Université de Namur
Faculté d'informatique

Processus stochastiques [INFOB322]

Professeur(s) : REMICHE Marie-Ange, DE SMET Yves (suppléant)
Assistant(s) : DEIANA Eleonora

Projet processus stochastiques : Le problème des clients impatients

Février 2018

Antoine Jacques

Année académique 2017 - 2018
3ème bloc de bachelier informatique

Table des matières

1 Résolution du problème des clients impatients :

1.1 Instanciation des différentes variables pour la simulation :

1.1.1 La borne supérieure de la valeur d'un caddie : X

Dans la modélisation, la valeur du caddie d'un client est distribuée selon une variable uniforme sur l'intervalle [0, X]. La borne supérieure choisie pour la modélisation sera de $X = 500$ €.

1.1.2 La marge de bénéfice que réalise l'enseigne sur un caddie : Y

Grâce à l'étude réalisée par l'institut national de la statistique et des études économiques (Insee) `https://www.insee.fr/fr/statistiques/1304045`, on remarque que considérer un bénéfice moyen de 20% sur la valeur d'un caddie n'est pas exagéré en sachant que ces grandes enseignes ont encore d'autres frais comme la publicité, les taxes,... Je considère dans ma modélisation que le salaire des employés est compris dans les frais de réarrangements et le coût d'une caisse. Donc j'établis ma valeur $Y = 0.20$ pour ma simulation.

1.1.3 Pénalité en cas de départ d'un client : Z

Dans le cas où un client n'est pas traité à temps par l'enseigne pour cause d'une forte affluence pour la capacité de traitement du système ou pour cause d'un client impatient, le magasin doit débourser la somme $Z = 5$ €. Cette valeur correspond à la paye d'un employé correspondant au temps moyen que lui prend de réarranger les produits du caddie du client parti. Il est aussi possible de considérer une loi linéaire en fonction de la valeur du caddie, par exemple 0.02% de la valeur du caddie. Lors de ma modélisation, j'utiliserai une perte constante de $Z = 5$ €.

1.1.4 Le coût de l'ouverture d'une caisse par unité de temps : W

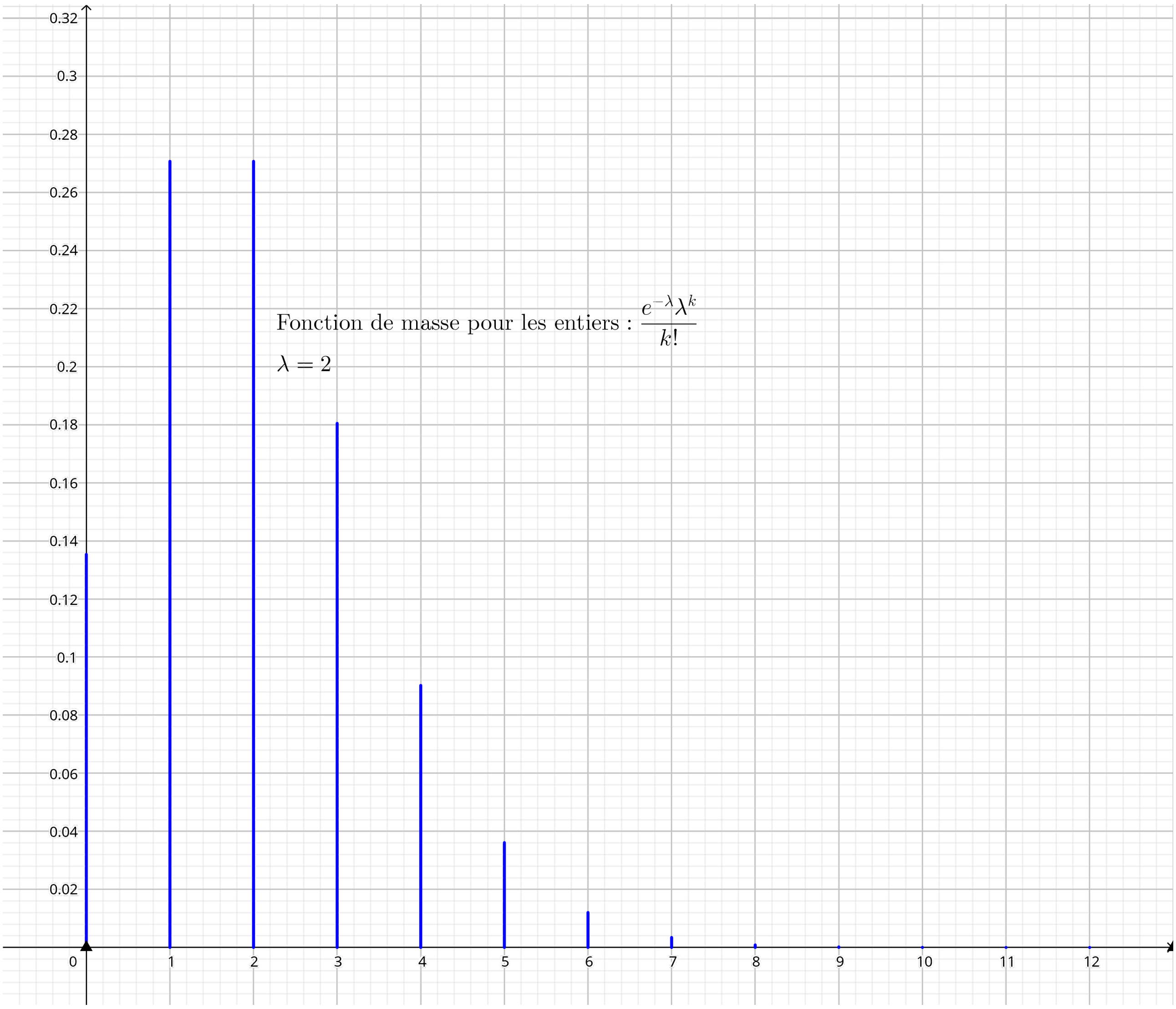
Il est logique de penser que l'ouverture d'une caisse coûte de l'argent à l'enseigne. Ce coût représente le salaire de l'employé (15 €/h), la consommation électrique de la caisse et de possibles frais d'entretien. L'unité de temps pour la simulation est la minute. Une caisse comporte sûrement une lampe et un tapis, qui doivent consommer, par estimation, 0.5 kW/h. Soit en se basant sur les prix du kW/h en Belgique en février 2018, nous avons un coût de 3 €/h d'utilisation de la caisse. Il est convenable de considérer que le coût pour une potentielle réparation serait de 0.5 €/h d'utilisation. Je définis donc

