetti tutte le ipotesi che si sono fatte sono ragionevoli.

6.1.5 Importanza dell'idrostatica

Si tende a pensare che l'idrostatica sia scollegata dal campo di radiazione, ma ciò non è vero; infatti nella pressione totale c'è anche il contributo della pressione di radiazione. Però è anche vero che, per le stelle un po' più fredde ad esempio, la pressione di radiazione è tutto sommato trascurabile (cosa che non vale per le stelle più calde).

Una prova che va a favore della grande importanza delle forze di pressione per l'equilibrio nelle stelle si ha facendo il calcolo del tempo di collasso del Sole per opera della forza di gravità nell'ipotesi di assenza di pressione; si è ottenuto che esso collasserebbe in circa 20 minuti. Ciò ci fa capire che le forze di pressione sono sicuramente essenziali, pur non escludendo l'azione di altri tipi di forze.

6.1.6 Informazioni aggiuntive

In aggiunta alle ipotesi presentate, è anche importante ricordare che si impongono altre due condizioni:

1. Gravità costante nell'atmosfera;
2. Campo di radiazione neutro.

6.1.7 Struttura stellare

Abbiamo parlato di un'importante categoria di informazioni che possiamo ottenere studiando il passaggio della radiazione nella materia, che sono le informazioni riguardo

le atmosfere stellari. Queste informazioni possono costituire le nostre condizioni al contorno per conoscere la struttura stellare.

Il nostro riferimento per un modello di una stella sarà il Sole. Nel costruire un modello si inizia determinando la dimensione della stella. Di seguito si riportano i parametri del Sole (che in letteratura si trovano con il simbolo \odot a pedice):

- $R_\odot = 695.700 \text{ km}$ (100 volte il raggio terrestre);
- $M_\odot = 2 \cdot 10^{30} \text{ kg}$ (300000 volte la massa terrestre);
- *Densità media* = 1410 kg/m^3 (è piuttosto bassa);
- Periodo di rotazione = $\begin{cases} 24.9 \text{ giorni} & \text{all'Equatore} \\ 29.8 \text{ giorni} & \text{ai poli} \end{cases}$

La diversa velocità è dovuta al fatto che il Sole non è un corpo rigido: tale fenomeno prende il nome di *rotazione differenziale* ed è una caratteristica che finora avevamo trascurato;

- *Temperatura alla superficie* = 5780 K ;
- $L_\odot \sim 4 \cdot 10^{26} \text{ W}$

Questi parametri sono essenziali per iniziare a costruire il modello: naturalmente sono molto maggiori dei parametri terrestri, infatti l'orbita della Luna è totalmente contenuta nel Sole (o meglio, nella sfera visibile).

Nota: Il raggio solare si può misurare con la trigonometria, ma si possono anche sfruttare i transiti (eclissi). Il tempo necessario affinché Venere attraversi il disco solare può fornire una misura di tale raggio. Da ciò segue che nei sistemi binari è sempre possibile fare una misura di questo tipo.

Quanto alla misura della massa, si può usare la legge di Keplero per i sistemi binari

$$M = \frac{4\pi^2 \cdot (1 \text{ AU})^3}{G \cdot (1 \text{ yr})^2}$$

Nota: La luminosità L_\odot è importante perché se supponiamo che la stella sia in equilibrio tale quantità, che corrisponde alla quantità di energia emessa, rimane costante, dunque corrisponderà alla quantità di energia che viene prodotta (altrimenti non sarebbe in equilibrio). Pertanto la misura dell'emissività del Sole è anche una misura dell'energia che il Sole produce.

6.2 Equazioni di struttura stellare

Per costruire un modello di struttura stellare, oltre ai dati sopracitati, è utile fare delle ipotesi:

- Simmetria sferica;
- Conservazione della massa;
- Equilibrio idrostatico.

Saranno tutti trattati nel dettaglio a seguire.

6.2.1 Validità della simmetria sferica

A priori non è lecito supporre una simmetria sferica, in quanto se la stella fosse un rotatore molto rapido, potrebbe avere una forma oblata, cioè schiacciata ai poli di rotazione. Nel caso del Sole si ha un periodo di rotazione molto lungo, pertanto l'ipotesi è valida.

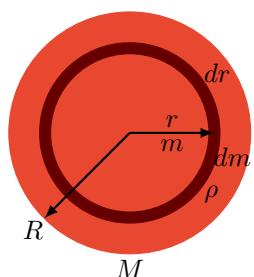
Questa ipotesi è semplificatrice in quanto ci permette di risolvere il problema in una sola dimensione; se così non fosse, dovremmo risolverlo in tre dimensioni. Infatti se supponessimo la stella non sferica, potremmo anche immaginare che ci sia un gradiente di temperatura tra i poli e l'equatore, il che implicherebbe dei moti di massa a causa della differenza di temperatura.

È possibile fare una verifica numerica del fatto che il Sole sia assimilabile ad una sfera.: supponendo che il Sole sia un corpo rigido che ruota su se stesso con una velocità tale da avere un periodo di 25 giorni (che è la velocità equatoriale), affinché il Sole abbia forma sferica si deve avere che la forza centrifuga sia molto minore di quella gravitazionale:

$$m\omega^2 R_\odot \ll G \frac{M_\odot m}{R_\odot^2} \implies \omega \ll \sqrt{G \frac{M_\odot}{R_\odot^3}}$$

Andando a sostituire i dati precedentemente elencati, si ottiene che la forza centrifuga è dell'ordine di 10^{-6} , mentre quella gravitazionale è dell'ordine di 10^{-4} , dunque l'assunzione è lecita.

6.2.2 Conservazione della massa: prima equazione di struttura stellare



Ci chiediamo adesso quanta materia contiene un gusciostellare. Essa si può calcolare con l'equazione di continuità, ipotizzando che dentro il guscio sferico si conservi la massa (la densità è funzione del raggio)

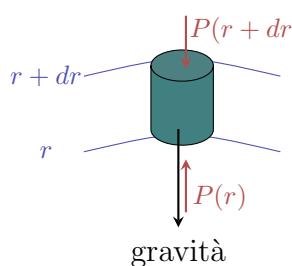
$$dm = 4\pi r^2 \rho(r) dr$$

dove ρ è la densità dello strato.

In forma differenziale otteniamo la **prima equazione della struttura stellare**

$$\frac{dm}{dr} = 4\pi r^2 \rho(r) \quad (52)$$

6.2.3 Equilibrio idrostatico: seconda equazione di struttura stellare



Si parla di equilibrio idrostatico quando la forza gravitazionale con cui un volume viene attratto dalla stella è pari alla variazione di pressione, cioè la pressione esercitata dagli strati inferiori su una shell deve essere uguale al contributo dato dalla forza gravitazionale della shell a cui si somma il contributo delle shell superiori.

La variazione di pressione con il raggio deve dunque essere uguale alla forza gravitazionale con cui un elemento di densità ρ viene attratto al centro dalla sfera contenuta dentro r che ha massa m .

$$-dPdA = \rho dAdr \frac{Gm(r)}{r^2}$$

Questo ci fa ottenere la **seconda equazione della struttura stellare**:

$$\frac{dP}{dr} = -\frac{Gm(r)}{r^2} \rho(r) \quad (53)$$

dove r è la distanza dal centro dell'elemento di volume.

Nota: Noi sappiamo che se si ha una massa come quella in figura, ai fini della gravità conta solo la massa all'interno, non quella all'esterno, ecco perché abbiamo r (teorema di Gauss).

Per risolvere questa equazione differenziale servono, come in tutte, delle condizioni al contorno. Le condizioni che assumiamo è che la pressione alla superficie sia nulla. L'approssimazione è lecita poiché questa pressione è molto bassa; del resto, incontra praticamente il vuoto esterno.

$$P_{sup} = 0$$

Assumeremo inoltre che la massa al centro sia nulla (come se stessimo considerando la massa a $r = 0$).

$$M_c = 0$$

Così integrando l'equazione 53 da 0 a R troveremo che la pressione al centro è⁴³

$$P_c \simeq G \frac{M_\odot^2}{R^4} \simeq 10^{15} \text{ Pa}$$

Il calcolo di per sè non è esatto perché dovrebbe essere maggiore di un ordine di grandezza, ma almeno può essere utile a darci un'idea della pressione all'interno di una stella dati la sua massa e il suo raggio.

Cerchiamo di capire l'importanza delle forze di pressione, chiedendoci in quanto tempo collasserebbe il Sole su stesso "spegnendo" le forze di pressione. Questo tempo sarà dato, all'incirca, dal raggio diviso la velocità di fuga dalla superficie della stella

$$\tau_{dyn} = \frac{R}{v_{esc}}$$

dove

$$v_{esc} = \sqrt{\frac{2GM}{R}}$$

Si ottiene che, nel Sole $\tau_{dyn} = 1100 \text{ s} \sim 18 \text{ min}$, pertanto il Sole collasserebbe in circa 20 minuti. Questa grandezza è definita *scala temporale dinamica*. Da qui si evince che le forze di pressione sono estremamente importanti.

⁴³Per fare questa integrazione è il caso di considerare $m = m(r)$, dove poi avremo $\frac{m(r)}{M} = \frac{r^3}{R^3}$.

6.2.4 Scala temporale di Kelvin-Helmholtz e terza equazione di struttura stellare

Ci si può chiedere per quanto tempo il Sole potrebbe irradiare se l'unica fonte di energia fosse quella gravitazionale. In altre parole, se il Sole non avesse nessuna forma di produzione dell'energia al suo interno, potrebbe essere sostenuto dall'energia gravitazionale⁴⁴?

L'energia potenziale gravitazionale U di una sfera di massa M e raggio R , supponendola a densità costante, è pari a

$$U = \frac{3}{5} G \frac{M^2}{R}$$

A partire da questa possiamo calcolare la *scala temporale di Kelvin-Helmholtz*: essa è il tempo per cui una stella può brillare ad una certa luminosità L data un'energia potenziale:

$$\tau_{\text{KH}} = \frac{U}{2L} = \frac{\frac{3}{10} G \frac{M^2}{R}}{L}$$

(Nota: tale tempo è propriamente definito come il rapporto tra l'energia totale e la luminosità, ma per il teorema del viriale l'energia totale è metà di quella potenziale.)

Nel caso del Sole, sostituendo i dati si trova che il Sole potrebbe brillare per 30 milioni di anni, ma chiaramente il Sole esiste da molto più tempo.

Dunque serve una ulteriore fonte di energia. Ma prima di chiederci quale sia questa fonte, chiediamoci come l'energia si trasferirebbe nel Sole.

Supponiamo che tale fonte abbia una simmetria centrale, trovandosi entro una sfera di raggio r : da questa avremo un flusso di fotoni⁴⁵. Ogni shell interna del Sole vede il passaggio di una certa quantità di fotoni e noi possiamo misurare tale flusso nell'ultimo strato e quindi potremo dire quanto ne è stato assorbito.

Quando un flusso di fotoni attraversa uno strato, vedremo una diminuzione del numero di fotoni; come per le atmosfere stellari, si può immaginare che tale calo di fotoni sia una percentuale di ciò che è entrato:

$$\frac{dF}{F} = -\rho\kappa dr$$

Questa è la variazione di flusso della radiazione a causa dell'assorbimento in una shell di spessore dr . Il meno è dovuto alla decrescita. κ rappresenta l'assorbimento.

Qui stiamo supponendo che l'opacità non dipenda dalla frequenza: l'ipotesi è legittimata dal fatto che a temperature alte la principale fonte di assorbimento è attribuibile allo scattering Thomson, che non dipende dalla frequenza. Chiaramente negli strati più esterni (atmosfera) non sarà più vero, ma negli strati più interni ha senso. Eventualmente si può introdurre un coefficiente di opacità medio.

Bisogna inoltre sapere come la propagazione dei fotoni contribuisca al sostegno della struttura: i fotoni assorbiti dalla shell impariscono a questo strato un impulso; tale impulso per unità di tempo e di area è dato da $p = \frac{|F|}{c}$.

⁴⁴Quando l'oggetto collassa, le sue parti aumentano di velocità e dunque l'energia potenziale si converte in energia cinetica.

⁴⁵Lo deduciamo dal fatto che è ciò che vediamo alla superficie.

Il rate di incremento dell'impulso deve essere uguale alla forza netta applicata allo strato dal campo di radiazione, per la seconda legge di Newton. Questa quantità sarà riconducibile alla differenza di pressione di radiazione che il flusso di fotoni imprime alla shell (sempre per unità di area e di tempo):

$$\frac{dP_{\text{rad}}}{d\tau} = \frac{F}{c} \quad (54)$$

dove $\tau = -\kappa\rho r$, da cui

$$\frac{dP_{\text{rad}}}{dr} = -\frac{\kappa\rho F}{c} \quad (55)$$

Abbiamo visto che in condizioni di equilibrio termodinamico locale (perché man mano che ci si addentra più il campo diventa isotropo e le condizioni di LTE sono valide) la pressione si può esprimere come (Eq. (45))

$$P_{\text{rad}} = \frac{1}{3}aT^4$$

da cui derivando rispetto a r otteniamo

$$\frac{dP_{\text{rad}}}{dr} = \frac{4}{3}aT^3 \frac{dT}{dr}$$

Inoltre ricordiamo che:

$$L = 4\pi r^2 F(r)$$

dunque alla fine otterremo:

$$L = -\frac{16\pi r^2 acT^3}{3\kappa\rho} \frac{dT}{dr}$$

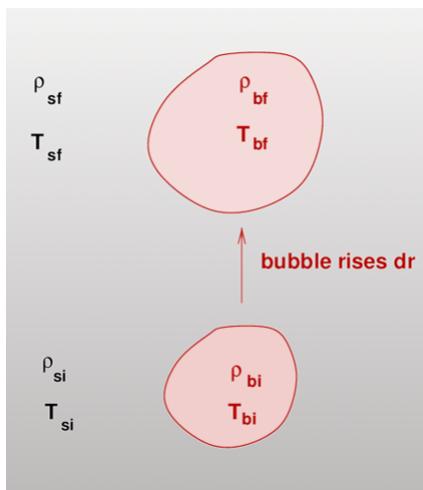
la quale ci dice che la luminosità è proporzionale al gradiente di temperatura. Invertendo l'espressione otterremo la **terza equazione della struttura stellare**

$$\frac{dT}{dr} = -\frac{3}{16\pi ac} \frac{\kappa\rho L}{T^3 r^2} \quad (56)$$

La terza equazione della struttura stellare ci dice che il gradiente di temperatura è legato alla luminosità, alla densità e alla temperatura, che sono parametri che conosciamo. Ma è anche legata all'opacità, che di fatto non conosciamo. Essa però può essere calcolata in tutti gli strati in base alla composizione chimica, temperatura e densità. Questa opacità quindi cambierà in ogni strato, ma facendo i calcoli si scoprirà che la variazione sarà piccola.

L'equazione 56 andrà bene se i protagonisti del meccanismo di trasferimento dell'energia sono i fotoni. Ma se ci fossero altri meccanismi non basati sui fotoni?

6.2.5 Convezione: quarta equazione di struttura stellare



Se nelle zone più interne la temperatura di una porzione di questo ambiente risulta più calda del resto, questa bolla salirà e si espanderà fino a raggiungere la temperatura dell'ambiente circostante. L'energia corrispondente sarà stata trasferita alla parte "in alto" dell'ambiente. Dovendosi conservare la materia, avremo un calo di un'altra bolla più fredda. Tale meccanismo di circolazione della materia è detto di *convezione*. A questo punto ci si chiede quali siano le condizioni affinché ciò accada e quanta energia trasporta. Il fenomeno più efficiente tra la radiazione e la convezione è quest'ultimo, per cui se avviene questo meccanismo la stella si raffredderà più velocemente.

⁴⁶Supponiamo di essere all'interno della stella e supponiamo che l'elemento di fluido alla temperatura T_{int} (uguale alla temperatura esterna T_{ext}) tenda a salire verso l'alto di un tratto infinitesimo dr . Salendo, si dirige verso zone a pressione minore, quindi si espande per equilibrare quest'ultima.

Dopo che è salito, si avrà $T'_{\text{int}} \neq T'_{\text{ext}}$, però ovviamente $P_{\text{int}} = P_{\text{ext}}$ ad ogni livello. La temperatura del volumetto si differenzia sempre più da quella dell'ambiente circostante, dunque l'espansione è adiabatica per ogni intervallo di tempo.

Affinché questo fluido continui a salire, esso deve trovarsi in una zona la cui densità esterna è maggiore di quella interna per via del principio di Archimede, quindi

$$\left| \frac{d\rho}{dr} \right|_{\text{ext}} < \left| \frac{d\rho}{dr} \right|_{\text{int}}$$

dove i valori assoluti sono usati perché, considerando che il fluido si muove verso l'alto, si muove verso regioni a pressione, densità e temperatura minore in quanto i gradienti sono rivolti verso il basso, quindi $\frac{d\rho}{dr}$ sarebbero negativi.

L'espressione quindi ci dice che la densità all'interno varia più velocemente di quanto varia all'esterno, così mentre l'elemento di fluido si sposta verso l'alto rimane a densità minore rispetto all'esterno. Si avrà allora

$$-\left| \frac{d\rho}{dr} \right|_{\text{ext}} > -\left| \frac{d\rho}{dr} \right|_{\text{int}} \implies \left| \frac{d\rho}{dr} \right|_{\text{ext}} > \left| \frac{d\rho}{dr} \right|_{\text{int}}$$

Facciamo una valutazione di quando questo meccanismo si verifica.

- **Fuori dalla bolla**

Supponendo che valga l'equazione dei gas perfetti, essa fornisce

$$P = \frac{k_B}{m} \rho T$$

⁴⁶Questa parte è presa dalle lezioni del prof. Pirronello.

dove $\bar{m} = \mu m_H$. Derivando:

$$\frac{dP}{dr} \Big|_{\text{ext}} = \frac{k_B}{\bar{m}} T \frac{d\rho}{dr} + \frac{k_B}{\bar{m}} \rho \frac{dT}{dr}$$

Dall'equazione dei gas perfetti si hanno:

$$\frac{k_B}{\bar{m}} T = \frac{P}{\rho} \quad \frac{k_B}{\bar{m}} \rho = \frac{P}{T}$$

Sostituendo avremo:

$$\frac{dP}{dr} \Big|_{\text{ext}} = \frac{P}{\rho} \frac{d\rho}{dr} \Big|_{\text{ext}} + \frac{P}{T} \frac{dT}{dr} \Big|_{\text{ext}}$$

da cui invertendo

$$\frac{d\rho}{dr} \Big|_{\text{ext}} = \frac{\rho}{P} \frac{dP}{dr} \Big|_{\text{ext}} - \frac{\rho}{T} \frac{dT}{dr} \Big|_{\text{ext}}$$

• Dentro la bolla

È ragionevole pensare che l'espansione della bolla sia adiabatica, da cui:

$$P = k\rho^\gamma$$

Derivando:

$$\frac{dP}{dr} \Big|_{\text{int}} = k\gamma\rho^{\gamma-1} \frac{d\rho}{dr} = \gamma k \frac{\rho^\gamma}{\rho} \frac{d\rho}{dr} \Big|_{\text{int}} = \gamma \frac{P}{\rho} \frac{d\rho}{dr} \Big|_{\text{int}}$$

da cui

$$\frac{d\rho}{dr} \Big|_{\text{int}} = \frac{1}{\gamma} \frac{\rho}{P} \frac{dP}{dr} \Big|_{\text{int}}$$

Sostituendo nella legge di Archimede avremo

$$\frac{1}{\gamma} \frac{\rho}{P} \frac{dP}{dr} \Big|_{\text{int}} < \frac{\rho}{P} \frac{dP}{dr} \Big|_{\text{ext}} - \frac{\rho}{T} \frac{dT}{dr} \Big|_{\text{ext}}$$

Mentre densità e temperatura variano tra l'interno e l'esterno in maniera considerevole, lo stesso non avviene per le pressioni: il fluido infatti si espande per bilanciare la pressione esterna. Allora, possiamo dire che le pressioni strato per strato si equilibrano velocemente e dunque

$$\frac{dP}{dr} \Big|_{\text{ext}} = \frac{dP}{dr} \Big|_{\text{int}} \equiv \frac{dP}{dr}$$

Quindi si ottiene

$$\frac{dT}{dr} \Big|_{\text{ext}} < \frac{T}{P} \left(1 - \frac{1}{\gamma}\right) \frac{dP}{dr}$$

il secondo termine è la derivata logaritmica di $T = kP^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$ (cioè è pari al rapporto tra la derivata della funzione e la funzione stessa), che è la seconda equazione di Poisson per le adiabatiche. Dunque

$$\left. \frac{dT}{dr} \right|_{\text{adi}} = \left. \frac{dT}{dr} \right|_{\text{int}} > \left. \frac{dT}{dr} \right|_{\text{ext}}$$

Supponendo che fuori dalla bolla il trasporto di energia avvenga solo per radiazione si ha

$$\left. \frac{dT}{dr} \right|_{\text{ext}} = \left. \frac{dT}{dr} \right|_{\text{rad}}$$

Se la temperatura scende nell'ambiente più rapidamente di quanto non faccia nella bolla, ossia se il gradiente esterno è maggiore di quello interno, si instaura un regime di instabilità che porta alla convezione. Per quanto detto prima si avrà

$$\left. \frac{dT}{dr} \right|_{\text{rad}} > \left. \frac{dT}{dr} \right|_{\text{adi}}$$

che è detto **criterio di Schwarzschild**. Quando accade questo fenomeno, cioè quando vediamo questo moto di massa per portare la temperatura rapidamente a zero (o valori più bassi) negli strati esterni? Quando i fotoni non riescono ad uscire, cioè quando si ha alta opacità rispetto allo strato più esterno.

Ci chiediamo allora perché negli strati più esterni l'opacità diventa bassa. Osservando infatti la superficie del Sole ci accorgiamo che ci sono piccole bolle di convezione, dunque è lecito pensare che il Sole non sia interamente convettivo.

Quello che accade, probabilmente, è che negli strati più esterni, dove dovrebbe avvenire la convezione, si hanno temperature più basse e dunque avvengono transizioni legato-legato, nelle quali i fotoni vengono assorbiti. Allora l'energia del campo di radiazione sarà convertita in cinetica, comportando il riscaldamento della materia che instaurerà un processo convettivo.

Abbiamo chiarito le condizioni per cui si crea convezione: adesso bisogna chiarire quanta energia viene trasportata. Il problema si può scindere in due parti:

- Sapere quanta energia riesce a immagazzinare un elementino di volume (in flusso). Essa è data da

$$F_{\text{conv}} = \rho v dQ = \rho v C \Delta T$$

dove C è la capacità termica e ΔT è la differenza di temperatura tra la temperatura dello strato in cui la bolla comincia la sua instabilità e quella in cui si termalizza.

- Sapere con quale velocità un elementino di volume si muove.

L'ultimo dei due punti evidenziati presenta una criticità: ci serve un modello della convezione che permetta di stimare la velocità v delle celle convettive. Includendo la rotazione delle stelle, questo è un problema tridimensionale.

Esistono delle rappresentazioni empiriche in cui si presume che le bolle abbiano una percorrenza che dipende dalla scala di pressione. Qui si parla di una sorta di lunghezza di rimescolamento, che è un parametro che è stato assunto sulla base di osservazioni e quindi il modello non è pienamente soddisfacente.

Chiediamoci adesso quale sia il modo per introdurre la generazione di energia all'interno di una stella.

La prima idea è immaginare che tale energia venga prodotta in una percentuale della massa stessa, il che non è assurdo considerando che più massa c'è, più energia può essere generata. Possiamo supporre che la luminosità sia proporzionale alla massa, ovvero

$$L \propto 4\pi r^2 \rho dr$$

Introduciamo un coefficiente di proporzionalità q che è il *rate di generazione di energia* per unità di massa

$$\frac{dL}{dr} = 4\pi r^2 \rho q \quad (57)$$

Questa è la **quarta equazione della struttura stellare**, sotto l'ipotesi di essere in equilibrio termodinamico.

Le quattro equazioni appena ricavate codificano il problema della struttura stellare. Ad esse vanno affiancate l'equazione di stato dei gas, un'equazione dell'opacità e il coefficiente di assorbimento dell'energia.

6.2.6 Che tipo di energia? Fusione nucleare

Trattando la scala temporale di Kelvin-Helmholtz abbiamo visto che l'energia gravitazionale non sarebbe sufficiente a mantenere il Sole con la luminosità che conosciamo per un certo periodo di tempo.

Il processo più efficiente per la produzione di energia è la *fusione nucleare*.

Per esempio, se da quattro nuclei di H si genera un nucleo di He, avremo un difetto di massa che corrisponde a un'energia $\Delta E = 27$ MeV. Questi processi di fusione sono reazioni esoenergetiche. Infatti come già sappiamo tutte le reazioni verso il ferro sono esoenergetiche quindi nelle stelle per fusione si possono ottenere tutti gli elementi fino al ferro. Dato che l'H domina nella composizione, è ragionevole pensare che il meccanismo primario per la produzione di energia sia la fusione di idrogeno.

Ma rimane il problema del fatto che i nuclei di idrogeno, avendo la stessa carica elettrica, si pensa che non riescano a raggiungersi in distanze dell'ordine del raggio atomico. La temperatura affinché la velocità sia tale da raggiungere questa condizione è dell'ordine di 10^{10} K.

$$E = \frac{3}{2} k_B T \quad E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r_0}$$

$$T = \frac{1}{6\pi k_B \epsilon_0} \frac{e^2}{r_0} \simeq 10^{10} \text{K}$$

Proviamo a stimare la temperatura centrale del Sole; conosciamo la densità media e la pressione al centro, ponendo $\bar{\mu}$ uguale al peso medio molecolare (per l'idrogeno ionizzato è circa 0.5), usando l'equazione dei gas perfetti avremo

$$T_c = \frac{\bar{\mu} m_H}{\bar{\rho}} \frac{P_c}{k_B} \simeq 10^7 \text{K}$$

Dunque il Sole non è abbastanza caldo.

Il quesito fu risolto guardando al processo del decadimento α , che è il processo inverso.

Gamow suppose che si riesce a superare la barriera classica del potenziale coulombiano grazie al fenomeno dell'effetto tunnel. La probabilità che una particella con velocità v superi la barriera è data da

$$P(v) = e^{-2\pi\eta} \quad \text{dove} \quad \eta = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{Z_1 Z_2}{\hbar v}$$

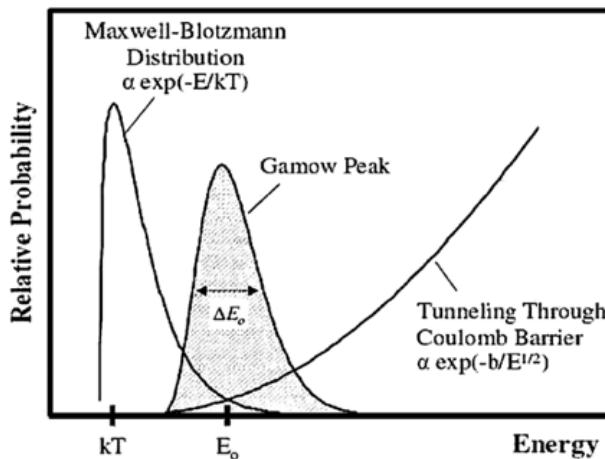
La distribuzione maxwelliana di velocità è

$$t(v) = \left(\frac{m}{2\pi k_B T} \right)^{3/2} 4\pi v^2 e^{-\frac{mv^2}{2k_B T}}$$

dunque la probabilità di avere la velocità che ci serve sarebbe molto più bassa. Considerando l'effetto tunnel invece la probabilità è non nulla

$$P \propto e^{(-T/T_0)^{-1/3}} \quad T_0 = \left(\frac{3}{2} \right)^3 \left(\frac{4\pi^2 Z_1 Z_2}{h} \right)^2 \left(\frac{m}{k_B} \right)$$

per cui si avrà un numero di reazioni sufficientemente alto per avere un rate di produzione di energia come quello osservato dalla luminosità

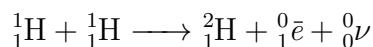


Il picco di Gamow in figura rappresenta l'energia alla quale avverrà la reazione. Esso è dato dal prodotto della maxwelliana per la probabilità di penetrazione.

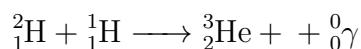
6.2.7 Reazioni più frequenti

Naturalmente le reazioni più frequenti sono quelle che coinvolgono H e He, cioè gli elementi maggiormente presenti.

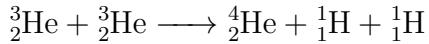
- **Ciclo protone-protone (PP):** due nuclei di idrogeno danno origine a un deuterio con l'emissione di un positrone e di un neutrino



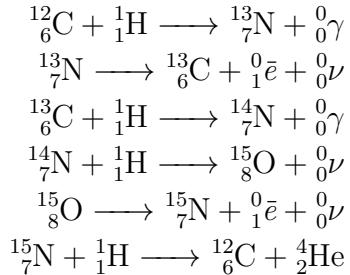
Il deuterio può unirsi ad un altro idrogeno, dando luogo ${}^3_2\text{He}$ ed emettendo un γ (quindi un fotone)



A loro volta due atomi di ^3_2He possono dare luogo ad ^4_2He e a due nuovi atomi di idrogeno che rientrano nel ciclo



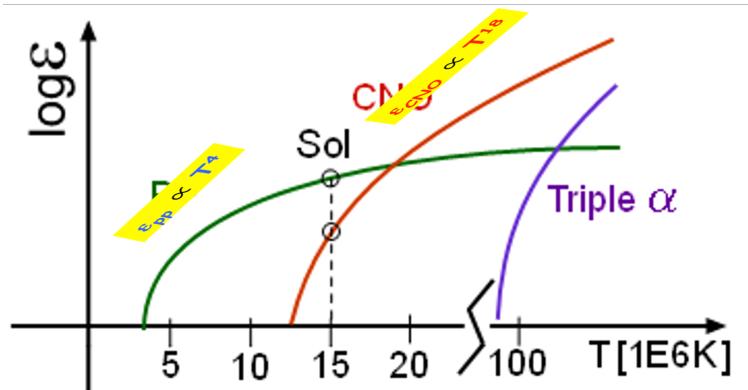
- **Ciclo CNO:** ove fossero presenti C, N, O, essi fungono da catalizzatori e non vengono alterati in abbondanza



- **Ciclo 3α :** due nuclei di elio si uniscono per formare un berillio e producendo un γ



Il berillio incontra un altro atomo di elio e produce un carbonio e un γ



Queste reazioni avvengono con varie probabilità: la catena PP è possibile a basse temperature, quando ancora H e C non riescono a fondersi (il picco di Gamow è spostato a temperature più alte); nel caso del Sole (di cui si stima una temperatura del nucleo pari a 15 milioni di gradi) è possibile. A queste temperature è anche possibile che avvenga il CNO ma con minore efficienza. Infatti l'energia prodotto dal ciclo PP ha un andamento che va con T^4 , quella del ciclo CNO va come T^{18} . La 3α invece avviene a temperature molto più alte.

Nota: La radiazione che noi vediamo è prodotta a partire dai γ . Noi però vediamo lo spettro nel visibile: i fotoni devono attraversare il Sole interagendo con la materia e trasferendole energia; ciò porta a una termalizzazione del campo di radiazione fino ad avere un ambiente dove vale l'equilibrio termodinamico locale. Quindi noi vedremo la planckiana che ha quella temperatura e non lo spettro picciato dei fotoni.

6.2.8 Risoluzione delle equazioni di struttura stellare

Le equazioni trovate nei paragrafi precedenti sono risolubili solo numericamente e dipendono da una serie di ipotesi.

Per le soluzioni analitiche bisogna assumere che il Sole sia un politropo, cioè che la pressione vada con densità elevata a γ .

Numericamente invece la soluzione dipende dalla massa della stella e la sua composizione chimica.

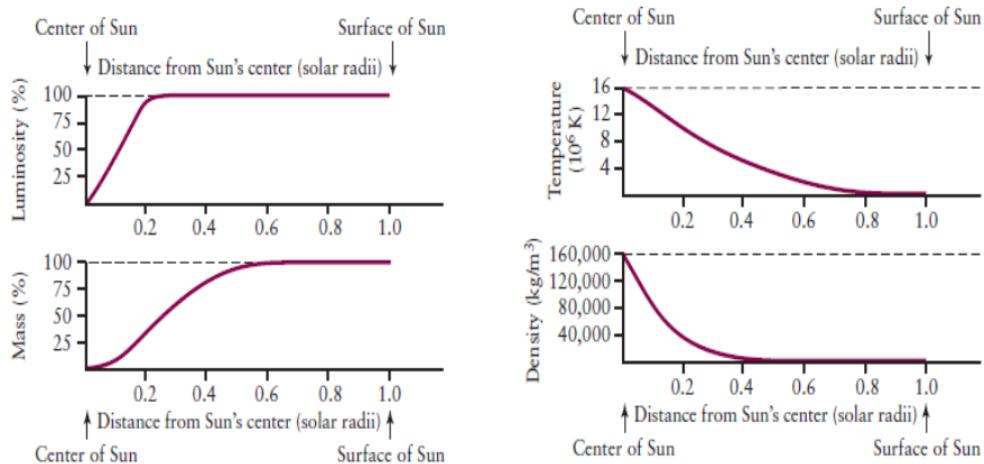
Come condizioni al contorno poniamo

$$\begin{cases} M(r = 0) = 0 \\ L(r = 0) = 0 \\ \rho(\text{superficie}) = \rho(\text{otosfera}) \\ T(\text{superficie}) = T(\text{otosfera}) \end{cases}$$

In particolare le ultime due quantità possono considerarsi zero perché piccole rispetto a $\rho(0)$ e $T(0)$ (tali grandezze sono massime al centro). Inoltre per superficie non si intende solo lo strato più esterno ma gli strati più esterni. Si assume inoltre che la composizione chimica della stella sia quella osservata.

Ci serviranno due parametri: il coefficiente di opacità e quello di produzione di energia (precedentemente indicato con q , d'ora in poi potremmo trovarlo con ε). Si useranno anche le equazioni di stato. Se si mettessero delle ipotesi diverse, le equazioni si potrebbero anche integrare (per esempio con un'opacità meno dettagliata).

I risultati ottenuti sono i seguenti:



6.2.9 E se fosse tutto un'invenzione? I neutrini solari

E se tutto quello che abbiamo detto fin ora fosse un'invenzione? Il dubbio è ragionevole perché non esiste la prova che queste equazioni abbiano soluzione unica.

Le oscillazioni solari (variazioni di luminosità in periodi molto brevi), che hanno un periodo di circa 6 minuti, impongono che il Sole sia una cavità e quindi corroborano la nostra tesi.

Un'altra prova sta nel fatto che per tale modello abbiamo bisogno di una certa energia: tale produzione di energia, oltre a produrre i fotoni che sostengono la struttura del Sole,

produce anche neutrini. Tale fatto è una verifica del modello scorporata dal modello stesso



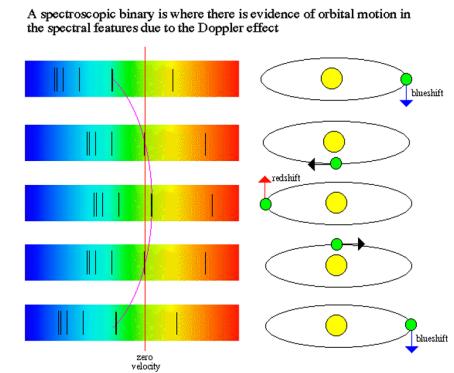
I neutrini riescono a quasi non interagire con la materia e, quando furono misurati per la prima volta, erano 1/3 di quelli attesi, poi in realtà si capì che il neutrino cambia nel raggiungere la Terra. Le misure sono state realizzate con il Super Kamiokande, un telescopio di neutrini solari che sfrutta la radiazione Cherenkov dei neutrini in acqua.

6.3 Estensione del modello dal Sole alle altre stelle

Come facciamo a estendere il calcolo della struttura al resto delle stelle? Il Sole è un oggetto di cui conosciamo tutte queste informazioni perché è vicino; in generale, per verificare un modello, ci servirebbe quanto meno capire se alla superficie c'è una consistenza dei vari parametri (ad es massa, raggio, luminosità).

Gli unici oggetti che possono essere utilizzati sono i sistemi binari, costituiti da due stelle che orbitano. La percentuale di questi sistemi è consistente: per le stelle di grande massa sono binari circa il 50% di tali sistemi, per quanto riguarda le stelle come il Sole ci aggiriamo intorno al 44%.

Per i sistemi binari ci è possibile misurarne il periodo di rotazione e la masse, ma si possono ottenere anche degli spettri: si ottengono delle righe spettrali che però sono soggette ad effetto Doppler, e quindi mostreranno uno shift positivo e uno negativo in maniera periodica.



La spettroscopia, come abbiamo visto in maniera ampia, ci permette di ottenere parametri come la temperatura e il raggio. Il raggio può essere misurato anche mediante fenomeni di eclissi.

6.3.1 Stelle di sequenza principale

Risolvendo l'equazione della struttura stellare per una stella dominata da idrogeno, veniva fuori la sequenza principale del diagramma H-R.

Ciò fa pensare che l'impianto sia corretto. Ci possono essere anche degli errori, poiché bisogna ricordare le approssimazioni che abbiamo fatto in origine.

Supponendo anche di conoscere la massa e la luminosità di un sistema di stelle, le misure si allineano con la seguente relazione

$$L \propto M^{3.5}$$

Tale relazione osservativa può essere utilizzata come un test della bontà delle equazioni per la struttura interna delle stelle.

Dall'equazione dell'equilibrio idrostatico (53) si ha, ponendo $\rho = \frac{M}{R^3}$ e integrando in dr tra 0 e R_s :

$$\begin{aligned} -P_c &= \int_0^{R_s} dP = - \int_0^{R_s} \frac{Gm(r)}{r^2} \rho(r) dr \simeq -G \frac{4\pi\rho^2}{3} \int_0^{R_s} r dr \simeq \\ &\simeq -\frac{1}{2} \frac{G\rho M}{R} \\ \implies P_c &\propto G \frac{M^2}{R^4} \end{aligned}$$

Inoltre, dall'equazione di stato si può ottenere

$$T \propto \frac{P}{\rho} \implies T_c \propto \frac{M^2 R^3}{R^4 M} = \frac{M}{R}$$

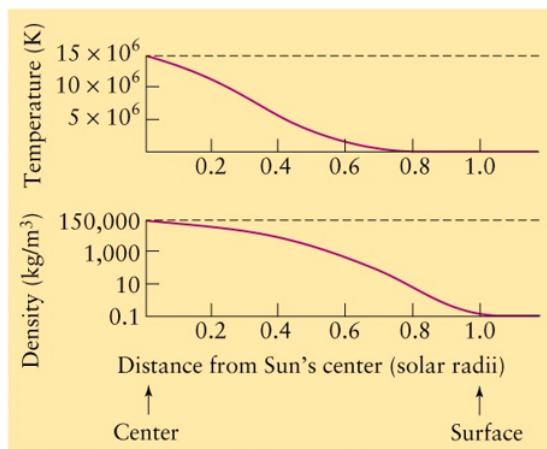
Andando a sostituire nell'equazione 56 otteniamo

$$\frac{M}{R^2} \propto \frac{\frac{M}{R^3}}{R^2 \left(\frac{M}{R}\right)^3} L \implies L \propto M^3$$

Come vediamo, le nostre ipotesi rispecchiano quasi esattamente i dati sperimentali. Tutto ciò vale per le stelle che brucano idrogeno.

6.3.2 Stelle di massa simile al Sole

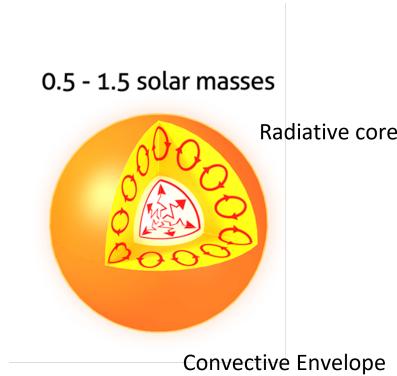
Supponendo che bruci solo idrogeno (catena PP) si ottengono i seguenti risultati per temperatura e densità:



Il modello da noi calcolato dice che, da un certo punto in poi, non si ha più trasporto radiativo ma convettivo: la temperatura al centro è alta e i fotoni riescono a passare, poi

la temperatura scende e si ha una ricombinazione della materia tale da fare aumentare l'opacità e impedire il passaggio di fotoni.

Dunque è ragionevole supporre che, per stelle che vanno dalle 0.5 alle 1.5 masse solari, si abbia un *core* radiativo e un involucro convettivo.



6.3.3 Nane brune

Se la massa della stella è $M < 0.08M_{\odot}$, non brucia più l'idrogeno (serve una temperatura minima affinché il bruciamento di idrogeno sia efficiente a sostenere la struttura stellare e quindi anche una massa minima). Per masse tali che

$$0.013M_{\odot} < M < 0.08M_{\odot}$$

può bruciare il deuterio. Tali stelle prendono il nome di *nane brune*. Sono stelle di tipo spettrale L-T *molto late* (con "late" letto in inglese), cioè di temperatura bassa. Sono poco visibili e se ce ne dovessero essere tante potrebbero spiegare alcune anomalie riguardanti la galassia (come per esempio la massa che non riusciamo a trovare). Si trovano in basso a destra nel diagramma H-R.

6.3.4 Stelle con massa inferiore a 0.5 masse solari

Su queste stelle, ciò che si può dire è che la temperatura è così bassa che i fotoni non sono efficienti come sistemi di trasferimento di energia: tutta la stella è convettiva.

6.3.5 Stelle di massa elevata, in particolare superiore a 1.5 masse solari

Da queste equazioni si vede che esiste un limite inferiore alla massa delle stelle, che consente il bruciamento dell'idrogeno. Di contro esiste anche un limite superiore alla massa delle stelle, dato dalla pressione di radiazione. Questa pressione può trasferire impulso alla materia e spingerla fuori. Affinché ci sia equilibrio serve che la pressione di radiazione non superi il contributo gravitazionale, dunque

$$aT^4 \leq G \frac{Mm}{r^2}$$

Supponendo che la stella bruci idrogeno e considerando dominante lo scattering Thomson, si può stabilire il cosiddetto *limite di Eddington*, che afferma che la massa di una stella deve soddisfare la relazione

$$M < 90M_{\odot}$$

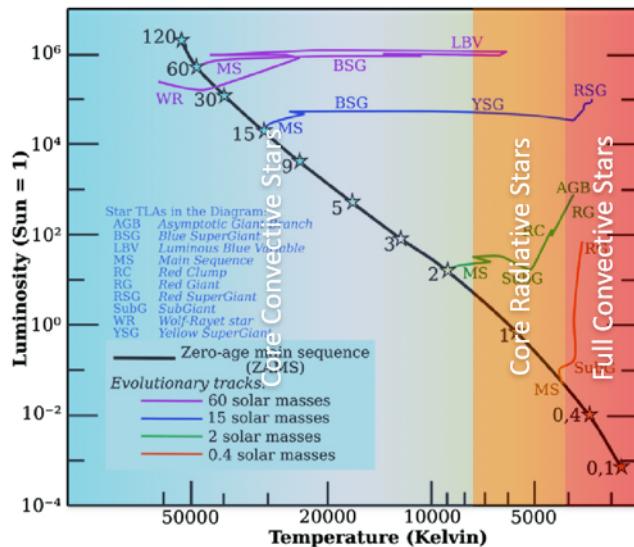
altrimenti la temperatura al centro sarebbe così elevata da produrre un flusso di fotoni tale da spazzare via la stella stessa.