$$W = \frac{15 + 3 + 0.5}{60} = 0.30\text{€}$$

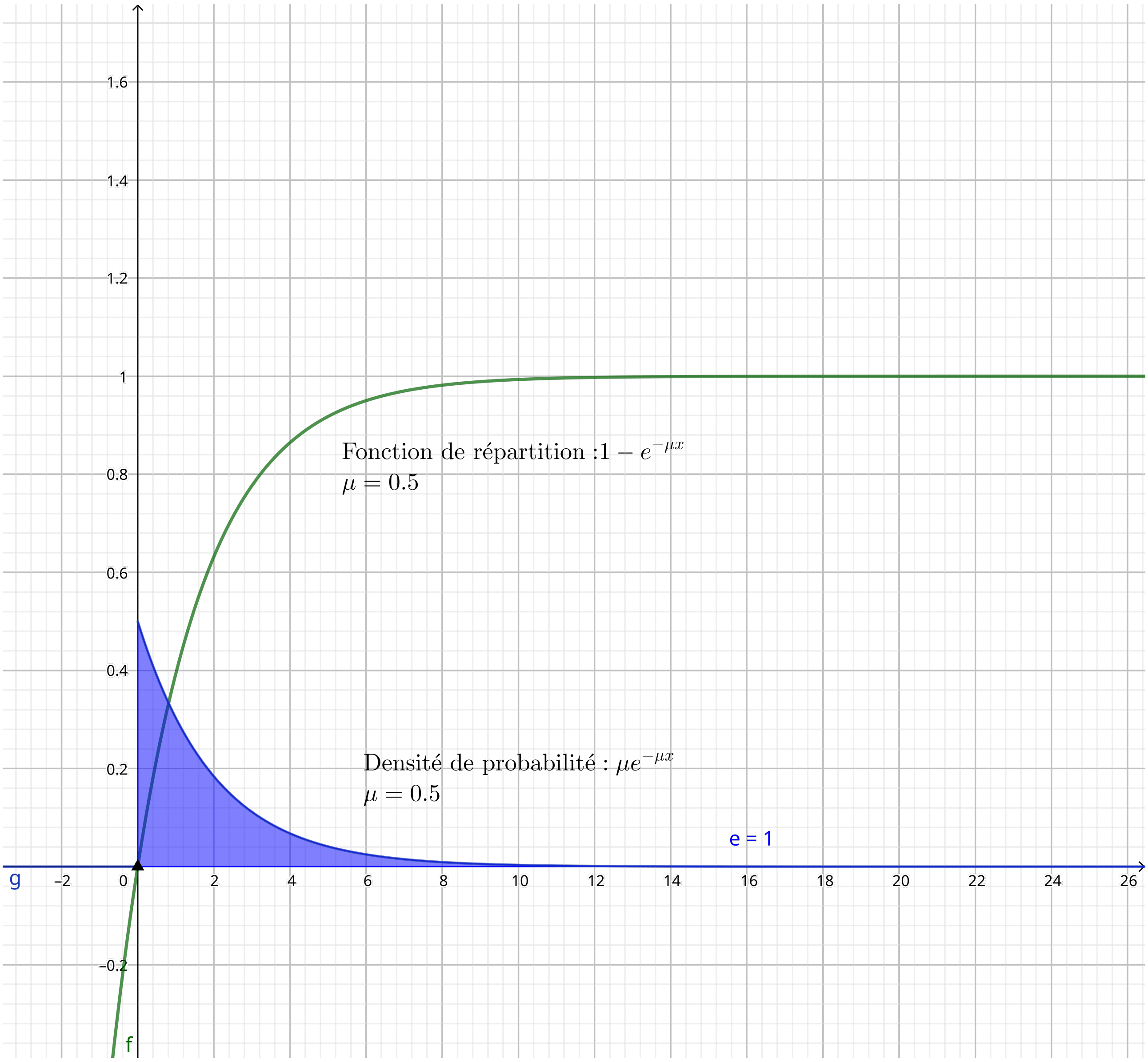
.

1.1.5 Hypothèses classiques d'une file M/M/C :

1. Le processus d'arrivée : un processus de Poisson de taux λ. Il est convenable de penser que pour une grande enseigne, deux clients puissent arriver par minute. Donc je considère $\lambda = 2$.



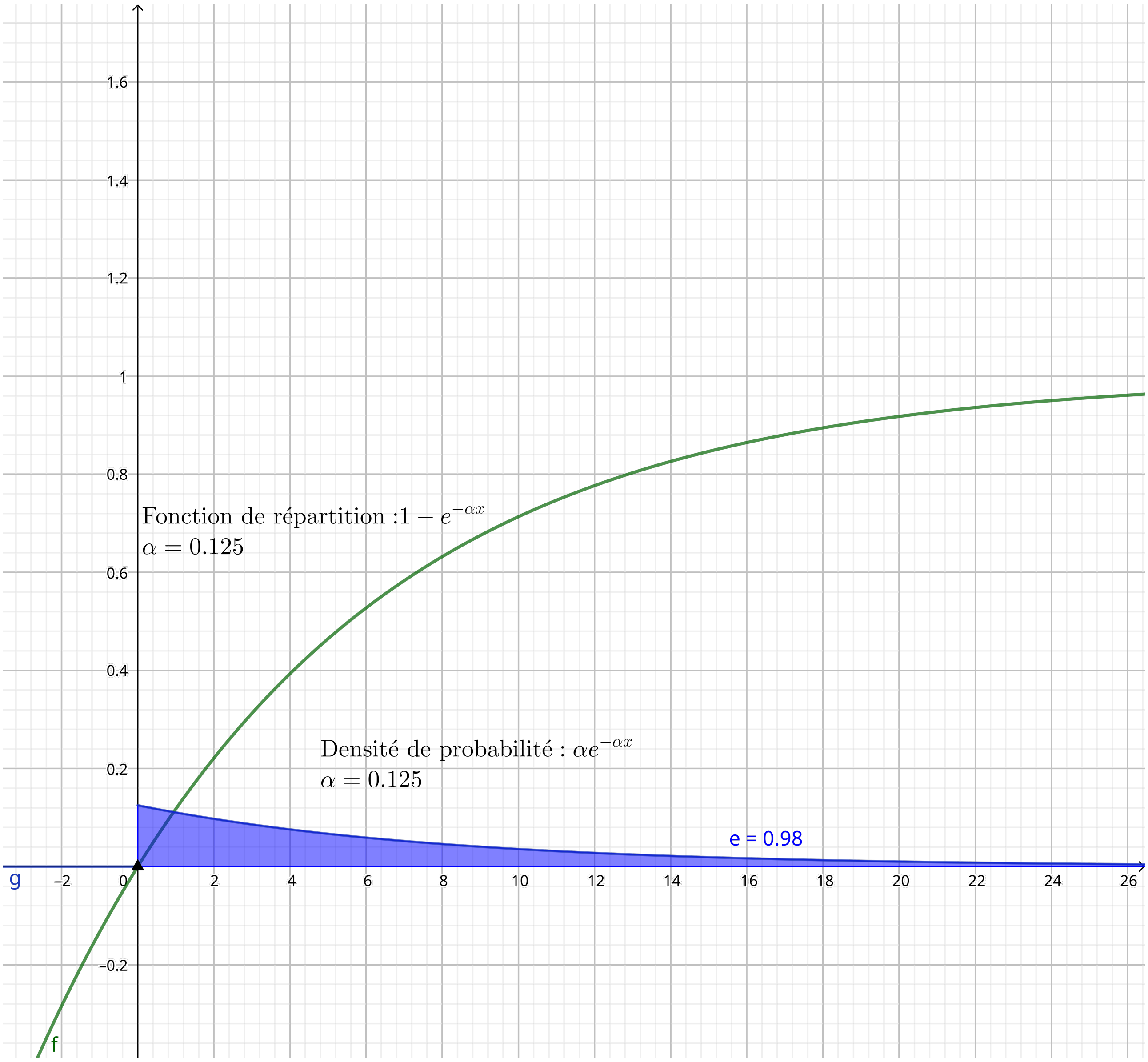
2. Le temps de service est différent pour chacune des caisses et se comporte comme des exponentielles de paramètre μ. Considérer que le temps de traitement d'un client soit de 2 minutes, revient à considérer une loi exponentielle de paramètre $\mu = 0.5$.



3. Le magasin comporte un certain nombre de caisses qui fonctionnent en parallèle et chacune ne traite qu'un seul client à la fois.
4. La taille de l'espace d'attente est infinie et il est traité de manière FIFO.

1.1.6 Tolérance d'un client :

Chaque client a un niveau de patience différent qui varie grâce à une variable aléatoire de type exponentielle négative de paramètre α. En supposant qu'un client est prêt à accepter une attente moyenne de 8 minutes, on peut déterminer que $\alpha = 0.125$.



1.1.7 Paramètre bêta :

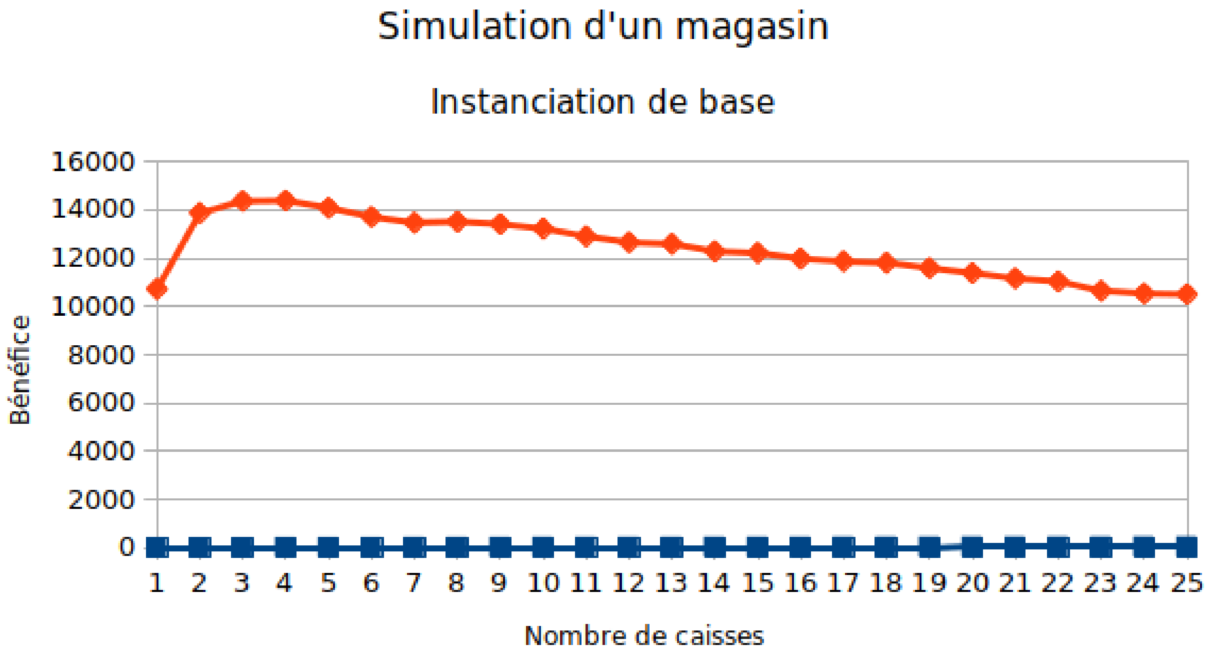
Dans l'énoncé du projet, aucune information relative à bêta n'était donnée. J'ai considéré que β correspondait à l'événement "*revenir dans la file alors qu'on l'a quittée*". Je considère que cet événement est impossible car dans notre modélisation, il suffit de considérer un nouveau client pour ce type de situation. Ce paramètre sera donc ignoré dans la modélisation.