Ciò non significa che oggi non siano state identificate stelle più massive, ma sono stelle evolute dove non si brucia più idrogeno.

6.3.6 Classificazione sommaria delle stelle

Ricapitolando:

- Per stelle con massa $M < 0.5M_{\odot}$ la temperatura è così bassa in tutta la stella che i fotoni non sono efficienti come sistema di trasferimento dell'energia, per cui la stella è interamente convettiva (stelle rimanenti, in particolare le stelle L, T rientrano nelle nane brune).
- Per stelle con massa $0.5M_{\odot} < M < 1.5M_{\odot}$ come il Sole il nucleo radiativo, involucro convettivo (stelle F, G, K);
- Per le stelle con $M > 1.5M_{\odot}$, la produzione di energia nel *core* è così elevata da creare un enorme flusso di fotoni, talmente alto che non riescono a uscire e la materia assorbe tutto quel che viene prodotto: il nucleo è convettivo. Nella parte più esterna invece si ha un meccanismo radiativo. Incide anche la differenza di densità di materia su una stella di grande massa: qui gli elettroni sono vicinissimi tra di loro (stelle O, B, A e parte delle F);



Il diagramma H-R si può anche così schematizzare, in base alla luminosità:

- *Giganti*: sono stelle di grande luminosità e vanno dalla classe di luminosità III a I. Si possono suddividere ulteriormente in:
 - *Supergiganti*: classe I;

- *Giganti brillanti*: classe II;
- *Giganti*: classe III;
- *Subgiganti*: sono di classe IV, rappresentano la via di mezzo tra giganti e sequenza principale;
- *Sequenza principale*: classe V;
- *Nane bianche*: sono stelle con bassa luminosità e altissima densità.

6.4 Evoluzione stellare

Il modello sin ora discusso non è in grado di spiegare le giganti e le nane. Questo perché le reazioni nucleari che abbiamo analizzato fin adesso inducono un cambiamento della composizione chimica, quindi è come se dovessimo risolvere le equazioni della struttura stellare assumendo una certa composizione chimica e, dopo aver trovato una soluzione, ammettere che tale composizione è cambiata e quindi dover ricalcolare tutto. Ciò è necessario poiché ci sono svariate reazioni nucleari.

Quando cambia la composizione chimica cambiano sia la densità che l'opacità, quindi servono una nuova ρ e una nuova κ . Ad ogni istante, dovremmo capire come cambia la composizione chimica e quindi dobbiamo chiederci quali sono tutti i possibili processi che riescono a trasformare gli atomi (per esempio aggiungendo protoni e neutroni possiamo cambiare l'atomo, oppure può esserci fotodisintegrazione⁴⁷).

Quello che si fa è partire con una certa composizione chimica a $t = t_0$, troviamo l'equilibrio, calcoliamo le conseguenze delle reazioni nucleari e poi ricalcoliamo il modello a $t = t_1$ con la nuova composizione chimica e così via in maniera iterativa. Poiché la stella cambia nel tempo, si parla dunque di *evoluzione stellare*.

Ci chiediamo allora se effettivamente possiamo spiegare l'evoluzione stellare in termini di evoluzione chimica.

Partiamo dall'evoluzione di stelle di massa piccola, come il Sole. Noi conosciamo l'andamento di temperatura e densità e sappiamo che ha un nucleo radiativo e un inviluppo convettivo. L'elio che si produce nel nucleo, essendo più pesante dell'idrogeno, si addenserà al centro creando una zona di altissima densità (il core), dunque apparentemente sta scendendo la pressione (chiaramente non è possibile perché la pressione del nucleo di elio deve essere uguale alla pressione dell'ambiente di idrogeno attorno). L'idrogeno, a questo punto, sta bruciando attorno a questa zona.

Cosa accade? L'idrogeno brucia inizialmente al centro, dove la temperatura è più alta, poi man mano in shell più lontane e quindi la produzione di energia si sposta verso l'esterno, tanto che la stella diventa più luminosa e aumenta un po' la temperatura. Quello che succede nel diagramma è che la stella, man mano che brucia idrogeno e lo converte in elio, diventa un oggetto di temperatura e luminosità sempre maggiori.

Per quanto riguarda stelle con masse alte, con nucleo convettivo, l'idrogeno non vede l'elio accumularsi, ma si mischiano a causa della convezione, dunque il bruciamento dell'idrogeno non avviene in una shell che circonda un nucleo di elio, ma avverrà nello

⁴⁷Fotodisintegrazione di tutti i nuclei pesanti: la temperatura diventa così alta che i fotoni termici sono in grado di spaccare tutti i nuclei pesanti presenti nel nucleo stellare, ritrasformandoli in protoni e neutroni.

stesso spazio. Quindi quello che accade è che si ha una variazione della pressione all'interno del nucleo che coinvolge tutto la regione in cui avviene il bruciamento e si ha un aumento dell'elio. Dopo un certo tempo tutta la zona convettiva si sarà convertita. Dunque, mentre prima si aveva un aumento di luminosità e temperatura dell'oggetto, in questo caso tutta la regione di bruciamento rimarrà inalterata (subirà una compressione a causa della trasformazione in elio) e qui si ha una diminuzione della temperatura nonostante un aumento della luminosità.

6.4.1 Vita nella sequenza principale

Quanto tempo una stella rimane in sequenza principale dipende dalla sua massa. Se immaginiamo che tale durata dipende dalla capacità di convertire la massa della stella in luminosità secondo un coefficiente di efficienza f

$$t = \frac{f M c^2}{L}$$

Ricordando inoltre che $L \propto M^{3.5}$, andando a sostituire otterremo

$$t \propto M^{-2.5}$$

dunque una stella rimane in sequenza principale tanto meno quanto più è massiva. Per esempio, il Sole con questo calcolo dovrebbe rimanere nella sequenza principale 12 miliardi di anni; una stella con massa pari a metà di quella del Sole permarrà nella sequenza principale per 70 miliardi di anni; infine, una stella di massa pari a 25 masse solari rimane nella sequenza principale per 4 milioni di anni, per questo ce n'è poche. Quindi più è piccola una stella, meno energia consuma.

Quello che noi immaginiamo dovesse essere, nel diagramma H-R, la posizione delle stelle di puro idrogeno, è una linea che viene detta *zero age main sequence* (ZAMS), perché immaginiamo che siano appena nate. Lo spessore della sequenza principale è dovuto all'invecchiare delle stelle, infatti le stelle calde hanno una maggiore dispersione, quelle di piccola massa sono alla ZAMS. La maggiore dispersione delle stelle calde che noi conosciamo è detta *terminal age main sequence*.

6.4.2 Ancora sulla struttura stellare

Abbiamo parlato delle equazioni della struttura delle stelle, abbiamo detto che esiste la possibilità di creare un set di equazioni differenziali che possono essere risolte per ricavare l'andamento dei parametri termodinamici all'interno delle stelle, ad esempio, in funzione del raggio. Queste equazioni, come tutte le equazioni che cercano di spiegare un fenomeno, devono fornire delle osservabili, cioè delle quantità con cui possono essere verificate. Nel caso delle stelle le osservabili sono la luminosità, la massa, il loro raggio e, ad esempio, la temperatura superficiale. Possiamo misurare tutti questi parametri per il Sole e per le stelle dei sistemi binari e possiamo produrre un diagramma HR in cui ogni stella, avendo la possibilità di misurarne luminosità e temperatura, occupa una posizione. Le stelle sono distribuite nel diagramma in fasce e i modelli, costruiti nell'ipotesi che le stelle brucino idrogeno nei loro nuclei, spiegano perfettamente la sequenza principale. Infatti il modello prevede la formazione di questa linea continua che spiega il comportamento delle stelle.

Quello che accade nelle stelle è che si convertono alcune specie chimiche in altre, generando l'energia capace di sostenere la struttura della stella che altrimenti sarebbe destinata a collassare, quindi la composizione chimica della stella cambia nel tempo. Le equazioni della struttura stellare valgono a composizione chimica costante e risolvono la struttura della stella ad un certo istante, in quanto cambiando la composizione chimica della stella cambia anche, ad esempio, la forma di generazione dell'energia. Se ad esempio si consumasse tutto l'idrogeno diventando elio, i metodi di produzione dell'energia cambierebbero e quindi si dovrebbe modificare il coefficiente di produzione dell'energia nelle equazioni di generazione dell'energia.

Questo accade in generale con tutti gli elementi, dentro le stelle si producono elementi in vario modo in quanto i nuclei interagiscono e si trasformano. Le equazioni della struttura stellare dunque sono vere a tempo fissato, ossia a composizione chimica fissa. Non appena si risolvono e si identifica la struttura della stella, si deve variare la composizione chimica nella stella e con questa i rispettivi parametri nell'equazione. Per esempio, la conversione di quattro nuclei di idrogeno in 1 nucleo di elio ridurrà il numero di particelle e di conseguenza la pressione del gas, proporzionale al numero di particelle, diminuirà. Per compensare questa diminuzione della pressione del gas, sempre nelle equazioni, si potrebbe ad esempio aumentare la temperatura, quindi magari aumentare la quantità di energia prodotta.

Un set di equazioni dunque va bene per fare una fotografia e contemporaneamente ci si deve chiedere come gli elementi si modifichino, introducendo una nuova equazione nel set e ricalcolando. Il processo è di tipo iterativo: si fissa il tempo, si risolve l'equazione, ci si chiede come è cambiata la composizione chimica e si costruisce un nuovo set di equazioni con la nuova composizione. Tutto questo si dice evoluzione stellare.

L'evoluzione stellare, dal punto di vista del calcolo, è semplicemente una soluzione delle equazioni della struttura stellare al cambiare della composizione chimica. Cosa accade a una stella quando questo succede?

Abbiamo detto che la struttura interna delle stelle in termini di trasporto dell'energia dipende dalla massa della stella stessa, per esempio nelle stelle di tipo solare abbiamo un nucleo radiativo circondato da un nucleo convettivo. Nel caso del Sole la soluzione dell'equazione prevede che si abbia una temperatura interna di 16 milioni di gradi, il che è confermato dal fatto che questa temperatura è data da una certa produzione di elio a cui associamo la produzione di una certa quantità di neutrini che effettivamente misuriamo. Dunque siamo confidenti che questi risultati siano veri in quanto riproducono tante grandezze, non soltanto quelle visibili, come la massa, il raggio e la luminosità, che effettivamente vengono osservate.

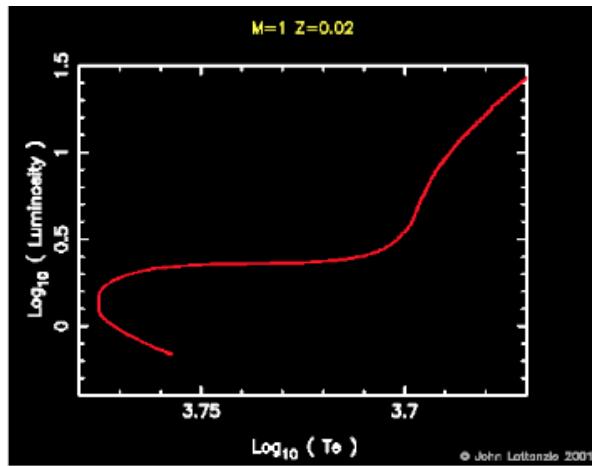
Siamo in una catena di produzione dell'energia legata all'idrogeno che cresce all'aumentare della temperatura della regione della stella in cui avvengono le reazioni di fusione nucleare. La temperatura però è un parametro necessario a compensare il peso della colonna di stella, in massa, che preme verso il centro, in quanto il gas deve generare una pressione gassosa tale da sostenere idrostaticamente il peso della massa sopra. Ciò che è facile intuire, e che i calcoli mostrano, è che più è piccola la stella, dunque meno massa ha la stella, più bassa sarà la temperatura nel suo centro. Quindi, man mano che la massa diminuisce, la temperatura diminuisce e si può avere un valore di temperatura tale che non si abbia il bruciamento dell'idrogeno: esiste quindi una massa limite delle stelle sotto la quale una massa autogravitante non può essere di una stella (8/100 di

masse solari). I pianeti non sono stelle, non producono energia perché la loro massa non è sufficiente.

Come evolve una stella come il Sole dipende quindi da come è costituita la sua struttura interna. Al centro del Sole viene prodotto elio a partire dall'idrogeno, non ci sono moti di massa. La stella è più calda al centro rispetto alle zone periferiche, la produzione di energia è più alta dove la temperatura è più alta e quindi al centro del sole viene prodotto più elio di quanto non ne sia prodotto negli strati più esterni.

Quello che accade è che man mano che il sole evolve si forma un nucleo di elio attorno al quale si crea un guscio di materia che brucia idrogeno. Il Sole inizialmente era una sfera omogenea di idrogeno e poi con il tempo si è formata una sfera di elio. Questa zona non ha una temperatura abbastanza alta da innescare il bruciamento dell'elio in carbonio (16 milioni di gradi invece di 100). Si ha quindi un accumulo di elio allo scorrere del tempo. Questo nucleo di elio però non è inerte, partecipa alla struttura della stella: man mano che viene formato tende a collassare, per cui si ha una certa produzione di energia a partire dall'energia gravitazionale di collasso dell'elio. Attorno a questo abbiamo una shell di idrogeno che brucia, producendo l'energia necessaria a sostenere la stella e altro elio che si accumula. Più elio si accumula, più questo collassa e più la shell di idrogeno si allontana dal centro geometrico della stella.

Durante questo processo le sue dimensioni in termini di raggio e la sua luminosità cambiano. Dal punto di vista osservativo cambia la temperatura della stella e la luminosità.



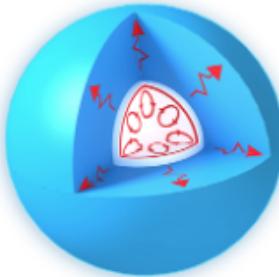
(In figura: Andamento luminosità-temperatura nel tempo per una stella di piccole dimensioni.)

Con l'aumentare della temperatura della stella questa si sposta a sinistra nel diagramma HR lungo la sequenza principale.

Cosa accade per una stella totalmente convettiva? Il nucleo non è isotermo ma vi è rimescolamento di materia. Quello che accade quando in un punto qualunque di questa regione viene prodotto elio, questo si sposta per effetto dei moti di massa. A differenza delle stelle di piccola massa, per le stelle di grande massa si ha un nucleo a composizione chimica costante ed il bruciamento accade in tutti i luoghi allo stesso modo: non si formano nuclei di elio e shell di idrogeno, abbiamo un bruciamento omogeneo. Dal punto di vista osservativo ciò corrisponde ad una temperatura costante e un aumento della luminosità.

Questo è il momento in cui la stella è sostenuta dal bruciamento dell'idrogeno in elio sia per stelle di piccole che di grande massa. Finché c'è la convezione tutto il nucleo resta omogeneo.

> 1.5 solar masses



Questi processi di bruciamento hanno una durata, quanto tempo impiega una stella a bruciare tutto l'idrogeno al centro? Ciò è importante perché quando la stella esaurirà l'idrogeno ovviamente prevarranno le forze gravitazionali e la stella comincerà a collassare. La durata del bruciamento dell'idrogeno nelle stelle dipende dalla massa della stella: più una stella è grande più energia dovrà produrre e più rapidamente consumerà il suo idrogeno. Il tempo in cui una stella brucia idrogeno è proporzionale alla sua massa, visto che la produzione di energia è una forma di conversione della massa per una certa efficienza del sistema e se dividiamo questa energia per la luminosità prodotta, abbiamo una stima del tempo di permanenza della stella sulla sequenza principale, che è la regione del diagramma HR dove le stelle bruciano idrogeno al centro. Dato che la $L \propto M^{3.5}$ viene fuori che la durata di questo processo è ancora proporzionale alla massa

$$t \propto M^{-2.5}$$

table 21-1 Approximate Main-Sequence Lifetimes				
Mass (M _⊕)	Surface temperature (K)	Spectral class	Luminosity (L _⊕)	Main-sequence lifetime (10 ⁶ years)
25	35,000	O	80,000	4
15	30,000	B	10,000	15
3	11,000	A	60	800
1.5	7000	F	5	4500
1.0	6000	G	1	12,000
0.75	5000	K	0.5	25,000
0.50	4000	M	0.03	70,000

The main-sequence lifetimes were estimated using the relationship $t \propto 1/M^{2.5}$ (see Box 21-2).

In questa tabella sono riportate informazioni sulla vita delle stelle in modo da avere un'idea della durata. Ad esempio, il Sole ha un tempo stimato di 10 miliardi di anni. Nota: l'età stimata dell'universo è 13 miliardi di anni.

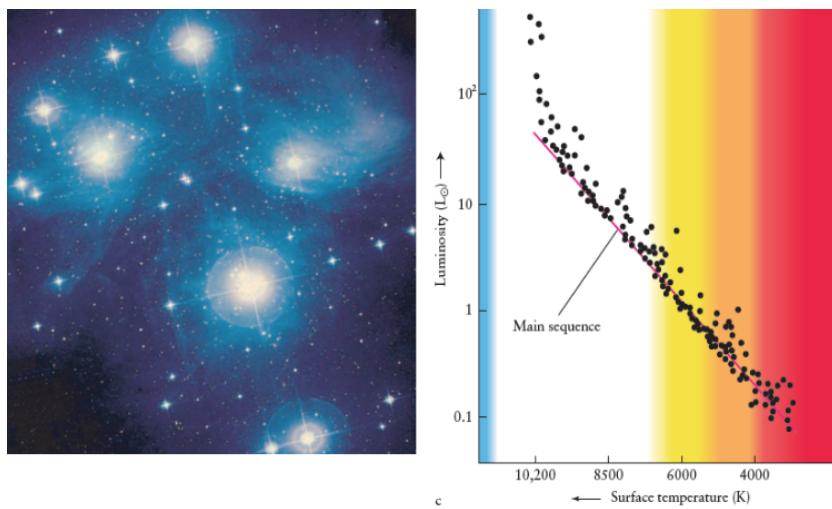
Da questi numeri si spiega perché la sequenza principale del diagramma HR ha questa forma in cui lo spread dei dati a parità di temperatura è molto piccolo per le stelle di piccola massa e sempre più grande per quelle di grande massa. Le stelle di grande

massa evolvono rapidamente, dunque queste si possono vedere al momento in cui si formano ed in quello in cui esauriscono l'idrogeno al centro, dato che vi rimangono solamente 4 milioni di anni. Per quanto riguarda le stelle più piccole, che evolvono ogni 70 miliardi di anni, possiamo osservarle solo appena nate, quando sono tutte nella medesima condizione.

Definiamo nel diagramma HR, per quanto riguarda la sequenza principale, un inviluppo più basso come la "zero age main sequence". Immaginiamo che una stella si trovi nella parte più bassa ha appena cominciato a bruciare idrogeno e quindi la sua luminosità sia bassa. Con il passare del tempo la stella si sposterà verso l'alto nel diagramma. Quindi andando verso l'alto a parità di temperatura ci sarebbe l'invecchiare delle stelle di uguale massa.

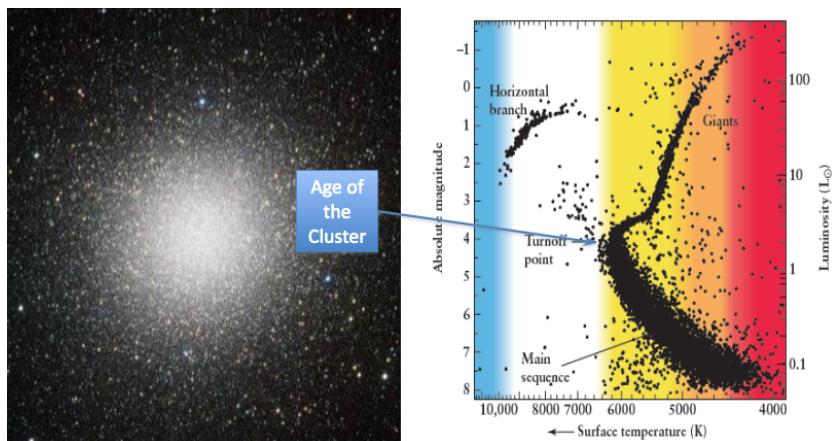
Definiamo la parte terminale della sequenza principale come "terminal age main sequence", con cui ci si riferisce alla fase finale del processo di bruciamento.

Il diagramma HR è stato realizzato a partire dai dati osservativi di gruppi di stelle, come la costellazione delle Pleiadi.



In figura è mostrato il diagramma HR relativo alla costellazione delle Pleiadi. In queste non ci sono supergiganti, giganti o nane bianche, si osservano tutte le temperature.

Ragioniamo ora sul diagramma HR di un altro gruppo di stelle, quelle che compongono l'ammasso globulare M55:



Qui vediamo che vi è una sequenza principale interrotta ed il comparire di stelle giganti. Interpretiamo tutto questo con il fatto che le stelle di grande massa evolvono rapidamente al contrario di quelle di piccola massa, dunque questo ammasso globulare è un ammasso vecchio. Le stelle dell'ammasso si sono formate tutte insieme e le stelle di grande massa si sono consumate, sono rimaste solo quelle di piccola massa. Nel caso delle Pleiadi tutto l'ammasso è formato da stelle molto giovani, tanto che anche quelle di grande massa si osservano ancora in sequenza principale.

Dunque se si realizzano diagrammi HR per stelle che pensiamo essere legate tra di loro perché magari si sono formate tutte allo stesso momento e sono nello stesso luogo, il diagramma permette di datare le stelle in maniera collettiva.

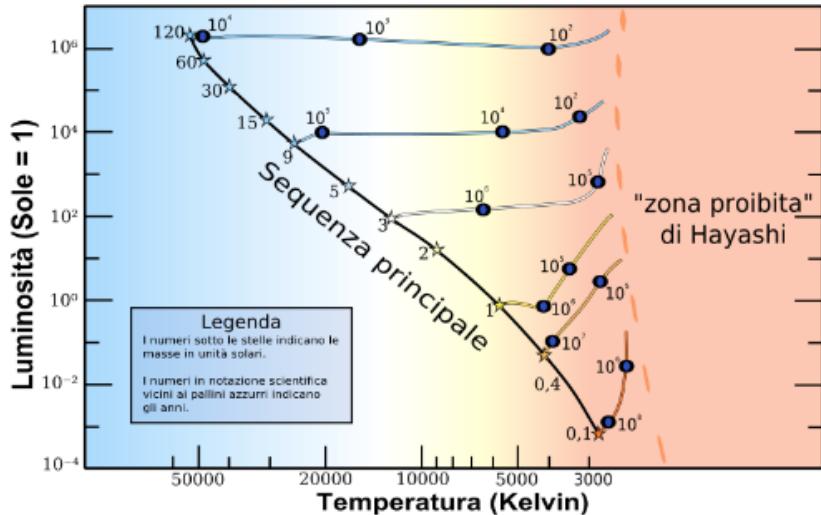
6.4.3 Evoluzione di Post-sequenza principale

Quando l'idrogeno al centro è stato consumato comincia quella che in astrofisica viene definita evoluzione di Post-sequenza principale. Cerchiamo di capire se tutto questo, così come successo per lo spread del diagramma HR, è una conseguenza dell'evoluzione stellare.

Per farlo dobbiamo capire cosa accade alle stelle dopo che hanno terminato di bruciare idrogeno al centro. Tutte queste conoscenze sono il risultato di osservazioni e calcoli: si trova che terminato l'idrogeno al centro si hanno due fenomeni diversi a seconda della massa della stella. Si ha il nucleo di elio e uno shell di idrogeno che brucia, bruciando produce nuovo elio che si accumula al precedente e il sistema aumenta di energia per collasso gravitazionale. Lo strato di idrogeno che sta bruciando si allontana dal centro geometrico della stella e gli strati più esterni sono costretti a smaltire la produzione di energia in un ambiente la cui temperatura deve essere molto bassa (qualche migliaio di gradi, mentre all'interno milioni). In conseguenza a ciò c'è una forte opacità, per cui per smaltire un flusso di fotoni si innesca la convezione: gli strati più esterni delle stelle nella fase di post-sequenza sono tutti totalmente convettivi e tendono ad espandersi. Questo fa sì che per le stelle di grande massa l'espansione produce una diminuzione della temperatura ed una conseguente diminuzione della luminosità, mentre per le stelle di piccola massa la luminosità si mantiene costante, anche se la temperatura scende. Questa fase fa sì che le stelle evolvano nel diagramma HR allontanandosi dalla sequenza principale spostandosi verso il ramo⁴⁸ delle **subgiganti**.

Le stelle rimangono nella fase di subgiganti fino a quando l'inviluppo esterno non diventa totalmente convettivo, ovvero riesce a smaltire l'energia con la convezione, il sistema di trasporto dell'energia più efficiente. A questo punto la temperatura non varierà di molto; avremo soltanto un cambiamento di luminosità dovuto allo spostamento degli shell di idrogeno verso la superficie, e la conseguente produzione di energia, a temperatura più o meno costante nel tempo perché il sistema riesce a smaltire efficientemente tutta la produzione di energia. Le stelle cominciano ad evolvere in maniera verticale nel diagramma HR dando origine a quello che si chiama ramo delle **giganti rosse**.

⁴⁸Con "ramo" o "branch" si intende la regione del diagramma in cui le stelle mantengono delle caratteristiche comuni a tutte le stelle che vi appartengono, la posizione in una particolare zona del ramo fornisce informazioni sull'evoluzione della stella, come nel caso della zero e terminal age main sequence.



Le stelle cominciano a salire nel diagramma lungo il ramo distribuendosi tutte a sinistra di una curva detta "Traccia di Hayashi", sembra che nessuna stella possa occupare una zona del diagramma HR oltre il limite di Hayashi. Ciò si spiega con il fatto che oggetti disposti oltre la traccia sarebbero idrostaticamente instabili, si contrarrebbero per spostarsi a sinistra.

Come è fatta una stella come quella che stiamo descrivendo? È una stella fatta da un core di elio, uno strato di idrogeno, che produce energia, ed un inviluppo convettivo di dimensioni gigantesche rispetto alla dimensione del nucleo. Cosa accade a questo core di elio all'interno? Il core si contrae, nel contrarsi aumenta di temperatura, e si riscalda anche perché l'idrogeno che produce energia cede almeno la metà dell'energia prodotta al nucleo, il resto si trasforma in luminosità. Abbiamo quindi una condizione in cui in nucleo aumenta in densità e temperatura.

Può accadere che il core di elio si contragga e riscaldandosi raggiunga una temperatura dell'ordine delle centinaia di milioni di gradi; se ciò accadesse si avrebbe la temperatura sufficiente per l'innesto del bruciamento dell'elio. Il bruciamento dell'elio consiste nella fusione di 3 nuclei di elio per la formazione di un atomo di carbonio, questa reazione è detta 3α e consiste in una reazione composta da una reazione di fusione tra 2 particelle alpha a formare un nucleo di berillio che a sua volta si fonde con un nucleo di elio per formare un nucleo di carbonio e un fotone, raramente la reazione tripla avviene in un unico passaggio. Questo meccanismo è molto efficiente, si produce tanto carbonio. Esso può accadere solo per le stelle che hanno una massa sufficiente, se la massa della stella quando si trovava in sequenza principale era tale da essere inferiore a 0.5 masse solari, non si può innescare il bruciamento dell'elio semplicemente perché non si raggiungono temperature sufficienti, in modo analogo al bruciamento dell'idrogeno che avviene solo se la massa del corpo composto da idrogeno è superiore a 8/100 di massa solare, altrimenti si parla di nane brune. Una tale stella brucerà l'idrogeno in shell e quando lo avrà esaurito morirà, nel senso che non avrà un'ulteriore fase evolutiva, permarrà in quella condizione.

La possibilità di raggiungere una temperatura così alta è comunque possibile solo se la sua massa iniziale è maggiore di 2.25 masse solari, perché se si comprime una massa di questa entità essa si sostiene opponendosi all'attrazione gravitazionale raggiungendo le temperature necessarie per il bruciamento dell'elio.

È interessante il fatto che per le stelle di massa minore di 2.25 questo bruciamento dell'elio non accade in maniera smooth, ma la compressione del nucleo di elio porta la materia in una *condizione di degenerazione*.

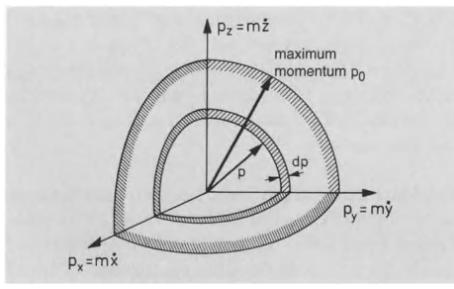
Approfondiamo il concetto di materia nello stato degenero⁴⁹.

Il principio di esclusione di Pauli stabilisce che un atomo con più elettroni non può avere più di un elettrone con la stessa sequenza di numeri quantici. Ciò può essere generalizzato ad un gas di elettroni. Per descrivere gli elettroni possiamo usare lo spazio delle fasi, uno spazio 6-dimensionale le cui coordinate sono date dalla posizione della particella e dalle quantità di moto relative alle tre direzioni x , y e z . Un elemento di volume dello spazio delle fasi è

$$\Delta\Omega = \Delta x \Delta y \Delta z \Delta p_x \Delta p_y \Delta p_z$$

Dal principio di indeterminazione di Heisenberg segue che il più piccolo elemento di volume è dell'ordine di \hbar^3 , e secondo il principio di esclusione di Pauli ci possono essere solo due elettroni con spin opposto all'interno di un tale volume.

Quando la densità è abbastanza elevata, tutti gli elementini di volume dello spazio delle fasi vengono riempiti⁵⁰ fino ad avere un impulso limite p_0 . In questo caso si parla di materia nello stato degenero.



In un volume V con una densità di elettroni n_e , ci saranno un totale di $V \cdot n_e$ elettroni. Nello spazio dei momenti $\{p_x, p_y, p_z\}$, questi elettroni riempiono una sfera omogenea fino ad un impulso limite p_0 (corrispondente all'energia di Fermi E_0). Dunque nello spazio delle fasi abbiamo un volume pari a $\frac{4}{3}\pi p_0^3 V$, e con 2 elettroni per ogni cella dello spazio delle fasi di volume \hbar^3 , otteniamo le relazioni

$$n_e V = \frac{2}{\hbar^3} \cdot \frac{4\pi}{3} p_0^3 V \quad , \quad p_0 = \left(\frac{3\hbar^3}{8\pi} \right)^{\frac{1}{3}} n_e^{\frac{1}{3}}$$

Bisogna ora distinguere due casi:

- **Gas di elettroni non relativistici.**

Per particelle di velocità $v \ll c$ o energia $E \ll m_e c^2$ (dove m_e è la massa a riposo dell'elettrone), vale la relazione $E = \frac{p^2}{2m_e}$, che lega energia cinetica $E = \frac{m_e v^2}{2}$ e l'impulso $p = m_e v$, per cui l'energia di Fermi è data da $E_0 = \frac{p_0^2}{2m_e}$.

La pressione esercitata da un elettrone è data, utilizzando la relazione dell'energetica cinetica per un gas ideale, da

$$P_e = \frac{2}{3} n_e \bar{E}$$

⁴⁹La seguente derivazione è stata tradotto da, *A. Unsöld - B. Baschek, "The new Cosmos"*, §8.3.2.

⁵⁰Nel caso di un gas degenero di elettroni di fatto significa che in ciascuna cella saranno allocati due elettroni.

dove \bar{E} è l'energia media per elettrone. La relazione tra \bar{E} può essere calcolata, riferendoci sempre allo spazio degli impulsi mostrato in figura, come

$$\bar{E} = \frac{\int_0^{p_0} E \cdot 4\pi p^2 dp}{\int_0^{p_0} 4\pi p^2 dp} = \frac{3}{5} \frac{p_0^2}{2m_e} = \frac{3}{5} E_0$$

In definitiva l'equazione di stato di un gas di elettroni completamente degenere sarà

$$P_e = \frac{1}{5m_e} \left(\frac{3h^3}{8\pi} \right)^{\frac{2}{3}} n_e^{\frac{5}{3}}$$

La temperatura non compare in tale relazione, e ciò è una caratteristica della degenerazione completa. Inoltre si può facilmente verificare che la pressione di un gas di protoni equivalentemente denso sarebbe molto più piccola di quella del gas di elettroni degenere, per cui una buona approssimazione della pressione totale è

$$P \simeq P_e$$

La relazione tra n e la densità ρ è espressa in termini di peso molecolare per elettrone libero μ_e , cioè la massa che corrisponde ad un elettrone. Abbiamo dunque

$$\rho = \mu_e m_H n_e$$

Per la materia completamente ionizzata, nel caso dell'idrogeno, $\mu_e = 1$ e per l'elio e gli elementi pesanti $\mu_e \simeq 2$.

In definitiva $P \propto \rho^{\frac{5}{3}}$.

• Gas di elettroni relativistici.

L'energia degli elettroni aumenta con la densità. Inizialmente sarà proporzionale a $\rho^{\frac{2}{3}}$, fino a che $E \geq m_e c^2$, momento in cui la variazione della massa relativistica dell'elettrone diventa incidente. Nel caso di degenerazione relativistica completa, $\bar{E} \gg m_e c^2$, dunque si ha $E = pc$ e $P_e = \frac{1}{3} n_e \bar{E}$. Rifacendo i calcoli del caso precedente usando questi risultati della teoria della relatività speciale portano alla seguente equazione di stato:

$$P_e = \frac{c}{4} \left(\frac{3h^3}{8\pi} \right)^{\frac{1}{3}} n_e^{\frac{4}{3}}$$

cioè $P \propto \rho^{\frac{4}{3}}$, ossia la materia è meno comprimibile.

N.d.r.: Ai fini di questo corso ci interessano solo gas non relativistici, quelli relativistici sono stati discussi per completezza.

Nella condizione di materia degenere, l'equazione di stato è indipendente dalla temperatura, dipende solo dalla densità.

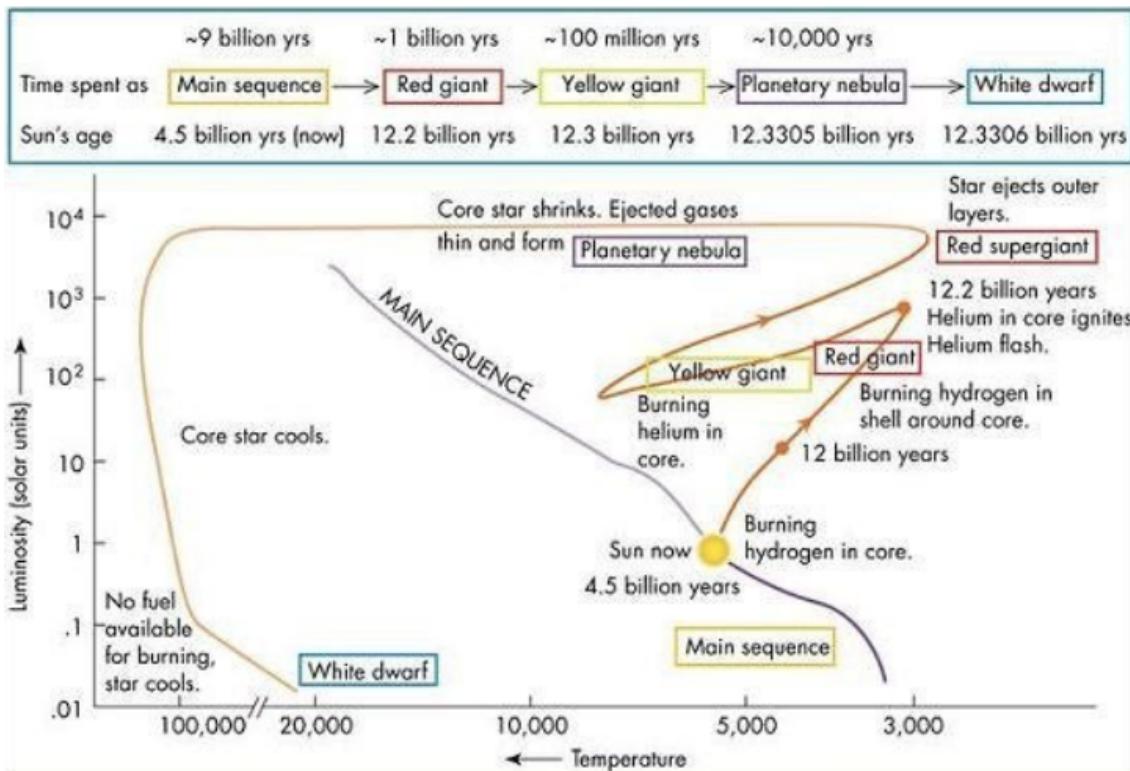
Cosa accade ad un nucleo di elio che smette di collassare perché sostenuto dalla pressione esercitata dagli elettroni degeneri? Il nucleo di elio, nella fase convettiva, si contrae (ma non può collassare), giunge altro elio dal bruciamento dell'idrogeno e aumenta la temperatura del nucleo. Ad un certo momento la temperatura del nucleo di elio arriva

a 10^8 milioni di gradi e si innesca il bruciamento dell'elio (perché la struttura è sostenuta della pressione degli elettroni, l'elio può avere qualsiasi comportamento). A questo punto la temperatura del nucleo è sufficiente per innescare il bruciamento dell'elio ma ci troviamo in una situazione differente: nelle stelle di grande massa la temperatura del nucleo decresce man mano che ci si allontana, per cui il bruciamento dell'elio avveniva in maniera non omogenea; qui invece il nucleo è isotermo, sostenuto da un fenomeno proporzionale alla densità di elettroni, che non dipende dalla temperatura. Nel momento in cui si raggiungono i 10^8 milioni di gradi, questi vengono raggiunti ovunque nel nucleo, il quale istantaneamente si accende e si realizza il cosiddetto *helium flash*, un fenomeno in cui avviene un'enorme produzione di energia nel nucleo della stella. Questa energia viene utilizzata per rimuovere la degenerazione, cioè per spostare gli elettroni che si erano accumulati e che sostenevano la struttura, in ogni caso in cui non è mai osservato questo fenomeno però il bruciare dell'elio in carbonio produce un riassestamento della struttura stellare tale che la stella si pensa cambi posizione nel diagramma HR dal limite di Hayashi a quella regione che nel diagramma HR identifichiamo con *horizontal branch*, che è la regione in cui si trovano le giganti che bruciano elio in carbonio. Tutta la fenomenologia sopra discussa è influenzata dalla composizione chimica degli oggetti che la realizzano.

Abbiamo spiegato la sequenza principale del diagramma HR come la regione occupata dalle stelle che stanno bruciando idrogeno per sostenersi. Esaurito l'idrogeno è possibile ottenere strutture stabili innescando il bruciamento dell'elio, ma abbiamo visto che esiste una massa limite al di sotto della quale questo processo non avviene, come per l'idrogeno. L'elio può bruciare dando origine al carbonio e questo accade con una differenza se la massa è minore o maggiore di $2.25M_\odot$. Abbiamo poi definito una "nuova sequenza principale", dove a bruciare non è più l'idrogeno ma è l'elio, qui la storia della stella ricomincia identica, con piccole differenze a seconda della massa.

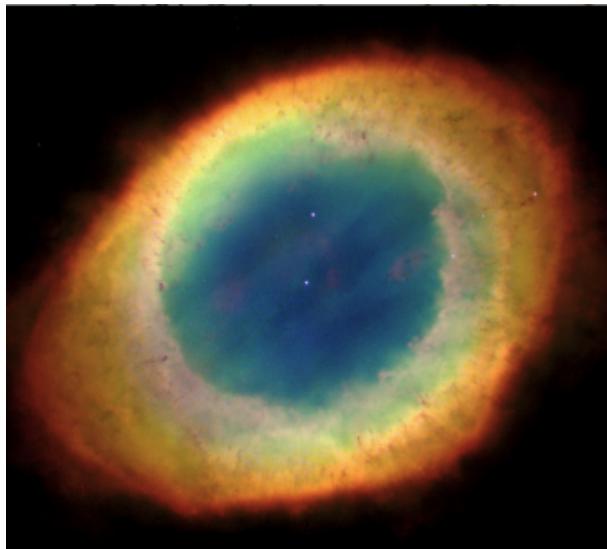
Prima di andare avanti, completiamo il comportamento di una stella di tipo solare, in quanto ciò che avviene dopo l'innesto del bruciamento dell'elio dipenderà dalla massa della stella.