1.2 Hypothèses de résolution numérique

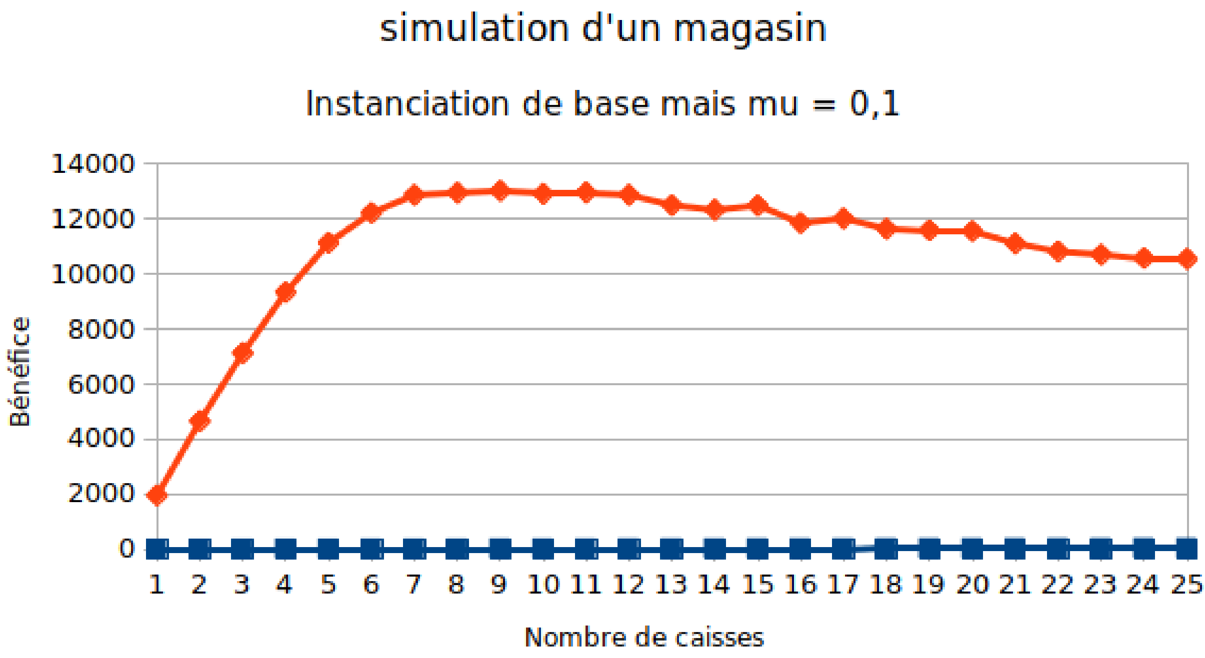
Lors de la résolution de ce problème, il faut supposer que le magasin va être ouvert un certain temps. Considérons une journée de 10 heures de travail en minutes, soit 600 minutes. Cela correspondra à notre temps de simulation. Ensuite, on a considéré un salaire pour les employés de 15 €. Ces derniers ne souffrent pas de la fatigue et sont opérationnels tout le temps de la simulation. Le bénéfice du magasin ne tiendra pas compte de certains frais opérationnels comme le coût de la consommation électrique des frigos ou des taxes et des frais de fonctionnement. Un client ira toujours dans la caisse qui lui assure le temps de traitement le plus court. D'autres hypothèses ont été formulées lors de l'instanciation des variables.

1.3 Optimisation du bénéfice moyen en fonction du nombre de caisses

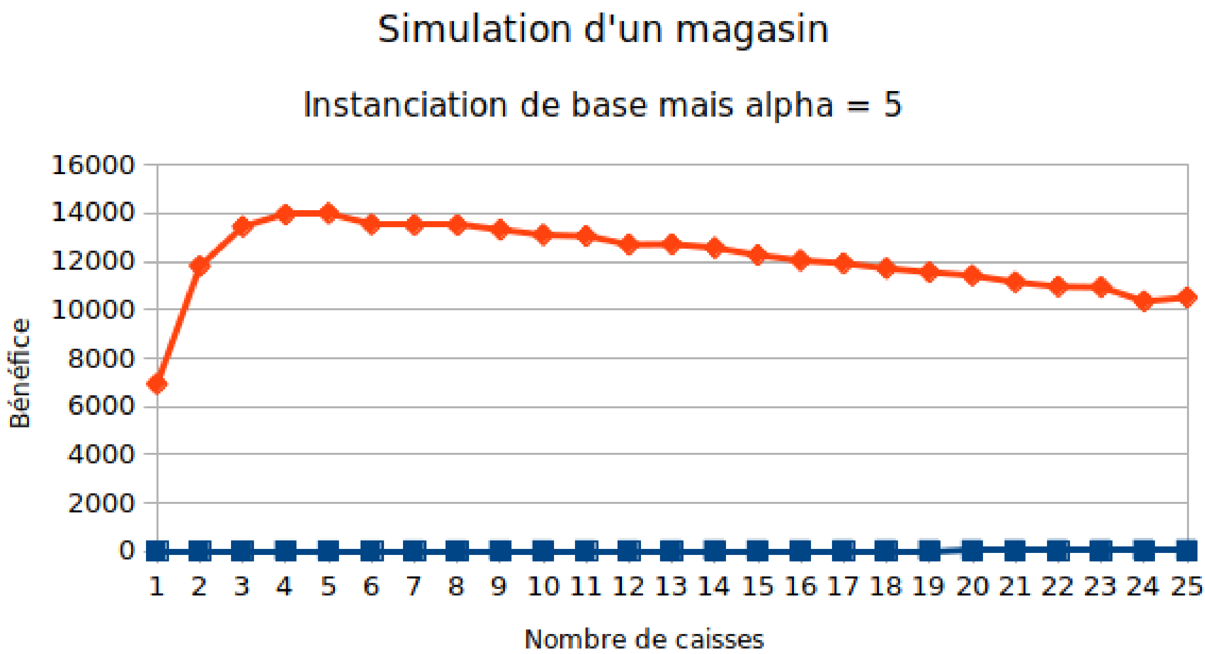
Je vais tenter de déterminer une relation linéaire par expérimentation grâce à mon programme. Je réalise une série de simulations en fonction du nombre de caisses ouvertes.
Tout d'abord, pour chaque nombre de caisses entre 1 et 25, 100 simulations ont été réalisées, toutes avec l'instanciation de variable proposé. On remarque que le bénéfice du magasin augmente rapidement mais qu'il diminue de manière linéaire quand plus de 4 caisses sont ouvertes. À partir de l'instanciation de base, on maximise le bénéfice moyen en ouvrant 3 caisses. Cependant, on peut considérer que cette instanciation est trop optimiste. Par exemple, on peut considérer un temps de traitement plus long ou des clients moins tolérants.



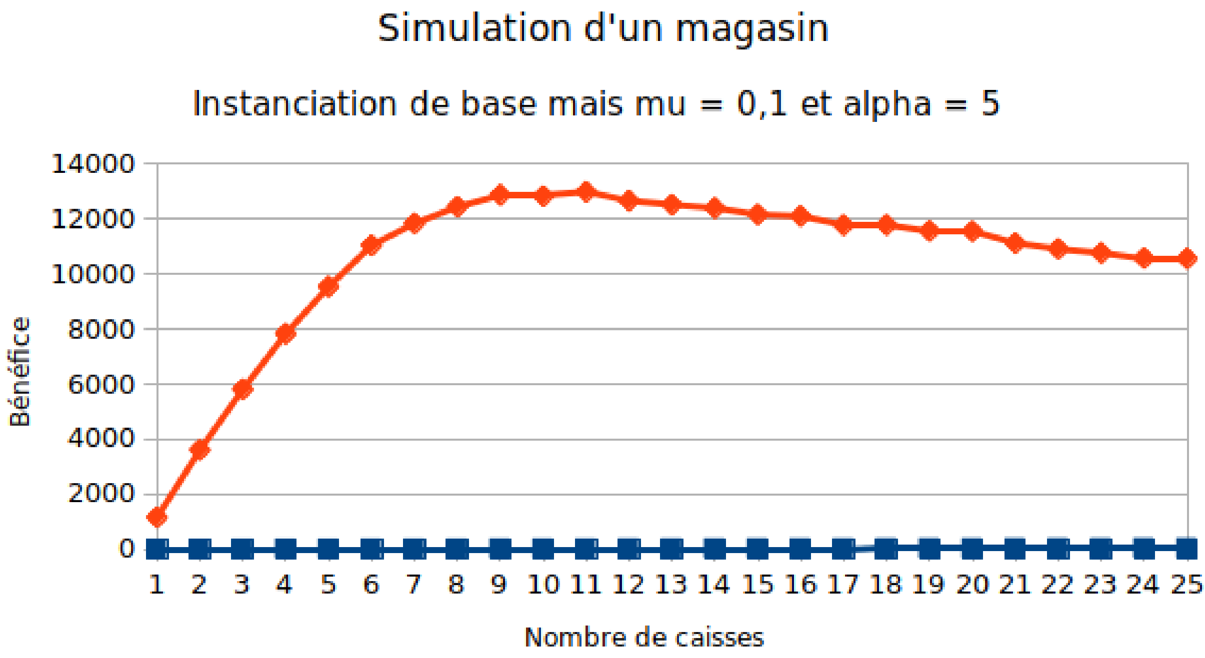
Je souhaite augmenter le temps de traitement des clients, pour cela je diminue μ, il passe de 0,5 à 0.1. Les autres variables restent inchangées. Dans cette modélisation, on remarque qu'il est nécessaire d'augmenter le nombre de caisses jusqu'à un certain point pour augmenter le bénéfice moyen. Le maximum est ici obtenu en ouvrant 9 caisses simultanément.



Je souhaite maintenant diminuer la tolérance des clients pour les rendre plus exigeants. Pour cela, en partant de l'instanciation, j'augmente la variable α telle qu'elle vaut 5. Lors de cette simulation, on remarque que le bénéfice du magasin se trouve fortement impacté s'il n'y a pas suffisamment de caisses. On maximise ici le bénéfice moyen en proposant 5 caisses simultanément.



Il est aussi intéressant de jouer sur les deux paramètres en même temps. Les résultats obtenus sont logiques : le magasin a besoin de plus de caisses en fonctionnement pour augmenter son bénéfice. Pour cette simulation, le bénéfice moyen est maximisé avec 11 caisses en fonctionnement.