Consideriamo il caso di una stella di massa solare: nel grafico si vede l'intera evoluzione con i tempi caratteristici:



- Il Sole si trova in sequenza principale, dove inizialmente è composto sostanzialmente da idrogeno. Impiegherà circa 10 miliardi di anni a completare questa fase di bruciamento dell'idrogeno, per poi diventare una gigante rossa;
- Impiegherà circa un miliardo di anni nella fase di gigante rossa, durante la quale il suo raggio sarà tale da inglobare l'orbita di Venere. Dopodiché avverrà l'helium flash;
- Il sole si sposta nell'horizontal branch (fase di gigante gialla), verrà bruciato l'elio fino ad esaurirlo, avendo così un core di carbonio e attorno ad esso uno shell di elio che produce ancora carbonio, e attorno ad esso ci sarà uno shell di idrogeno che produce elio. Anche questa fase porterà ad una espansione degli strati più esterni (quelli che non bruciano), che diventeranno ancora totalmente convettivi perché è la migliore forma di smaltimento dell'energia. In questa fase raggiungerà il ramo asintotico delle giganti rosse (AGB);
- Così come accaduto nella fase di gigante rossa, il rimescolamento della materia dovuto alla convezione cambia la composizione chimica della stella in superficie. Questo è un momento sostanziale per la composizione chimica dell'universo perché i prodotti delle reazioni nucleari arrivano negli strati più esterni dove la gravità è molto bassa, per i fenomeni su descritti, e la materia può facilmente lasciare la stella e disperdersi nell'universo. Questo è importante perché l'idea dell'universo primordiale è che ci fossero tanti protoni, elettroni, tante particelle fondamentali, l'universo si espande e questo fa sì che le particelle si leghino a formare atomi semplici, idrogeno principalmente (90%), oltre elio, litio e boro. Nell'universo attuale però osserviamo anche elementi più pesanti, per esempio quelli che compongono la crosta terrestre, come si sono formati? Si sono formati nelle stelle ma per essere

fatti noi di queste sostanze le stelle devono aver espulso questa materia. Possono averlo fatto con esplosioni (supernove) ma non solo, questo non basterebbe a spiegare le abbondanze attuali. È importante considerare che una stella come il Sole arriva ad avere un raggio talmente grande da avere una gravità superficiale molto bassa, da cui la materia può andare via in maniera facile, soprattutto se si considera il fenomeno degli *impulsi termici*, che attraversa gli strati della stella. Abbiamo detto che si ha uno shell di elio e uno di idrogeno, il bruciare di questi strati non è costante nel tempo, avviene a fasi di accensione e spegnimenti, questo vuol dire che un Sole nel tempo avrà dei momenti di accensione e spegnimento di questi shell intermedi, che produrranno una rapida espansione ed un aumento di temperatura. Chiamiamo questo fenomeno impulso termico, il quale fa sì che la stella cambierà luminosità nel tempo ed emetterà materia nello spazio. Una stella come il sole espellerà circa metà della sua massa, dando origine ad una nebulosa planetaria. Il futuro del sole sarà di essere un oggetto centrale, con metà della sua massa, circondato da un ambiente espulso destinato a diffondersi. Questa fase evolutiva delle stelle di piccola massa darà origine alle nebulose planetarie.



Queste non hanno tutte la stessa forma a causa dei campi magnetici e della rotazione della stella che per ora abbiamo escluso dai nostri modelli per semplicità. Questi oggetti sono grandi nell'ordine delle decine di secondi d'arco.

Le nebulose si vedono bene nel cielo e si ha che nelle stelle descritte prima ad ogni impulso termico si può avere una perdita di massa, quindi conoscendo il funzionamento delle stelle si può studiare la dinamica delle nebulose; si scopre che queste aumentano di dimensione con il tempo, quindi si può misurare la velocità di espansione.

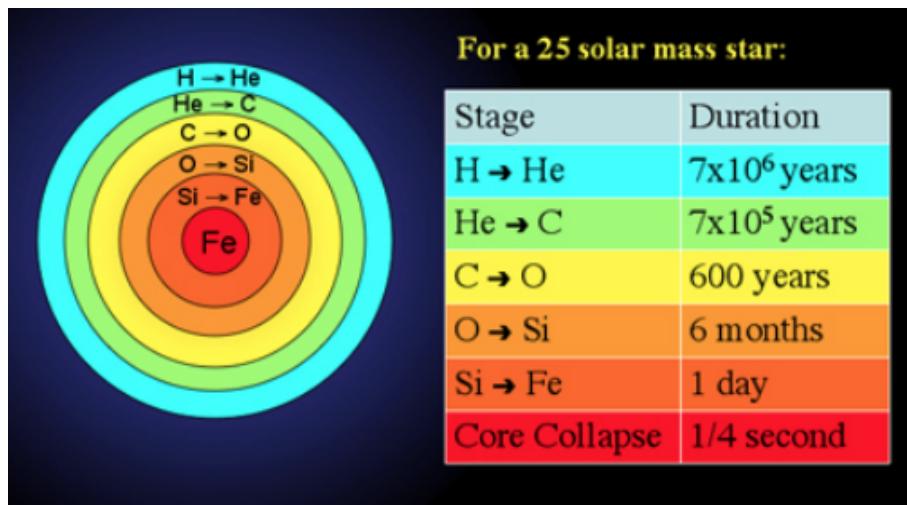
Dopo la formazione della nebulosa nel centro geometrico della stella è rimasto un oggetto che non ha temperatura sufficiente per innescare ulteriori bruciamenti, un oggetto di piccola massa, mezza massa solare ad esempio, che non è in grado di bruciare il carbonio ulteriormente. Questo oggetto è a temperatura molto alta perché è la parte centrale della stella, la sua composizione chimica è costituita da molto elio. La stella comincia ad emettere nella zona più blu dello spettro, appare bianco, e a collassare, non è in grado di innescare nuove reazioni e si stabilizza in una dimensione dove sarà sostenuto dalla

pressione degli elettroni degeneri. Questo oggetto, piccolo di raggio e molto brillante, molto caldo, si collocherà in basso nel diagramma HR, nella zona denominata delle **nane bianche**. Questi oggetti, non producendo energia, si raffreddano e terminano così la loro esistenza.

Si è osservato che a volte la materia che è stata espulsa dalla stella si aggrega in pianeti, fatti in gran parte da metalli. In generale con l'attuale metodologia per individuare esopianeti fa sì che sia facile individuare pianeti gassosi come Giove mentre risulta complicato individuare pianeti come la terra.

6.4.4 Stelle di massa superiore a 8 masse solari

Cosa accade ad una stella con massa superiore ad 8 masse solari? Succede che si inizia a bruciare anche il carbonio, e altri elementi più pesanti fino alla formazione del Ferro, l'ultimo elemento che formandosi cede energia. Se vogliamo ottenere energia sommando protoni al ferro di fatto non possiamo. Esiste teoricamente un processo di questo tipo ma non è sufficiente per sostenere le stelle. Dunque si possono innescare bruciamenti successivi a quello del carbonio; se questo accade si realizzano strutture in shell con gli elementi più pesanti concentrati all'interno della stella. Questi processi, rispetto a quelli precedenti (il bruciamento dell'elio), sono molto veloci. Raggiunta la condizione di bruciamento del ferro la stella dura qualche giorno, in seguito accade che, non avendo più la possibilità di generare energia, la stella comincia a collassare.



La sorte della stella dipende come abbiamo visto dalla massa della stella, in questo caso il collasso non si ferma per effetto della pressione degli elettroni degeneri. Si ha una fase successiva di esplosione, tutti gli atomi si fotodisintegrano.

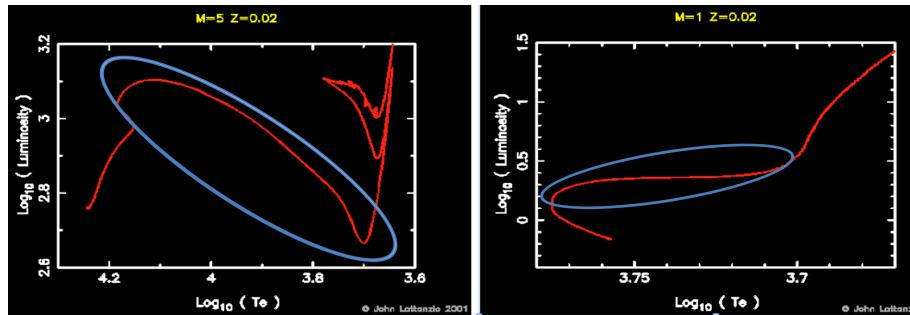
6.4.5 Recap lezione precedente

L'evoluzione stellare è quella fase della vita delle stelle che segue la parte in cui viene bruciato idrogeno come principale fonte per la produzione di energia. L'energia prodotta serve a compensare la perdita radiativa, che noi possiamo vedere; per esempio, il Sole brilla, vuol dire che sta perdendo energia. Se rimane nella sua condizione, significa che qualcosa di equivalente sta venendo prodotto. Questo bruciamento avviene in

maniera diversa con la massa della stella sia perché più la stella è massiva e più energia deve essere prodotta, sia perché, insieme alla massa della stella, cambierà la modalità del trasferimento di energia all'interno della stella stessa. Per cui, se una stella è di piccola massa, cioè una stella delle dimensioni del Sole, l'interno sarà radiativo, mentre l'inviluppo esterno sarà convettivo. In queste stelle, il bruciamento dell'idrogeno avviene dal centro alla superficie, in maniera continua. Ciò produce un nucleo di elio che, contraendosi, contribuisce alla produzione di energia. La stella evolve, in termini di variazione della sua temperatura superficiale e della sua luminosità come appare in figura a destra, che poi ritroviamo nel diagramma H-R come dispersione delle stelle di piccola massa a parità di temperatura.

La soluzione è diversa da stella a stella? No, in realtà la soluzione sarebbe la stessa fissata la temperatura, cioè la massa, la dispersione è dovuta al fatto che semplicemente queste stelle si trovano in fasi diverse della loro vita, pur continuando a bruciare idrogeno al centro.

Per le stelle di grande massa la situazione è diversa in quanto abbiamo un nucleo convettivo dove il bruciamento avviene uniformemente, seguito da un inviluppo radiativo. In questo caso il bruciamento, che avviene omogeneamente su tutto l'inviluppo, porta ad una uscita dalla sequenza principale con un andamento lievemente diverso, quasi isotermo, con un aumento di luminosità. Questo spiegherebbe perché le stelle di grande massa presenterebbero questo spettro.



(In figura: Andamento di luminosità e temperatura per le stelle di piccola massa e di grande massa, nella fase di uscita dalla sequenza principale.)

Abbiamo detto che è possibile fare una stima dei tempi che una stella spende nella sequenza principale tramite la relazione

$$t \propto M^{-2.5}$$

Se si fa questa stima, si può attribuire ad una stella come il Sole una permanenza in sequenza principale di 12 miliardi di anni, molto più breve delle stelle di piccola massa e molto più lunga delle stelle di grande massa.

6.5 Stelle che lasciano la sequenza principale

Le stelle lasciano la sequenza principale quando hanno terminato il bruciamento dell'idrogeno in elio, quindi cominciano ad avere un nucleo di elio, dove non si hanno bruciamenti, ed una shell dove invece brucia l'idrogeno. In questa fase di uscita dalla sequenza principale, le stelle occupano quella regione che è detta delle sotto-giganti.

Per le stelle di piccola massa l'uscita può essere quasi a parità di luminosità, quindi si ha solo un calo della temperatura superficiale; per le stelle di grande massa si ha un calo della luminosità e una diminuzione della temperatura.

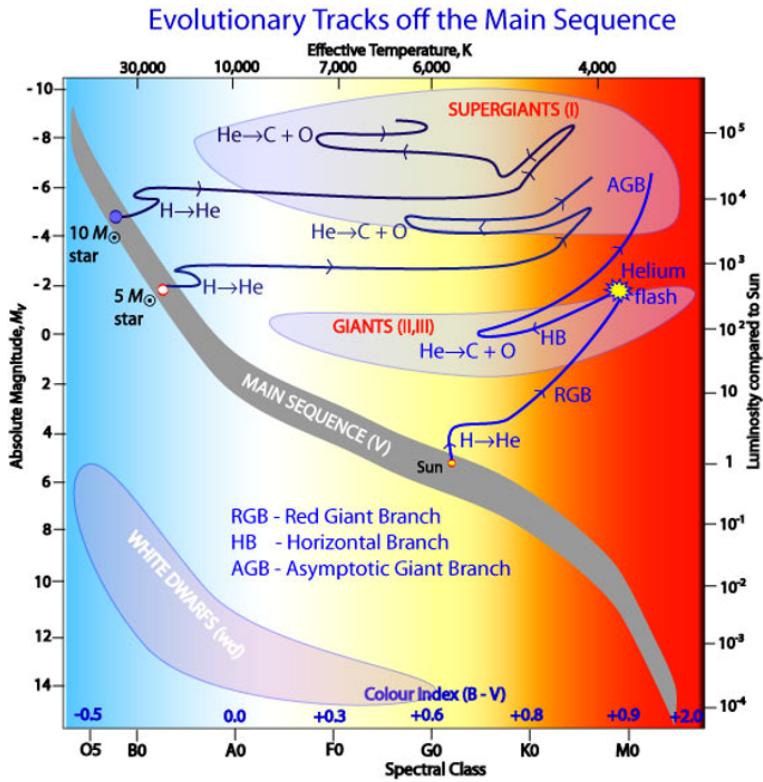
Ricordiamo che questi sono parametri legati dalla relazione che contiene il raggio della sfera:

$$\frac{L}{T^4} = 4\pi\sigma R^2$$

Quindi in realtà la stella si modifica nella sua struttura, cambia il suo raggio, e si hanno effetti non immediatamente intuibili. L'inviluppo esterno che si sta espandendo diviene totalmente convettivo e la stella comincia una risalita nel diagramma H-R, a parità di temperatura. Infatti l'inviluppo, totalmente convettivo, grazie appunto all'efficienza del meccanismo, mantiene la superficie a temperatura costante, e si ha un aumento di luminosità, perché sta aumentando il raggio.

Tutte le stelle si avvicinano a quello che abbiamo chiamato "limite di Hayashi", che è il limite di una struttura totalmente convettiva. Siamo in quella parte del diagramma H-R che viene chiamato "ramo delle giganti rosse", si tratta di stelle totalmente convettive con un piccolo nucleo di elio (10%) ed una regione di bruciamento dell'idrogeno. Questo piccolo nucleo di elio si sta contraendo, contraendosi aumenta la sua temperatura, quindi aumentano anche la sua densità e la pressione, in quanto deve sostenere il peso degli strati sovrastanti. A questo punto si hanno due possibilità:

- La stella è molto massiva, per cui attraverso la contrazione la temperatura del nucleo cresce al punto che si raggiungono i 100 milioni di gradi, necessari perché l'elio bruci e diventi carbonio. Quindi si innesca un nuovo meccanismo di produzione dell'energia e la stella inizia una nuova vita, come se fosse nuovamente in una sequenza principale, stavolta bruciando elio;
- In stelle un po' più piccole, questo processo passa per una fase del nucleo sostenuto dalla pressione degli elettroni degeneri, fino a quando la temperatura stessa del nucleo, grazie agli input di energia degli strati sovrastanti, quelli dove si brucia idrogeno in elio, non raggiunge anch'esso una temperatura di 100 milioni di gradi, e anche qui l'elio inizia a trasformarsi in carbonio. La differenza sostanziale è che nelle stelle di grande massa il bruciamento avviene dal centro verso l'esterno del nucleo. In queste stelle, sostenute dalla pressione degli elettroni degeneri, l'innesto del bruciamento dell'elio avviene simultaneamente in tutto il nucleo, che è isotermo, e questo produce, di fatto, un'esplosione della stella. Tale esplosione però non viene vista dall'esterno, perché l'aumento della temperatura viene in realtà utilizzato per "rimuovere" la degenerazione stessa degli elettroni. A questo punto il volume di questo nucleo crescerà e la stella cambierà totalmente la sua struttura, cominciando a bruciare elio e convertendolo in carbonio. Ritroviamo anche questa, avente massa minore di 2.25 masse solari, in questa nuova sequenza dell'elio.



Se dobbiamo risolvere l'equazione della struttura stellare, l'equazione della funzione di stato dovrà essere di volta in volta adattata alle condizioni che si stanno verificando. Quindi in realtà si tratta di un set pronto: si verificano le condizioni di densità e temperatura iniziali e si pesca nel regime corretto.

6.5.1 Stelle di piccola massa

Le stelle con meno di mezza massa solare non bruceranno mai l'elio, restano così come sono e poi moriranno, si raffredderanno. Per quanto riguarda le stelle di piccola massa, dopo il bruciamento dell'elio si ha questa sequenza delle super-giganti rosse. Queste che sono caratterizzate da fenomeni importanti di perdita di massa, tali da poter dare origine a un ambiente esterno, la cosiddetta nebulosa planetaria. La stella viene a perdere molta massa, anche la metà; resta soltanto una stella al centro di questa nebulosa, che presenta una temperatura moto alta (perché stiamo guardando gli strati interni) e che noi chiamiamo nana bianca. La nana bianca, essendo di piccola massa poiché ha espulso gli strati esterni, nel diagramma H-R scompare dal posto dov'era prima e ricompare in basso, perché la luminosità dipende dal quadrato del raggio, quindi più la stella è piccola, meno diventa luminosa. Gli strati espulsi di una stella sono quelli "iniziali", quelli più esterni. Qui si trovano quelli che abbiamo chiamato "dredge-up", cioè la totale convezione degli strati più esterni riesce a portare in superficie il prodotto delle reazioni (dredge-up), quindi qui abbiamo in superficie molto carbonio, oltre ai metalli iniziali.

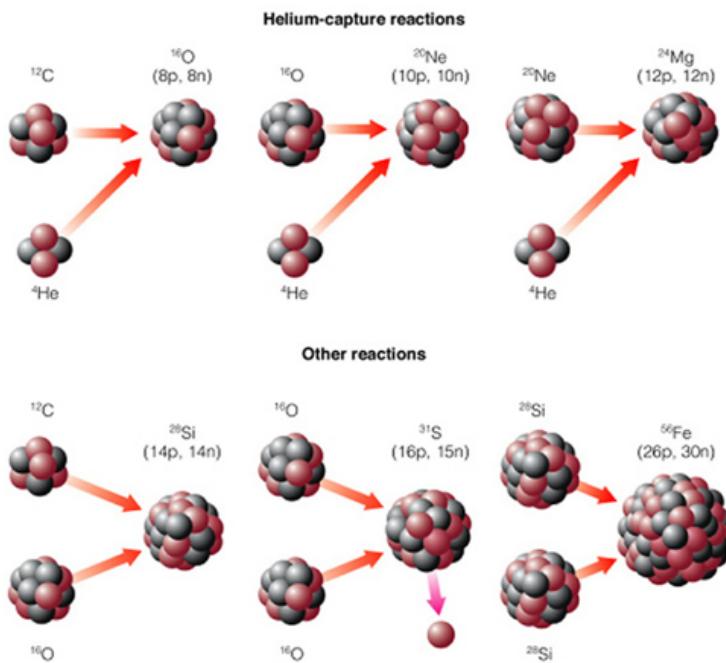
La composizione "esterna" del Sole così è e così rimarrà, ed è quella della nube da cui si è formato, come vedremo parlando della nascita delle stelle. Quindi, il core, la parte centrale della stella diventa una stella più piccola formata per metà da idrogeno e per metà da elio. La parte esterna, quella espulsa, contiene idrogeno in buona parte visto che

la stella è composta quasi esclusivamente da idrogeno all'inizio, inoltre contiene metalli, come ad esempio li potremmo osservare nel sole, contiene un livello sovrabbondante di C, N, O (sovrabbondante rispetto agli strati superficiali del Sole), cioè di quegli elementi che si sono prodotti a seguito del bruciamento dell'elio.

6.6 Formazione elementi più pesanti del Fe

A un certo punto nelle stelle di grande massa possiamo avere una formazione di elementi più pesanti, poiché qui si inizia a bruciare il carbonio. Questi elementi più pesanti bruciano fino al ferro, poiché non si può ottenere un elemento chimico più pesante del ferro, attraverso la fusione nucleare, guadagnando energia. Allora la stella, in qualche modo, ferma la sua produzione. A questo punto siamo giunti a un momento dell'evoluzione stellare in cui non si può più produrre energia, né nelle stelle di piccola massa, né nelle stelle di grande massa. Quindi cosa accade? Come siamo fatti?

Conosciamo la tavola periodica degli elementi, quindi possiamo chiederci in quali fasi della vita delle stelle questi elementi vengono prodotti. Visto che abbiamo un limite nel ferro come reazione capace di produrre energia e dare, quindi, vita alle stelle, sembrerebbe che non dovrebbero neanche esistere gli elementi più pesanti, poiché, appunto, non ci sono reazioni nucleari che possono dare origine a questi elementi con guadagno di energia. In realtà si può ottenere qualcosa oltre: si può ottenere la formazione di elementi attraverso reazioni che includono particelle α . Tutte le reazioni nucleari che abbiamo visto, che possono dare origine a elementi più pesanti con produzione di energia, sono sostanzialmente legate all'acquisizione di particelle α , cioè di nuclei di elio.



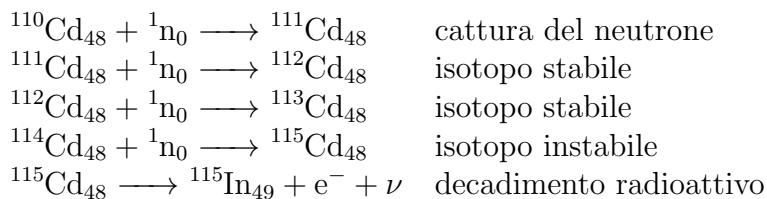
6.6.1 Cattura neutronica

Si possono ottenere elementi più pesanti anche per cattura di neutroni. Questa è la chiave, cioè questo è il modo in cui si riescono effettivamente a produrre elementi più

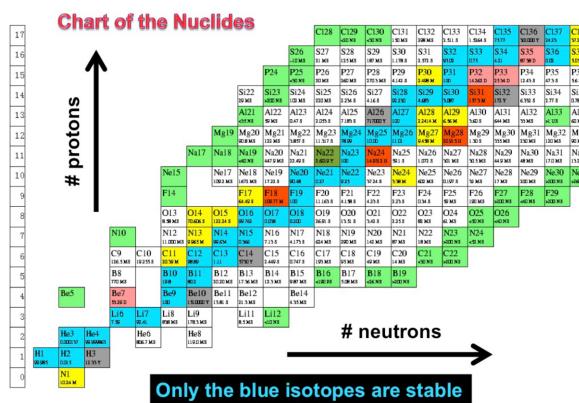
pesanti del ferro. Per quanto riguarda la cattura dei neutroni, sostanzialmente, avviene che si ha un nucleo che in qualche modo riesce a catturare un neutrone, dopodiché può accadere che il neutrone si trasforma, decade, in un protone, un elettrone e un neutrino. Come può accadere quindi la "crescita" del nucleo? Catturando neutroni con un rate molto lento rispetto al decadimento, oppure con un rate molto alto rispetto al decadimento. Acquisire neutroni che diventano protoni significa far crescere la carica del nucleo, quindi si produce un altro elemento a tutti gli effetti, oppure si aumenta il numero atomico dell'elemento e si creano, quindi, degli isotopi. Sono due processi differenti.

Il vero problema della cattura di neutroni è: dove vengono prodotti? È una delle domande principali, non è proprio banalissimo produrre neutroni. Un neutrone isolato dopo un po' di tempo decade, ci impiega circa 8 minuti, poi diventa un protone.

Consideriamo ad esempio un nucleo di cadmio che interagisce con un neutrone, aumenta il suo numero atomico, diventa ^{111}Cd . Questo cadmio-111 esiste ed è stabile, per cui ha il tempo di acquisire un altro neutrone, dando origine a ^{112}Cd , che è sempre stabile, per cui la sua carica resta invariata. L'isotopo cresce fino ad arrivare al ^{115}Cd , che invece è instabile. Questo decade in indio. Per cui si riesce a creare un elemento più pesante. Le vie per passare da un elemento all'altro dipendono dalla stabilità di ognuno di questi nuclei.



In fisica nucleare una carta dei nuclidi, dove c'è una diagonale di elementi stabili e un passaggio ad isotopi non stabili, per cui ognuno di questi singoli elementi fa storia a sé.



grande massa, dove si ha il bruciamento dell'elio in carbonio, ossigeno e così via; nelle stelle di grandissima massa possiamo produrre fino al ferro; oltre questo possiamo, per esempio, produrre fino al bismuto nelle AGB, perché prevedono una certa produzione di neutroni; per quanto riguarda invece gli elementi più pesanti non abbiamo una spiegazione. Quindi nelle stelle riusciamo a produrre sicuramente fino al bismuto senza nessuna difficoltà. Questa sembrerebbe essere la tavola periodica così come si dovrebbe essere formato ogni singolo elemento in ogni parte dell'universo.

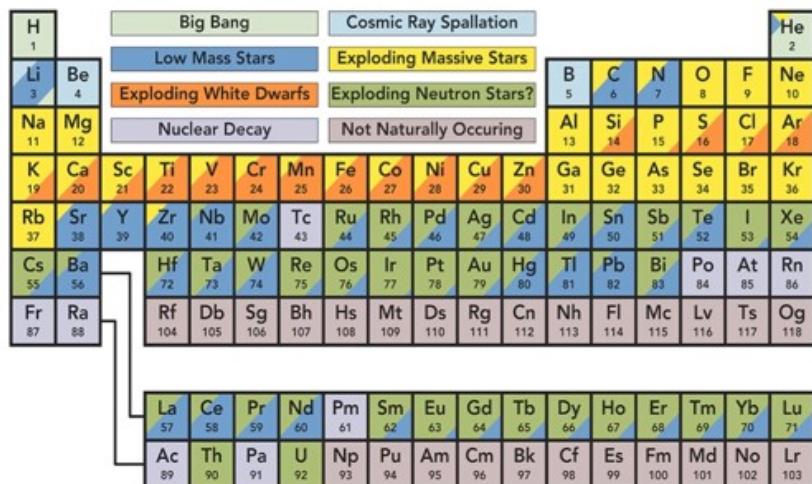


Figure 1. Cosmic origin of chemical elements

6.7 Morte delle stelle di piccola massa

6.7.1 Nane bianche

Siamo negli stadi finali di una stella, dopodiché non c'è più una struttura di tipostellare, ma qualcosa di diverso. Ancora una volta tutto quello che succede dipende dalla massa della stella. Quando si parla di massa della stella, si parla sempre di massa della stella com'era in sequenza principale, quindi per esempio non si tiene conto del fatto che abbia perso parte della sua massa espellendola per dare origine a una nebulosa planetaria. Abbiamo definito la stella centrale "rimanente" come Nana Bianca. Questa nana bianca è un oggetto in cui non ci sono reazioni nucleari, in quanto possiede un core di carbonio che, infatti, non brucia. Brucerebbe solo per stelle da 8 masse solari in su, per cui fino a una stella come il Sole questo oggetto è sicuramente fatto di carbonio. Non può bruciare, non ha una massa sufficiente per raggiungere la temperatura di bruciamento del carbonio. A questo punto la strutturastellare viene sostenuta dalla pressione degli elettroni degeneri. Quindi, se si facesse una sostituzione nell'equazione di equilibrio idrostatico:

$$-\frac{dP}{dr} = \frac{GM\rho}{r^2} \rightarrow P \simeq \frac{GM^2}{R^4}$$

A questa possiamo associare le pressioni degli elettroni degeneri:

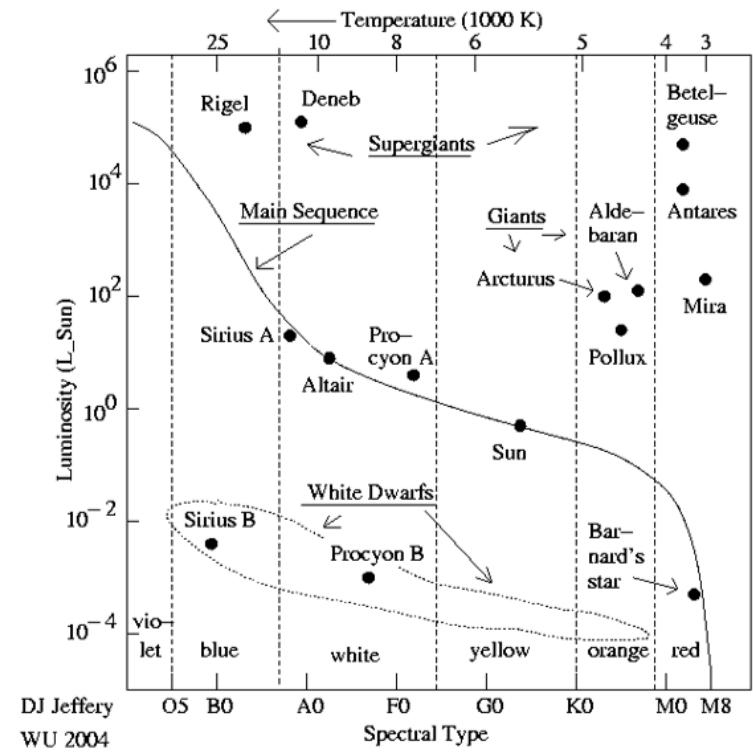
$$P \simeq \frac{(3\pi^2 \hbar)^{\frac{2}{3}} n^{\frac{5}{3}}}{5m_e} \simeq \frac{\hbar^{\frac{2}{3}}}{m_e} \left(\frac{M}{R^3 m_i} \right)^{\frac{5}{3}}$$

Combinando le due espressioni, ricaviamo un'espressione per il raggio e per la densità di queste nane bianche:

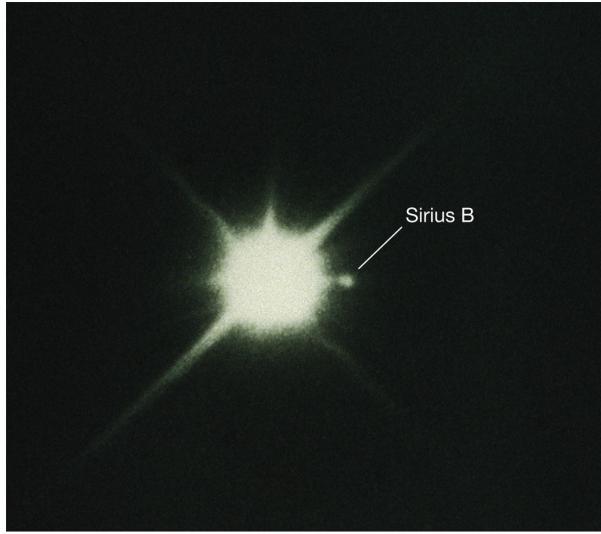
$$R \simeq \frac{\hbar^{\frac{2}{3}}}{G m_e m_i^{\frac{5}{3}}} M^{-\frac{1}{3}} \simeq 10^4 \text{ km} \rightarrow \rho \simeq \frac{10^3 \text{ kg}}{\text{cm}^3}$$

Quindi questa nana bianca sarebbe un oggetto molto piccolo.

All'inizio questi oggetti sono stati frutto di grande interesse, perché bisognava dimostrare che esistessero. Vedere oggetti come questi non è banalissimo. Essi occupano la regione in basso del diagramma H-R, che è la regione di bassa luminosità.



Tali stelle sono le più brillanti. Sono inoltre contraddistinte da temperature molto alte all'inizio, poi vanno raffreddandosi, per cui migrano lungo il cammino mostrato in figura. La temperatura va dai 20 mila gradi (stelle di tipo B0), fino a raggiungere temperature più basse di quelle del Sole. Vederle è fattibile, ma bisogna trovarle. Per esempio, osservando Sirio abbiamo scoperto che esso ha una variazione periodica della velocità radiale, per cui Sirio appartiene a un sistema binario.



(In figura: Sistema binario formato da Sirio-A e Sirio-B. La seconda è una nana bianca.) La massa dell'oggetto che girava attorno a Sirio non era facilmente visibile, perché si trattava di una nana bianca. Si vedeva Sirio ruotare attorno a qualcosa che aveva una massa importante, ma che non era visibile, quindi doveva avere un raggio molto piccolo. (Nota: per convenzione nei sistemi binari l'oggetto più brillante viene identificato dalla lettera A, l'altro dalla lettera B.)

Le nane bianche sono state scoperte osservando le anomalie nel comportamento della velocità radiale di oggetti brillanti che venivano studiati per altri motivi. Per quanto riguarda le nane bianche, se si fa una stima del tempo di raffreddamento, si scopre che durano circa qualche migliaio di anni. Questi oggetti collassano e riducono il proprio raggio, così il periodo di oscillazione diventa più breve. Si può dimostrare che se effettivamente si riduce un Sole al diametro di 10 mila km, il suo periodo di rotazione diventa dell'ordine delle ore. Misurare la velocità di rotazione delle nane bianche è stata una prova effettiva della loro struttura: non erano solo stelle piccole, ma erano stelle piccole e con velocità di rotazione elevate, coincidenti con quelle teoriche; è stata una prova importante. Inoltre le nane bianche presentano un campo magnetico molto grande che nasce dalla condensazione del campo magnetico iniziale, che per il Sole vale circa 1-2 Gauss al polo, quindi diventa, per una stella così compattata, di miliardi di Gauss. Questi campi magnetici si possono misurare e sono consistenti con i valori teorici.

6.7.2 Supernove di tipo 1

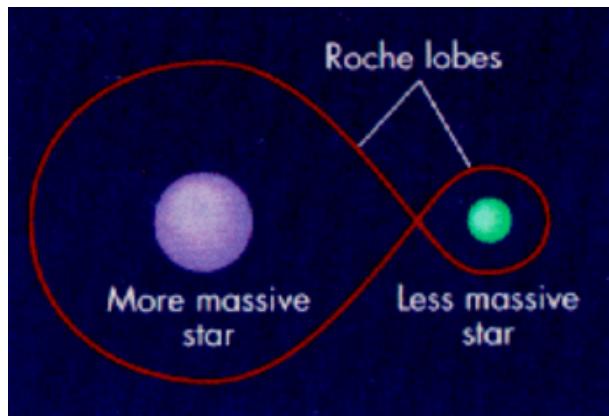
Le stelle di piccola massa terminano la loro vita come nane bianche. Sono oggetti sostenuti dalla pressione degli elettroni degeneri, cioè la forza gravitazionale dell'oggetto è sostenuta da tale pressione. Questa possibilità esiste se la massa non è più grande di un certo valore. Poiché se la massa aumenta allora anche la forza gravitazionale aumenta, in tal caso sarebbe necessaria una pressione diversa, più alta. Se la massa della nana bianca supera un valore limite, detto *Massa di Chandrasekhar*, la stella collassa indipendentemente dalla pressione degli elettroni degeneri.

$$M_{\text{Chandrasekhar}} \simeq \left(\frac{\hbar c}{G} \right)^{\frac{3}{2}} m_i^{-2} \simeq 1.44 M_{\odot}$$

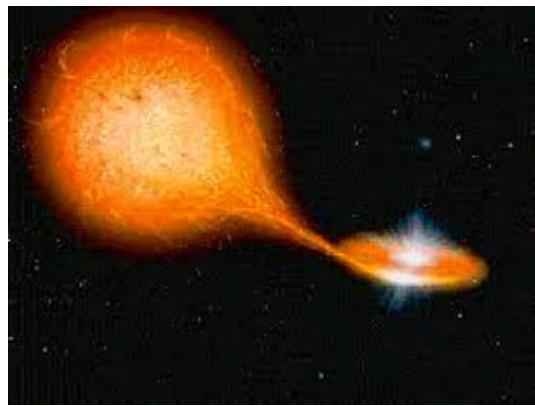
Si può ricavare il valore limite della massa di Chandrasekar partendo, come prima, dall'equazione dell'equilibrio idrostatico e dal valore di pressione degli elettroni degeneri, stavolta in campo relativistico per via dell'aumento di densità.(guarda Unsold)

A questo punto cosa accade se una stella con massa pari al valore limite, con nucleo di carbonio, collassa? Lo abbiamo già visto parlando del flash dell'elio. Per l'helium flash, quando abbiamo il collasso, possiamo raggiungere una temperatura sufficiente per bruciare l'elemento successivo. Se si ha una stella superiore a $1.44 M_{\odot}$, che sarebbe il valore della massa limite di Chandrasekhar, la stella collassa. I dettagli del collasso dipendono, inoltre, dal moto di rotazione della stella e dalla composizione chimica oltre al carbonio. Per masse superiori a Chandrasekar, se le stelle collassano, la loro fase finale non sarà la trasformazione in una nana nera, ma sarà il raggiungimento di una fase esplosiva, in cui il carbonio inizia a bruciare contemporaneamente in tutto il core. Questo processo non è sopportato dalla stella, che ha espulso tutto ciò che non era carbonio, e produce un'esplosione. Stiamo tuttavia parlando di un valore di massa limite di $1.44 M_{\odot}$, valore molto difficile da raggiungere per una stella di piccola massa (infatti quasi sempre non viene raggiunto da queste stelle). Se la stella ha una massa superiore, ha un'esplosione di tipo supernova, espelle gli strati, ecc.

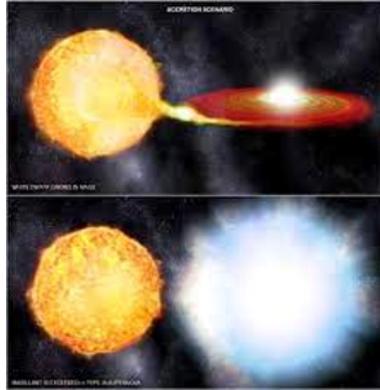
Esiste la possibilità però anche per le stelle con massa inferiore a $1.44 M_{\odot}$ di esplodere. È il caso in cui questa stella (di massa inferiore a $1.44 M_{\odot}$) appartenga a un sistema binario. Infatti, in un sistema binario può accadere che una stella sia più massiva dell'altra.



Quella più massiva evolverà più rapidamente, per cui raggiungerà prima dell'altra la condizione di nana bianca. Immaginiamo una stella sotto alle 8 masse solari, che si evolve in circa 800 milioni di anni: se avesse una stella come il Sole attorno, che impiega invece 10 miliardi di anni, la prima diventerà una nana bianca, mentre la stella farà la sua vita, evolverà: diventerà una gigante e si espanderà. Espandendosi può trasferire massa alla stella accanto:



approfondisciQuesta situazione si può vedere, perché esistono sistemi binari in cui non riusciamo a vedere gli oggetti però vediamo lo spettro di una stella gigante, lo spettro di un'altra stella che sta orbitando (quindi le velocità radiali) e lo spettro di un disco (che a breve chiameremo disco di accrescimento), perché le righe spettrali prodotte da un oggetto in rotazione hanno una forma particolare, quindi possiamo vedere lo spettro di una stella gigante e lo spettro di una stella che ha un disco. Lo spostamento di massa da un oggetto all'altro non avviene infatti in maniera diretta, ma avviene attraverso la creazione di un disco di accrescimento. Dopodiché la materia si sposta dal disco di accrescimento all'oggetto centrale. Tutto questo lo possiamo vedere con la spettroscopia, non possiamo averne un'immagine. Un po' alla volta si può trasferire massa da un oggetto all'altro, facendogli superare il valore di massa critica.

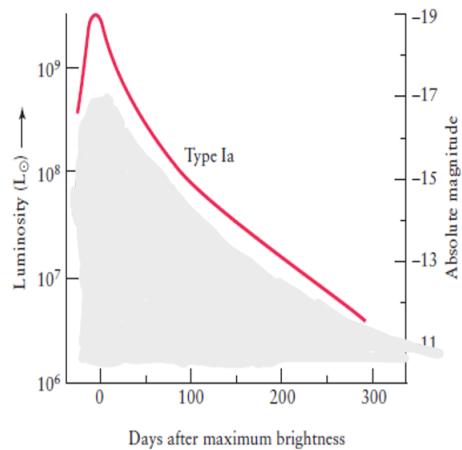


Nell'esempio in figura, alla nana bianca viene trasferita massa, così supererà il valore limite ed esploderà come Supernova di tipo 1.

Consideriamo ad esempio il Sole. Esso evolverà, e per superare la massa limite gli occorrerebbe mezza massa solare (per raggiungere le 1.44 masse solari). Per raggiungere tale valore dovrebbe avere una compagna, che non ha, per cui il Sole è destinato a raffreddarsi e spegnersi. Se il Sole avesse una stella accanto e questa gli trasferisse la massa mancante per raggiungere le 1.44 masse solari, allora il Sole avrebbe un'accensione del carbonio (in questo core degenero), quindi un insieme di reazioni nucleari che coinvolgono l'intera struttura. In quel momento il Sole esploderebbe.

Questo fenomeno avviene per tutte le stelle allo stesso modo. Si ha una stella sotto le 1.44 masse solari che ad un certo istante arriva al valore limite di 1.44 ed in quel momento esplode. Tutti questi collassi avvengono allo stesso modo e producono tutti la

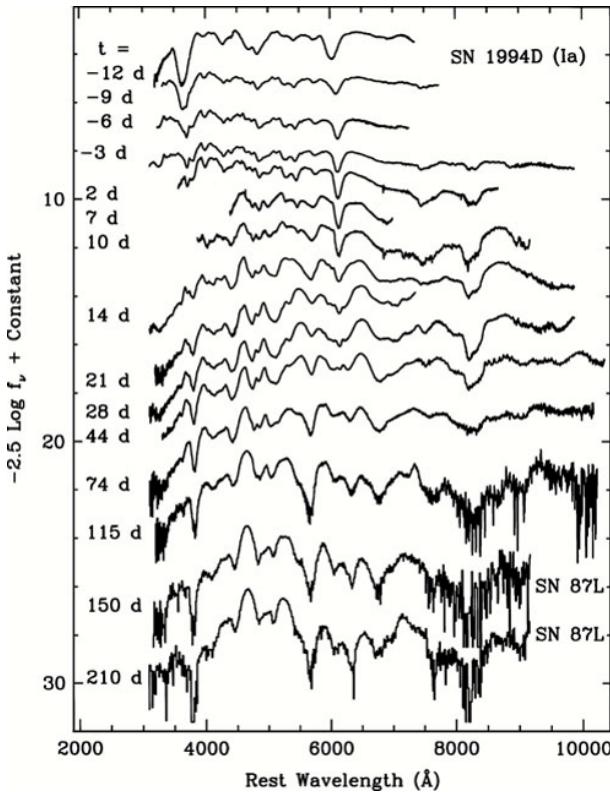
stessa quantità di energia. Per cui tutte le stelle di piccola massa che percorrono questo iter, appartengono a sistemi binari. La secondaria riversa massa, aumentando la massa della primaria fino al valore critico. Si ha un'esplosione con rilascio di energia uguale per tutti gli oggetti, con una magnitudine assoluta pari a -19.5 (numero uguale per tutti). Questa luminosità viene raggiunta ad un certo istante, che viene detto tempo zero della supernova.



(In figura: Evoluzione temporale della luminosità di una supernova di tipo 1)

In realtà un aumento di luminosità avviene nei 20 giorni precedenti, dopodiché si raggiunge il picco di -19.5 .

Quello che succede ad una Supernova di tipo 1 è che nel tempo diminuisce la sua luminosità. Il modo in cui la luminosità della stella decresce, permette di distinguerla da altri tipi di supernove. Le supernove di tipo 1 durante la loro evoluzione mostrano spettri sempre diversi, perché man mano si formano elementi chimici diversi, quindi la struttura cambia completamente.



(In figura: Spettri di una supernova di tipo 1. Notiamo come variano totalmente col passare del tempo.)

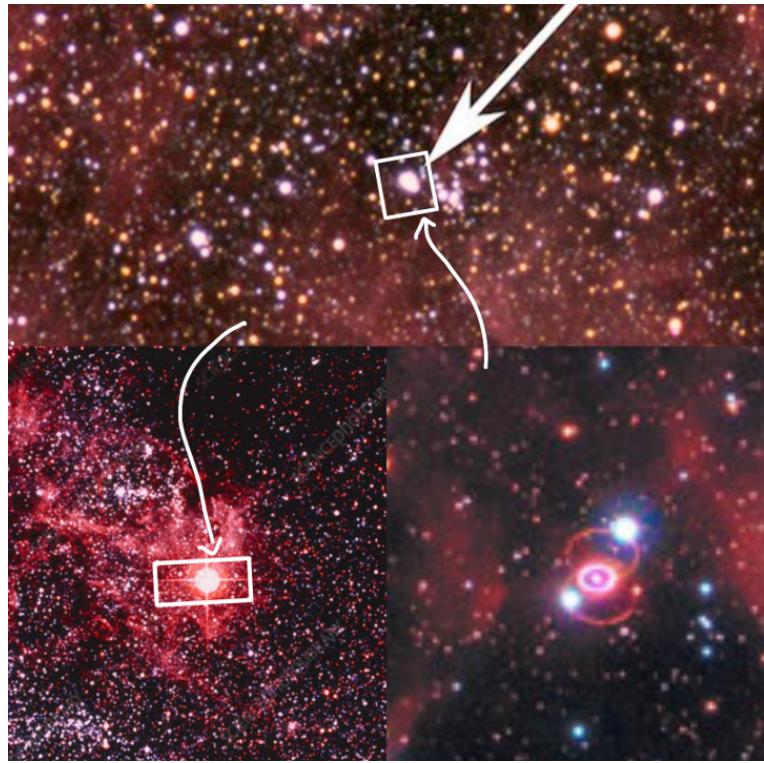
Quello che caratterizza queste supernove è la totale mancanza di idrogeno in superficie. Siccome non ce n'è, non si vedono le righe dell'idrogeno.

6.7.3 Supernova nella Nube di Magellano

La storia delle supernove è stata riscritta il 23 febbraio 1987, data in cui nella grande nube di Magellano, visibile dall'emisfero sud, è stato scoperto qualcosa di nuovo.



Le due nubi di Magellano sono due galassie che ruotano attorno alla nostra. Il 23 febbraio 1987, il puntino indicato nella figura sotto è diventato più brillante di tutto ciò che c'era attorno, e questa è stata l'esplosione della Supernova. L'effetto è stata una variazione non soltanto di luminosità, ma anche morfologica.



(In figura: In alto, la Nube di Magellano come appariva il 22 febbraio. In basso a sinistra, come è apparsa il 23 febbraio 1987. In basso a destra, lo stesso oggetto oggi.) Si ha un’espulsione di strati, quindi la creazione di materia circumstellare, e poi getti di materia, che probabilmente seguono linee di campo magnetico.

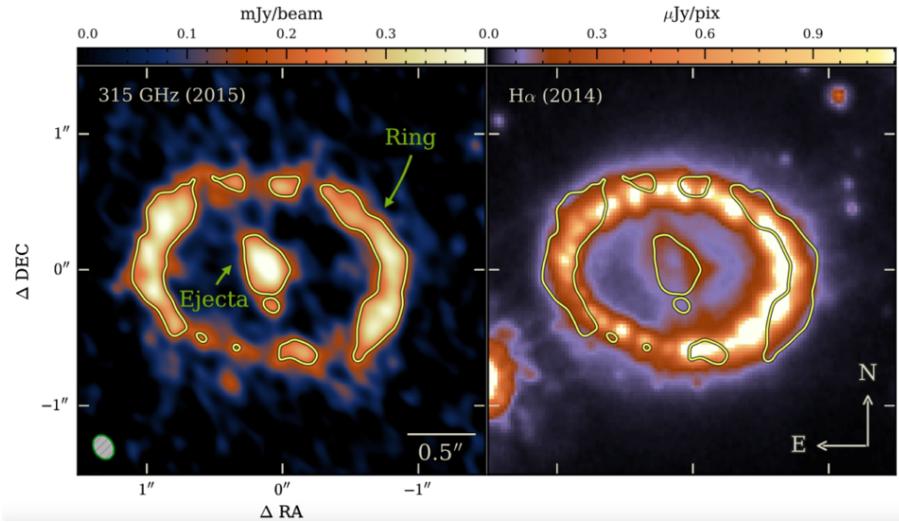


Figura 1: Spettro di emissione della Supernova SN1987A, come appare oggi.

Esercizio: nell’emissione radio di una supernova si vede un disco. Quest’esplosione è avvenuta in una stella distante 168 mila anni luce. Potremmo calcolare il diametro di questo oggetto. Quanto misura l’anello che circonda SN1987A? Possiamo calcolarlo. Ciò è una conseguenza del fatto che questa supernova ha una magnitudine intrinseca assoluta pari a -19.5.

SISTEMALA STA PARTE AL MASSIMO TOGLILA

Conoscere la luminosità di un oggetto alla sua superficie, permette di usarlo come un misuratore di distanze. Dato che la sua magnitudine apparente dipende dalla magnitudine intrinseca:

$$m - M = -2.5 \log \frac{L_{\text{obs}}}{L}$$

$$m - M = 5 \log d + 25$$

Con m magnitudine apparente; M magnitudine assoluta: L_{obs} : luminosità osservata; L : Luminosità intrinseca; d misurata in megaparsec.

In ogni caso lui sta parlando di questo:

$$M = -2.5 \log(L) + \text{const} \quad (\text{absolute magnitude})$$

$$m = -2.5 \log(L_{\text{obs}}) + \text{const} \quad (\text{apparent magnitude})$$

$$m - M = -2.5 \log\left(\frac{L_{\text{obs}}}{L}\right)$$

$$m - M = 5 \log(d[\text{Mpc}]) + 25$$

$$\text{pc} = 3.26 \text{ light year} = 2.06 \times 10^5 \text{ AU} = 3.08 \times 10^{16} \text{ m}$$

Figura 2: Misurare distanze attraverso valore di magnitudine intrinseca.

Conoscere questo e fare una misura restituisce la distanza degli oggetti.

Adesso, l'esistenza di un marcitore di distanze, come le supernove di tipo 1A, è stato fondamentale per dare dimensione all'universo. È la cosa più accurata che abbiamo.

Domanda: la luminosità intrinseca è stimata?

L'astrofisica funziona per passaggi da scale piccole a scale grandi. Fondamentali sono le distanze, dobbiamo conoscerle. Ci sono distanze che possiamo conoscere in maniera immediata. Esempio: la distanza delle stelle dalla Terra con la parallasse trigonometrica. Ci sono inoltre degli oggetti per cui la luminosità dipende solo dalla distanza, e quindi la loro luminosità intrinseca è nota. Esistono le Cefeidi, per esempio, che hanno una luminosità che varia nel tempo periodicamente. Il valore medio della luminosità dipende dal periodo di oscillazione. Scoperta questa classe di stelle, possiamo misurare la distanza di oggetti più lontani. Conoscendo la luminosità intrinseca, possiamo valutare il valore apparente, e quindi la distanza. Si possono attribuire distanze alle stelle a partire da oggetti più vicini.

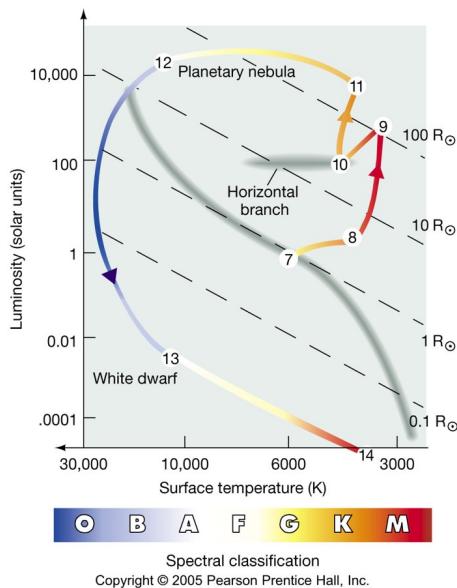
Abbiamo per esempio un oggetto (supernova di tipo 1) che è esploso all'interno di una galassia (galassia di cui ho misurato la distanza grazie alle Cefeidi). Per cui conosciamo la distanza. Conosciamo quindi la magnitudine apparente, ed anche la magnitudine intrinseca. La teoria vuole infatti che abbiano tutte la stessa luminosità e le osservazioni hanno dimostrato che è vero.

6.7.4 Supernove come indicatori di distanze

Dal valore intrinseco di -19.5 delle supernove di tipo 1, che esplodono e decadono con un tipo di curva molto specifico, si possono misurare le distanze delle galassie. Riusciamo a misurare la distanza di galassie lontanissime. Il motivo è che quando esplodono, le supernove di tipo 1 sono luminose quanto le galassie a cui appartengono.

Queste supernove potrebbero essere però il prodotto del superamento della massa critica non per accrescimento lento, ma per "merging" di due oggetti: due stelle sotto la massa critica per qualche motivo collassano. Questo non c'entra niente. Non si tratta di una supernova di tipo 1. Questo è un fenomeno che esiste, ma che non ha una luminosità intrinseca, per cui quando abbiamo supernove che non seguono le regole, si immagina che siano conseguenza dalla coalescenza di più oggetti.

Riassumiamo col seguente grafico l'iter di post-sequenza principale delle stelle di piccola massa:



6.8 Morte delle stelle di grande massa

Abbiamo parlato delle fasi finali di un oggetto di piccola massa, cioè minore di 8 masse solari, per cui il carbonio non brucia. Questo oggetto dà vita a una nana bianca. Se la nana bianca ha una massa superiore a quella critica di Chandrasekhar può collassare, altrimenti rimane lì. Può però collassare anche se in un sistema binario riceve massa dalla compagna, quindi si ha una fase esplosiva.

Per quanto riguarda gli oggetti di grande massa, terminato il sostento della struttura per effetto delle reazioni nucleari, si ha il collasso, che non può essere impedito da niente: in questo momento le forze gravitazionali predominano su tutto e la temperatura sale enormemente. Si può avere anche una fotodisintegrazione dei nuclei all'interno. Può avvenire la produzione di neutroni.

Tutti questi processi non fanno altro che sottrarre energia al sistema, che quindi collasserà molto più rapidamente. Se prima c'era una temperatura nelle stelle che, in qualche modo, dava vita a una certa "pressione", questi processi raffreddano il sistema, per cui la pressione associata cala.

La quantità di energia gravitazionale che si potrebbe generare da tutto il sistema che collassa, per una stella di questo ordine di grandezza, è dell'ordine di 10^{53} . La supernova di tipo 1 sviluppava energia di ordine 10^{51} , dunque l'energia di collasso di queste stelle è superiore a quella di una supernova.

Che cosa può accadere a questo sistema? Abbiamo una stella che collassa: la parte più densa è all'interno; la massa è superiore al valore critico M_{Ch} . All'interno si può

venire a creare un core di neutroni, cioè la densità è così alta infatti che protoni e elettroni danno origine a neutroni. Se questo accade, cioè se siamo nelle condizioni tali da ottenere una struttura fatta all'interno di soli neutroni, la struttura totale smette di collassare, poiché la pressione dei neutroni degeneri sostiene tutto. Contro questo core, che di colpo diventa rigido, sta continuando a cadere materia, che si trova quindi a "rimbalzare" su esso: la materia inverte il verso della propria velocità negli strati in cui entra a contatto con questo core. Si sviluppa un'onda di caduta riflessa che incontra gli strati che stanno arrivando. Le velocità relative sono molto alte, per cui si crea un aumento di temperatura degli strati che collassano e si genera una supernova di tipo 2.

6.8.1 Supernove di tipo 2

In questo caso le stelle esplodono. Si parla di esplosione quando si ottengono velocità superiori alle velocità di fuga dell'oggetto. Le supernove di tipo 2 sono diverse da quelle di tipo 1 nella curva di luce, cioè nella variazione della luminosità nel tempo.

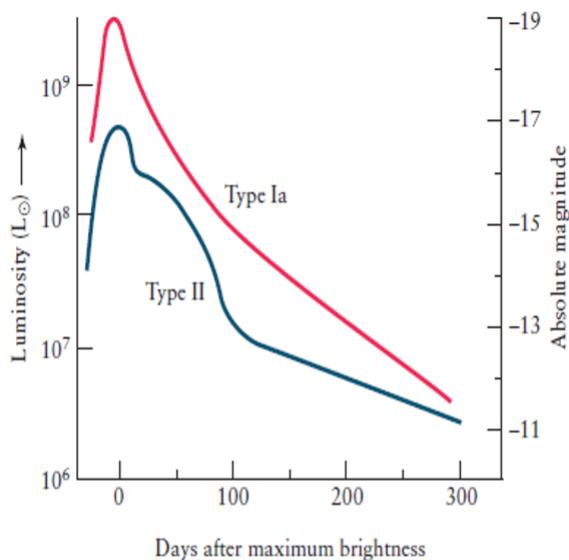
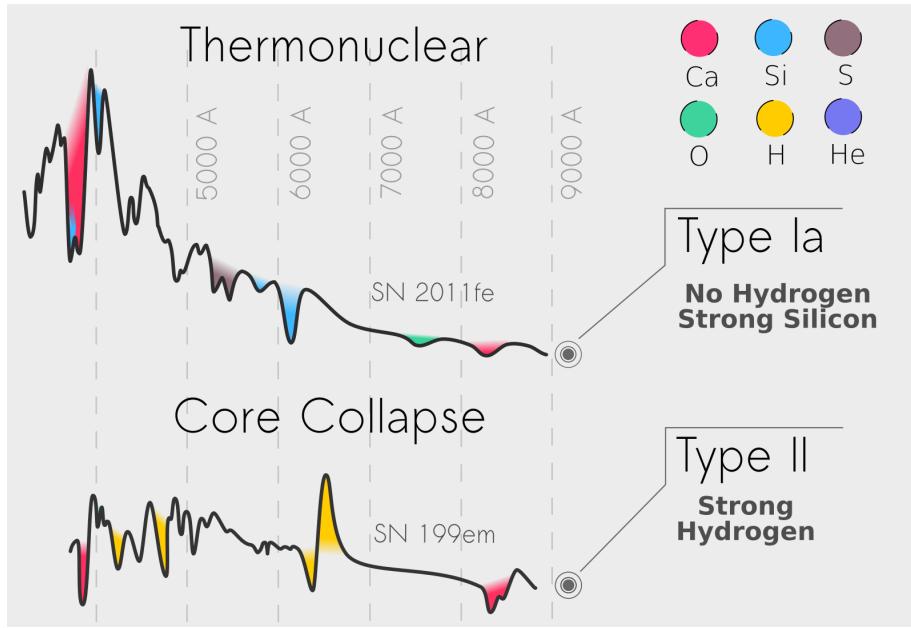


Figure 11-9 Supernova Light Curves A Type Ia supernova, which gradually declines in brightness, is caused by an exploding white dwarf in a close binary system. A Type II supernova is caused by the explosive death of a massive star and usually has alternating intervals of steep and gradual declines in brightness.

La curva di luce delle supernove di tipo 2 è dominata non tanto da fotoni creati da un corpo nero che si espande e raffredda, ma contribuisce in maniera sostanziale alla forma della curva di luce la generazione di energia data dal decadimento di nuclei più leggeri. La caratteristica fondamentale che distingue i tipi di supernova è il fatto che la supernova di tipo 2 viene da un oggetto che all'esterno non ha espulso materia, quindi contiene ancora idrogeno, che appare evidente nello spettro.



(In figura: Confronto degli spettri di emissione dei due tipi di supernove. Notiamo come il secondo sia dominato dall'idrogeno.)

Questo grafico contiene un'informazione data dalla riga dell'idrogeno- α : essa ha una porzione di emissione (la parte rivolta verso l'alto) e una porzione in assorbimento (la parte rivolta verso il basso). Questa riga ci permette di studiare bene le geometrie dell'oggetto che esplode. Avere una riga in emissione con questa forma, permette di studiare la velocità di espansione. Questa forma caratteristica dei profili delle righe, definita p-cyggni (dal prototipo di stella che contiene questo oggetto), permette di determinare la velocità del vento (inteso quello che trasporta il materiale). Di queste supernove possiamo avere il dettaglio di come la stella si sta espandendo.

Queste stelle, a differenze delle altre, non hanno una luminosità intrinseca a priori. Possono essere usate per stimare distanze, ma non appartengono alla categoria degli indicatori di distanze. Sono oggetti molto particolari, perché in queste sembra che si possano formare gli elementi pesanti che mancavano prima.

In una supernova di tipo 2 quello che accade è che gli strati più esterni che sono espulsi danno origine a strutture, dette resti della supernova, che hanno forme di tipi molto diversi dalle nebulose.



All'interno dei resti della supernova sta l'oggetto responsabile dell'esplosione, che non è sempre visibile, per poca luminosità e piccole dimensioni.

6.8.2 Raggi cosmici

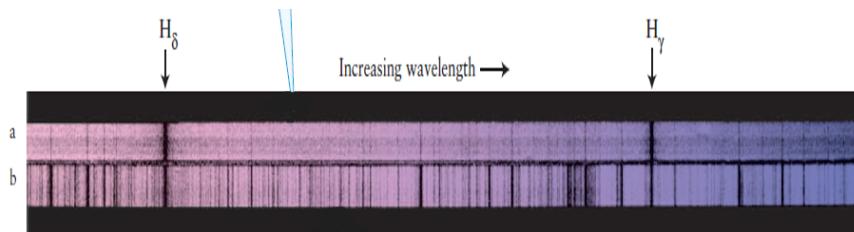
Le esplosioni delle supernove hanno un ulteriore ruolo nella chimica dell'universo oltre all'espulsione di materia processata, quindi elementi pesanti che vengono rimessi nel circolo, per dare eventualmente vita a nuove stelle.

In queste regioni, che sono caratterizzate da questi filamenti (vedi immagine sopra), si possono avere dei campi di velocità molto alti. Sono regioni caratterizzate dalla presenza di campi magnetici. In queste regioni elettroni e protoni si muovono molto velocemente, in più c'è un campo magnetico, per cui si possono ottenere ulteriori accelerazioni delle particelle per effetto dell'accelerazione di Fermi. Le particelle possono essere molto accelerate e dare origine ai raggi cosmici.

Sulla Terra arrivano una certa quantità di nuclei, di composizione chimica simile a quella del Sole, con numerosità che dipende dalla loro energia. Questi raggi cosmici che vediamo sulla Terra, si pensa siano prodotti dai resti delle supernove. I raggi cosmici sono importanti perché permettono di studiare la cinematica e tutto quello che succede all'interno della supernova; ad esempio si cerca di capire come la materia venga espulsa dalle supernove, o come si vengano a formare. Essi sono responsabili di un'ulteriore modifica della chimica del cosmo. Infatti possono creare elementi per spallazione⁵¹; questo fa sì che ci siano alcuni elementi, su tutti berillio e boro, che sono una conseguenza diretta dei raggi cosmici.

6.8.3 Popolazioni stellari

Tutta questa variazione della chimica del cosmo porta alla definizione attuale di due popolazioni stellari. Cioè, se in questo momento facciamo spettri di una stella, troviamo spettri come questi:



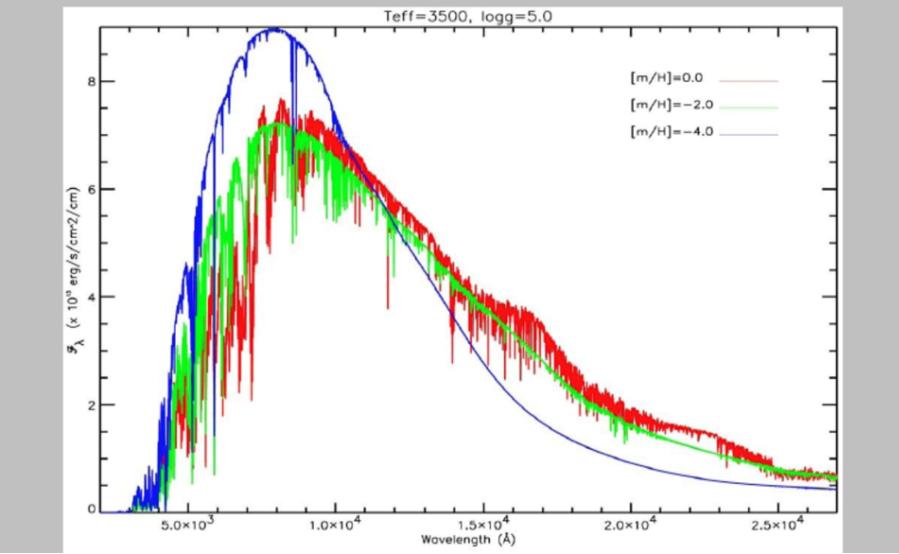
(In figura: Spettri di emissione di una stella di popolazione 2 (in basso) ed una di popolazione 1 (in alto).)

Vediamo nello spettro (A) intense righe dell'idrogeno quali $H-\gamma$ e l' $H-\delta$ e pochissime righe in mezzo. Le stelle associate a questo spettro si dicono di popolazione 2. Poi vediamo un'altra classe, detta di popolazione 1, i cui spettri (B) sono pieni soprattutto di righe spettrali di metalli (oltre a quelle di idrogeno). La popolazione 1 è detta di alta metallicità, quella 2 di bassa metallicità.

Si pensa che le stelle di popolazione 1 siano quelle giovani, formate dagli elementi espulsi dalla popolazione precedenti, le old star, dette invece di popolazione 2. Se osserviamo lo spettro di queste stelle, quello che vediamo è che cambia il contenuto dei metalli.

⁵¹Processo fisico tramite il quale un nucleo pesante emette una grande quantità di nuclei più leggeri a seguito di collisione con una particella ad alta energia.

Low metallicity stars are blue



(In figura: Spettri di emissione di varie stelle. In blu di una stella a bassa metallicità; in verde e rosso di stelle ad alta metallicità.)

In alto a destra del grafico troviamo la nomenclatura usata per indicare l'abbondanza di un elemento rispetto all'idrogeno. Le tra parentesi quadre indica che tale abbondanza sono calcolate per il sole.

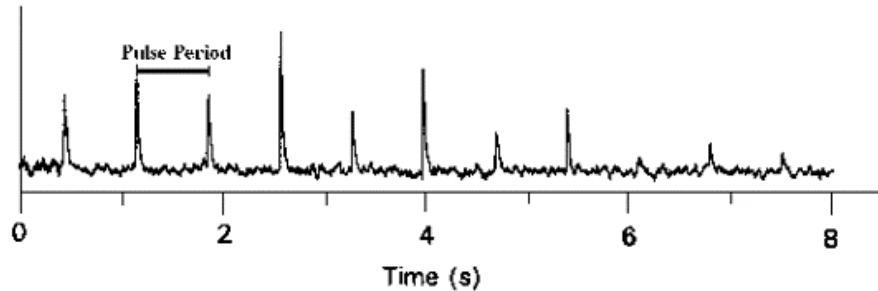
Gli spettri diventano sempre più poveri di righe perché non ci sono metalli. Quindi i fotoni prodotti nella stella vengono fuori in modo diverso. Il motivo è che se non ci sono metalli, come nello spettro blu in figura, sostanzialmente, i fotoni ultravioletti possono uscire. In una stella con più metalli come quella rossa, i fotoni vengono bloccati, il che non significa che vengono distrutti, ma che vengono emessi con un'altra lunghezza d'onda. Quindi viene emesso un altro spettro, che presenta più flusso nell'infrarosso. L'area di queste tre curve è uguale. La differenza tra gli spettri di emissione verde e rosso è quello che interpretiamo come un diverso contenuto di metalli. Alle popolazioni 1 e 2 dovremmo associare una presunta popolazione 3, che non è mai stata osservata, e che includerebbe, virtualmente, gli spettri senza metalli.

6.8.4 Stelle di neutroni

Abbiamo visto il risultato dell'evoluzione stellare e di come questo possa cambiare la chimica dell'universo, cioè della generazione successiva. Resta da risolvere un altro problema: che cosa è successo nei nuclei di queste supernove, che neppure vediamo? La stella di neutroni che si è venuta a formare, che conteneva tutto, si comporta in maniera diversa a seconda della sua massa. Definiamo anche una massa critica, detta *massa di Oppenheimer-Volkoff*, che è compresa tra le due e le tre masse solari. Allora, può accadere che questo oggetto di neutroni resti stabile, quando ha una massa inferiore a 2 o 3 masse solari. Avremo una stella fredda, fatta di soli neutroni. Questi oggetti sono molto compatti. Possiamo calcolarne il raggio, usando la pressione dei neutroni degeneri e combinandola con l'equazione di equilibrio, similmente a come abbiamo fatto per le nane bianche. Dai calcoli si ottiene che il raggio è di circa 10 km. Una stella di neutroni è quindi un oggetto molto piccolo e denso: meno di 2/3 masse solari, in

una sfera di raggio 10 km. Hanno una velocità di rotazione elevata: girano 600 volte al secondo. Possiede inoltre un campo magnetico estremamente alto.

Non le possiamo vedere: gli oggetti al centro dei resti di una supernova non sono visibili, non hanno un'emissività sufficiente. La ragione è che al di là della loro temperatura, il loro raggio è talmente piccolo da renderli invisibili. Possiamo in realtà vederle guardando non alla loro emissione ottica ma all'emissione radio. Negli anni '60 furono scoperti alcuni oggetti, noti come *pulsar*, oggetti che presentavano, nel radio, delle emissioni periodiche. Il tempo tra un'emissione e l'altra è molto breve, molto inferiore al secondo.



(In figura: Emissione periodica registrata da una pulsar.)

L'interpretazione data ai pulsar, che si trovano nei centri dei resti di supernove (la più famosa è la Crab, che presenta un'emissione periodica, con periodo di 33 millisecondi), è che queste sono nient'altro che il risultato del collasso. La stella di neutroni gira su se stessa e presenta un campo magnetico molto intenso, per cui gli elettroni sono costretti a co-ruotare con il campo magnetico, che gira con periodo di 33 millisecondi. Questi elettroni che ruotano emettono radiazione (poiché le cariche accelerate producono un'emissione di sincrotron) e tutte le volte che questo campo magnetico, che è inclinato rispetto all'asse di rotazione, punta verso di noi, vediamo l'impulso radio.

Le pulsar, la cui spiegazione qualitativa è stata data da Franco Pacini, nel 1967, sono considerate la prova che tutto ciò che abbiamo studiato finora terminava, per le stelle di grande massa, con le stelle di neutroni.

6.8.5 Buchi neri

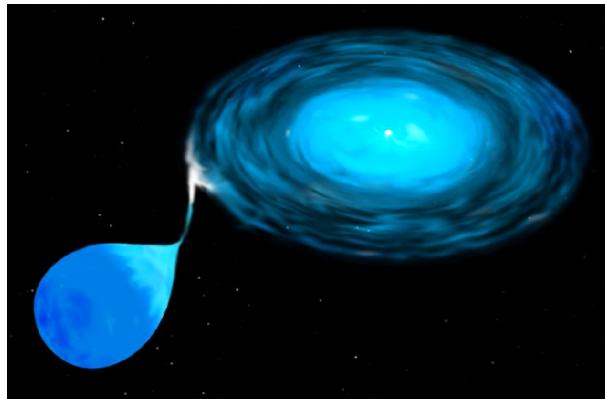
Se invece il nucleo della stella di neutroni ha una massa superiore al valore critico di Oppenheimer-Volkoff, neanche la pressione dei neutroni degeneri può sostenere la struttura, che continuerà a collassare. Se questo oggetto esistesse, darebbe origine a qualcosa che non vediamo in quanto la massa limite di questo oggetto non è quantificabile: se il collasso continuasse all'infinito, senza essere compensato da alcuna forza, otterremo un raggio molto piccolo, molto più piccolo di quello che dovrebbe essere il valore minimo per permettere alla luce di uscire (raggio di Schwarzschild). Ricordiamo che questo è il raggio di una massa la cui velocità di fuga è superiore a quella della luce:

$$R_{\text{Sch}} = \frac{2GM}{c^2}$$

Se questo fosse vero, avremmo oggetti di cui non vediamo la superficie, poiché questo raggio diventerebbe una specie di "orizzonte". Non è importante quanto sia grande,

ma il fatto che non sia visibile. Questo oggetto non ha più emissione. Nell'immaginario collettivo questo oggetto si chiama *buco nero*.

Dei buchi neri non si sa niente di certo in quanto non ci sono evidenze dirette. Quello che sappiamo è che ci possono essere evidenze indirette della loro esistenza. Per esempio, se in un sistema binario l'oggetto al centro dovesse diventare un buco nero, ci aspetteremmo che il disco di accrescimento sia quasi pieno, cioè che non abbia più la parte centrale.

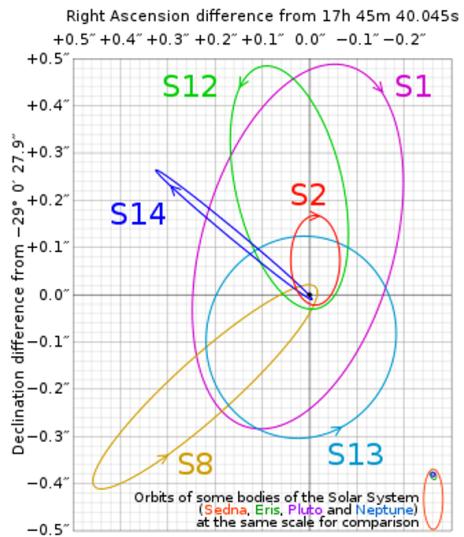


(In figura: Sistema binario, con disco di accrescimento attorno al Buco Nero.)

Con questo genere di calcolo si possono fare previsioni. Data la velocità di rotazione del disco, si può stimare come la materia "cadrebbe" sul buco nero, che quindi aumenterebbe ancora la sua massa. Questo porterebbe a vedere le regioni più interne delle stelle come regioni che emettono radiazione X. Questo è fattibile.

Immaginiamo adesso un'emissione spettrale, una riga spettrale, di un atomo che si trovi in questo campo gravitazionale. Gli orbitali avrebbero delle forme molto particolari, molto diverse per via del "tempo". Il tempo inizia a scorrere in modo diverso, i tempi di decadimento cambiano totalmente e profili di queste righe non hanno niente a che fare con i profili visti finora. Queste cose si osservano, quindi abbiamo un'evidenza indiretta. Abbiamo forti evidenze della realtà di questi oggetti, per esempio l'emissione X.

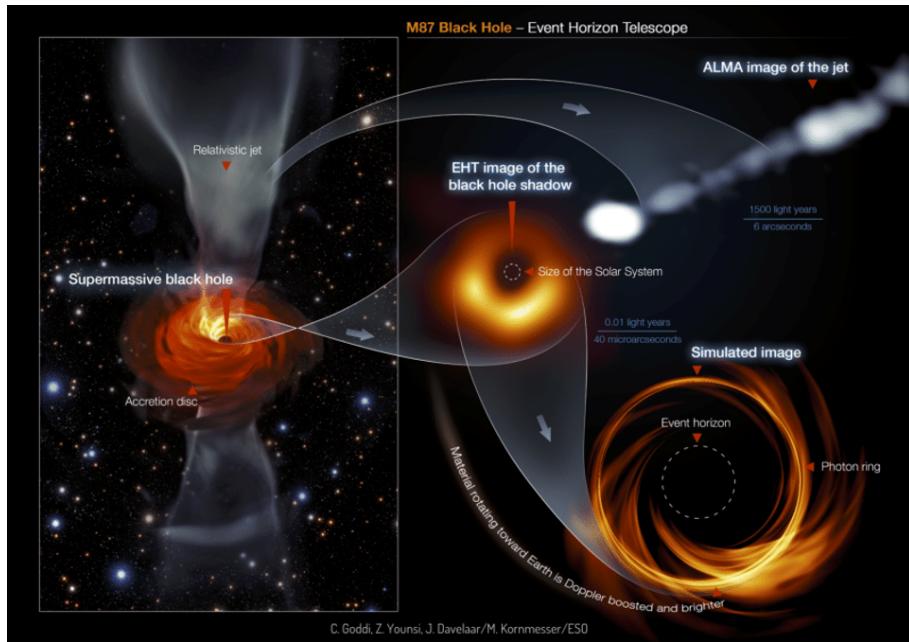
Quanto detto è il caso di una stella che diventa un buco nero. Esiste anche la possibilità che la massa di Oppenheimer sia superata per coalescenza (fusione) di più masse, il che genera confusione (basta immaginare il centro di una galassia e a quanti oggetti e stelle stanno orbitando, e quindi a quante stelle potrebbero fondersi). Nei centri delle galassie, facendo una stima dalle orbite delle stelle che ruotano attorno al centro galattico, si possono stimare che ci sono buchi neri, non di qualche massa solare, ma di milioni, di miliardi di masse solari. Anche al centro della nostra galassia dovrebbe esserci uno di questi. Questo lo studiamo attentamente dalle orbite di alcune stelle che noi vediamo.



(In figura: Osservazione di vari corpi celesti che sembrano orbitare attorno al buco nero presente al centro della nostra galassia.)

Al centro della nostra galassia dovrebbe esserci "qualcosa" che ha una massa pari a 4 milioni di masse solari. Non può essere materia ordinaria, che ovviamente avrebbe un volume diverso.

L'ultima evidenza dei buchi neri super massivi, viene fuori dall'esperimento che misura la materia in orbita attorno al buco nero nell'emissione radio. L'umanità ha messo insieme un apparato di radiotelescopi. Abbiamo usato tutto il pianeta per fare questa cosa. Non abbiamo una vera fotografia, ma un'immagine ricostruita per interferometria.



Abbiamo parlato di interferometria, cioè: non abbiamo l'immagine diretta, ma la variazione di luminosità con la distanza (come l'esperimento di Young con le due fenditure) per cui, valutando la variazione di luminosità con la distanza, possiamo ricostruire l'immagine dell'oggetto. L'unica cosa che si vede è un oggetto di forma circolare. Vediamo l'aumento di luminosità.

6.8.6 Recap fasi finali delle stelle

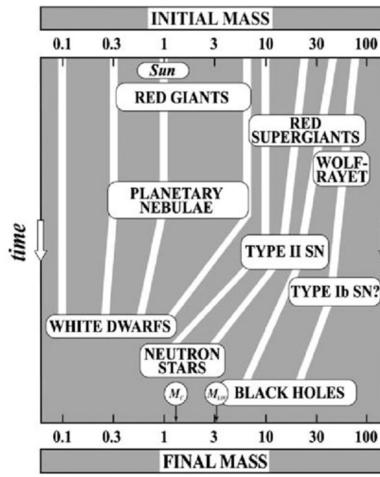
Facciamo adesso una raccolta di ciò che accade alle stelle in funzione della massa iniziale:

- Le stelle sotto $1/100 M_{\odot}$ non bruciano neanche il deuterio;
- Sotto $8/100 M_{\odot}$ non bruciano l'idrogeno: nane brune;
- Sotto $0.5 M_{\odot}$ non si brucia l'elio e si ottiene una nana bianca di elio;
- Sotto $1.44 M_{\odot}$ avremo una nana bianca di carbonio;
- Sotto le $2.25 M_{\odot}$ abbiamo le masse caratteristiche dell'helium flash;
- Per $2 - 3 M_{\odot}$ abbiamo le stelle di neutroni;
- Sotto $8 M_{\odot}$ non brucia il carbonio;

Final composition of dead stars

Initial mass (in units of M_{\odot})	Final evolutionary state	Comment
< 0.01	planet	
0.01 < $M < 0.08$	brown dwarf	too cool to sustain consistent nuclear fusion
0.08 < $M < 0.5$	helium white dwarf	too cool to fuse He to C and O
0.5 < $M < 4$	C-O white dwarf	too cool to fuse C and O to heavier elements
4 < $M < 8$	O-Ne-Mg white dwarf	
8 < $M < 40$	supernova/neutron star	
40 < M	supernova/black hole	

Vediamo infine come masse iniziali possono dare origine a masse finali.



Queste stelle all'inizio hanno valori più grandi, ma anche enormi perdite di massa, per cui nell'oggetto finale la massa si riduce. Le stelle di grande massa possono avere una fase analoga a quella di nebulosa planetaria, con una grande espulsione di massa. Come avviene per le Wolf-Rayet.

Le stelle di grandissima massa, sopra 25 masse solari, possono avere una perdita di massa che non è esplosiva. Ce ne sono pochissime di queste. Sono grandissime e molto

luminose. Ce ne sono anche nella nostra galassia, ma sono pochissime, in quanto la loro vita media è molto breve. Non è una fase di supernova, non esplodono, perdono solo massa.

6.9 Nascita delle stelle

Abbiamo visto le stelle come oggetti auto-gravitanti, che sono in equilibrio perché esiste una forma di produzione di energia, e le abbiamo collocate nel diagramma H-R, fondamentale per ricordare cosa accade alle stelle nel tempo, ossia la loro evoluzione che abbiamo chiamato fase di post-sequenza principale. In realtà, le stelle devono provenire da qualche parte, cioè ci sarà un momento in cui si formano.

L'idea è che le stelle nascano da gas diffuso che appartiene alla galassia. Da che parte cominciare?

6.9.1 Mezzo interstellare



Tra le stelle vediamo materia diffusa, gas diffuso. Un'idea è che questo, che è il mezzo interstellare, sia la materia da cui per aggregazione nascano le stelle.

Questi oggetti che visualizziamo sembrano avere grande estensione, ma di cosa sono fatti? Prima di dire che la nube, per aggregazione, dia origine a una stella, bisogna vedere se c'è compatibilità nella composizione chimica. Le nubi interstellari sono fatte della stessa materia delle stelle? Se così non fosse, dovremmo cercare altrove l'origine delle stelle.

Dall'analisi chimica sembra che il mezzo interstellare abbia composizione chimica estremamente compatibile con quella del Sole, cioè è costituito per la maggior parte da idrogeno ed elio. Per queste nubi notiamo anche l'emissione spettroscopica propria di molecole, anche complesse. Allora di cos'altro sono fatte queste nubi?

The Four Components of the Interstellar Medium

Component	Temperature [K]	Density [atoms/cm ³]	Main Constituents
HI Clouds	50 – 150	1 – 1000	Neutral hydrogen; other atoms ionized
Intercloud Medium (HII)	10 ³ - 10 ⁴	0.01	Partially ionized H; other atoms fully ionized
Coronal Gas	10 ⁵ - 10 ⁶	10 ⁻⁴ – 10 ⁻³	All atoms highly ionized H
Molecular Clouds	20 - 50	10 ³ - 10 ⁵	Neutral gas; dust and molecules

Possiamo avere ambienti con molecole di idrogeno neutro, con pochi atomi ionizzati, a centinaia di kelvin (temperature quindi molto basse), con densità abbastanza elevate (da 1 a 1000 atomi per cm³); altri ambienti con temperature alte, molto rarefatti, con idrogeno ionizzato parzialmente; altri con temperature alte, densità bassissime e idrogeno tutto ionizzato; infine ambienti con temperature molto basse, densità alte e atomi di idrogeno neutri, accompagnati da molecole. Queste sono le quattro possibili categorie del mezzo interstellare.

Che molecole troviamo? Di tutto: troviamo ad esempio molecole diatomiche. Infatti abbiamo prodotto carbonio, ossigeno, troveremo CO; abbiamo zolfo, ferro, azoto, ecc. Nel mezzo interstellare la materia espulsa da stelle di generazione precedente si raffredda e si lega in molecole. Possiamo avere molecole più complicate, come il benzene.

Se misuriamo gli spettri di emissione radio, possiamo osservare anche molecole più vicine alla chimica organica. La presenza di molecole "organiche" lascia ben sperare sull'origine della vita nello spazio, dato che tali molecole esistono a prescindere nello spazio.

Questo mezzo interstellare può essere all'origine di tutte le stelle?

6.9.2 Collazzo delle nubi interstellulari

Perché una nube interstellare collassa?

Ricordiamo il Teorema del Viriale, il quale afferma che l'energia potenziale è pari al doppio dell'energia cinetica.

$$2K + U = 0$$

Riportiamo qui, per questioni di completezza e come approfondimento, una semplice dimostrazione del teorema del Viriale presa da *P. Monaco, "Introduzione all'astrofisica"*, sez. 2.2.

Integriamo l'equazione dell'equilibrio idrostatico, dal centro (c) alla superficie (s) di una stella, moltiplicando prima entrambi i membri per $4\pi r^3$:

$$\int_{P_c}^{P_s} 4\pi r^3 dP = - \int_0^R 4\pi r GM \rho dr$$

Nel primo membro riconosciamo $4\pi r^3 = 3V(r)$, per semplificare il secondo membro utilizziamo l'equazione di continuità

$$3 \int_{P_c}^{P_s} V dP = - \int_0^R \frac{GM}{r} dM$$

Naturalmente il valore di M alla superficie, M_s , è uguale al valore della massa della stella.

Riconosciamo subito nel secondo termine l'energia potenziale totale della stella:

$$-\int_0^R \frac{GM}{r} dM = \Omega$$

Il primo termine si può integrare per parti, ottenendo

$$\int_{P_c}^{P_s} V dP = PV|_c^s - \int_c^s P dV$$

Di questi due termini il primo si annulla sia al centro ($V = 0$) che alla superficie ($P = 0$). Inoltre:

$$3 \int_c^s P dV = 2 \int_c^s \frac{3}{2} n k T dV = 2K dV$$

non è altro che 2 volte l'energia cinetica totale delle particelle della stella, ovvero la sua energia termica. Otteniamo così l'equazione:

$$2K + \Omega = 0$$

Questa equazione è nota come teorema del viriale, ed è valida per gas perfetti in equilibrio idrostatico così come per molti altri casi, come le orbite Kepleriane o il moto delle stelle in ammassi o galassie.

EXTRA: Questa osservazione sembra interessante ma non so ancora dove metterla.

Un'interessante conseguenza del teorema del viriale è la seguente.

Una nube di gas, che supponiamo in quasi-equilibrio idrostatico⁵², collassando si riscalda, e riscaldandosi assume facilmente temperature maggiori di quelle dello spazio esterno, che sono dell'ordine della temperatura del fondo cosmico di radiazione (all'epoca attuale ~ 2.7 K). Per la seconda legge della termodinamica, la nube irradierà parte della sua energia termica, per raggiungere l'equilibrio termico con l'esterno. Ma questo processo è regolato dal teorema del viriale, per il quale $2K + \Omega = 0$. Se $E = K + \Omega$ è l'energia totale della nube, allora si ha $E = -K$ oppure $E = \Omega/2$.

⁵²Per quasi-equilibrio idrostatico intendiamo che il collasso procede con un tempo scala molto più grande del tempo dinamico della nube, cosicché la condizione di equilibrio idrostatico è sempre approssimativamente rispettata.