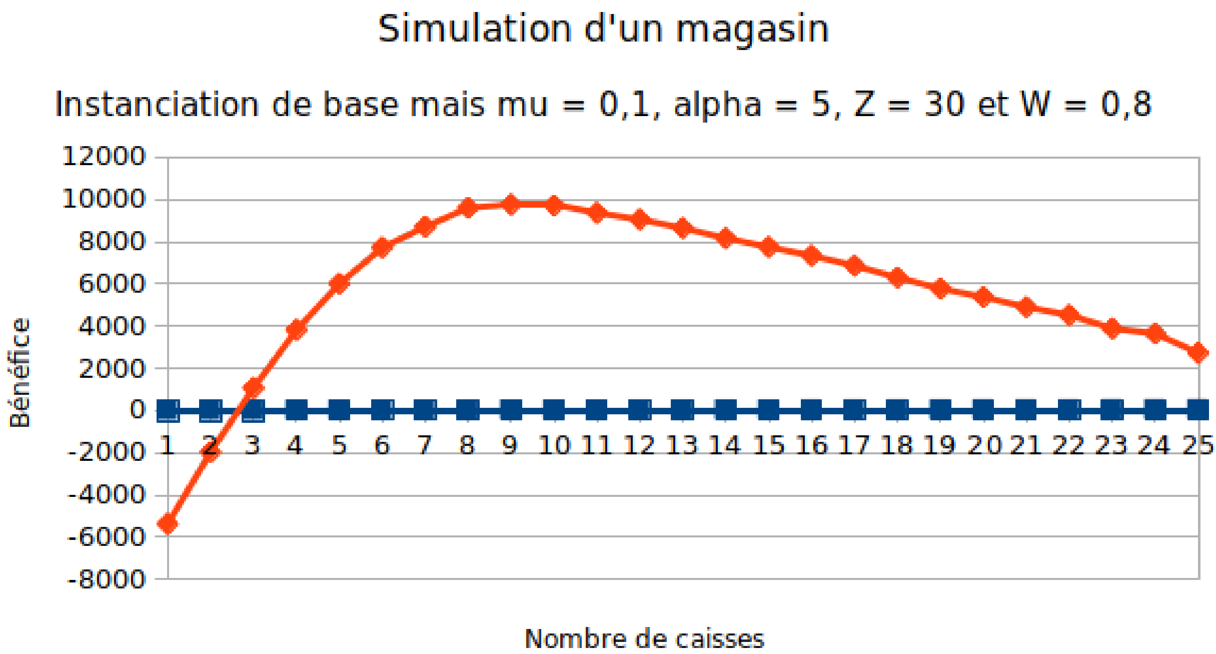


1.4 Discussion autour d'un bénéfice négatif

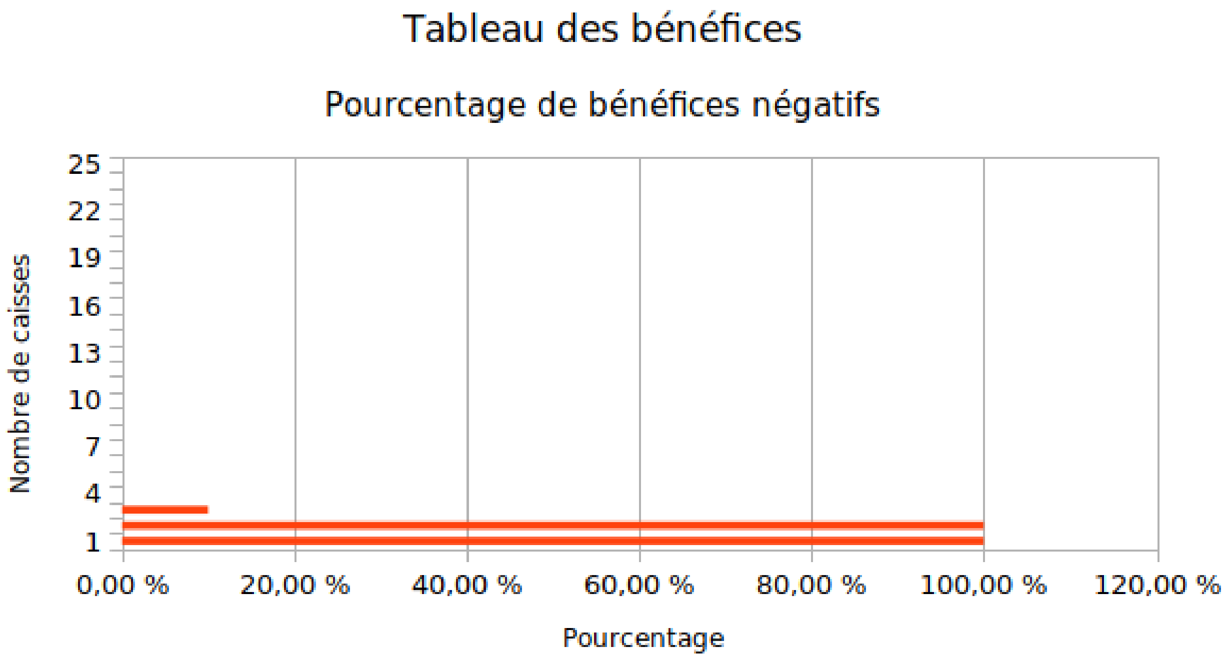
Il faut résoudre ceci :