Per una nube che irradia, l'energia totale E , che è negativa se la nube è gravitazionalmente legata, diminuisce diventando così più negativa. Di conseguenza, l'energia potenziale diminuisce e l'energia termica aumenta! In altre parole, il collasso fa riscaldare la nube, allontanandola ulteriormente dall'equilibrio idrostatico. Quest'apparente violazione del seconda legge della termodinamica è il motivo principale per cui l'universo non è un brodo uniforme di particelle a temperatura molto bassa; tutta l'evoluzione dell'Universo può essere vista come una competizione tra gravità, che tende a creare diversità, e termodinamica, che tende a uniformare.

Questa relazione permette di stabilire una condizione di equilibrio della materia: se siamo in una condizione in cui il doppio dell'energia cinetica dei costituenti egualia il potenziale gravitazionale, allora il sistema è in equilibrio.

Tale teorema ci dà la possibilità di stabilire alcune condizioni per il mezzo interstellare, così da poter capire se questo possa collassare o meno. Abbiamo detto che la nube ha una composizione chimica compatibile con la formazione delle stelle, ma bisogna capire se la nube può collassare. Partendo dal teorema del Viriale, ci chiediamo qual è la condizione. Leghiamo l'energia cinetica alla temperatura, dato il numero di particelle.

$$K = \frac{3}{2} N k_B T$$

Supponiamo che la nube sia una sfera. Sotto questa ipotesi, il potenziale della sfera diventa:

$$U = -\frac{3}{5} \frac{GM^2}{R}$$

Queste due relazioni, sostituite nel teorema del Viriale, restituiscono una relazione che lega temperatura, massa e dimensione della nube. All'equilibrio si ha:

$$3Nk_B T = \frac{3}{5} \frac{GM^2}{R}$$

La nube non collassa e non si espande. Quando collassa? Per:

$$3Nk_B T < \frac{3}{5} \frac{GM^2}{R}$$

Quando si ottiene questa condizione? Riscriviamo la formula. Supponendo che la densità sia costante, poniamo:

$$N = \frac{M}{m}$$

con M massa della nube e m massa media dei singoli elementi costituenti. Inoltre:

$$\rho = \frac{M}{\frac{4}{3}\pi R^3}$$

Da cui ricaviamo un'espressione per R :

$$R = \left(\frac{3M}{4\pi\rho} \right)^{1/3}$$

Sostituiamo l'espressione di R appena trovata nell'equazione sopra e la risolviamo rispetto a M :

$$M_J = \left(\frac{5k_B T}{Gm} \right)^{3/2} \left(\frac{3}{4\pi\rho} \right)^{1/2}$$

Definiamo questo valore di M come *Massa di Jeans*.

Abbiamo espresso la massa della nube in termini delle sue grandezze termodinamiche: temperatura e densità⁵³. All'equilibrio si ha l'uguaglianza. Perché una nube collassi, questa dovrebbe avere massa maggiore di quella di Jeans: $M_{\text{nube}} > M_J$. In tal caso il potenziale gravitazionale sarà maggiore dell'energia cinetica dei costituenti e si avrà il collasso.

Tra tutte le tipologie di nubi che abbiamo individuato, possiamo indicare quali soddisfano questi criteri, cioè per quali è possibile il collasso.

Esprimiamo la Massa di Jeans in funzione della Massa del Sole:

$$M_J = 15.4 M_{\odot} \left(\frac{T}{1 \text{ K}} \right)^{3/2} \mu^{-2} \left(\frac{n}{1 \text{ cm}^{-3}} \right)^{-1/2}$$

In questo la Massa di Jeans diventa proporzionale alla temperatura e al numero di particelle.

È l'unico "ingrediente" necessario per determinare il collasso di una nube? Ovviamente solo nel caso più semplice: realisticamente è necessario conoscere se avvengono altri fenomeni, ad esempio sapere se la nube si trovi in rotazione oppure no.

Noi supponiamo che queste nubi siano in rotazione, ma perché dovrebbero esserlo? Si sta conservando un momento angolare? Una nube potrebbe essere in rotazione perché l'intera galassia si trova in rotazione, quindi la rotazione della nube può essere conseguenza della rotazione dell'intera galassia? Non è ben chiaro. Quello che consideriamo vero è che la nube ruoti perché ci serve che ruoti, visto che le stelle ruotano. Abbiamo bisogno che le nubi ruotino, altrimenti non sapremmo spiegare l'origine della rotazione delle stelle. Quindi occorre questo ingrediente, sebbene non c'è nessuna evidenza che queste nubi ruotino.

In base ai valori numerici che conosciamo per le nubi abbiamo tre categorie:

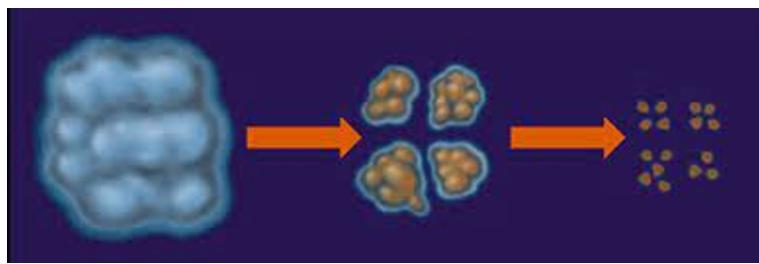
	T (K)	n (cm ³)	μ	M_J (M_{\odot})	t_{din} (yr)
Calde	10^4	10^{-1}	0.6	1.4×10^8	2.3×10^8
Fredde	10^2	10	1	4.9×10^3	1.6×10^7
Molecolari	10	10^3	2	3.9	1.2×10^6

Il peso molecolare dipende da come la massa si suddivide una molecola nei suoi costituenti, nel caso questi fossero ionizzati; ad esempio se abbiamo idrogeno ionizzato, la massa molecolare diventerà 2. Facendo questa operazione, viene fuori che le uniche nubi che possono collassare sono quelle molecolari, in quanto per queste la massa di Jeans vale soltanto 4 masse solari; tutte le altre darebbero masse troppo grandi per formare una stella. Se prendessimo ad esempio una nube calda, servirebbero 100 milioni di masse solari per farla collassare (d'altra parte non esistono stelle con massa così grande). L'ultimo parametro della tabella è il tempo dinamico di Kelvin-Helmotz, cioè

⁵³Ma la densità è una grandezza termodinamica?????

l'equivalente di quello che abbiamo calcolato per il Sole, che collassava in 30 milioni di anni. Quindi, le nubi molecolari sembrerebbero le uniche per cui è possibile il collasso. In effetti esistono nell'Universo tante nubi molecolari, ad esempio i celebri Pilastri della Creazione. L'unico problema è che, per quanto numerose, non bastano, cioè non è possibile immaginare che tutte le stelle finora nate si siano generate dalla condensazione delle sole nubi molecolari; c'è bisogno che collassino altri oggetti, con temperature più alte e densità più basse, ecc.

Questo processo non sempre è immediato, anzi, passa per un lungo stadio intermedio. L'idea che un'intera nube molecolare possa collassare (poiché presenta massa superiore alla massa di Jeans) non funziona, tranne che per pochi casi. Esiste però la possibilità che una grande nube collassi localmente e che quindi si frammenti in una serie di nubi più piccole. Numericamente tale fatto è facile da spiegare: se abbiamo una nube (con moti molecolari turbolenti), è possibile l'aggregazione delle molecole in frammenti con densità più alte, all'interno della nube. Quindi abbiamo dei collassi locali. Questo dà origine alla detta *frammentazione*.

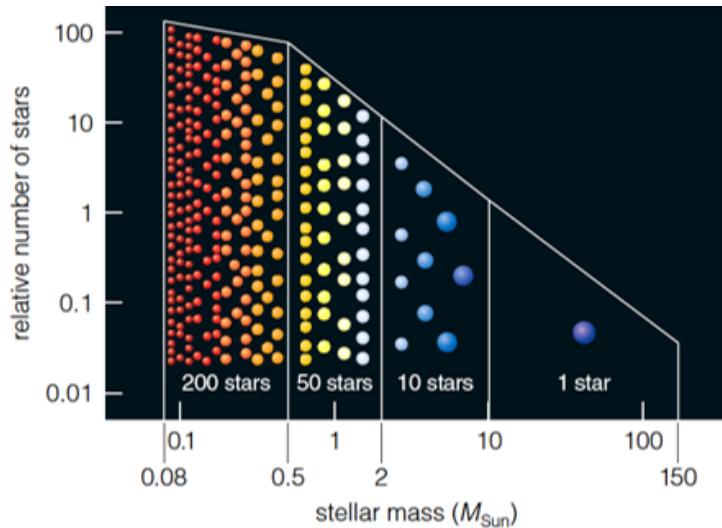


La frammentazione può avvenire anche perché subentra una perturbazione della condizione d'equilibrio della nube. Immaginiamo una nube con all'interno una stella che esplode. L'onda d'urto della stella che esplode potrebbe causare rapidamente la frammentazione e il collasso della nube (che non supera la massa di Jeans).

Persiste ancora il problema di come quella stella sia nata prima per poi dare origine (esplodendo) alla frammentazione. Le stelle non sono mai da sole: stanno nelle galassie. Il Sole ad esempio impiega 220 milioni di anni per fare un giro completo della galassia, potrebbe passare vicino a una nube nel momento in cui esplode. Non è detto però che stella che esplode e nube molecolare si siano formate contestualmente, potrebbero essersi formate indipendentemente, per poi ritrovarsi vicine nel momento fatidico, a causa della trasformazione (movimenti interni) della galassia.

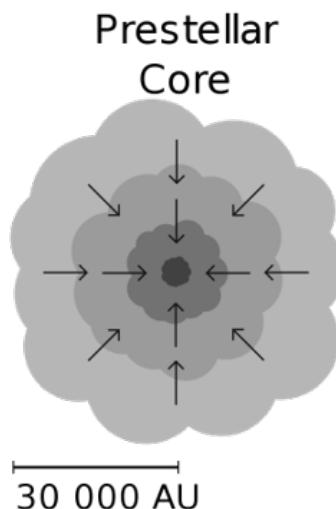
Quindi, come si è formato il Sole? Qua la situazione si complica. Noi abbiamo un Sole che ruota, con un campo magnetico per cui tra i nostri ingredienti (per la formazione stellare) dobbiamo mettere, oltre alla forza centrifuga, anche l'eventuale effetto del campo magnetico. Questo genere di calcolo è ostico, non ci sono soluzioni consolidate su questo aspetto. Sappiamo che questo fenomeno avviene. Sappiamo che le nubi collassano. È evidente che dove c'è una stella, ne ritroviamo sempre un certo numero, nel senso che le stelle stanno sempre in altri ambienti dove ce ne sono altre: parliamo infatti di *ammassi stellari*. Queste stelle, che si trovano spazialmente nello stesso luogo, sono caratterizzate da una velocità uguale; se ad esempio dalla Terra osserviamo le Pleiadi, si scopre che tutte le stelle di questo ammasso posseggono tutte la stessa velocità. Tale fatto fa pensare che si siano formate tutte da una stessa nube che aveva una sua velocità, la quale è collassata (frammentandosi prima), in un certo numero di stelle. È

comprendibile quindi il perché abbiano tutte la stessa velocità rispetto alla Terra. L'idea della frammentazione, al di là di dettagli che non sono assolutamente compresi (nel criterio di Jeans, infatti, una situazione del genere non collasserà mai), sappiamo che accade. Il collasso delle nubi molecolari è un aspetto ancora poco chiaro dell'astrofisica. Quello che sappiamo è che, guardando agli ammassi stellari, possiamo calcolare come le stelle si distribuiscono in massa all'inizio.



Per esempio, prese cento stelle, una sola sarà di grande massa. Le stelle di grande massa quindi non solo evolvono rapidamente, ma sono anche rare. La maggior parte delle stelle in un ammasso sono piccole e durano a lungo.

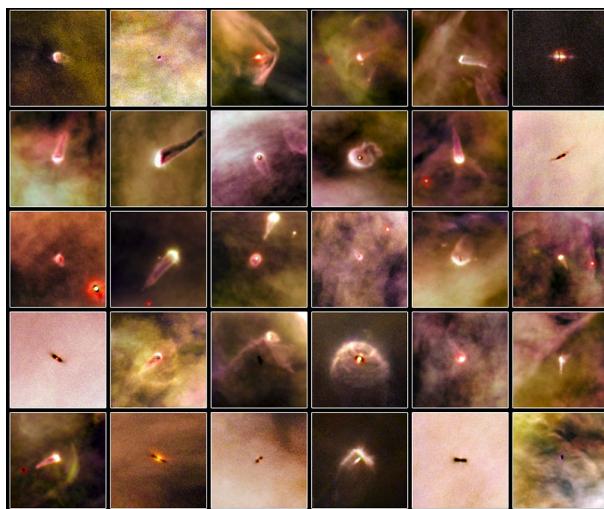
Queste considerazioni vengono fuori misurando le masse stellari. Cosa accadrebbe se volessimo seguire il collasso di una nube, in quanto fenomeno osservabile? Supponiamo che avvenga il collasso, ci sarebbe una maggiore aggregazione al centro e si creerebbe un core pre-stellare (ancora non è una stella, non è sostenuto dall'idrogeno che brucia).



In questo ambiente che collassa si nota una caratteristica tipica del Teorema del Viriale: l'oggetto collassa, ma solo metà dell'energia potenziale si trasforma in energia cinetica.

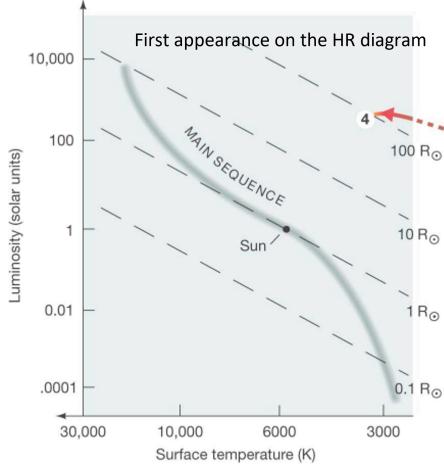
Ciò avviene perché metà energia potenziale viene persa, espulsa sotto forma di fotoni. Quello che succede è che l'ambiente si riscalda, quindi i fotoni vanno via. Siccome parliamo di molecole, parte dell'energia viene usata per rompere i legami molecolari. L'emissione di bassa temperatura, per nubi a centinaia di kelvin, è ovviamente piccata nell'infrarosso (la nostra Terra ha un picco a 10 micron di emissione di corpo nero e siamo a 300 K). Queste sono ancora più basse, per cui il picco è spostato ancora più lontano nell'infrarosso). Queste lunghezze d'onda non hanno alcun modo di essere assorbite, per cui la nube appare trasparente. La nube collassa e la temperatura non aumenta, poiché i fotoni vanno via. Quell'energia che resta è utilizzata per rompere legami.

Dal punto di vista osservativo, vediamo alcuni ambienti che potrebbero essere assimilati a queste regioni di formazione stellare.



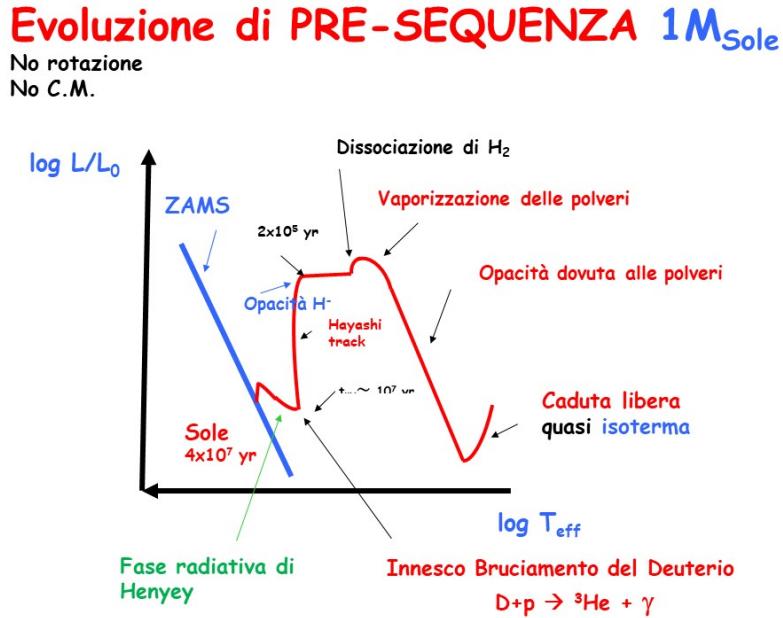
Questi globuli, dove sembra esserci un ambiente centrale ad alta densità, sono circondati da un ambiente gassoso che sembra collassare. In qualche dettaglio, si inizia a vedere qualcosa di simile a un disco perché la nube inizia a schiacciarsi. Siccome questi oggetti sono in movimento rispetto all'ambiente, si può vedere anche il loro effetto sulla variazione di densità dell'ambiente con il moto.

Ci sarà un istante di questo fenomeno in cui la parte centrale inizierà ad avere una certa densità e una certa temperatura, tali da permettere alla proto-stella di sostenersi idrostaticamente, e in qualche modo il collasso rallenta e la densità aumenta. Il resto continua a cadere. Questo ambiente, iniziando a riscaldarsi, inizia a produrre fotoni che man mano aumentano in numero e temperatura, per cui si spostano in lunghezza d'onda e possono iniziare a interagire con le molecole, rompendo i legami molecolari. Il tutto si riscalda. Questi oggetti iniziano ad apparire nel diagramma H-R.



6.9.3 Evoluzione di pre-sequenza

La temperatura inizia a essere abbastanza alta da contribuire alla luminosità⁵⁴. In questa fase, in cui si forma la proto-stella, la temperatura inizia a salire e l'oggetto, nonostante la bassa densità, appare nel diagramma H-R. Inizia quindi l'*evoluzione di pre-sequenza*. La stella, prima di entrare in sequenza principale, ha nel diagramma H-R un percorso, che varia in base a ciò che succede al suo interno.

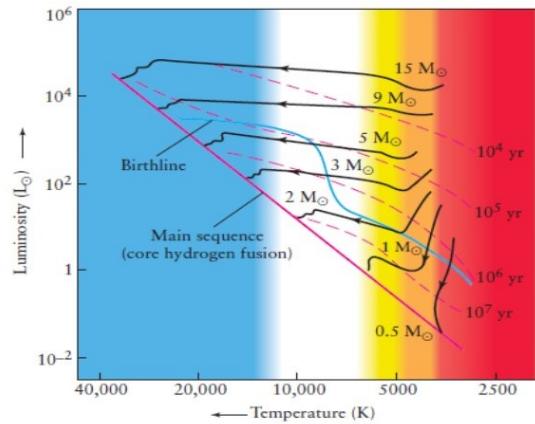


Nella prima fase abbiamo una caduta libera quasi-isoterma, dato che la temperatura non sale perché i fotoni vanno via. Quando la nube comincia ad essere più opaca, la temperatura sale, perché i fotoni non riescono più a uscire. Qui si iniziano a rompere le molecole, soprattutto si ha la dissociazione dell'idrogeno. Tutto questo dura qualche migliaio di anni. Poi abbiamo una forma di opacità, dovuta al fatto che le molecole che si sono rotte adesso possono catturare elettroni e dare origine all' H^- . Si tratta di

⁵⁴Sebbene la luminosità vada con il quadrato del raggio e questi oggetti abbiano raggi molto grandi, la temperatura è troppo bassa.

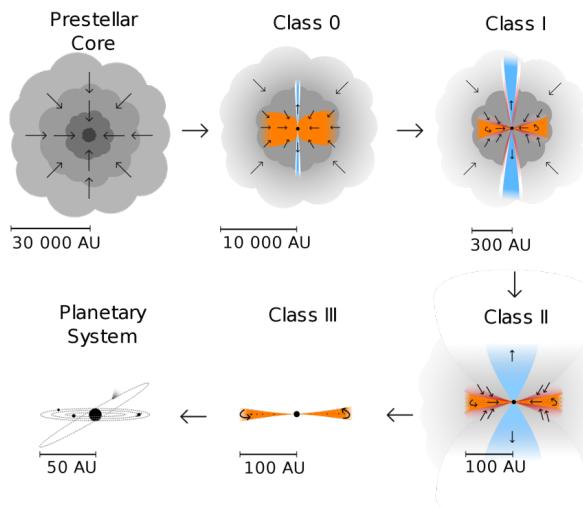
una forma di opacità molto efficace (la stessa che c'è nel Sole) ed è quasi indipendente dalla lunghezza d'onda. Questo assorbimento provoca un crollo della luminosità. La temperatura non è cambiata, ma luminosità sì. Abbiamo un'ultima fase, detta fase di Henyey, in cui stiamo praticamente parlando di una stella quasi in equilibrio idrostatico. Poi raggiunge lentamente l'equilibrio idrostatico. Poi entra, nel giro di 40 milioni di anni, in sequenza principale.

Questa processo accade, in realtà, per tutte le stelle di qualsiasi massa. La retta su cui sta la Zero Age Main Sequence è una sorta di limite di Hayashi alla rovescia, oltre la quale non abbiamo più protostelle ma stelle fatte e finite.



Il processo in qualche modo è alla rovescia, solo che è fatto solo di idrogeno e non c'è il bruciamento in centro. Qui siamo in una zona totalmente convettiva, per cui se c'è una forma di trasporto di energia, sarà convettiva.

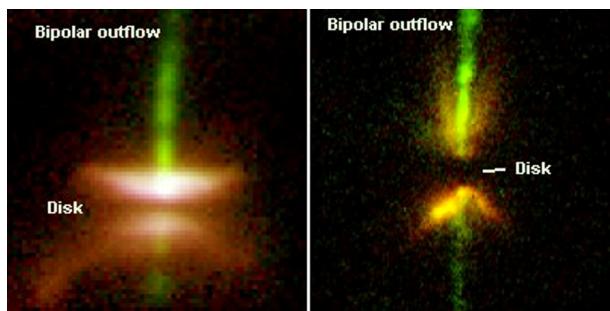
6.9.4 Fasi del collasso



Distinguiamo tre fasi del collasso. La prima è quella del collasso sferico. La seconda fase è quella che raccoglie le quattro classi delle stelle T-Tauri. La Classe I è quella in cui c'è la possibilità che si crei un disco, poiché la stella è in rotazione. Si può avere una

perdita di massa lungo l'asse di rotazione, soprattutto se esiste un campo magnetico. Le T-Tauri hanno quattro fasi evolutive, ma non è detto che si compiano tutte, dipende dagli ingredienti. In questa seconda fase cominciamo ad avere un oggetto brillante, che è in grado di "spazzare via" la materia che gli sta "cadendo addosso". Se fosse stata una stella di cento masse solari, ne avrebbe espulse dieci (il massimo che può collassare, ricordiamo, è il 90% della massa totale). Abbiamo questa fase in cui l'oggetto centrale assumerà la sua forma finale. È in rapida rotazione, contiene la maggior parte del momento angolare del sistema.

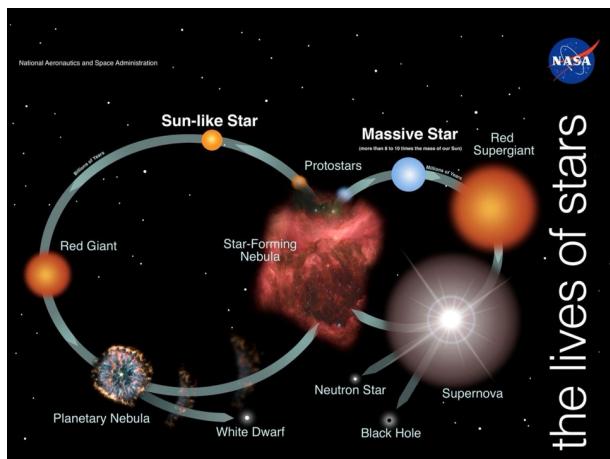
Terza fase: si è formato un disco, questo disco può diventare in qualche caso un sistema planetario. Le stelle della classe T-Tauri si chiamano così perché osservate nella costellazione del Toro. Sono state osservate stelle appartenenti alle quattro classi. Di queste non abbiamo solo un costrutto matematico, ma vediamo tutti i dettagli di prima.



Questa fase di pre-sequenza è visualizzabile. Si possono fare i modelli con dimensione precisa perché si possono misurare.

Così come le stelle di alta massa evolvono rapidamente, si formano anche rapidamente. Per le stelle di grande massa può succedere che il collasso della nube avvenga con velocità inferiore a quella dell'evoluzione della stella centrale, per cui la stella centrale evolve (magari fino ad esplodere) prima che sia finito il collasso di tutta la nube. Ci sono condizioni per cui questo accade.

6.9.5 Star Forming Ring



Lo Star forming ring è il ciclo di produzione delle stelle, che cambiano ad ogni ciclo la loro composizione chimica e creano una nuova generazione di stelle.

7 Il Sole

7.1 Ora viremu

7.1.1 Nomenclatura e processi di formazione di una stella

Abbiamo terminato la trattazione sulla formazione stellare dicendo che una nube in contrazione evolve, a causa della rotazione, in un oggetto schiacciato con la formazione di un disco. Si passa quindi dalla fase di pre-sequenza a quella di oggetti che, pur essendo ancora in pre-sequenza, sono adesso visibili nel diagramma H-R. Essi prendono il nome di T-Tauri (dal prototipo della stella T del toro).

(Trivia: nelle costellazioni l'oggetto più brillante si indica con la lettera α , dunque, ad esempio, la stella più brillante del toro si chiamerà α -tauri, in sequenza la seconda più luminosa β , e così via. Quando l'oggetto ha luminosità variabile si utilizza comunque una lettera, ma si parte dalla lettera T fino alla Z; dunque T-Tauri è la prima stella variabile scoperta nella costellazione del toro, poi si hanno la U e così via. Una volta arrivati alla Z si riparte dalla A però mettendo una seconda lettera, quindi abbiamo AA e così via.)

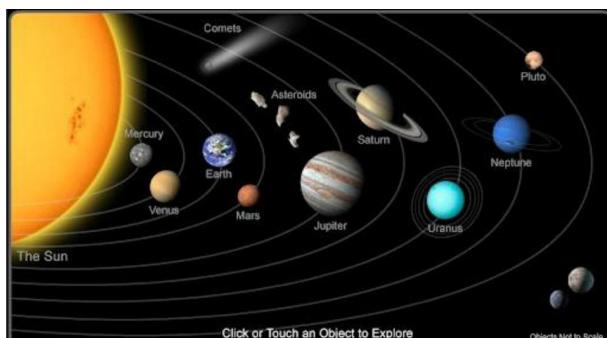
Dunque esiste questa classe particolare di oggetti, le T-Tauri, che sono stati identificati come oggetti di pre-sequenza, oggetti variabili durante la loro fase di formazione, perché il processo di formazione non è costante ma ha molti cambiamenti; quindi esistono delle variabili, con disco, che producono un grande getto, cioè si ha un'eiezione da parte della stella sotto forma di "vento", di tutta la materia circumstellare e l'unica cosa che rimane è un disco in rotazione: in questo momento la stella ha terminato la sua evoluzione, entra in sequenza principale e quindi comincia a bruciare l'idrogeno (siamo nella ZAMS).

Il disco attorno alla stella può a sua volta evolvere dando origine a un sistema planetario.

7.1.2 Sistema planetario

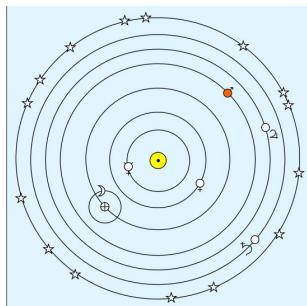
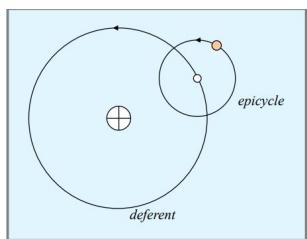
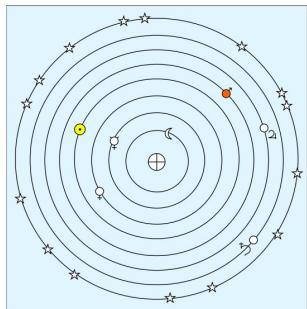
Ci sono delle fotografie di queste fasi quindi dei dischi e delle stelle, per cui vediamo le eiezioni però non riusciamo a vedere il sistema planetario, perché arrivati a questo livello non c'è una luminosità sufficiente a vedere i pianeti, la loro esistenza può essere dedotta con metodi indiretti. L'unico caso in cui riusciamo a vedere un sistema planetario è il nostro (quello della Terra).

Il nostro sistema planetario è costituito dal Sole e dai pianeti che orbitano attorno.



Curiosità: le costellazioni (cioè gruppi di stelle) dello "Zodiaco" sono quelle attraversate dal moto apparente del sole.

7.1.3 Modelli planetari



Inizialmente si pensava che la Terra fosse al centro del sistema planetario, ferma, e che fossero invece il sole e gli altri pianeti a ruotare attorno alla Terra, questa visione però cozzava con la presenza di oggetti che sembravano non avere un moto circolare ma che avessero, a volte, anche un moto retrogrado: la loro esistenza fece cadere questa visione iniziale in cui la Terra stava "al centro" (410 a.C, modello di Eudosso).

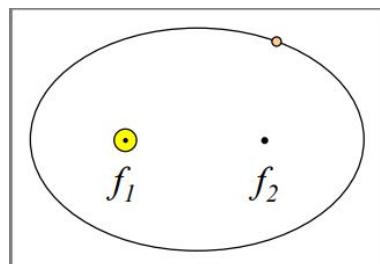
La successiva teoria fu quella di Tolomeo, in cui la Terra stava sempre al centro ma per spiegare i moti retrogradi ipotizzò l'esistenza di epicicli: il centro dell'epiciclo ruotava attorno alla Terra ed alcuni corpi invece ruotavano attorno all'epiciclo. Anche questa teoria non funzionava: non si riuscivano a spiegare i dettagli a meno che l'epiciclo non ruotasse attorno ad un punto che NON era la Terra.

Nel 1500 abbiamo finalmente una visione eliocentrica: abbiamo il Sole al centro; rimane però il problema della Luna, la quale non gira attorno al Sole ma attorno alla Terra.

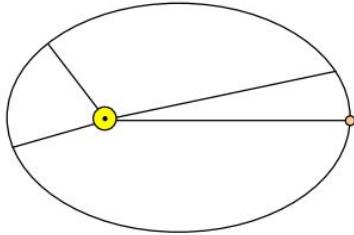
7.1.4 Leggi di Keplero

Fino ad ora abbiamo dato una visione descrittiva, cerchiamo ora anche di dare una visione quantitativa: ci pensò Keplero che introdusse le famose "leggi di Keplero":

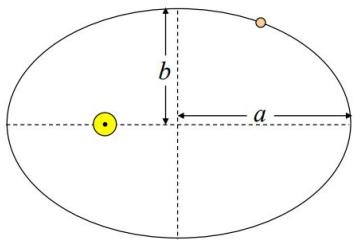
1. "L'orbita descritta da un pianeta è un'ellisse ed il Sole occupa uno dei fuochi".



2. "Il segmento che unisce il centro del sole con il centro di un pianeta, spazza aree uguali in tempi uguali". Di fatto questa legge rappresenta la conservazione del momento angolare: se l'oggetto è in prossimità del Sole la velocità dell'orbita aumenterà.



3. "I quadrati dei tempi che i pianeti impiegano a percorrere le loro orbite sono proporzionali al cubo del semiasse maggiore.".



7.2 Il Sole: struttura interna

Ma cos'è effettivamente il Sole? Il Sole è il risultato dell'integrazione delle equazioni di struttura stellare e come con tutte le stelle abbiamo fatto delle assunzioni per risolverle: abbiamo detto ad esempio che il Sole non ruota, che non ha campi magnetici, che ha pressione e temperatura pari a zero in superficie.

Tutte queste in realtà non sono vere e rendono il Sole un oggetto molto più complicato di quello che abbiamo descritto nella rappresentazione precedente; tuttavia tale rappresentazione in realtà funziona, perché spiega, negli aspetti fondamentali, la struttura e le condizioni della stella (dimensione, luminosità e temperatura) scelta la massa.

Bisogna quindi tenere a mente che il Sole è più complesso, cioè esso effettivamente ha un suo campo magnetico, ruota e non è una sfera uniforme nella sua "distribuzione di luminosità". Cerchiamo allora di vedere com'è fatto effettivamente il Sole e quali sono le sue proprietà.

Dalle equazioni della struttura, abbiamo concluso che all'interno esiste un nucleo radiativo (con temperature dell'ordine di 15 milioni di gradi) dove si svolgono le reazioni termonucleari tramite la catena PP. Vengono emessi poi fotoni, dunque energia, che si propaga verso l'esterno in una regione detta radiativa, per terminare nella parte più esterna detta zona convettiva.

Ecco alcuni dati del Sole:

Diametro	1.4×10^6 km = $109 D_{\text{Terra}}$
Massa	2.0×10^{30} kg = $333000 M_{\text{Terra}}$
Densità	1400 kg/m ³ (160000 kg/m ³ al centro)
Temperatura	5800 K (superficie), 1.55×10^7 K (centro)
Luminosità	3.86×10^{26} W
Tempo di rotazione	25 giorni (equatore), 35 giorni (poli)
Composizione	74% H, 25% He, 1% altri elementi
Periodo orbitale	220×10^6 anni

7.3 Il Sole: struttura esterna

Vediamo ora quali sono i fenomeni che accadono effettivamente sulla superficie del Sole e che lo rendono molto diverso da quello che abbiamo assunto.

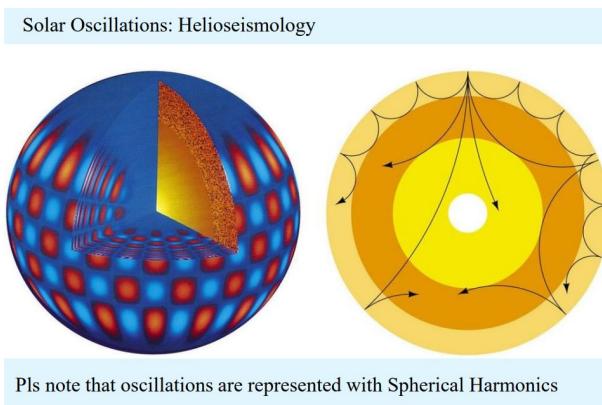
7.3.1 Granulazione

Un primo fenomeno molto interessante è quello della granulazione, cioè il Sole in superficie non appare come una superficie liscia, ma appare come una superficie ricoperta di bolle di gas (dette appunto granuli), che hanno una componente di velocità verso l'esterno (oppure verso l'interno). Queste bolle di gas sembrano essere il risultato di tali moti che portano ad un aumento del livello della superficie (oppure ad una diminuzione).

Questi fenomeni vengono interpretati assumendo che all'interno della stella ci siano delle oscillazioni, cioè si immagina che la struttura autogravitante che è il Sole abbia una sua posizione di equilibrio che può essere perturbata, dando appunto luogo a delle oscillazioni. L'origine di ogni oscillazione è legata ad una forma di richiamo. All'interno del Sole tali forze possono essere o quelle gravitazionali o quelle di pressione.

Quello che si fa è studiare le variazioni luminose del Sole (globalmente o localmente) oppure studiare localmente le variazioni di velocità radiale di queste bolle. Facendo ciò, tramite inversione dei dati ed imponendo alcune condizioni (ad esempio: come deve essere distribuita la materia all'interno del Sole affinché si abbia un'onda stazionaria di un certo), si riesce ad avere una visione che conferma la struttura interna che noi abbiamo determinato risolvendo le equazioni.

Nota: tale descrizione è effettuata mediante sviluppo in armoniche sferiche (come l'atomo di idrogeno).



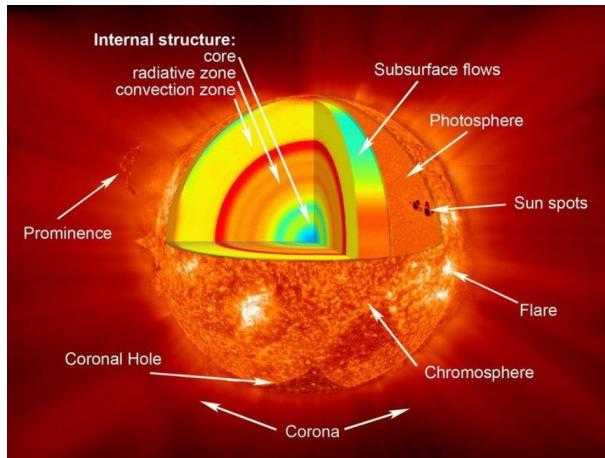
(In figura: Sviluppo in armoniche sferiche delle oscillazioni delle bolle di gas.)

Ricordiamo che risolvendole abbiamo ottenuto un andamento in funzione del raggio di temperatura, densità e luminosità. La propagazione delle onde dipende dalla densità e l'andamento della densità all'interno del Sole, attraverso lo studio delle onde (che sono stazionarie all'interno) è stato utilizzato per perfezionare il modello del Sole stesso. Questa parte dell'astrofisica si chiama eliosismologia (se in generale applicata alle stelle di parla di astrosismologia). È possibile misurare le variazioni di luminosità o di velocità radiale nel tempo. Nel caso del Sole si parla di variazioni dell'ordine di 6 minuti, che è il periodo di granulazione; tuttavia si sovrappongono diversi periodi di granulazione che

modulano i picchi. L'inversione di questi dati sulla base di armoniche sferiche restituisce l'andamento della densità all'interno del Sole.

La parte del sole che noi vediamo si chiama *fotosfera*. Essa non è una superficie omogenea: la luminosità cala dal centro del disco al bordo (oscuramento al bordo), ciò è legato al trasferimento della radiazione in un ambiente curvo, per cui al centro cui l'opacità τ raggiunge valore 1 ad un profondità fisicamente minore rispetto ai bordi, dove la temperatura è più bassa.

controlla Risolvendo le equazioni di struttura stellare sappiamo che la temperatura da cui proviene la totalità della luce è di 4500 K; l'ultimo strato da cui vediamo provenire luce ha un temperatura di 7600 K. La larghezza della fotosfera è di 500 km

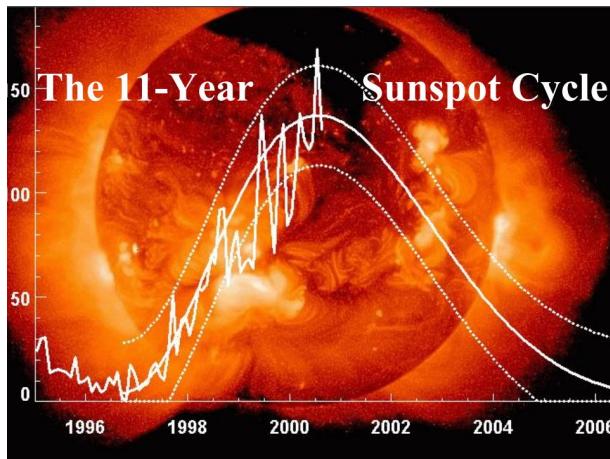


7.3.2 Macchie solari (Sunspots)

Un fenomeno che ancora non è stato spiegato è la presenza sulla superficie di "macchie" solari; esse sono delle regioni che sono più scure. Non è semplice a priori stabilirne la causa, infatti esse potrebbero essere date dal fatto che in quella zona viene bloccata più luce, oppure dal fatto che quella zona è più fredda; quello che possiamo fare è determinare i parametri fisici di una macchia solare, facendo ad esempio lo spettro di tale regione: da questo scopriremo che la macchia appare più scura solo perché è più fredda, non impedisce il passaggio della luce per qualche motivo.

Queste macchie si muovono sulla superficie, questo introduce il concetto di **rotazione** del Sole: noi interpretiamo gli spostamenti delle macchie solari come un effetto della rotazione solare, cioè immaginiamo che la macchia sia "ancorata alla superficie" e che questa ruoti.

Lo studio del fenomeno è complicato dal fatto che le macchie non sono permanenti nel tempo ma variano la loro forma, dunque non è nemmeno semplice riconoscerle (si pensi al fatto che le macchie impiegano circa 2 settimane ad attraversare il disco visibile, poi passano dall'altro lato e non le possiamo seguire). Si è osservato inoltre che, in un periodo di 11 anni, cambia la numerosità delle macchie (nel 1996 ad esempio il Sole non ne presentava nemmeno una!), il cui numero aumenta fino a raggiungere un massimo per poi diminuire nuovamente.



(In figura: Ciclo di 11 anni delle macchie solari)

Durante tale ciclo di tempo non cresce solo il numero di macchie, bensì anche il luogo dove le macchie si formano. All'inizio di un ciclo, le poche macchie restanti sono molto alte in latitudine (sia Nord che Sud), e le nuove macchie si formeranno a latitudini sempre più basse, fino a formarsi vicino all'equatore (si è raggiunto il massimo?).

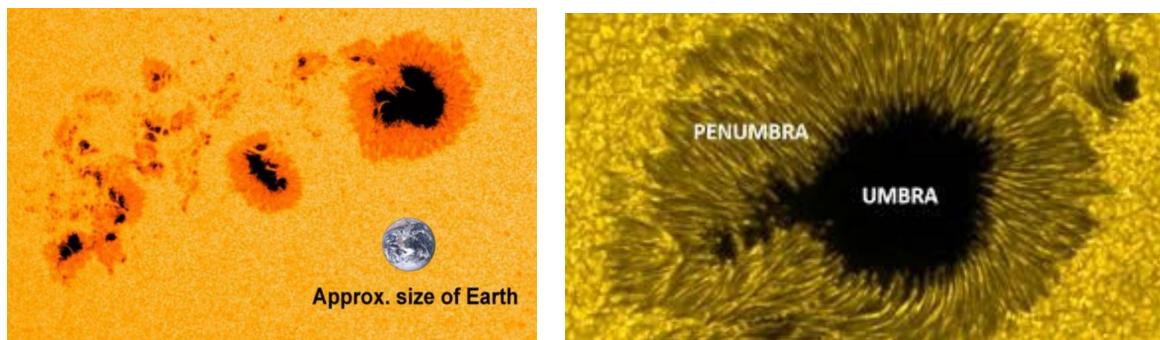
È da notare che ogni 11 anni non si ripresentano sempre lo stesso numero di macchie, esiste dunque una modulazione di più grande durata.

Queste macchie inoltre hanno un impatto sull'atmosfera terrestre però non in maniera diretta in quanto la macchia è il risultato della riorganizzazione del campo magnetico solare il quale interagisce col campo magnetico terrestre e in qualche modo altera l'andamento del clima sulla Terra. Su tempi di scala brevi questo fenomeno non è facilmente visualizzabile.

Quello che però possiamo osservare è nel periodo che va dal 1650 al 1700 il Sole fu privo di macchie e nel corrispondente periodo in Europa ci fu una "piccola" glaciazione.

È stato anche mostrato che questa attività solare è relazionata al prezzo del grano: pare che i raccolti siano più o meno ricchi a seconda della numerosità delle macchie solari.

Quanto è grande una macchia solare? Ess hanno dimensioni diverse ovviamente, ma in media sono grandi circa quanto la Terra ed è costituita da una regione centrale scura che prende il nome di "ombra" ed una regione circostante che prende il nome di "penombra".



(In figura: Dimensioni e regioni delle macchie solari.)

Se confrontiamo ora lo spettro della fotosfera con quello di una macchia solare si vede che esiste una "ragionevole" coincidenza delle linee spettrali ma non sono identiche.

L'interpretazione di tali linee spettrali in termini di temperatura ci dice che la temperatura della macchia è più bassa di quelle dell'ambiente circostante: si scopre che la temperatura della fotosfera è di circa 5800 K, mentre quella della macchia è di circa 4000 K nella zona d'ombra e di 4500 K nella zona di penombra.

Come accade questo? Cos'è che impedisce al calore di diffondersi nella zona della macchia?

Quello che bisogna considerare è il fatto che all'interno di una macchia sono presenti intensi campi magnetici (Hale nel 1908 si occupò di misurare tali intensità dei campi magnetici).

Reminder: se abbiamo una riga spettrale che si forma in un plasma, essa ha una forma caratteristica, per cui se facessimo un grafico flusso-lunghezza d'onda si avrebbe un andamento tale che in corrispondenza di una transizione atomica i fotoni vengono sottratti al flusso, creando una riga spettrale che abbiamo associato ad esempio alla pressione del gas o alle collisioni (allargamenti collisionali delle righe), per cui la riga ha una sua larghezza.

Cosa accade se questa riga si forma in un plasma dove esiste un campo magnetico?

Il metodo usato oggi per misurare il campo magnetico in una stella è quello della spettroscopia in luce polarizzata sfruttando l'effetto Zeeman.

riscrivi

Effetto Zeeman (in breve): se mettiamo degli elettroni (i quali sono dotati di spin) in una regione sede di un campo magnetico succede che, in qualche modo, gli spin degli elettroni si devono allineare col campo; ciò da origine alla suddivisione di un livello energetico in una serie di sottolivelli; il caso più semplice è che si divida in 3 sottolivelli. In conseguenza a ciò, anziché avere una sola transizione che portava alla formazione della riga spettrale adesso ne avremo tre, per cui ora ogni riga spettrale si separa in 3 righe (in realtà non per forza 3, la cosa è più complessa), dunque ora invece di avere una sola transizione ne abbiamo 3 e la separazione $\Delta\lambda$ che si ha tra le linee spettrali è proporzionale al campo magnetico.

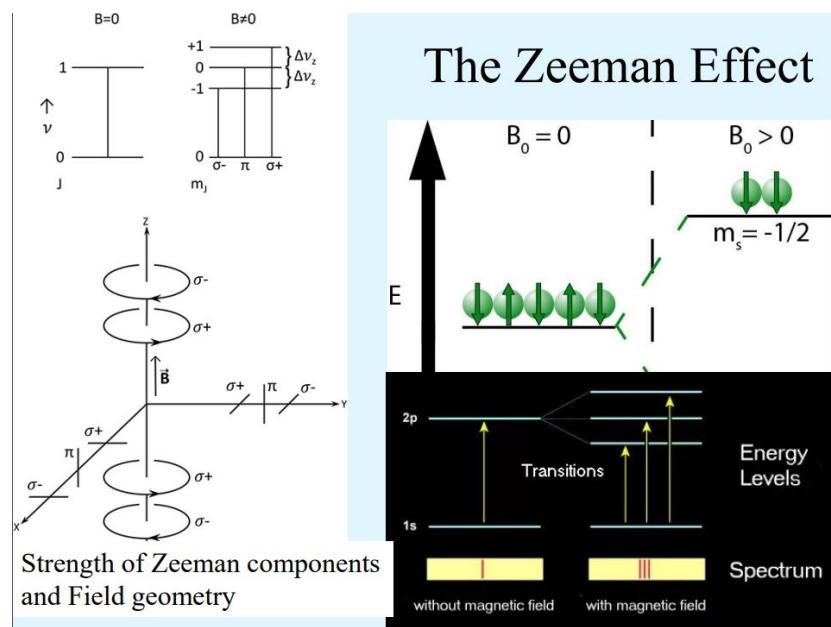
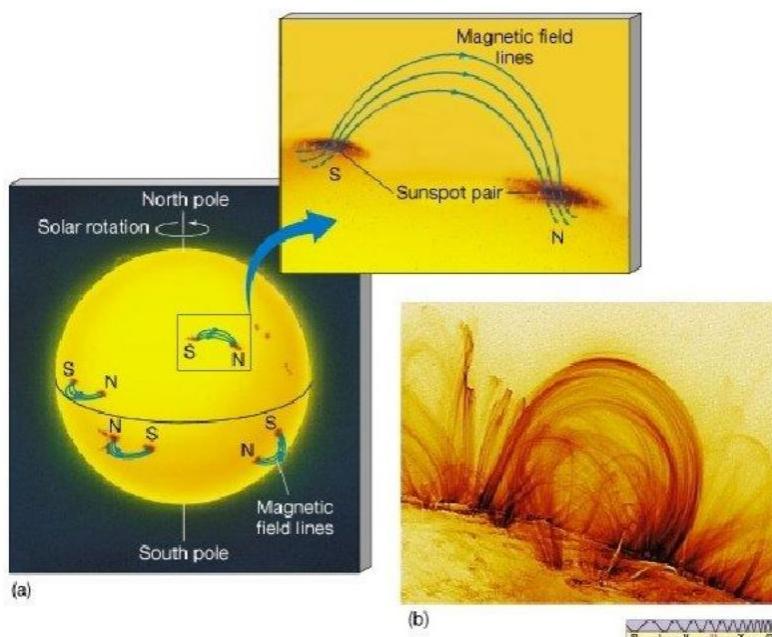


Figura 3: Effetto Zeeman

Grazie a tale effetto è possibile misurare campi magnetici.

Grazie alla spettroscopia nel 1908 Hale scoprì che queste zone erano magnetizzate. Con la tecnologia odierna si riescono a vedere tutte le singole parti della macchia, e siccome le proprietà polarimetriche⁵⁵ delle componenti sono legate alla geometria del campo, è possibile misurare anche la direzione del campo, oltre l'intensità. Se facciamo questo, scopriamo che nella macchia è presente una zona di ombra con un campo sostanzialmente verticale, il quale si inclina sempre più man mano che proseguiamo verso la zona di penombra (vedi figura).

Hale inoltre scoprì che le macchie nascevano sempre a coppie e che la polarità del campo nella coppia di macchie era inversa, cioè da una macchia si aveva un campo positivo mentre nell'altra era negativo (cioè le linee di campo emergono da una macchia e entrano nell'altra).



Dunque possiamo affermare che le macchie "emergono" sempre in coppie ed hanno la loro polarità. Con la tecnologia attuale si può anche vedere l'andamento del campo magnetico che emerge da una macchia e rientra in un'altra; infatti in realtà le linee di campo sono dei veri e propri "tubi" di campo, all'interno del quale può fluire la materia. Se quindi il campo dà origine ad un contenimento del plasma, il plasma all'interno si troverà ad una densità diversa da quella ambientale, e ciò sarà visualizzabile con una immagine "in luce" dove questo plasma emette, cioè possiamo fotografare il Sole utilizzando un filtro che seleziona la radiazione in corrispondenza dell'emissione della riga H- α dell'idrogeno, e in questo modo tracciamo il plasma che si muove all'interno dei tubi di campo magnetico.

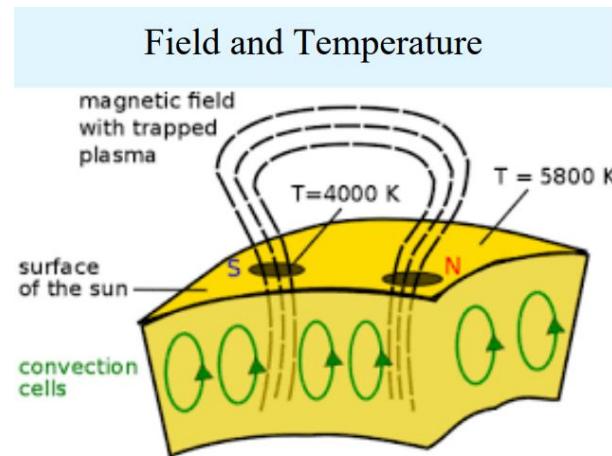
Ma perché queste regioni sono più fredde?

Istintivamente si potrebbe pensare che siccome sulla fotosfera si ha una pressione di gas che compensa il peso degli stati sovrastanti, e siccome nelle macchie si hanno dei campi

⁵⁵Le proprietà polarimetriche si riferiscono alla capacità di un oggetto o di un sistema di influenzare la polarizzazione di un'onda elettromagnetica incidente.

magnetici, i quali generano pressione, la pressione del gas si abbassa ed essendo questa proporzionale alla temperatura si abbassa quest'ultima, ma non è così.

Il fatto è che all'interno della fotosfera esistono dei fenomeni di convezione, che consistono in uno spostamento di materia ionizzata. Nel momento in cui siamo in presenza di un campo magnetico, tale materia viene deflessa, dunque si spegne la convezione. Se si spegne la convezione, la quale è il sistema più efficiente di trasporto di energia e di calore, il flusso di calore proveniente dagli strati più bassi e che deve attraversare gli strati sovrastanti incontra maggiore difficoltà nelle zone delle macchie ed il plasma dunque appare più freddo.



Ricapitolando, tra due macchie, che sono regioni in cui si ha evidenze di campi magnetici, si ha un collegamento perché si ha un campo magnetico che riemerge e poi rientra, ciò viene visualizzato dal plasma intrappolato dal campo magnetico. A tali strutture è stato attribuito il nome di filamenti e prominenze.

Il plasma ferma la radiazione dietro, la quale anziché passare viene assorbita creando quindi una zona scura, oppure quando si staglia fuori dal disco solare appare brillante **che cazzo vuol direeeee, è collegato ai due nomi**

Le prominenze assumono dimensioni gigantesche, fino a un quinto del disco solare.

La domanda è ora da dove viene il campo magnetico?

La situazione è molto complicata perché subentrano tutta una serie di fenomeni riguardo l'origine del campo magnetico e su come questo possa dare origine alle macchie.

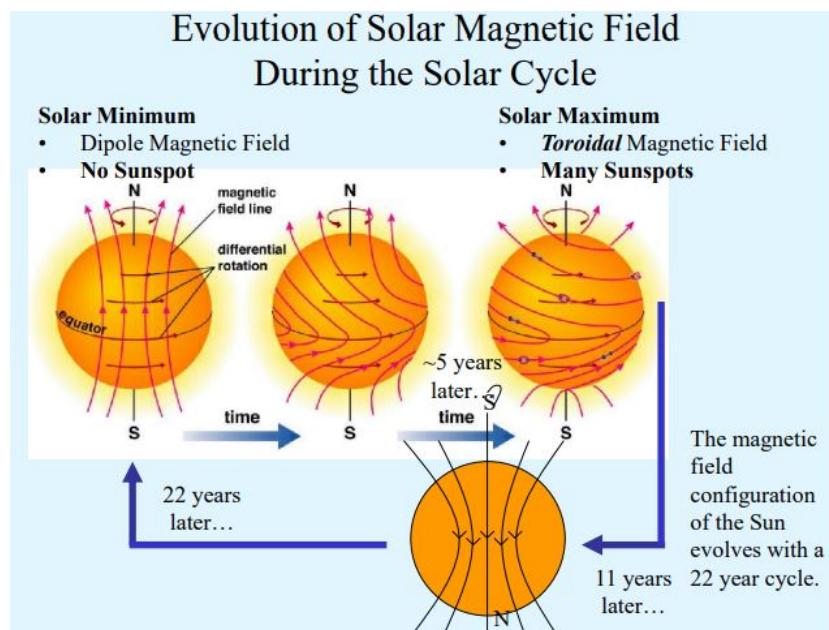
Affrontiamo il primo problema. Il campo in una stella può essere presente sostanzialmente per due motivi:

1. C'era già nella nube da cui la stella si è formata (ricordiamo che una nube è ampia 7 mila anni luce, per cui anche se il campo fosse debole localmente nel momento in cui la nube si compatta può venire fuori un campo molto grande); però il campo potrebbe comunque dissiparsi (come succede ad esempio nei magneti permanenti: essi non durano all'infinito);
2. Potrebbe essere generato creando una corrente elettrica che nel Sole è data dai moti di convezione, dando vita ad una sorta di "processo dinamo", che nel Sole è detta appunto "dinamo solare". Nel cercare di creare un modello di campo magnetico per la dinamo solare subentrano molte complicanze: innanzitutto noi vediamo solo quello che "avviene fuori" quindi non sappiamo di preciso tutto

quello che invece avviene dentro. Quello che serve in un modello di dinamo è che bisogna generare sia la componente radiale che quella tangenziale del campo. Se generassimo il campo con una corrente, esso avrebbe solo una componente ortogonale alla superficie, e inoltre tale campo tenderebbe a impedire la circolazione della corrente.

Nel caso della stella, il motore è la necessità di spostare energia dal centro verso l'esterno, ed esso deve esistere altrimenti la stella esploderebbe, ci vuole quindi un equilibrio tra la convezione che genera il campo e il campo che blocca la convezione. Nel caso del Sole tale campo incontrerebbe il fenomeno detto "rotazione differenziale" cioè il Sole non ruota come un corpo rigido, ma esso ruota più velocemente all'equatore di quanto non faccia ai poli ed il tutto diventa più complicato perché la materia nel moto "trascina con sé" il campo. Ci possono essere due regimi: uno in cui il campo blocca la materia e uno in cui la materia nel suo muoversi trascina il campo (come se il campo fosse "congelato" con la materia). **ULTRA CHIEDI A MARIKA**

In questo secondo caso accade che la materia produce una deformazione del campo e si ha la creazione di spire. Qui interviene la convezione ciclonica, la quale fa sì che tali spire, oltre ad avvolgersi nel verso di rotazione, possano dare origine a dei loop (orientati lateralmente alla superficie, verso l'esterno **sicuro?**) e qui si può avere l'emersione del campo rispetto alla superficie, dando origine alle macchie.



7.3.3 Effetti della rotazione differenziale

Quello che la rotazione differenziale ci offre è un campo magnetico periodico. Possiamo anche considerare il fenomeno della rotazione differenziale in relazione al fenomeno delle oscillazioni e studiare le oscillazioni delle bolle di gas a latitudine diversa, per cercare di capire dove è l'origine della rotazione differenziale stessa, dato che essa è fondamentale per la generazione del campo magnetico.

Dato che le oscillazioni danno la possibilità di studiare l'interno del Sole, ci poniamo il problema di capire come cambia la velocità di rotazione con gli strati.
 La risposta sta nella figura che segue:

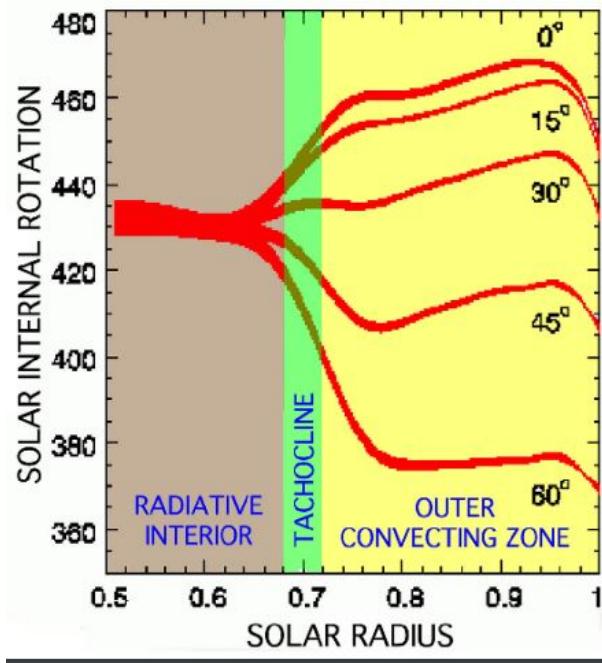


Figura 4: Velocità di rotazione in funzione del raggio a diverse latitudini

In essa si vede qual è la rotazione al variare della latitudine, negli strati più interni. Il risultato dell'inversione dei dati ricavati dalle oscillazioni è che gli strati più interni all'equatore si muovono più velocemente, mentre ad alte latitudini la velocità diventa più bassa; tutto questo sembra avere a che fare con la zona convettiva, poi tutte le velocità si riuniscono in una zona ed assumono lo stesso valore, indipendentemente dalla latitudine, tale zona è detta "tachocline".

Quindi il Sole ha una rotazione differenziale che coinvolge solo gli strati più interni. Ciò porta a pensare che la generazione del campo sia legato alla regione convettiva.

Cosa può succedere al campo magnetico nel tempo?

Quando nel 1996 non erano presenti macchie possiamo pensare che il campo magnetico fosse puramente dipolare. Sappiamo infatti che il campo magnetico può essere sviluppato in serie di multipoli; se tutti i termini superiori a quello dipolo fossero nulli non avremmo macchie perché il campo magnetico sarebbe tutto all'interno della stella e poi emerge solo radialmente.

Tale campo magnetico sarebbe comunque dell'ordine di 2 Gauss, dunque non avrebbe effetti sul fenomeno della convezione (non riesce ad alterare il moto della materia), perché di intensità molto bassa.

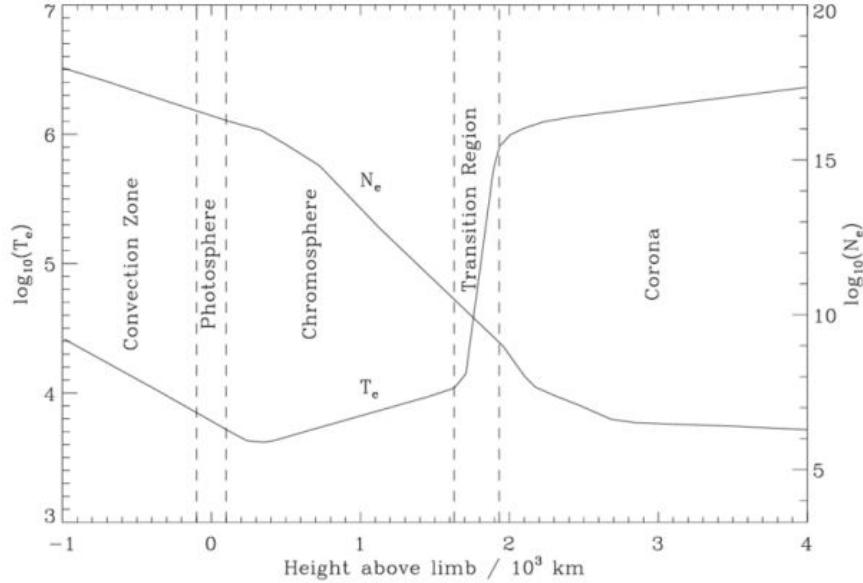
Nel tempo, a causa della rotazione differenziale, appare una componente toroidale, dunque trasversa, del campo magnetico; questo fenomeno ha una durata di 22 anni.

Tale durata è legata al ciclo delle macchie di 11 anni di cui abbiamo parlato prima, si è scoperto infatti che passati 11 anni riappaiono le stesse macchie ma con polarità invertita. Dunque tenendo conto della polarità il reale ciclo è di 22 anni.

7.4 Atmosfera del Sole

7.4.1 Temperatura

La presenza di campi magnetici e della macchie influenzano ovviamente la temperatura dell'atmosfera; osserviamo il grafico seguente:

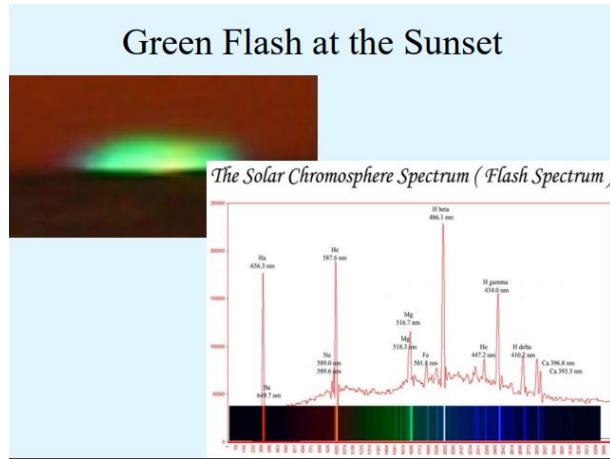


(In figura: Andamento della temperatura e della densità elettronica nell'atmosfera del Sole in funzione dell'altezza dal bordo.)

La temperatura, man mano che aumenta l'altezza, va scendendo, fino alla zona della fotosfera (quella che vediamo noi). Per quanto riguarda la densità elettronica, essa diminuisce perché diminuisce la pressione.

Man mano che guardiamo gli strati più alti dell'atmosfera rispetto alla fotosfera (cioè mentre andiamo all'esterno del Sole) la temperatura comincia a risalire (questo non ci sorprende molto, anche nella Terra succede), tale regione in cui la temperatura comincia a risalire è detta *cromosfera*; poi ad un certo livello in cui la temperatura è sì risalita ma è comunque nell'ordine di dieci mila gradi (e dunque ha un valore non molto diverso da quello iniziale), si ha un aumento della temperatura incredibile: nel giro di qualche centinaio di km la temperatura passa da dieci mila gradi ad un milione di gradi. Tale regione è detta *regione di transizione* ed essa è caratterizzata da densità molto basse. Segue una regione, senza fine, detta *corona* in cui la temperatura aumenta ancora, mentre la densità elettronica scende.

La regione di transizione produce un fenomeno visibile dalla Terra (anche se è rarissimo vederlo), detto "green flash" (che poi di fatto è la cromosfera); esso si osserva quando il Sole tramonta: c'è un momento in cui l'orizzonte taglia la fotosfera e mostra solo la cromosfera, in tale istante si vede una luce verde. Sostanzialmente quello che succede è che a causa delle alte temperature gli atomi di elio che sono presenti in tale zona si eccitano per collisione e segue un successivo decadimento con emissione di fotone, la cui lunghezza d'onda cade appunto nel verde.



Un altro modo per vedere gli strati più esterni del sole è sfruttando i fenomeni di eclissi che mettono in evidenza gli strati più esterni. In questo modo, anche prima di avere ben chiara la struttura del Sole, si riuscì a capire che gli strati più esterni del Sole erano a temperatura maggiore di quella della fotosfera, ciò sempre grazie alla spettroscopia, infatti in tali strati apparivano righe di atomi altamente ionizzati (come l'elio ad esempio), i quali per ionizzarsi hanno bisogno di altissime temperature.

Oggi esiste uno strumento detto coronografo che permette di "simulare" un'eclissi per vedere gli strati più esterni del sole.



Trivia: quando ci sono eclissi è normale che ci siano nuvole, infatti esse sono dovute al repentino cambio di temperatura dovuto alla mancanza di irraggiamento.

7.5 Ripasso della lezione precedente

La volta scorsa abbiamo parlato del Sole e abbiamo osservato che la parte che noi vediamo è la fotosfera (per definizione). Questa fotosfera è caratterizzata da una temperatura che sembra aumentare andando verso l'interno, è dell'ordine di 10000 gradi e scende alla superficie intorno ai 5700.

Questa diminuzione della temperatura con la quota dell'atmosfera non continua, ma si ha un punto di inversione (la temperatura risale e questa zona prende il nome di cromosfera), anche se si ha un cambiamento solo di un fattore 2, mentre si ha una

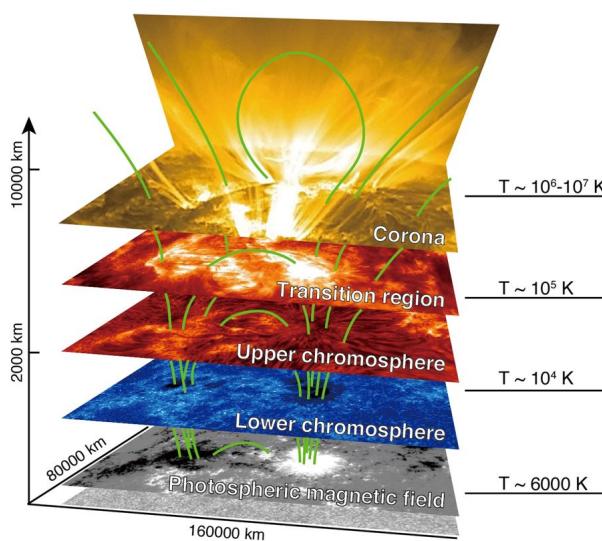
rapidissima caduta della densità elettronica (scende più di un ordine di grandezza). Andando sempre più in profondità la densità elettronica continua sempre a diminuire e la temperatura ad aumentare e si raggiunge uno strato più esterno dell'atmosfera solare, che prende il nome di corona, dove la temperatura è dell'ordine di milioni di gradi, la densità elettronica adesso è scesa a $10^6 \text{ el} \cdot \text{cm}^3$.

Cosa ci si aspetta in questi strati di atmosfera più esterni? Dato che le condizioni sono di bassa densità, ci si aspetta che eventuali righe spettrali siano in emissione, perché se i livelli non si depopolano per collisione osserviamo righe in emissione. La depopolazione dei livelli per collisione la rivediamo con una termalizzazione dell'energia del campo elettromagnetico e quindi una temperatura del gas.

Che le righe nella cromosfera siano in emissione si è scoperto da Terra con il green flash: nell'istante in cui il Sole scende sotto l'orizzonte, si ha la possibilità di osservare una regione caratterizzata da un'emissione verde che è dovuta alle righe di transizione dell'elio (il quale è stato scoperto dal Sole, da cui il nome) ed effettivamente in uno spettro della cromosfera troviamo le righe dell'elio e del magnesio, che sono tutte in emissione.

Il fenomeno dell'eclissi ha poi permesso di prendere atto dell'esistenza di uno strato di atmosfera che circonda il disco solare che non ha forma sferica, bensì presenta i cosiddetti "streams". Dall'analisi di quest'ultimi si nota che essi sono governati dalla presenza di flussi di plasma che si muovono lungo tubi che scopriremo essere dovuti al campo magnetico.

Abbiamo detto in precedenza che la presenza di righe spettrali e la loro intensità è funzione della temperatura e abbiamo visto ciò per gli elementi di basso stato di ionizzazione, neutri o per molecole, potendo caratterizzare le atmosfere delle stelle, attribuendo un tipo spettrale. Nel caso del Sole, una spettroscopia degli strati a diversa distanza dal disco solare porta all'andamento della temperatura in funzione della distanza caratterizzato come visto prima. Tutto ciò è stato definito osservando la presenza e l'intensità di righe spettrali che si formano in quelle particolari condizioni.



Diamo dettagli in più sui vari strati:

- La cromosfera ha una temperatura dell'ordine di 10000 gradi ed è caratterizzata da strutture che prendono il nome di "spicole", che sono dei getti di plasma. Quindi

l'atmosfera non si presenta come un oggetto solido, piuttosto come dei getti di materia che hanno la durata di circa 15 minuti e che sono grandi centinaia di km e si muovono con una velocità di 20 km/s. Questo significa che la cromosfera non è un ambiente stabile, bensì è un ambiente continuamente in formazione e disgregazione.

La riga più intensa che riusciamo a vedere di questa cromosfera è la riga dell'H- α , che è la riga spettrale della transizione 3-2 dell'idrogeno che possiamo vedere in emissione. Per vedere la cromosfera dobbiamo utilizzare un filtro che produce un'immagine del Sole all'interno di questa banda spettrale;

- Nella regione di transizione si ha un elevatissimo incremento di temperatura e pressione ed appare verde poiché a questi valori di temperatura la riga più evidente è quella dell'elio;
- La corona è invece caratterizzata da una emissione nell'X e, a differenza degli strati precedenti, possiede una forma più complicata. Per quanto riguarda la visione che noi abbiamo di questi strati, essa viene fuori da una modellistica: sembrerebbe che ci siano degli strati a temperatura diversa che all'analisi appaiano caratterizzati dalla presenza di campi magnetici. I campi magnetici che sono presenti negli alti strati nell'atmosfera solare hanno origine nelle macchie fotosferiche, in una struttura di tipo loop; sembra quindi che man mano che si va all'esterno del Sole la temperatura salga e che la fenomenologia sia legata ai diversi strati, dove il campo magnetico ha strutture diverse e diventa sempre più debole, per cui interagisce con il plasma;
- La parte ancora più esterna del Sole, quella che supera la corona, sarebbe la regione non più statico-gravitazionalmente legata al Sole ma quella del cosiddetto vento solare (con vento si intende un flusso di particelle): il Sole in sostanza è circondato da un ambiente dove le particelle caricate si muovono con una simmetria non sferica (a velocità dell'ordine di migliaia di km/s). Lungo l'equatore del Sole vediamo delle strutture di plasma chiamate streams, mentre ortogonalmente queste non sembrano essere presenti però il flusso del vento solare è più alto e la velocità è più alta **che cazzo vuol dire**.

Ma cos'è che dovrebbe provocare questo aumento di temperatura dal basso verso l'alto? Sembrerebbe che alla base ci siano una serie di fenomeni legati o a onde che dissipano energia oppure a fenomeni come la riconnessione magnetica.

I campi magnetici in generale sono la soluzione che invochiamo quando non si capisce il perché di una cosa, ma la magnetoidrodinamica in generale è veramente complicata, ma un teorema che possiamo affrontare è il teorema di Alfvén, che è alla base di tanti fenomeni.

7.6 Teorema di Alfvén

Questo teorema parte dalle correnti parassite: se abbiamo un magnete e facciamo passare velocemente un metallo dentro, accade che gli elettroni del metallo vedono passare il campo e si ha quindi una variazione del campo nel tempo, per cui viene generata

corrente. Queste correnti saranno più intense quanto più il campo è intenso e quanto più velocemente passa l'oggetto.

Eddy currents opposite to the motion

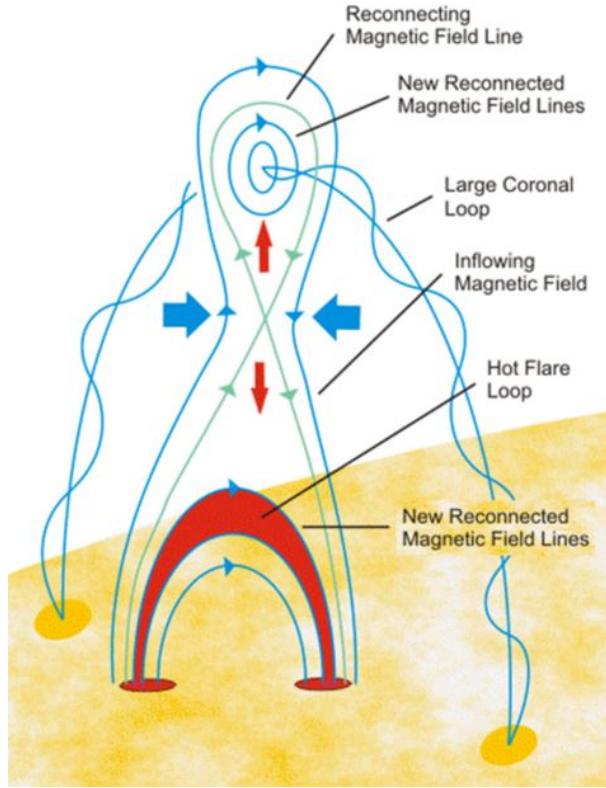
Eddy currents increase with:

- Magnetic Field
- Velocity
- Conductivity

Supponiamo ora che a scorrere non sia un metallo bensì un plasma. Esso per definizione possiede conduttività infinita in quanto gli elettroni sono liberi di muoversi, perciò dovrebbe generare delle correnti parassite infinite. Questo fu spiegato nel 1942 da Alfven, il quale introdusse questo concetto, concludendo che se si è in presenza di un materiale con conduttività infinita, quando questo si muove si tira dietro il campo (da qui l'espressione "approssimazione di campo congelato", cioè come se il campo fosse congelato con la materia e dovesse muoversi). Se ciò è vero, significa che quando muoviamo in qualche modo il plasma all'interno di un campo spostiamo l'intero campo.

Possiamo considerare i 2 casi estremi: un plasma con conduttività infinita che si muove e trascina il campo, oppure il caso più ordinario in cui la materia si muove seguendo le linee del campo (il moto della materia è dominato dal campo oppure il campo è dominato dalla materia). Il primo caso potrebbe essere il motivo per cui le celle convettive nel Sole dove incontrano un campo si fermano, riducono la trasmissione dell'energia dal basso verso l'alto e danno origine alle macchie come zone fredde; mentre il secondo è il caso della dinamo solare, cioè quando vediamo l'equatore che si muove più velocemente del polo attorcigliando le linee del campo (aumenta l'intensità del campo e la materia non riesce più a trasportare il campo **ma si deforma?** **chiedi a marika**).

Supponendo che questo sia un modello di come al movimento della materia si possa muovere un campo, si spiega il riscaldamento degli strati superiori dell'atmosfera solare attraverso un fenomeno chiamato **riconnessione magnetica**: esso è un concetto estremamente recente (nel 1950) ed è basata sull'idea che se avessimo 2 plasmi con campo magnetico per esempio inverso e li spingiamo uno contro l'altro, le linee di campo si rompono e si riconnettono (in punti detti punti *x*) per dare origine a un campo magnetico di struttura diversa.



Quando si riorganizza il campo magnetico, l'energia del campo diventa energia cinetica e le particelle diventano più veloci, facendo aumentare la temperatura.

Oltre la riconnesione magnetica ci sono anche altre forme di riscaldamento più standard come nel caso delle onde la conversione dell'energia dell'oscillazione in energia meccanica, oppure una turbolenza la quale, rispetto ad un flusso laminare, ha una maggiore viscosità, quindi si dissipa energia.

7.7 Il sistema solare

D'ora in poi misureremo tutto in unità astronomiche, che sono all'incirca 150 milioni di km (che è la distanza tra il Sole e la Terra). Le distanze dei pianeti dal Sole in unità astronomiche sono

Planet	Average Distance from Sun
Mercury	.387 AU
Venus	.722 AU
Earth	1.0 AU
Mars	1.52 AU
Jupiter	5.2 AU
Saturn	9.58 AU
Uranus	19.2 AU
Neptune	30.1 AU

(trick per ricordarli: se scriviamo i numeri 0,3,6,12,24,48,96 a cui sommiamo 4 e dividiamo per 10 otteniamo tali distanze in maniera grossolana)

Vale la terza legge di Keplero: il periodo al quadrato (espresso in anni) è uguale al cubo della distanza (espressa in unità astronomiche).

La Terra ha un satellite, la Luna, che orbita a una distanza di 400000 km attorno alla Terra, con un'orbita quasi circolare (l'eccentricità è praticamente quasi zero); c'è sincronismo: il periodo di rivoluzione è uguale al periodo di rotazione (dura 28 giorni), per cui vediamo sempre la stessa faccia, questo dà origine alle fasi lunari; inoltre il piano orbitale della Luna non è coincidente con quello della Terra (c'è una differenza di 5.2 gradi), il che fa sì che non ci sia un'eclissi al mese (cosa che accadrebbe se l'angolo fosse zero). Il periodo al termine del quale Sole, Terra e Luna si trovano quasi esattamente nella stessa posizione reciproca e possono ripetersi le stesse eclissi lunari e solari è detto *ciclo di saros*, di circa 18 anni.

Abbiamo poi i pianeti del sistema solare, che li dividiamo in 2 gruppi:

- Pianeti rocciosi, fino a Marte, che hanno una densità tipica dei minerali, cioè tra i 4000 e i 5000 kg/m³ e possiedono una piccola atmosfera (piccole rispetto alle dimensioni del pianeta);
- Pianeti gassosi.

Tutti i pianeti ruotano in senso antiorario tranne Venere che possiede una rotazione retrograda (insieme ad Urano che possiede un asse di rotazione quasi orizzontale), e ciò è legato alle interazioni che ci sono state nelle fasi iniziali tra tutti i corpi che si sono formati⁵⁶.

Le temperature dei pianeti sono mediamente alte, dipendono dalla distanza dal Sole

Planet	Temp. (C)
Mercury	150
Venus	450
Earth	0
Mars	-50
Jupiter	-150
Saturn	-190
Uranus	-210
Neptune	-230
Pluto	-250

La composizione chimica dei pianeti è abbastanza simile: nei pianeti interni i contenuti in metallo sono identici, questo fa pensare che si siano formati tutti dallo stesso nucleo iniziale; lo stesso vale per i pianeti più esterni, anche qui le percentuali (stavolta però si parla di gas) sono tutte identiche.

I pianeti più interni (tranne la Terra) non hanno satelliti; Marte ne ha due i quali non hanno forma sferica, per cui probabilmente sono stati catturati dalla fascia degli asteroidi; i restanti pianeti hanno tutti satelliti anche molto grandi (quasi quanti la Terra). I satelliti più famosi sono quelli di Giove (Io, Europa, Ganymede e Callisto) perché essi sono stati la prova dell'esistenza di un sistema solare, dato che riproducevano quest'ultimo in un certo senso.

Oltre i pianeti abbiamo i pianeti nani (o minori). Nella seguente tabella riportiamo le differenze tra un pianeta e un pianeta nano:

⁵⁶Se ricordiamo che un sistema solare si forma con una nube che collassa e dà origine al Sole e ai pianeti, ci aspettiamo che tutto dovrebbe girare nello stesso verso in cui girava la nube all'inizio.

	Pianeta	Pianeta nano (o Pianeta minore)
È in orbita attorno al sole	Si	Si
Ha una massa sufficiente ad assumere una forma quasi sferica	Si	Si
Non è un satellite	Si	Si
Ha "ripulito" la sua faccia orbitale da altri oggetti cicostanti confrontabili ⁵⁷	Si	No
Non ha "ripulito" la sua faccia orbitale da altri oggetti cicostanti confrontabili	No	Si

Quasi all'esterno di tutti i pianeti abbiamo un agglomerato di corpi minori che collettivamente danno origine alla *cintura di Kuiper*. Infine tutto il sistema solare sembra essere contenuto in un'enorme sfera che prende il nome di *nube di Oort*. Si pensa che tutte le comete nuove provengano da qui.

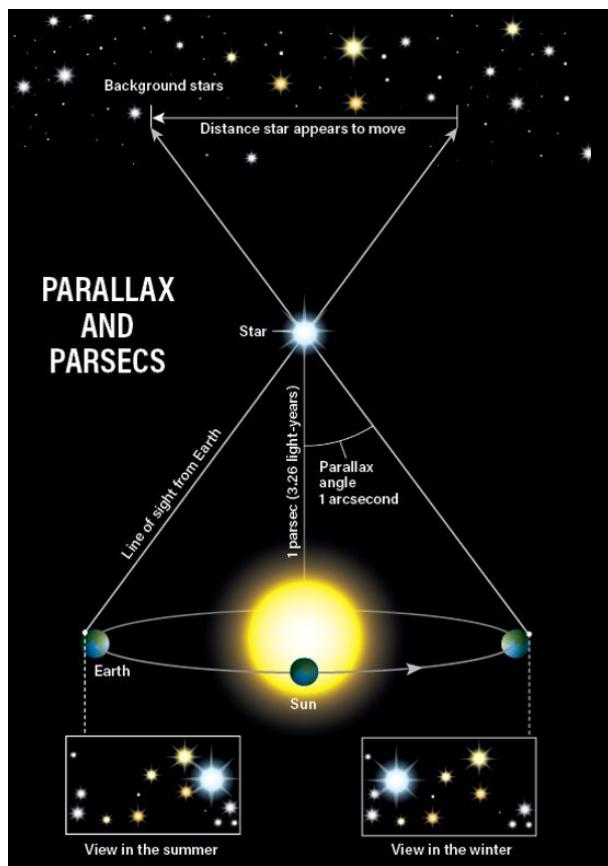
⁵⁷Se un corpo orbita insieme ad altri corpi uguali ad esso, per definizione non è un pianeta.

8 Le galassie

8.1 Come si misurano le distanze in astronomia

All'inizio una delle possibilità era di misurare le distanze all'interno del sistema solare con un radar: si prende un'antenna, le si fa emettere un segnale e si aspetta che ritorni. Questa tecnica però è limitata poiché l'intensità del segnale di ritorno è molto bassa e servirebbero telescopi molto grandi (perciò viene usata per i corpi più vicini).

Per quanto riguarda invece gli oggetti più lontani, è stato introdotto il concetto della *parallasse* che sfrutta l'orbita terrestre: si fa una foto del cielo in un momento dell'anno, sei mesi dopo si fa un'altra foto; gli oggetti più lontani non avranno cambiato la posizione relativa tra di loro, mentre quelli più vicini appariranno in posizione diversa. La distanza tra le posizioni apparenti della stella nella foto, per l'osservatore è un angolo che prende il nome di angolo di parallasse.



Per definizione un secondo d'arco **ma loro hanno scritto "1 grado di quest'angolo"** controlla porta a una distanza dal Sole di un parsec, che è equivalente 3.26 anni luce:

$$d(\text{pc}) = \frac{1}{p["]}$$

Quindi la distanza in parsec è il reciproco dell'angolo di parallasse.
[Fa un esempio su Betelgeuse 1:41:00 circa fino a 1:46:30 ora mi siddiu]

Il metodo della parallasse ci permette di vedere corpi distanti fino a un massimo di 200 parsec, ma se vogliamo vedere più lontano si sono sviluppati vari metodi, che si rifanno però tutti alla relazione tra magnitudine apparente e osservata:

$$L_{\text{obs}} = \frac{L_{\text{int}}}{4\pi d^2}$$

Il metodo più utilizzato è quello delle cosiddette *distanze spettroscopiche*: per una stella possiamo ottenere lo spettro (che ricordiamo essere la distribuzione dei fotoni con la lunghezza d'onda) e in esso possiamo identificare le righe spettrali; sulla base dell'intensità delle righe spettrali abbiamo attribuito alle stelle una temperatura; una volta conosciuta quest'ultima conosciamo la luminosità intrinseca dell'oggetto e possiamo confrontare questo valore con quello osservato, da cui ricaviamo la distanza a cui si trova la stella.

Questo metodo ci permette di arrivare a distanze di decine di migliaia di parsec, ma anche qui abbiamo dei limiti dovuti alla luminosità dell'oggetto: esso deve essere sufficientemente luminoso per poterne effettuare la spettroscopia, la quale prevede che il segnale venga "spalmato" in lunghezze d'onda, per cui dobbiamo avere un elevato numero di fotoni ad ogni lunghezza d'onda in modo da poter dare forma allo spettro. Ricordiamo infatti che il rumore è pari alla radice quadrata del numero di fotoni, per cui con un numero non sufficiente di fotoni la misura sarà indeterminata, il che vuol dire ad esempio che non vedremo le righe.