$$\mathbb{P}[\text{Bénéfice} < 0 | \text{Nombre de caisses} = x] \leq 10\%.$$

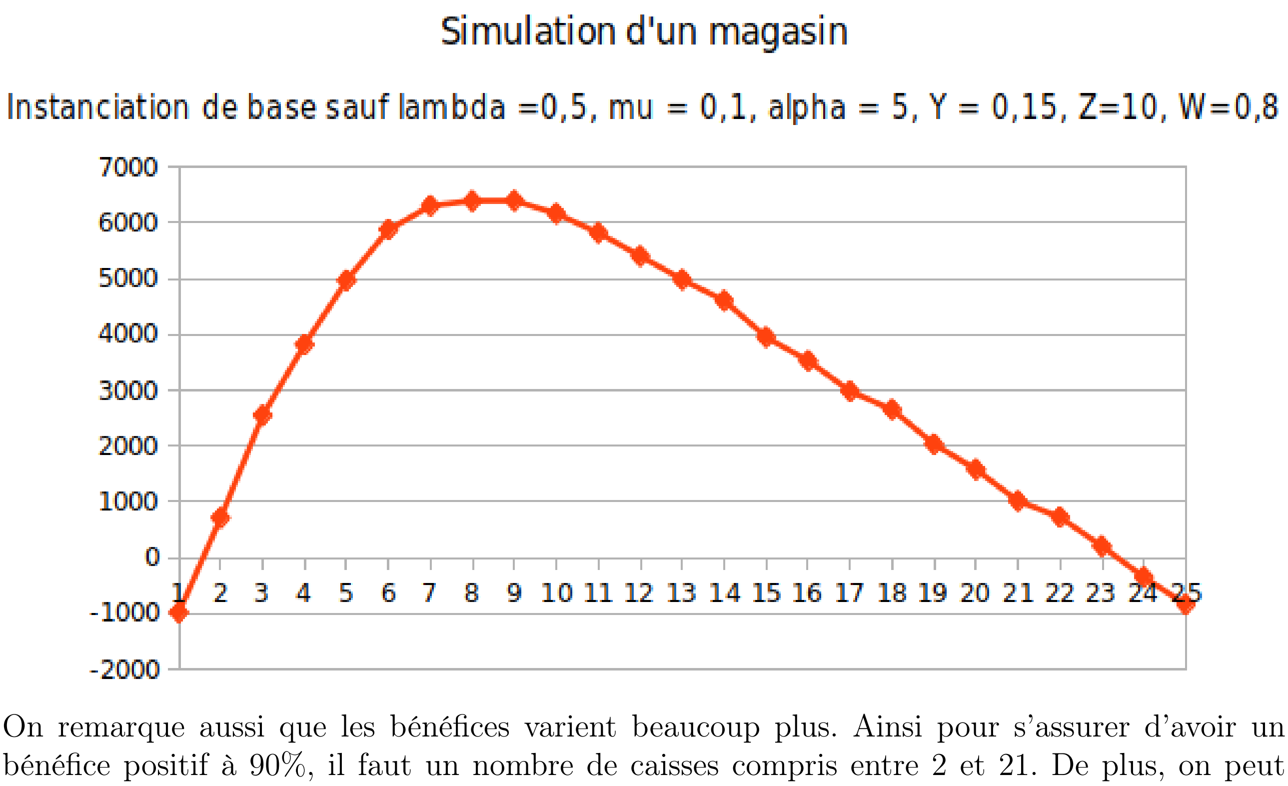
Pour cela, je simule à nouveau un magasin mais avec des variables plus contraignantes pour le bénéfice. On considère toujours $\mu = 0.1$ et $\alpha = 5$ mais ici les coûts vont être plus élevés. Z passe à 30 €. Cela reste cohérent en imaginant que des produits qui ont été manipulés par des clients intolérants devront être jetés. W quant à lui passe à 0.8. On obtient un graphique où le bénéfice moyen est négatif si le magasin n'ouvre pas suffisamment de caisses.



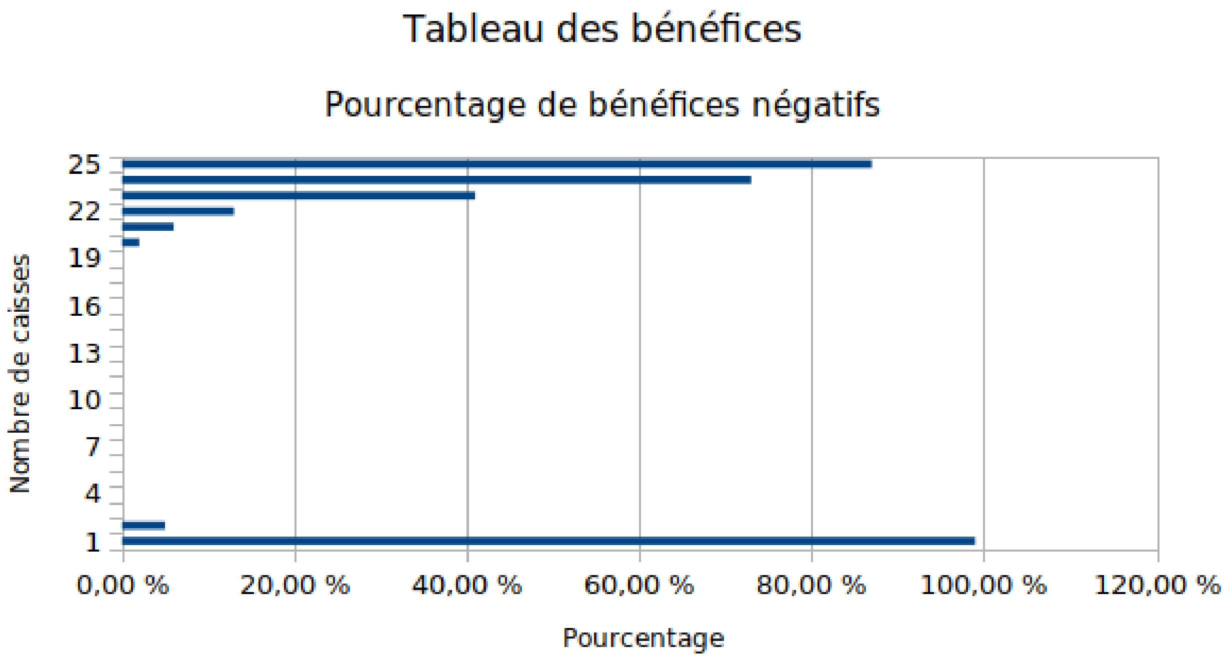
Il est nécessaire de trouver le pourcentage des bénéfices négatifs dans la simulation. Dans la situation montrée, on remarque qu'à partir de 3 caisses la probabilité d'un bénéfice négatif est inférieure à 10%.