Allora è necessario a questo punto trovare qualcosa di meglio, che sia più efficiente della spettroscopia. Gli oggetti più adatti per questo compito sono le **stelle pulsanti**⁵⁸. Per valutare le distanze le più utili sono le Cefeidi. La caratteristica delle Cefeidi è che nel pulsare (quindi nel variare il loro raggio) presentano una differente luminosità e per determinarne la pulsazione possiamo misurare la magnitudine della stella. La differenza tra la spettroscopia è che in quest'ultima dobbiamo "spacchettare" tutti i fotoni per conoscere lo spettro, e quindi per ogni lunghezza d'onda dobbiamo avere un certo numero di fotoni e avremo eseguito una misura con una radice quadrata del numero di fotoni, mentre nella fotometria prendiamo tutti i fotoni e li mettiamo assieme, per cui possiamo avere una buona misura fotometrica di magnitudine anche con un oggetto debole cal punto di vista della luminosità.

Può accadere che, quando misuriamo una quantità nel tempo, questa presenti un carattere periodico, ed è proprio il caso delle Cefeidi: esse certo numero di giorni avranno nuovamente la stessa magnitudine (apparente). Si è poi scoperto che alcune di queste stelle presentano una luminosità intrinseca che dipende solo dal periodo, che permette di trovare la magnitudine assoluta (misuriamo la magnitudine apparente della stella, determiniamo il periodo e da questo determiniamo la magnitudine assoluta).

Nella figura seguente osserviamo la magnitudine di una stella in funzione del periodo:

⁵⁸Pulsare vuol dire che l'oscillazione è in risonanza con la lunghezza d'onda.

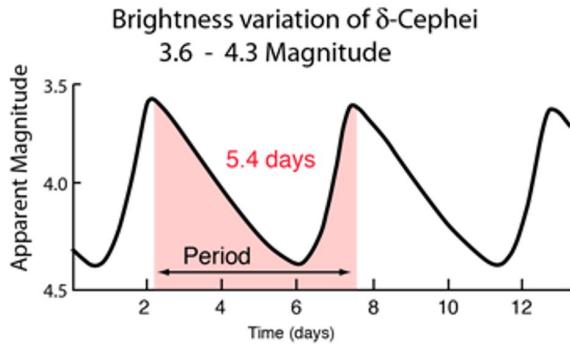


Figura 5: Magnitudine Cefeidi

Generalmente, più è lungo il periodo, più è brillante la stella (il motivo è legato alla grandezza della stella: più è grande la stella, più sarà luminosa e maggiore sarà il periodo).

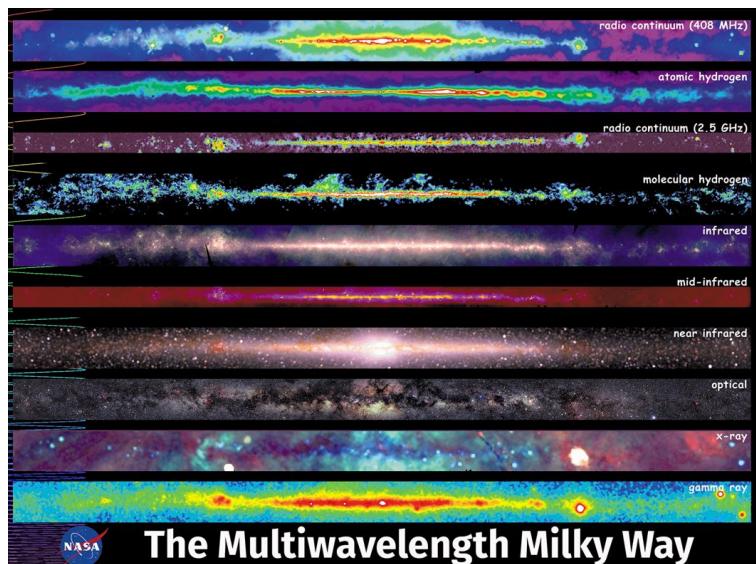
Esistono 2 classi di Cefeidi, quelle di tipo 1 e quelle di tipo 2. La definizione è legata alla popolazione a cui la stella appartiene: quelle di tipo 1 sono stelle di popolazione 1, con un'alta metallicità, mentre quelle di tipo 2 sono stelle di popolazione 2, con bassa metallicità. Con questo metodo otteniamo misure a distanze fino a 25 Mpc.

Esiste infine un altro metodo, quello delle *supernove*, che però è casuale, possiamo misurare distanze solo quando avviene l'esplosione, quindi non è efficiente.

Nota: ogni metodo è testato sul precedente, cioè si fanno misure sugli stessi oggetti utilizzando i vari metodi.

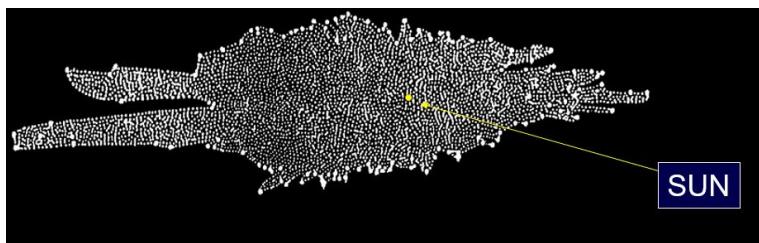
8.2 La Via Lattea

Le stelle di cui abbiamo parlato non sono oggetti singoli, bensì sono spazialmente organizzati; la prova di questa affermazione è antica: guardando il cielo ci accorgiamo che non sono distribuiti uniformemente, sono raggruppati in una striscia, che è la via Lattea. Quando guardiamo la via Lattea in lunghezze d'onda diverse da quelle del visibile, vediamo che la galassia sembra cambiare forme:



Quindi, questa organizzazione delle stelle è qualcosa di più complesso che semplicemente "dove sono messe". Queste stelle sembrano occupare un volume che non è fatto solo di stelle, altrimenti le immagini sarebbero tutte uguali.

Il primo a scoprire che la via Lattea fosse fatta di tante piccole stelle fu Galileo, ma fu Immanuel Kant il primo a ipotizzare che la nostra galassia avesse una struttura planare (per cui la via Lattea è la visione di un oggetto planare, visto di taglio perché noi siamo all'interno). Il primo che cercò di fare qualcosa dal punto di vista quantitativo fu Messier alla fine del '700: egli fece un catalogo in cui classificò i vari corpi; egli riportava gli oggetti ordinati per ascensione retta e a parità di questa per declinazione, dunque erano ordinati per posizione. Nei primi dell'800 Herschel incrementò il lavoro di Messier e catalogò 5000 oggetti. Herschel cercò anche di determinare la forma e la grandezza della galassia partendo da dalle assunzioni: tutte le stelle hanno la stessa luminosità e sono distribuite uniformemente nel cielo. Per ricavare la forma basta contare il numero di stelle in ogni direzione. In questo modo ottenne la seguente figura, dove il Sole era quasi al centro:



Questa fu la prima idea di Galassia, avente forma piatta e non a forma di disco, segno che ci sono delle zone in cui ci sono più oggetti. Il problema di questo modello è che Herschel non sapeva che lo spazio tra le stelle non era vuota e quindi non trasparente, per cui per lui non vedere una stella significava che non c'era, non che potesse essere oscurata da una nube ad esempio.

Una scoperta che ha rivoluzionato la visione della galassia è stata quella degli *ammassi globulari*: oggetti sferici pieni di stelle. Questi oggetti devono stare per forza all'esterno della galassia perché sono troppo numerosi, e quindi si può immaginare che stanno orbitando attorno alla galassia, di conseguenza il centro della galassia sarà dato dal baricentro di tutti gli ammassi globulari. Il Sole così non si trovava più al centro della galassia, ma a 15 kpc da esso (ad oggi sappiamo che dista 8 kpc).

La scoperta fondamentale degli ammassi globulari è stata la composizione chimica di questi oggetti: essi hanno una metallicità inferiore a quella del Sole. Quello che è stato fondamentale per questi oggetti è stata la possibilità di confrontarli con il diagramma HR delle stelle che gli stanno attorno, questo ha permesso di scoprire che negli ammassi globulari non esistevano stelle di grandi massa, perché quest'ultime già si erano evolute dentro di essi. Di conseguenza essi permettono anche di dare una data agli oggetti. L'età degli ammassi è dell'ordine di 10 miliardi di anni.

Dopo aver visto forma ed età della galassia, possiamo misurarne la cinematica, cioè la velocità (sia radiale che trasversale, cioè il moto proprio) delle stelle, sfruttando l'effetto doppler. Come prima cosa possiamo per esempio misurare la velocità del Sole "a riposo", cioè rispetto alle stelle che lo circondano.

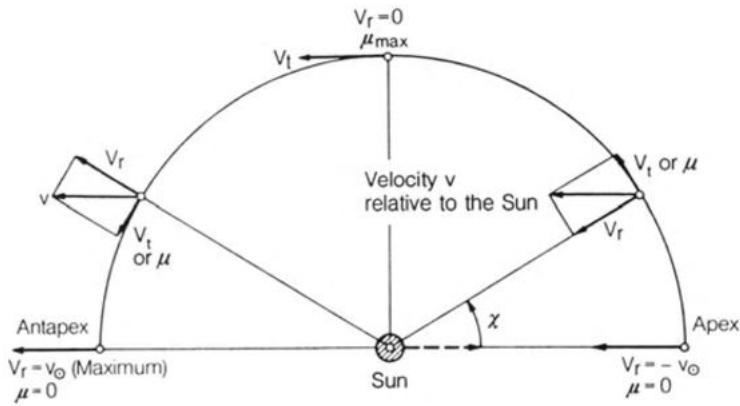


Fig. 5.2.2. Motion of the Sun, relative to the surrounding stars, with velocity v_\odot towards the apex. The observed parallactic motions of the stars are the reflection of this solar velocity. The figure explains the dependence of the radial velocity V_r and the tangential velocity V_t (or the proper motions μ) of the stars on their angular distance χ from the apex

Figura 6: Velocità del Sole

Rispetto alle stelle che lo circondano, il Sole in media si muove a 20 km/s nella direzione delle ore **CHE CAZZO VUOL DIRE**

È stato poi introdotto un sistema di misura delle velocità che è nel sistema di coordinate galattiche, che vede un asse congiungere il centro della galassia e il Sole e sul piano perpendicolare all'asse, in senso antiorario, si misura la longitudine galattica, mentre l'altezza sul piano galattico viene chiamata declinazione galattica. La velocità possiede una componente radiale, rivolta verso il centro, che si chiama U , e una componente tangenziale (rispetto ad una eventuale orbita rispetto al centro della galassia) che si chiama V . Possiamo inoltre avere anche una componente perpendicolare che si chiama W , che serve a sapere se l'oggetto rimane sul piano.

Come si fa a capire come si muovono le stelle nella galassia? Quello che si è fatto è stato di determinare la cinematica di tutta la galassia cominciando a misurare le velocità di tutte e singole le stelle, usando l'ipotesi secondo cui tutte le stelle si muovono su orbite circolari e intorno al centro della galassia, su un piano detto piano galattico.

5.2 The Structure and Dynamics of the Milky Way Galaxy

239

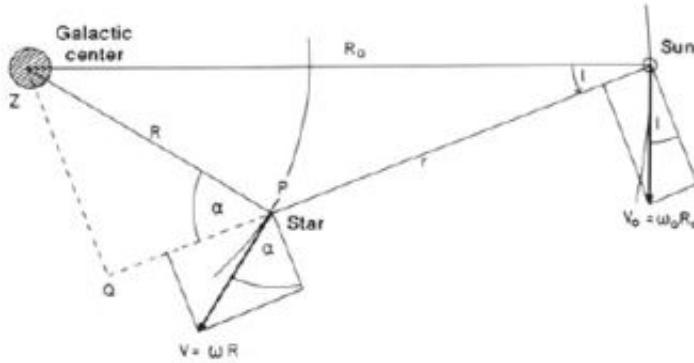
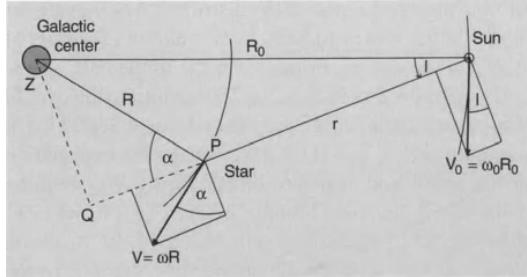


Fig. 5.2.9. Galactic rotation

guarda Unsold pagina 382

Parliamo della cinematica e della dinamica della via Lattea così come sviluppata da Lindblad e Oort nel 1926/27 nella loro teoria sulla rotazione differenziale del disco galattico. Supporremo innanzitutto che tutti i moti avvengano su orbite circolari planari attorno il centro galattico (indicato con Z).



Sia $\omega = \omega(R)$ la velocità angolare di una stella P alla longitudine galattica l , funzione della distanza R dal centro, allora $V = \omega R$ è la sua velocità lineare orbitale **ah??** sull'orbita galattica circolare. Invertendo tale relazione, per la velocità angolare e la sua derivata abbiamo

$$\omega = \frac{V(R)}{R} \quad , \quad \frac{d\omega}{dR} = \frac{1}{R} \left(\frac{dV}{dR} - \frac{V}{R} \right)$$

Per il Sole (\odot), poniamo $R = R_0$, $\omega(R_0) = \omega_0$ e $V_0 = \omega_0 R_0$. Detto precisamente, mettiamo sempre in relazione il moto a una media nelle vicinanze del Sole, che si chiama *Sistema di Riposo Locale* **scrivilo meglio, secondo me non si capisce che è il nome della velocità media**, sottraendo il moto del sole da tutte le altre coordinate osservate.

Scomponiamo adesso la velocità relativa rispetto al Sole $\vec{V} - \vec{V}_0$ di una stella P nella componente lungo la congiungente $\odot P$ e nella componente perpendicolare ad essa, in modo da ottenere la velocità radiale

$$V_r = V \sin \alpha - V_0 \sin l$$

e il moto proprio μ o la velocità tagenzziale

$$V_t = V \cos \alpha - V_0 \cos l = \mu r$$

dove r è la distanza della stella dal Sole. Possiamo eliminare l'angolo ausiliario α ponendo $|ZQ| = R \sin \alpha$ e $|PQ| = R \cos \alpha$, che possiamo ricavare **non sono sicuro di sta traduzione** dal triangolo $\odot ZQ$:

$$R \sin \alpha = R_0 \sin l$$

$$R \cos \alpha + r = R_0 \cos l$$

Otteniamo

$$V_r = R_0(\omega - \omega_0) \sin l$$

$$V_t = R_0(\omega - \omega_0) \cos l - \omega r$$

Queste equazioni sono valide per stelle o gas interstellari in orbite circolari a distanze arbitrarie r dal Sole.

Se consideriamo le vicinanze immediate (anche qua cerca un modo di dire più adatto) della Via Lattea, $r \ll R_0$, quindi possiamo usare l'espansione in serie

$$\omega - \omega_0 \simeq \left(\frac{d\omega}{dR} \right) (R - R_0) \simeq - \left(\frac{d\omega}{dR} \right)_0 r \cos l$$

Introduciamo adesso le *costanti di Oort* per la rotazione galattica differenziale:

$$A = -\frac{R_0}{2} \left(\frac{d\omega}{dR} \right)_0 = \frac{1}{2} \left[\frac{V_0}{R_0} - \left(\frac{dV}{dR} \right)_0 \right]$$

$$B = -\frac{R_0}{2} \left(\frac{d\omega}{dR} \right)_0 - \omega_0 = \frac{1}{2} \left[\frac{V_0}{R_0} + \left(\frac{dV}{dR} \right)_0 \right]$$

o anche

$$A + B = - \left(\frac{dV}{dR} \right)_0 , \quad A - B = \omega_0 = \frac{V_0}{R_0}$$

dove abbiamo espresso le costanti usando le espressioni di ω e della sua derivata in termini di $V(R)$.

Con le costanti di Oort A e B , l'approssimazione scritta poc'anzi e l'identità $2 \cos^2 l = 1 + \cos 2l$, la velocità radiale e quella tangenziale per i nostri dintorni, in funzione della longitudine galattica l , prendono una forma semplice:

$$V_r = Ar \sin 2l$$

$$V_t = Ar \cos 2l + Br$$

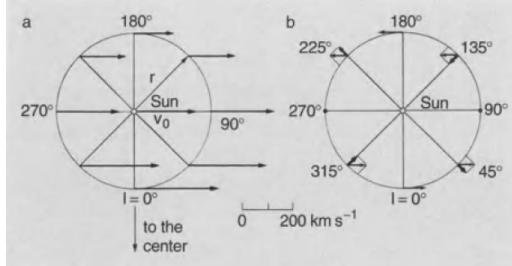


Fig. 11.7a,b. Differential galactic rotation. (a) Absolute velocities of the stars at a distance r from the Sun. In our drawing, $r = 3 \text{ kpc}$. The length of the velocity vectors corresponds to the distance traveled by the stars in 10^7 yr . (b) Velocities of the same stars relative to the Sun and their radial components (heavy arrows), illustrating the double-wave dependence of the radial velocities from (11.15)

Dopo aver estrapolato la media dai moti peculiari, le osservazioni verificano questa "onda doppia" ($\sin 2l$) delle due componenti della velocità molto bene. Mentre le ampiezze di V_r e V_t aumentano proporzionalmente alla distanza r , l'ampiezza del modo proprio $\mu = V_t/r$ è indipendente da r . I valori numerici delle costanti di Oort risultano essere:

$$A = +14 \text{ km s}^{-1} \text{ kpc}^{-1}$$

$$B = -13 \text{ km s}^{-1} \text{ kpc}^{-1}$$

Se avessimo considerato una rotazione rigida ($\omega = \omega_0$), allora avremmo trovato $A = 0$ ($V_r = 0$) e $B = -\omega_0$ ($V_t = -\omega_0 r \neq 0$).

Si nota che la galassia non è un rotatore rigido, cioè non tutte le stelle si muovono come se stessero su una ruota, questo è dovuto al fatto che la velocità angolare delle stelle è differente.

La velocità con cui il Sole ruota attorno alla galassia è di 220 km/s, il che implica che il periodo di rotazione dell'intera galassia è di 240 milioni di anni.

La domanda successiva a tutto ciò che abbiamo detto è: possiamo fare a questo punto una mappa della galassia? Il problema principale per fare ciò è dovuto al mezzo interstellare che assorbe la radiazione e ci impedisce di vedere lontano. Il meglio che possiamo fare è guardare alla lunghezza del radio poiché così l'estinzione risulta essere piccola. Tuttavia gli oggetti che emettono nel radio sono pochi (ricordiamo che l'emissione di corpo nero cade con la lunghezza d'onda, per cui non ci aspettiamo che un corpo come il Sole emetta nel radio), però esiste un processo fisico che ci ha permesso di fare la mappa della galassia ed è legato all'emissione di radiazione quando si ha quello che si chiama lo *spin flip*⁵⁹ nel **dubbio cerca spin F su unsold pag.**, che permette l'emissione di un fotone di lunghezza d'onda 21 cm (vale per l'idrogeno neutro). Lo spin flip permette anche di fare una misura dei campi di velocità e inoltre ci ha fatto capire che le regioni di formazione stellare sono nei bracci di spirale. In queste regioni troviamo anche altri agglomerati di stelle, che sarebbero gli *ammassi aperti*: regioni di formazione dove le stelle si sono appena formate e che possiedono tutte la stessa velocità attorno alla galassia (e sono costituiti da stelle "giovani").

Infine abbiamo il campo magnetico galattico. Per poter misurare questo campo magnetico si sfrutta l'effetto Faraday: se si ha radiazione polarizzata ed essa attraversa un mezzo dove è contenuto campo magnetico, la radiazione polarizzata gira il suo angolo. Ciò ci permette di studiare la variazione dell'angolo di rotazione e risalire al valore del campo (che è dell'ordine dei micro Gauss).

RIASCOLTA E GUARDA LE ROBE COMMENTATE, sennò guardo Unsold 10.4.1 MA ANCHE MONACO PAG.92 CIRCA

8.3 La nostra galassia: finiamo il discorso della lezione precedente

Abbiamo visto come un ammasso di stelle nel cielo è diventato una struttura, detta galassia. Essa è costituita da una serie di ammassi globulari, che sono grosse strutture costituite da centinaia di migliaia di stelle, che sembrano orbitare intorno ad un disco dove si trova la quasi totalità delle stelle. Tale disco è una struttura rotante su cui si trovano dei bracci di spirale. All'interno del disco sembra esserci un agglomerato sferico, detto **bulge**⁶⁰, e si trovano le polveri da cui nascono le stelle.

In questo tipo di galassie convivono due popolazioni di stelle:

⁵⁹Se abbiamo un atomo di idrogeno in cui il protone ha gli spin allineati, ci troviamo in una configurazione a energia superiore rispetto al caso in cui l'elettrone ha spin opposto rispetto al protone

⁶⁰Nota che, da questo momento in poi, quando parliamo di galassie, extragalassie, etc, spesso si utilizzano più termini per indicare la stessa cosa: il bulge (*bulbo galattico*) sarebbe il nucleo.

- Popolazione 1, fatta da stelle calde, ricche di metalli, dislocate sul piano galattico;
- Popolazione 2 prive o quasi di metalli, vecchie, che sembrano orbitare attorno alla galassia.

Nel bulge convivono entrambe le popolazioni. Capire com'è distribuita la luminosità delle stelle nelle galassie, ci aiuta nello studio delle altre galassie. È necessario distinguere le porzioni, in quanto in esse ci sono caratteristiche cinematiche diverse: se guardiamo il disco avremo la velocità di rotazione dell'oggetto, se guardiamo il bulbo no. In una galassia a spirale come la nostra, la luminosità è concentrata sul disco.

La nostra galassia è circondata anche da una struttura estesa e rarefatta (non più condensata in stelle), da un *alone* (alone galattico), che sarebbe un mezzo diffuso, contenente anche stelle singole. Questa luminosità si vede chiaramente in galassie esterne alla nostra e prende il nome di "sombrero"; qui è evidente la luminosità diffusa che circonda l'intera galassia. L'alone della nostra galassia ha un diametro pari al disco ed è rotante come il disco. Le stelle interne all'alone hanno una cosiddetta cinematica "calda", cioè si muovono ad una velocità $di \sim 250 \text{ km/s}$, più alte rispetto a quelle delle stelle vicine che osserviamo in genere ($\sim 20 \text{ km/s}$) e esse orbitano ortogonalmente al disco. Nel disco distinguiamo, per la densità, due strutture cinematicamente diverse: disco sottile e spesso (il primo ha velocità più elevate).

Sorge un problema. Abbiamo realizzato una mappa della nostra galassia guardando le stelle. Osservando però il loro moto orbitale intorno alla galassia andiamo incontro ad un problema. Un oggetto orbita vedendo solo la massa che è presente dentro la sua orbita. Misurando la velocità delle stelle dal centro della galassia verso l'esterno, se la massa della galassia è costituita da stelle che stiamo vedendo ci si aspetta un certo andamento della velocità di rotazione delle stelle in base alla distanza dal centro (la velocità diminuisce allontanandosi). Dalla luminosità inoltre possiamo dedurre la velocità, questo perché c'è una relazione che lega luminosità e massa ($L \propto M^{3.5}$), e dalla massa possiamo dedurre la velocità orbitale che dovrebbe avere la stella. Questa cosa sembra però non funzionare: ci aspettiamo che gli oggetti più lontani ruotino più lentamente, ma ciò non accade per la nostra galassia.

Affrontiamo il problema. Il fatto che la velocità sia legata alla distribuzione della massa e che non diminuisca fa pensare che deve esserci, all'esterno della galassia, o all'interno che non vediamo, una certa massa che non è visibile con i nostri metodi standard (cioè a partire dalla luminosità). Questo andamento della velocità viene detto *rotazione kepleriana*, e questa legge sembra abbiamo detto non essere rispettata, anzi si va verso un andamento costante della velocità.

Per risolvere, ci sono state due linee di pensiero:

1. L'approccio seguito più dagli sperimentali, che iniziarono a parlare di materia oscura, cioè esiste attorno alla galassia della materia che non vediamo (appunto "oscura"), ma non torna bene con quello che è l'evoluzione stellare, ad esempio con i rate di formazione stellare (in una nube stellare si formano principalmente oggetti molto piccoli e poco caldi, quindi in giro non dovrebbero esserci molte stelle evolute). È un approccio sperimentale perché si "ricerca" l'esistenza di tale materia;
2. L'approccio seguito dagli studiosi più teorici, che aggiungono termini alla legge di gravità per far quadrare le cose.

8.4 Il nucleo della galassia

Che cos'è il nucleo della galassia?

È un oggetto di densità incredibile, rimasto invisibile fino a pochi anni fa. Al suo interno (guardando a lunghezze d'onda di 90 cm) vediamo delle zone accese, tra cui la più brillante prende il nome di Sagittarius A, che dovrebbe essere il centro del tutto. Il fatto che nel nucleo coesistano popolazione 1 e 2 è indicativo del fatto che c'è formazione di stelle. Ciò è strano, in quanto essendo una zona affollata è facile superare la massa di Jeans (che è la massa per cui una nube collassa, la quale ricordiamo essere direttamente proporzionale alla massa e indirettamente alla densità), ci aspetto un collasso della massa, ma anche la cinematica è elevata (o comunque lo è la temperatura, questo spiega perché non collassa).

È inoltre un luogo dove abbiamo tanta emissione radio. Quando l'emissione radio diventa significativa a livello di flusso non si può richiamare l'emissione radio del corpo nero⁶¹; si possono invece invocare meccanismi non termici di emissioni, che consistono in elettroni che ruotano attorno a campi magnetici ed emettono per sincrotrone. Il fatto che questo luogo sia così pieno di emissione radio fa pensare che ci siano elettroni liberi, i quali sono difficili da generare per cui serve un ambiente molto alto (penso intenda in temperatura) in modo da ionizzare tutti gli atomi per ottenerli, ed essi devono essere resi relativistici per far sì che emettano nel radio, quindi ci serve un meccanismo che ionizzi gli elettroni e li acceleri e in qualche modo producano sincrotroni. Tutto questo accade al centro della nostra galassia, ma perché? Cosa fa tutto questo?

Grazie all'attuale tecnologia, possiamo vedere nell'X la presenza di elettroni mediante l'emissione di sincrotroni nell'X. Il sincrotrone emette in tutte le lunghezze d'onda, ma poterlo vedere nell'X ha il vantaggio, rispetto al vederlo nel radio il quale non ha praticamente risoluzione spaziale, di vedere i dettagli di ciò che stava accadendo, in particolare si è trovata una temperatura dell'ordine di decine e centinaia di milioni di gradi. In definitiva, il centro della Galassia sembra essere un luogo dove accade qualcosa "di violento", con alta temperatura ed emissione radio. Questo si chiama *Sagittarius A*.

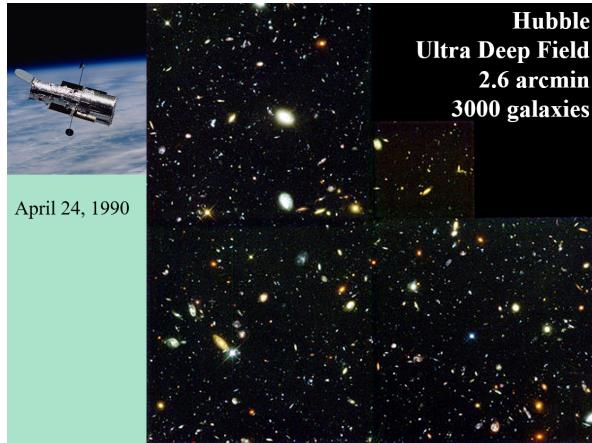
Per determinare la massa di tutto questo si è fatto uso delle stelle che vediamo muoversi in orbita intorno al centro della galassia: per alcune stelle è stato possibile tracciare orbite e tramite queste determinare non solo il centro fisico della galassia, ma anche la sua massa. Il centro della galassia sembra essere fatto da milioni di masse solari, dovute al collasso di stelle che si sono unite. Questa massa non occupa uno spazio come lo intendiamo noi, ma dovrebbe essere un buco nero, cioè immaginiamo che Sagittarius A sia, di fatto, un buco nero. La nostra galassia sarebbe quindi costituita al centro da un buco nero. Qualche anno fa, grazie al Satellite Fermi, che ha come obiettivo la misura emissioni gamma, ci ha informati del fatto che la nostra galassia abbia, ortogonalmente partendo dal centro, una struttura simile ad una clessidra caratterizzata dall'emissione di raggi gamma.

⁶¹Se spostassimo il picco della planckiana nel radio dovremmo ridurre drasticamente la temperatura, e siccome il flusso va come T^4 non ci sarebbe emissione.

8.5 Le galassie

Uno pensa di essere unico, poi
guardando scopri che non sei unico e
che gli altri sono pure meglio.

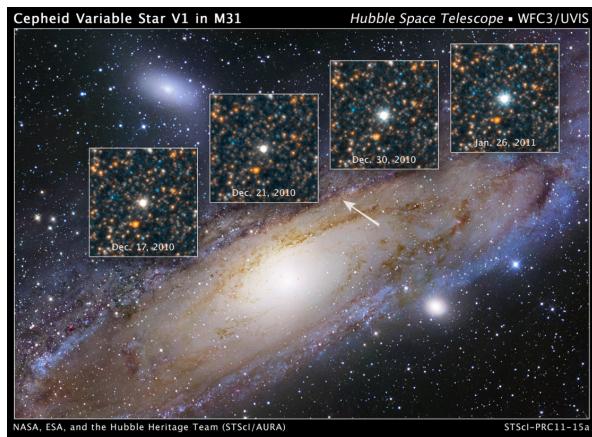
Ciccio pinguino



La figura, che prende il nome di **Hubble Ultra Deep Field**, ci dice che in poco più di 2.6 arcmin⁶² ci stanno circa 3000 galassie, e sono tutte di forma diversa. Ciò pone una serie di problemi da risolvere.

Agli inizi del '900 non si aveva idea di quanto fosse grande la galassia, e nonostante si vedessero oggetti di forma diffusa genericamente chiamati nebulose, non si sapeva se queste stessero dentro o fuori la galassia, cioè se erano contenute o meno. Era difficile con gli strumenti dell'epoca (non si aveva abbastanza potere risolutivo).

Hubble fece fotografie di queste nebulose, accorgendosi che in alcune di queste (o meglio nella direzione di queste) si trovavano oggetti che nel tempo variavano la loro luminosità. Scoprì che queste nebulose possedevano delle stelle *periodiche*, che variavano la loro luminosità periodicamente.



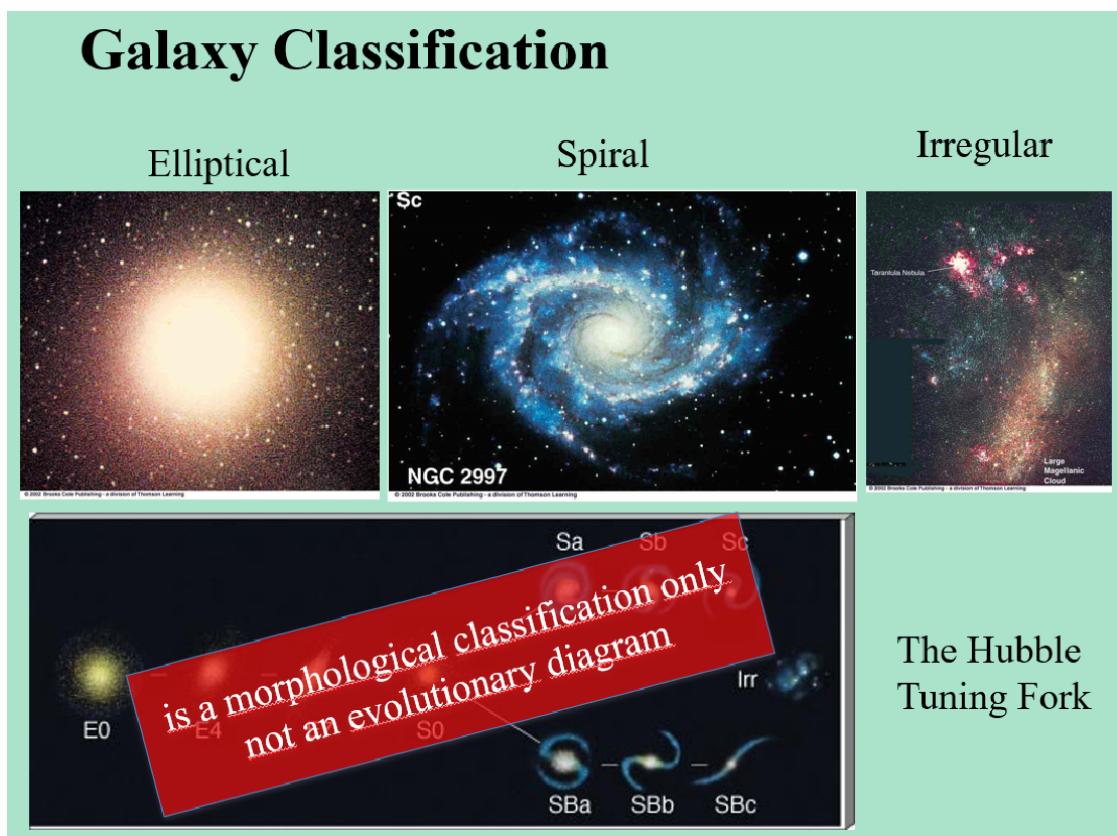
⁶²Per dare un'idea delle dimensioni ricordiamo che la Luna è 30 arcominuti.

Si ricordò delle Cefeidi e attribuì alle Cefeidi una magnitudine assoluta, che poteva comparare con la sua misura, la magnitudine apparente. Da ciò, Hubble fu in grado di stabilire che questi oggetti erano molto più lontani della dimensione della nostra galassia, e quindi non appartenevano ad essa.

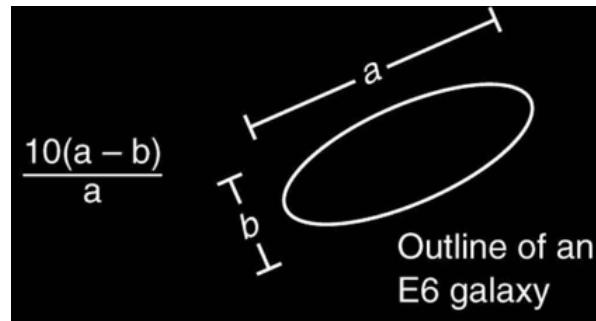
Il punto è che se conosciamo la dimensione di un oggetto e ne conosciamo la distanza, possiamo avere idea delle sue dimensioni lineari. Da ciò venne fuori che essi erano più grandi di quello che si pensava essere la nostra galassia.

Hubble, studiando le sue migliaia di foto, fece una classificazione, che vale ancora oggi, delle galassie, suddividendole in

- Ellittiche;
- A spirale;
- Irregolarì

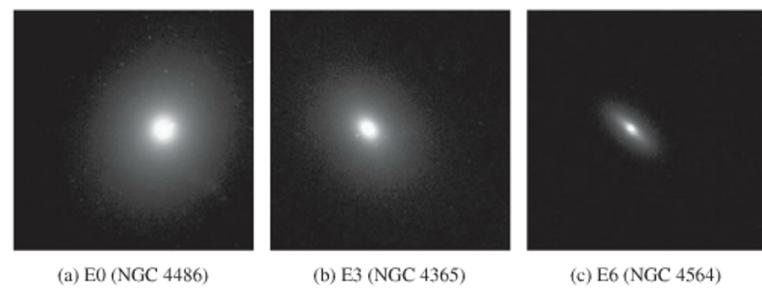


Nota: Le galassie ellittiche sono degli ellisoidi/sferoidi, caratterizzate da una loro eccentricità.



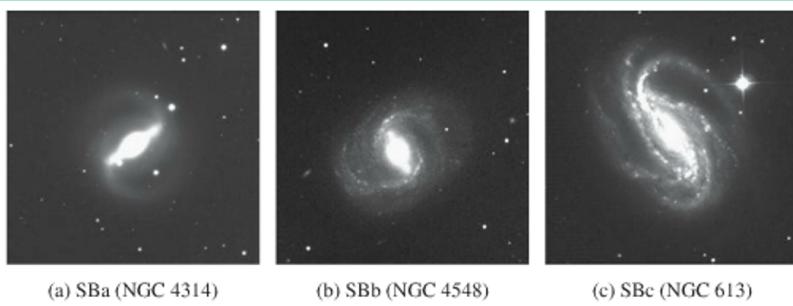
Classificò questi sferoidi da un "E0" ad un "E7", dove il numero indica il valore dell'eccentricità moltiplicata per 10 (si poteva quindi andare da 0 (caso del disco) a 10 (caso di una sfera)). Questo schiacciamento di sferoidi può ovviamente essere l'effetto di proiezioni, quindi non è detto che quello che vediamo è davvero così.

Elliptical Galaxies



Inoltre divise le spirali in spirali e spirali barrate, le seconde avendo una barra che passa per il centro.

Barred Spiral Galaxies



La nostra galassia ha una barra. Una spirale barrata si indica con *SB*; la nostra galassia è *SBB* (continua a leggere e capisci).

Ancora, classificò le galassie a spirali in 3 gruppi (*Sa*, *Sb*, *Sc*):

- quelle avendo spirali così strette da avvolgersi in se stesse;
- quelle intermedie;
- quelle le cui spirali non si chiudevano.

Spiral Galaxies



(a) Sa (NGC 1302)

(b) Sb (NGC 4450)

(c) Sc (NGC 4303)

- Disk + spiral arms + bulge (usually)
- Subtype a b c defined by 3 criteria:

- Bulge/disk luminosity ratio
 - Sa: $B/D > 1$ Sc: $B/D < 0.2$
- Spiral pitch angle
 - Sa: tightly wound arms Sc: loosely wound arms

Abbiamo detto che le galassie a spirali hanno un disco, le spirali ed un bulge. In base all'apertura o chiusura delle braccia (spirali), si può affermare che il bulge è più brillante del disco nelle galassie *Sa* e minore in quelle *Sc* (vedi figura sopra).

Le galassie a spirale sono, in numero, due terzi delle galassie totali. Sono ricche di polvere, gas, quindi si formano stelle; hanno dimensioni tra 10 e 30 kpc e massa tra 10^7 e 10^{11} masse solari.

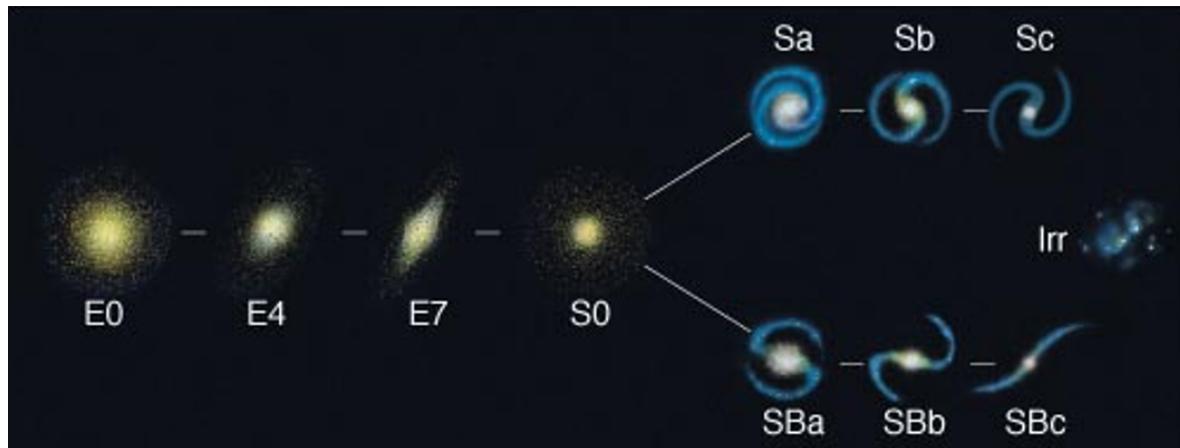
Sapere quanto è brillante una galassia permette inoltre di misurarne la distanza (si può immaginare che il rapporto tra brillanza del bulge e brillanza del disco sia un fenomeno fisico, che porta ad una luminosità predeterminata).

Abbiamo poi le galassie irregolari. Esse si immagina siano semplicemente il risultato della collisione di galassie. Tale idea nasce, oltre che da simulazioni numeriche, dal fatto che qui troviamo stelle giovani, cioè si stanno creando le condizioni per il collasso del mezzo interstellare, ad esempio per compressione.

Attenzione! Tutta questa è solo una classificazione morfologica e NON evolutiva.

Le galassie ellittiche sono centinaia di volte più grande di quelle a spirali.

Poi, Hubble fece una distinzione per queste che chiama "lenticolari" dal latino *lens*, *lenticchia*, un insieme di galassie più piccole, che sono dischi piccoli. Le galassie lenticolari, che chiama *S0*, sono piccole e non hanno struttura, non sappiamo cosa sono, e Hubble le mise nel mezzo perché pensava fosse una specie di fase per passare da spirali a ellittiche.



Le Nubi di Magellano (*Magellanic clouds*) sono due galassie che si muovono orbitando attorno alla nostra, così come le galassie M32 e M110 orbitano attorno ad M31. Esse sono il primo esempio di galassie esterne alla nostra. Da tali osservazioni concludiamo che le galassie sono organizzate in ammassi di galassie, cioè non stanno mai da sole. Tali ammassi sono fatti di oggetti che si muovono tra di loro, attorno al loro centro di massa (cioè gli ammassi sono autogravitanti).

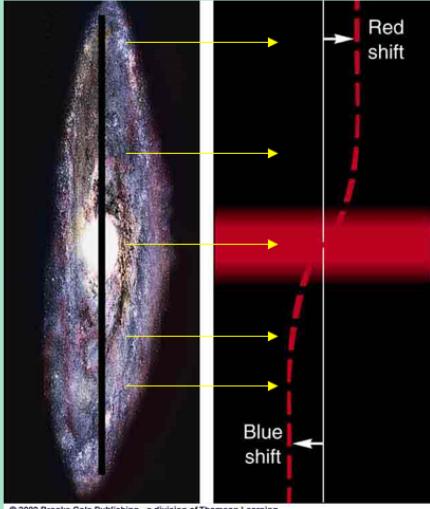
Ma come misuriamo le distanze tra galassie?