Cette situation montre peu d'intérêt car en augmentant simplement le nombre de caisses, le magasin peut s'assurer de ne jamais avoir de bénéfices négatifs même si à un moment les coûts de fonctionnement vont le rattraper mais pour un nombre de caisses irréaliste. En instanciant, les variables différemment, il est possible d'arriver à cette situation de manière beaucoup plus réaliste. Par exemple, avec $\lambda = 0.5$, $\mu = 0.1$, $\alpha = 5$, $Y = 0.15$, $Z = 10$ et $W = 0.8$. La courbe de bénéfice moyen selon le nombre de caisses est beaucoup plus bombée.

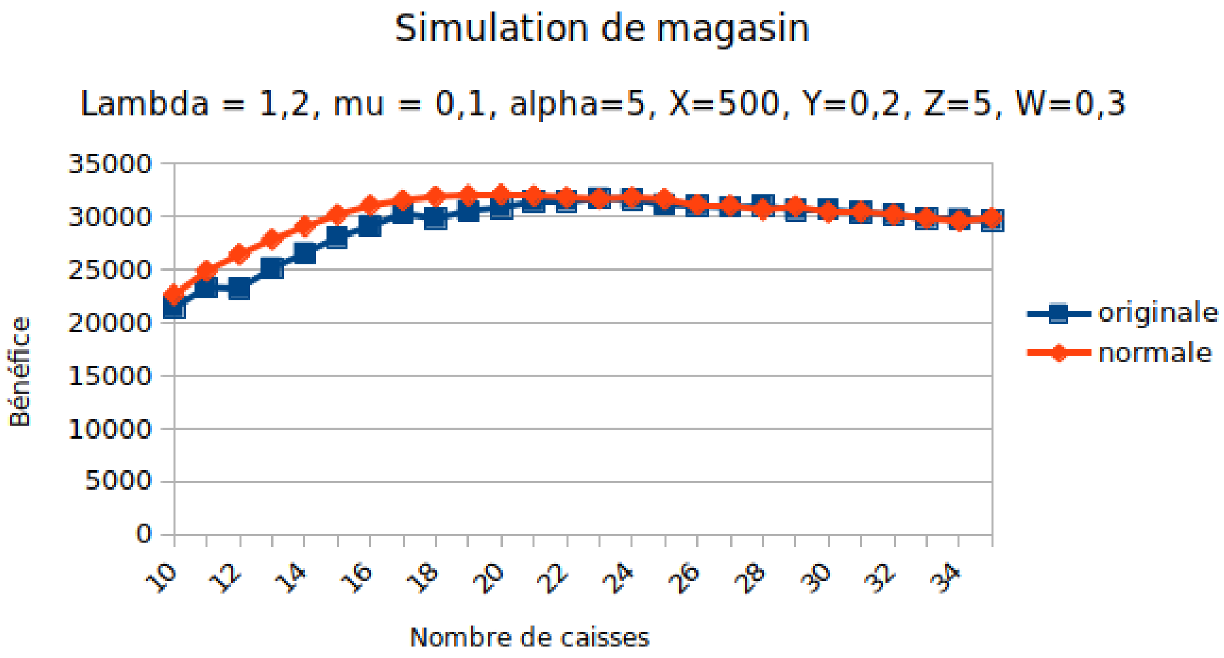


On remarque aussi que les bénéfices varient beaucoup plus. Ainsi pour s'assurer d'avoir un bénéfice positif à 90%, il faut un nombre de caisses compris entre 2 et 21. De plus, on peut conclure que la prise de risque n'est ici pas présente. Les simulations qui créent des bénéfices négatifs n'ont pas tendance à générer un bénéfice plus important que les autres simulations si elles sont positives. Autrement dit, en maximisant le bénéfice moyen on réduit la probabilité que le bénéfice soit négatif.



2 Extension personnelle du problème

J'ai considéré de manière arbitraire que le temps de traitement de ce type de caisse est 2 fois moindre que pour une caisse normale. Un client qui a un petit montant de courses pourra choisir entre toutes les caisses disponibles afin de minimiser son temps dans le système. Tandis qu'un client avec un plus gros montant ne pourra seulement se faire traiter que par les caisses dites normales. Ce type de système est à mettre en place pour des magasins possédant déjà un certain nombre de caisses. J'ai proposé que pour 6 caisses 5 étaient normales et 1 pour les petits montants. De plus, on considère qu'un montant est petit lorsqu'il est inférieur à 100 €. Pour vérifier cette hypothèse, je vais simuler les 2 systèmes et les comparer.



On remarque que la différence dans la simulation est minime et en faveur de la simulation originale. On peut donc faire plusieurs suppositions sur l'emploi de ce type de système et les raisons derrière. Selon les résultats, il semblerait que l'ouverture de caisses petits montants n'influence pas réellement les bénéfices du magasin. Dès lors, on peut supposer que c'est pour donner une satisfaction supplémentaire au client, en lui permettant d'être traité dans certains cas plus rapidement. De plus, même si ce n'est pas montré dans les simulations, ce type de caisse doit pouvoir influencer un client et sur sa tolérance mais aussi attirer plus de clients. On peut supposer, que ce type de caisse est utile pour se protéger de la concurrence car les clients qui font de petites courses savent qu'ils peuvent globalement être traités plus rapidement.