Si parte dall'andamento della curva della velocità delle stelle nelle galassie, la quale può essere ricavata per ogni galassia tramite uno spettrografo. Infatti, in uno spettro stellare, le righe spettrali si trovano ad una lunghezza d'onda che dipende dalla velocità, per l'effetto Doppler. Se facciamo uno spettro per ogni punto della galassia, troveremo delle righe, ma non alla lunghezza d'onda del laboratorio, bensì spostata; tale misura darà la componente della velocità della galassia che sta ruotando nella nostra direzione. Misurando la velocità otteniamo una curva di questo tipo, dove al centro avremo la velocità di allontanamento dell'intera galassia, la parte che si allontana e quella che si avvicina.

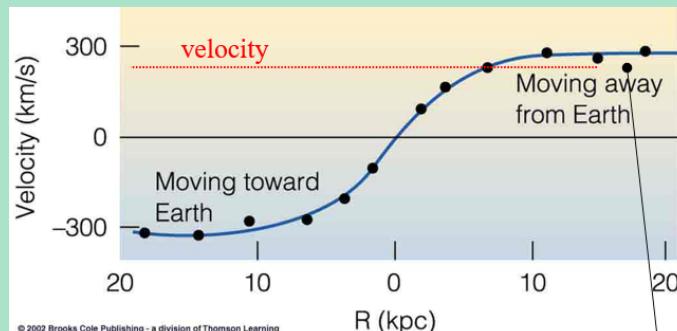
Tully-Fisher Distance Indicator

Luminosity of stars scales with mass of stars... therefore, luminosity of galaxy scales with number of stars (and thus, mass of stars). Thus, **luminosity of galaxy gives mass of galaxy.**

Going backwards... **measure the velocity to “weigh” the galaxy to obtain luminosity.**



Doppler velocity map of galaxy.



$$L = \text{constant} \times (\text{velocity})^4$$

$$d = \text{constant} \times (L/B)^{1/2}$$

Possiamo da qui stimare la massa della galassia. Per confronto con la nostra, possiamo stimare quale è la parte di massa della galassia responsabile di una emissione luminosa e attribuiamo alle galassie una luminosità intrinseca. La differenza tra luminosità intrinseca e quella che misuriamo dà un modulo di distanza. Questo metodo è stato immaginato da Tully-Fisher. È un metodo che ha tante ipotesi dietro e non è precisissimo, ma stima le distanze: con tale metodo si intende stimare l’ordine di grandezza della distanza.

Gli ammassi di galassie sembrano essere le strutture autogravitanti più grandi dell’universo. Un ammasso di galassie contiene da centro a mille galassie. Tra le galassie non vi è il vuoto, ma l’ *Intra Cluster Medium* (ICM), che è un plasma caldo con una grande quantità di materia oscura, invisibile. Vedremo che, per questo, tali ammassi sono sorgenti di Raggi X. Cercando di spiegare la dinamica degli ammassi, abbiamo bisogno, oltre che della massa luminosa, anche della dark matter, che ancora oggi si cerca, tuttavia non c’è ancora evidenza di quest’ultima.

Per avere un’evidenza della dark matter si parte dal presupposto di vedere radiazione elettromagnetica sotto forma di emissione gamma dovuta alla dark matter, ma nessuna misura effettuata su ammassi di galassie ha mai rilevato tale flusso di raggi gamma, finora è stata rivelata solo l’emissione X che è prova della presenza del plasma caldo; sono stati anche puntati telescopi X per rilevare le righe degli atomi che compongono il plasma, ma senza risultato.

Gli ammassi di galassie riportano quindi il problema della materia mancante, la grandezza di tali ammassi è di circa 1-5 Mpc.

Applicando il teorema del Viriale, supponendo di avere N stelle con massa m , si potrebbe scrivere che l'energia cinetica K dell'ammasso di galassie, che si muove in modo caotico, è proporzionale alla massa $M = Nm$ per la dispersione delle velocità che misuriamo

$$K = M\langle v_r^2 \rangle = \frac{3}{2}M\sigma_r^2$$

dove σ_r è la velocità media, supposta uguale in tutte e tre le direzioni. Applicando

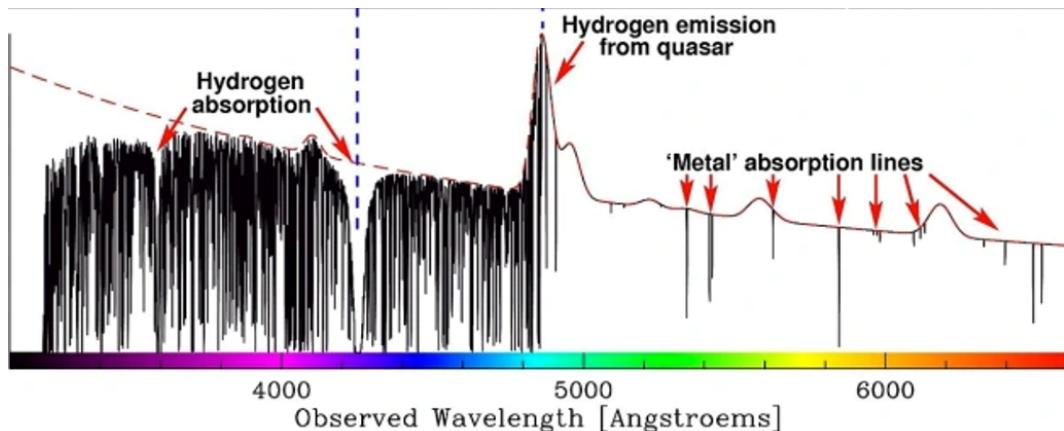
$$2K + U = 0 \implies 3M\sigma_r^2 = \frac{3GM^2}{5R} \implies M_{vir} = \frac{5R\sigma_r^2}{G}$$

in questo modo possiamo ricavare la massa viriale misurando la velocità radiale di tutte le galassie di un ammasso, il che significa misurare il valore con cui la galassia si allontana, cioè la velocità media dello spostamento doppler.

Si può provare che la massa del viriale è confrontabile con la stima della massa che possiamo fare dalla luminosità ove possibile.

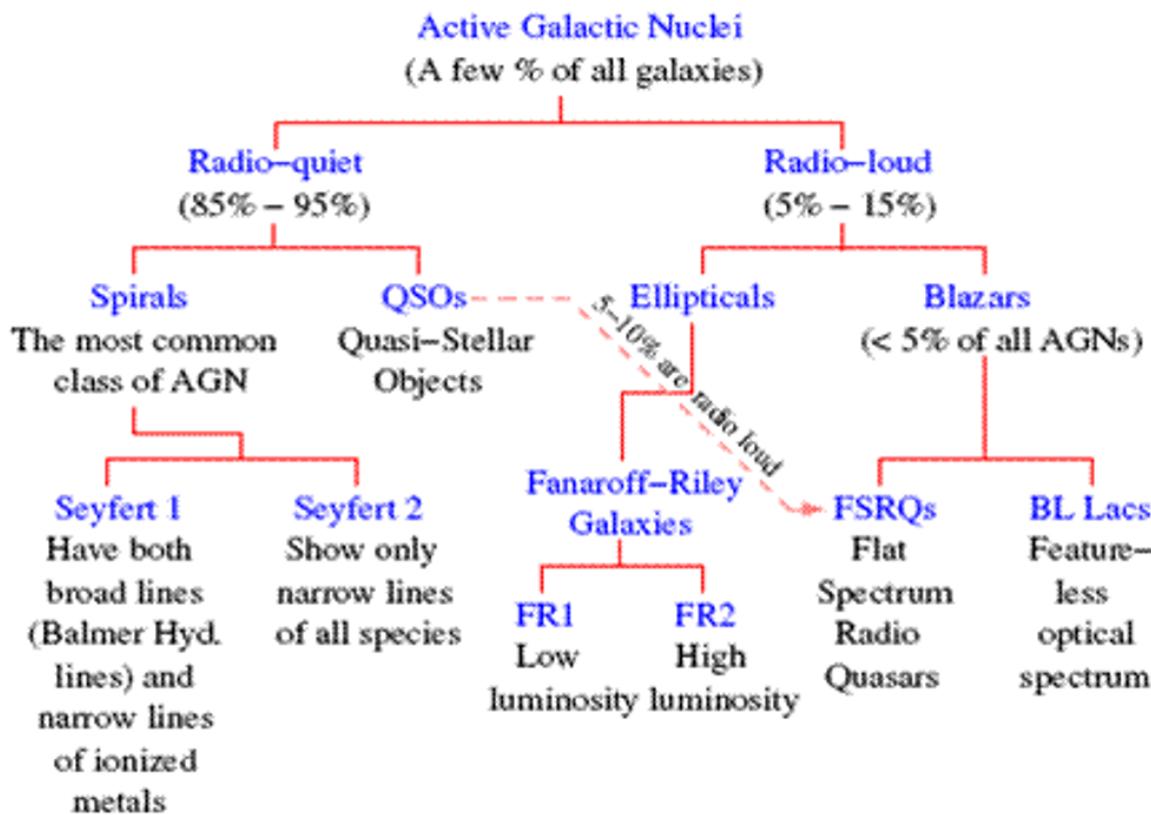
Anche gli ammassi di galassie sono organizzati in ammassi; l'ammasso a cui noi apparteniamo è detto *ammasso locale*. Quello che si percepisce è che il gruppo locale sta orbitando attorno al centro di un gruppo di ammassi detto *SuperCluster*; noi apparteniamo a quello della Vergine, mentre a sua volta il supercluster fa parte di un gruppo ancora più grande; in generale noi apparteniamo ad una distribuzione di strutture non omogenea (sembra che ci sia una maggiore concentrazione su un piano detto *piano supergalattico*), tra queste strutture sembrerebbe esserci del vuoto.

Tra gli oggetti più luminosi e più distanti ci sono le *quasar*, ed essendo le più lontane sono anche le più veloci (Hubble misurò anche lo spostamento doppler delle galassie e scoprì che più un oggetto è lontano più è veloce); quando vediamo un oggetto che si allontana, il suo spettro si vede spostato verso il rosso, e questo quasar emette una riga spettrale dell'atomo di idrogeno tra livello 1 e 2 detta Lyman alpha, la quale però si trova a 4700 Å, e non a 1216 Å come di consueto, e ciò accade a causa della velocità del quasar; il mezzo che c'è tra la terra e il quasar è in grado di assorbire la radiazione emessa dal quasar, ma il mezzo si muove più lentamente del quasar, ogni pezzo del mezzo è responsabile di un assorbimento che dipende dalla sua velocità, dando origine alla *Lyman Forest*. Possiamo quindi sapere come è distribuita la materia tra noi e il quasar per ogni lunghezza d'onda, cioè per ogni velocità e quindi per ogni distanza; con questo metodo di spettroscopia è stata dimostrata la presenza dei vuoti.



8.6 Nuclei Galattici Attivi e loro Classificazione

Esistono galassie dove il nucleo è molto più brillante non solo del disco, ma ne esistono altre in cui è più brillante anche delle stelle che lo compongono, allora non è il contributo delle stelle che lo compongono a determinare la luminosità del bulge, si parla allora di **Nuclei Galattici Attivi**, detti AGN, regioni dalla luminosità non spiegabile dal contributo stellare; questi nuclei galattici attivi sono stati scoperti come delle sorgenti radio e poi divisi in *Radio-Quiet* e *Radio-Loud* a seconda della luminosità che si ha nelle regioni radio.



Le radio-quiet sono tipici delle galassie a spirale o sono? aaaa, come la nostra. Queste galassie vengono suddivise in *Seyfert1* e *Seyfert2*: quelle di tipo 1 sono galassie con spettri con righe in emissione sia larghe che strette (in termini di lunghezza d'onda, credo intenda a lunghezze d'onda piccole e grandi), mentre quelle del secondo tipo presentano spettri con righe d'emissione strette; questi spettri non hanno nulla a che fare con l'emissione delle stelle, sono quelle del nucleo, infatti le righe che si vedono sono righe proibite (transizioni tra 2 livelli dove quello più alto è metastabile, cioè ha un tempo di decadimento molto lungo). Sono utili per determinare la densità di un gas); alcuni esempi di galassie Seyfert sono NCG-1566, NCG-7742 e la Circinus Galaxy, è interessante notare che la massa stimata per questi nuclei è di $10^6 - 10^7 M_\odot$ e quindi probabilmente si tratta di un buco nero.

Un'altra categoria di galassie radio-quiet sono i **quasar**, termine derivante da "quasi-stellar-radio-sources", la cui luminosità intrinseca è di -32, contro -19 delle supernove. I quasar presentano una variabilità fotometrica; inoltre, come detto prima, le loro righe

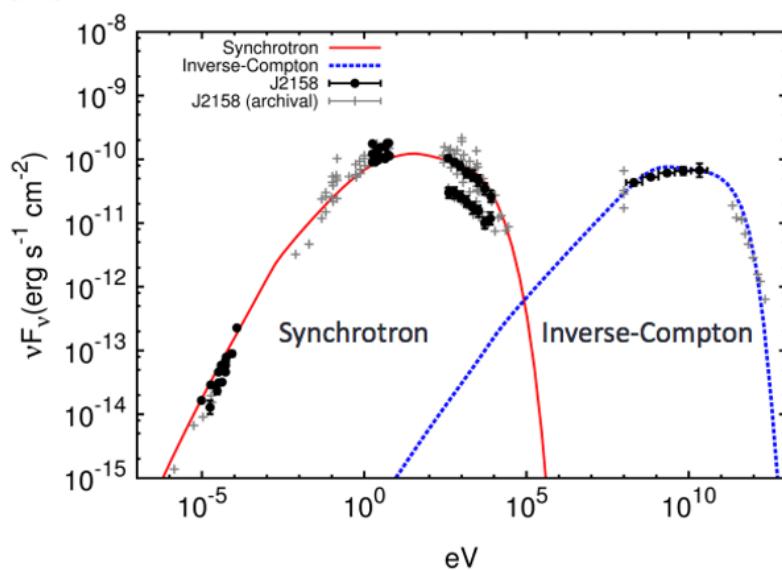
spettrali sono molto spossate verso il rosso (red-shift); questa proprietà è molto utile in cosmologia.

definizione di transizioni proibite e semiproibite 2:03:00 circa

Considerando ora le radio-loud esse si suddividono in *Blazars* e galassie ellittiche; tra i blazar più famosi vi è BL Lac, che costituisce il prototipo di una categoria, ed è famosa perché non presentava nessuna riga rispetto al quasar; un'altra categoria di blazar è quella delle *FSRQs* (Flat Spectrum Radio Quasars), dal nome si capisce che hanno uno spettro radio molto piatto. Per capire questa distinzione è necessario ricordare che negli oggetti ad alta temperatura (gli elettroni sono relativistici) i meccanismi di emissione sono di sincroton o di Compton Inverso (un elettrone relativistico colpisce un fotone e lo sposta in lunghezza d'onda, facendo aumentare l'energia e con conseguente emissione di un gamma), nei blazars sono presenti entrambi, e la dominanza di uno processo rispetto all'altro stabilisce la classificazione, per cui la differenza fondamentale diventa l'intensità del campo magnetico dell'oggetto (se non c'è campo magnetico non abbiamo sincrotron).

Blazar spectra

- Blazar spectra are characterised by two bumps, well fitted by synchrotron and inverse-Compton emission of high-energy electrons.



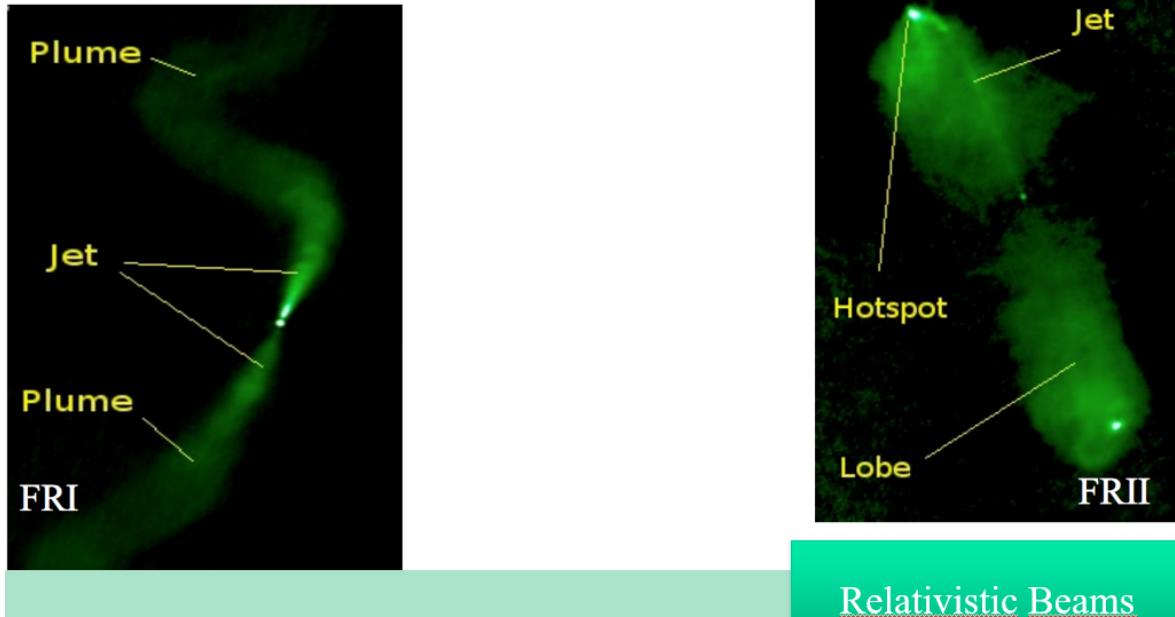
High power Blazars are mostly FSRQs
Low power Blazars are mostly BL Lac

È importante sottolineare che in quasar e blazars non sappiamo cosa circonda il nucleo, forse la struttura esterna delle quasar è simile alle galassie a spirale e quella delle blazars alle galassie ellittiche.

Vediamo ora la categoria delle galassie ellittiche. Esse si suddividono in **Fanaroff-Riley 1** e **Fanaroff-Riley 2** a seconda della luminosità dell'oggetto e dalla forma dei jet (jetti

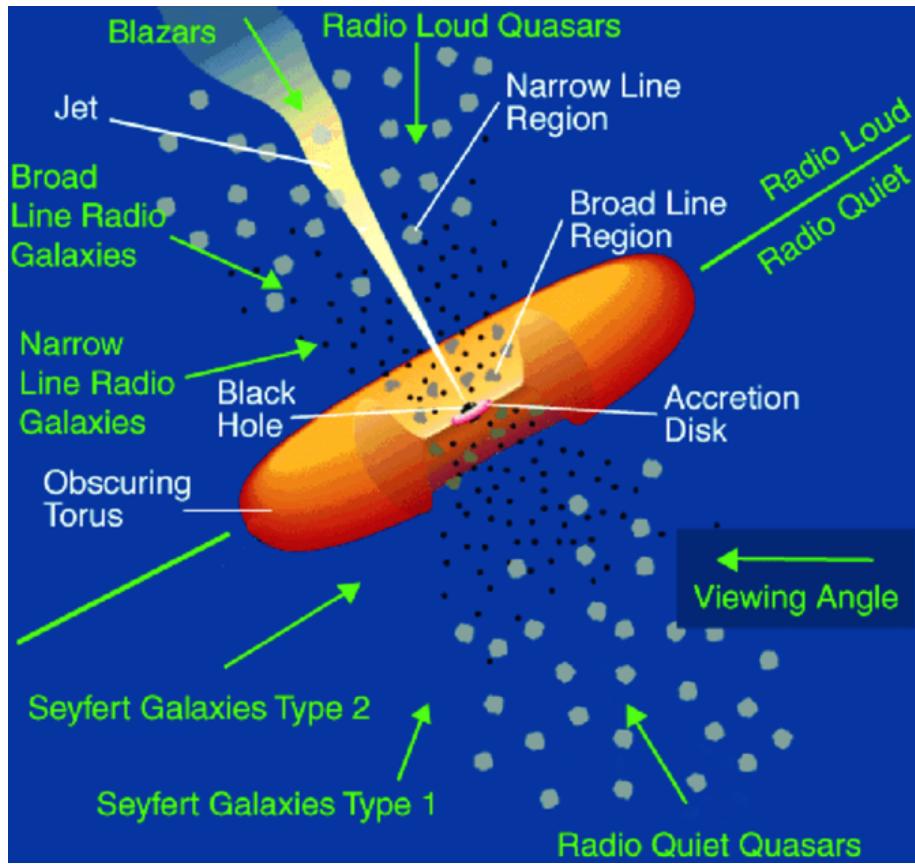
di radiazione elettromagnetica e particelle cariche): le prime hanno un jet molto sottile e brillante nella zona di emissione, mentre le seconde hanno un jet brillante sulla parte più esterna.

In 1974, radio sources were divided by Fanaroff and Riley into two classes, now known as Fanaroff and Riley Class I (FRI), and Class II (FRII).



8.7 Modello Unificato

Ci sono oggetti celesti, come Centaurus A che non rientrano in nessuna delle categorie precedenti, tuttavia sembrerebbe che tutto quanto detto finora si possa spiegare la teoria del Modello Unificato degli AGN, secondo la quale al centro della galassia si trova un buco nero (crediamo sia un buco nero per la massa stimata) che nasce dalla fusione di tante stelle, attorno a questo centro vi è un disco, dal buco nero diparte un jet.



Con questa teoria, tutta la classificazione precedente è giustificata dalla direzione con cui viene guardata la galassia e dalle *bubbles* intercettate (nella figura le bubbles sono quelle palline grigie o nere): guardando la galassia da una certa direzione potremmo vedere tanta emissione e quindi si ha una radio-loud, guardandola da un'altra potremmo vedere poca emissione, quindi sarebbe una radio-quiet ecc.

In definitiva, ogni categoria vista prima non è altro che una sfaccettatura dello stesso oggetto, che viene determinata dalla direzione di osservazione.

8.8 Espansione dell'universo

8.8.1 Legge di Hubble

Il problema di cosa fosse l'universo prende un aspetto scientifico soltanto nel '900, quando Hubble misurò la distanza delle galassie e come primo risultato mostrò che le nebulose che si vedevano in cielo erano altre galassie. Egli misurò tali distanze a partire dalle misure di variazione di luminosità delle Cefeedi che erano legate ad una magnitudine assoluta. Inoltre egli ottenne gli spettri delle galassie, le quali hanno una emissione data dalla somma delle stelle che le costituiscono, per cui dal punto di vista spettroscopico si comportano come una sorta di "stella media". Egli trovò che le righe spettrali dell'idrogeno (le più intense) erano spostate in lunghezza d'onda rispetto a quella prevista.

Se supponiamo che questo spostamento sia dovuto all'effetto Doppler a causa delle velocità delle galassie, otteniamo velocità di migliaia di chilometri al secondo (molto

maggiori di tutte le altre misurate nello spazio), che aumentavano con la distanza. Uno dei primi risultati della ricerca di Hubble è allora che l'universo si sta espandendo.

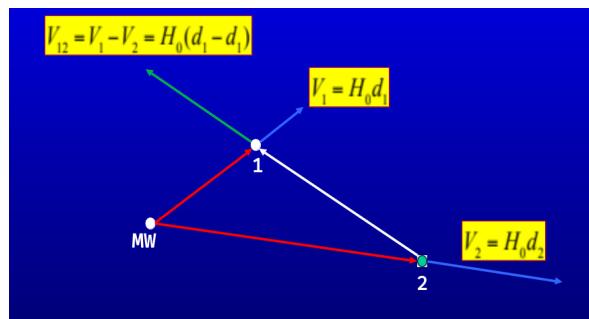
Ciò era stato previsto da Olbers nel 1800 per il fatto che il cielo di notte fosse buio. In un universo omogeneo infatti il numero di stelle aumenta col quadrato della distanza e sappiamo che la luminosità diminuisce anche col quadrato della distanza, quindi il cielo dovrebbe essere uniformemente luminoso. Olbers immaginò che il cielo fosse buio perché le stelle si allontanino con velocità diverse, e per spostamento doppler la loro luce visibile viene shiftata nell'infrarosso, quindi non la vediamo.

Nota: la differenza è che Olbers fece un ragionamento, Hubble portò una prova scientifica.

Hubble osservò inoltre che la velocità delle galassie aumenta linearmente con la distanza (secondo quella che sarà poi chiamata costante di Hubble H_0):

$$v = H_0 \cdot d$$

Il fatto che misuriamo velocità delle galassie che aumentano con la distanza potrebbe far pensare che la nostra galassia si trovi al centro di un sistema che si espande; in realtà la relazione di Hubble non ci rende un osservatore privilegiato perché se consideriamo il grafico seguente (supponiamo di essere fermi):



- Noi vediamo le galassie 1 e 2 allontanarsi;
- Un osservatore posto nella galassia 2 vede noi allontanarci (perché è in realtà lui che si allontana) e 1 allontanarsi;
- Un osservatore posto nella galassia 1 allo stesso modo vede noi e 2 allontanarci.

Paradossalmente allora tutti vedono allontanarsi tutti, dunque non esiste una delle 3 privilegiate. È allora mantenuto il *principio cosmologico*, che afferma che non esiste una posizione privilegiata nell'universo.

8.8.2 Misura costante di Hubble

Se supponiamo un'espansione dell'universo a velocità costante, possiamo definire tempo di Hubble T_0 :

$$T_0 = \frac{d}{v} = \frac{d}{H_0 \cdot d} = \frac{1}{H_0} = 14.4 \text{ Gyr}$$

che è una stima dell'età dell'Universo (cioè il tempo in cui "tutto era insieme"). È in realtà un po' maggiore della migliore stima attuale (13,8 miliardi di anni) perché l'espansione non sembra essere stata lineare.

Il problema di misurare H_0 si riduce a misure di distanze e velocità. Hubble aveva i dati di 25 galassie che appartenevano tutte al gruppo locale, che essendo un ammasso di galassia è la struttura più grande che è gravitazionalmente legata, quindi le galassie hanno dei moti relativi tra loro: non sono ferme, si muovono risentendo del campo gravitazionale delle altre. Hubble quindi in realtà fece una misura di galassie che avevano un moto proprio, per cui il fatto che ad una certa distanza le galassie presentassero velocità diverse conteneva informazioni sulla dinamica delle galassie del gruppo locale. Non conoscendo tutto ciò, egli stimò inizialmente la costante valeesse $H_0 = 500 \frac{\text{km}}{\text{s.Mpc}}$ e poi, osservando oggetti più distanti, trovò che $H_0 = 560 \frac{\text{km}}{\text{s.Mpc}}$. Oggi si misurano valori molto più piccoli (tra 50 e 100) e si utilizza in letteratura una media di $H_0 = 71 \frac{\text{km}}{\text{s.Mpc}}$. Con tale valore si stima un'età dell'universo di 13.8 miliardi di anni, valore che è consistente con le età che abbiamo determinato per gli ammassi globulare (con valore 500 l'universo sarebbe stato più giovane degli ammassi, il che creava un problema con i modelli)

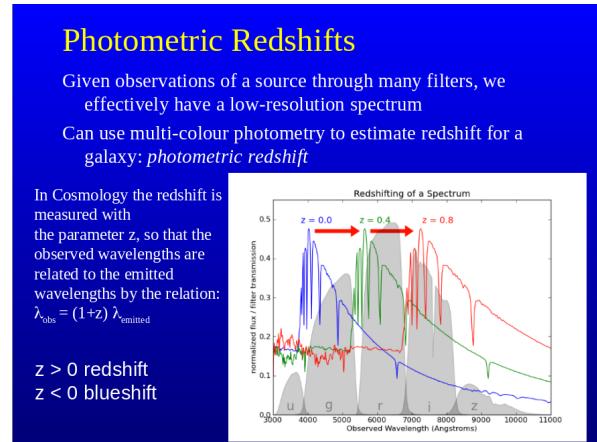
Il problema dei moti relativi delle galassie locali si è parzialmente risolto misurando la velocità della nostra galassia rispetto a un punto più lontano e tenendone conto (più si guarda lontano e meno sono importanti gli effetti locali).

Se ci accordiamo sul valore della costante di Hubble, possiamo misurare distanze a partire dalla velocità di allontanamento delle galassie. Tale metodo ha portato ad un nuovo modo di definire lo spostamento doppler: noi siamo abituati a misurare la velocità come il rapporto tra la variazione della lunghezza d'onda e la lunghezza d'onda, moltiplicato per c , ma utilizzare l'effetto Doppler in termini della velocità di allontanamento è complicato perché si tratta di velocità grandi (c'è anche un fattore c). Si definisce piuttosto il parametro z caratteristico di ogni oggetto spaziale attraverso cui si può ottenere facilmente la variazione di lunghezza d'onda.

Basato sulla lunghezza d'onda	Basato sulla frequenza
$z = \frac{\lambda_{\text{obsv}} - \lambda_{\text{emit}}}{\lambda_{\text{emit}}}$	$z = \frac{f_{\text{emit}} - f_{\text{obsv}}}{f_{\text{obsv}}}$
$1 + z = \frac{\lambda_{\text{obsv}}}{\lambda_{\text{emit}}}$	$1 + z = \frac{f_{\text{emit}}}{f_{\text{obsv}}}$

$$z = \frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{v}{c} \quad v = zc = 3.26c$$

Il problema di misurare velocità in questo modo è che devono arrivare un certo numero di fotoni per misurare le lunghezze d'onda degli spettri con precisione. Piuttosto si sono utilizzati dei filtri colorati per vedere a quale lunghezza d'onda cadesse la discontinuità di Balmer (Ricordiamo che essa è la lunghezza d'onda tale che i fotoni con lunghezza d'onda più corta (quindi con energia maggiore) sono in grado di ionizzare idrogeno. Normalmente è posta a 3667 Å per tutti i fotoni a λ minori nello spettro di emissione si ha una totale mancanza), misurando il rapporto tra la luce osservate nelle bande e da lì stimiamo l'entità del redshift (photometric redshifts).



Con questi sistemi possiamo misurare oggetti lontani. L'oggetto più lontano si chiama z_{11} , ha redshift $z = 11.09$ e età stimata $d = 13$ Gly (miliardi di anni luce).

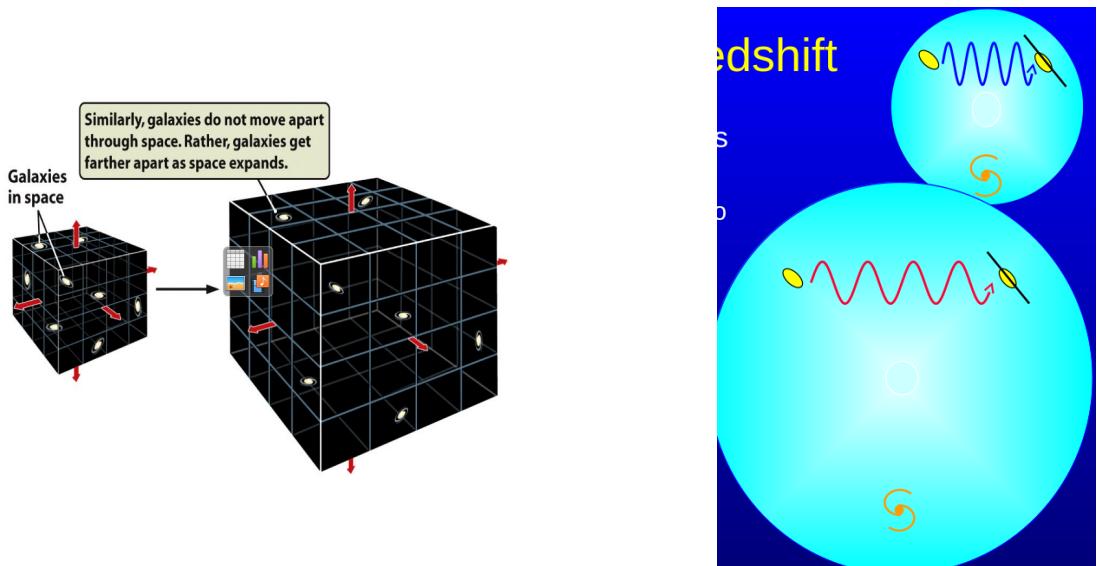
z è legata all'età stimata (le galassie più lontane ci danno informazioni su un tempo più lontano) quindi possiamo studiare al variare di z l'evoluzione dell'universo nel tempo.

8.9 Storia dell'universo

Da questo punto in poi parliamo di cosmologia, noi ci limiteremo ad alcuni accenni. Innanzitutto, è importante sottolineare che l'espansione dell'universo non deve essere vista come una espansione di materia all'interno di uno spazio preesistente⁶³, ma è esso stesso ad espandersi. Da questo punto di vista, la proprietà delle galassie di avere una velocità proporzionale alla distanza diventa una variazione della velocità dello spazio con la sua distanza da noi. Ciò viene normalmente visualizzato con un oggetto (nella figura ad esempio un cubo), dove la variazione delle distanze tra le galassie è conseguenza dell'espansione dello spazio che le contiene. Quindi in realtà le galassie non si stanno muovendo, ma sono trascinate dall'espansione dell'universo a cui appartengono, quindi si stanno muovendo indipendentemente da una forza, cioè non c'è nessuna forza che causa il moto, c'è semplicemente un fenomeno a cui gli oggetti sono costretti a partecipare perché contenuti.

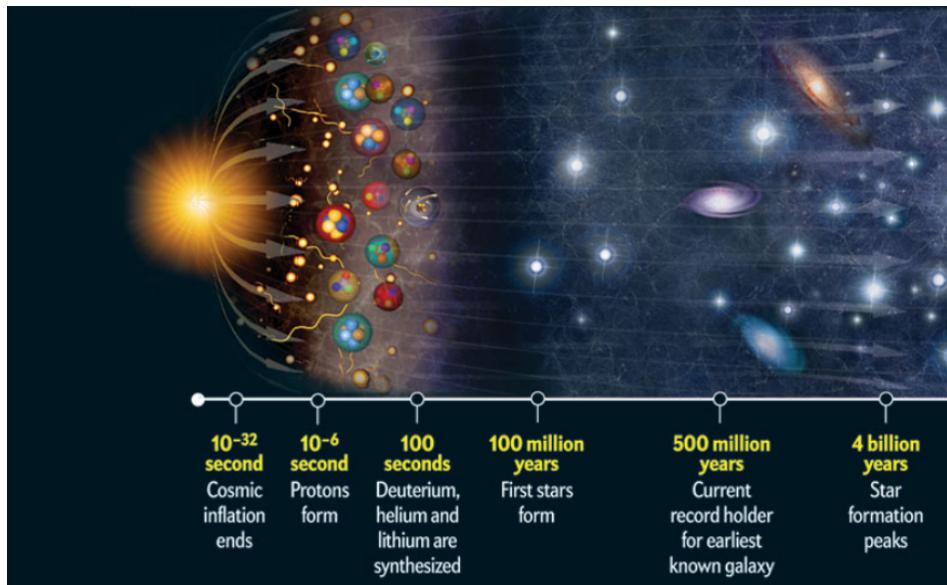
Con questa visione, anche l'effetto Doppler cosmologico sarebbe dovuto all'allungamento (stretching) del campo di radiazione assieme all'universo. Ciò spiega perché esso è uguale in tutte le direzioni: perché l'espansione è isotropica (**magari rileggi**)

⁶³Questo è il concetto opposto di universo, cioè l'universo definisce lo spazio.



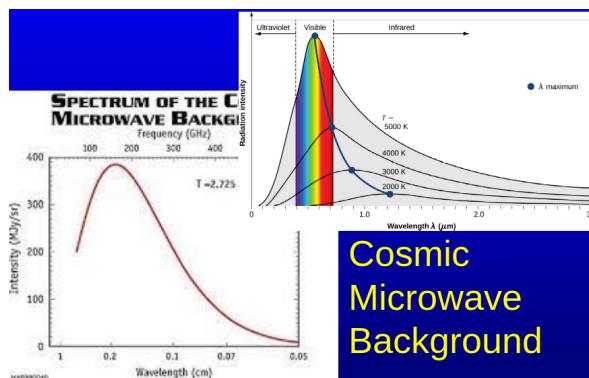
Ripercorriamo la storia dell'universo:

- Quale fosse la fisica quando tutto era concentrato in un punto non è noto
- solo dopo 10^{-32} secondi inizia a valere il principio di Heisenberg e la meccanica quantistica come la conosciamo. Si pensa che in questa fase ci sia stata una inflazione, cioè una rapidissima espansione durante la quale si sono iniziati a formare i primi agglomerati di particelle proprio per il principio di Heisenberg.
- Calano la densità e la temperatura, si formano i protoni (a partire dai quark) ed entriamo nel mondo che possiamo testare in laboratorio.
- I protoni si raggruppano in elio 3 ed elio 4, poi anche in litio, berillio e boro, la quale abbondanza possiamo ora misurare e usare come verifica del modello (correggendo per la quantità di atomi che si sono formati successivamente). L'abbondanza del litio nella materia interstellare non è ancora ben spiegata.
- Siamo ancora ad una densità tale che gli atomi sono tutti ionizzati. Come accade nelle stelle, gli elettroni liberi aumentano l'opacità perché interagiscono continuamente con i fotoni
- Eventualmente (a 3000 kelvin) e si ha il fenomeno della *ricombinazione*: protoni e elettroni si legano tra loro e si formano i primi atomi di idrogeno; a questo punto i fotoni interagiscono con l'idrogeno ionizzandolo e può capitare che quando il protone si ricombinerà con l'elettrone l'idrogeno che si forma non si trovi allo stato fondamentale, per cui decade per fluorescenza sul livello più basso emettendo nuovi fotoni a energie diverse che riescono a viaggiare e riusciamo a vedere tale flusso di fotoni. Il fatto che oggi vediamo la radiazione cosmica di fondo è un'ulteriore conferma di questo modello.



8.10 Cosmic Background Radiation

La visualizzazione di questi fotoni è avvenuta negli anni '60, quando due dipendenti della Bell furono incaricati di condurre uno studio sui disturbi delle emissioni radio. Essi scoprirono che ogni 24 ore arrivava un segnale radio (che corrispondeva a quando la Terra passava davanti al centro della galassia) e che tutto il cielo presentava una emissione radio; inoltre trovarono che in qualunque direzione dello spazio si guardi otteniamo una distribuzione che ricorda una plankiana tra intensità e lunghezza d'onda nelle microonde (escludendo le radiazioni degli oggetti cosmici classici). Essa è la radiazione di fondo delle microonde. La temperatura corrispondente a questa plankiana è di soli 2.725 K con delle variazioni di μK dovute alla interazione tra i fotoni e le galassie nel momento della loro formazione.



Quello che sembra dunque è che l'emissione di fondo cosmico, che sono quei fotoni che cominciano ad andare in giro perché comincia a essere necessario del tempo affinché interagiscano con la materia, ci dà una prova del fenomeno del decoupling. **approfondisci**

Il fondo cosmico presenta una anisotropia locale di piccola scala: si hanno delle fluttuazioni del fondo che vengono imputate all'interazione tra i fotoni e le galassie, dunque

all'interazione avvenuta quando si sono cominciate a formare le galassie⁶⁴. Quindi la disomogeneità del fondo viene associata alla distribuzione delle galassie nell'universo.

8.11 Cosmologia Newtoniana

GUARDARE MONACO

Resta un'incognita: l'espansione dell'universo continuerà all'infinito?

Se immaginiamo l'universo come un pozzo gravitazionale possiamo immaginare che l'espansione continui se la velocità è maggiore della velocità di fuga.

Usiamo la conservazione dell'energia classica (per questo cosmologia newtoniana):

$$\frac{1}{2}mv^2 = G\frac{Mm}{r}$$

Ricordiamo $v = H_0 \cdot r$ per la legge di Hubble e supponendo che l'universo sia sferico e che l'universo è localmente indistinguibile da altri posti (quindi la massa è data dal prodotto della densità per il volume dell'oggetto) avremo:

$$\frac{H_0^2 r^2}{2} = G \frac{\rho \frac{4\pi}{3} r^3}{r}$$

Possiamo definire la densità critica ρ_c

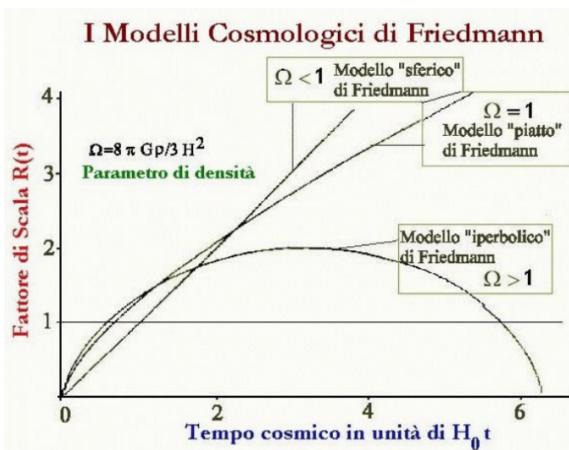
$$\rho_c = \frac{3H_0^2}{8\pi G} = 10^{-26} \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

Se $\rho < \rho_c$ l'espansione sarebbe infinita, altrimenti collasserebbe.

La stima attuale di densità è solo il 30% di quella critica quindi l'espansione dovrebbe essere infinita. Se così fosse, l'universo si spegnerebbe (perché il motore di tutto è la gravità).

Misurare la massa comunque è molto difficile perché abbiamo informazione solo di quella che emette fotoni.

Posto $\Omega = \frac{\rho}{\rho_c}$ si hanno i vari modelli di espansione:



- Se $\Omega < 1$ l'universo non è legato, e si espande in eterno, seguendo una legge di tipo iperbolico;

⁶⁴È chiaro che i fotoni sono liberi di viaggiare se non incontrano una galassia

- Se $\Omega = 1$ l'universo è critico e l'espansione è ancora infinita;
- Se $\Omega > 1$ l'universo è legato, e ricollassa su sé stesso ad un certo istante, in un Big Crunch.

Nel '98 Perlmutter-Ries-Schmidt scoprono che l'universo sta addirittura accelerando nella sua espansione il ché prevede l'azione di una forza di cui non sappiamo niente. In particolare trovano che la velocità misurata con la legge di Hubble è sistematicamente maggiore di quella misurata attraverso le esplosioni di supernove (non dice altro, probabilmente vuole dire che quella misurata con la supernova dipende dalla velocità nell'istante dell'esplosione mentre quella misurata da Hubble dipende dall'istante di misurazione).

Il fatto che l'universo acceleri porta inevitabilmente ad un aumento dell'energia. Come spieghiamo l'orbita delle stelle nella galassia con la materia oscura, in questo caso individuiamo la causa nell'energia oscura.

Si lavora con energie piuttosto che forze perché le forze sono vettori. L'energia di cui è costituito l'universo (contando la massa con mc^2) sarebbe solo il 5% di quella necessaria a spiegare l'espansione dell'universo (nella diapositiva manca l'energia del campo elettromagnetico (fotoni) ma non sarebbe comunque sufficiente).

