



Plak asseblief die
strepieskode-etiket hier

PUNTE-
TOTAAL

--

INTERNASIONALE SEKONDÊRE SERTIFIKAAT-EKSAMEN
NOVEMBER 2022

VERDERE STUDIES WISKUNDE (STANDAARD): VRAESTEL I

EKSAMENNUMMER

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Tyd: 2 uur

200 punte

LEES ASSEBLIEF DIE VOLGENDE INSTRUKSIES NOUKEURIG DEUR

1. Hierdie vraestel bestaan uit 28 bladsye en 'n Inligtingsboekie van 4 bladsye (i–iv). Maak asseblief seker dat jou vraestel volledig is.
2. **Beantwoord AL die vrae op die vraestel en lewer dit aan die einde van die eksamen in. Onthou om jou eksamennummer neer te skryf in die spasie wat voorsien word.**
3. Nieprogrammeerbare en niegrafiese sakrekenaars mag gebruik word, tensy anders aangedui.
4. Al die nodige berekeninge moet duidelik getoon word en handskrif moet leesbaar wees.
5. Diagramme is nie op skaal geteken nie.
6. Rond jou antwoorde tot 4 desimale syfers af, tensy anders aangedui.
7. VYF blanko bladsye (bladsy 24–28) word aan die einde van die vraestel ingesluit. Gebruik hierdie bladsye indien jy te min spasie vir 'n vraag het. Dui die nommer van jou antwoord duidelik aan indien jy hierdie ekstra spasie gebruik.

SLEGS VIR KANTOORGEBRUIK: NASIENER MOET PUNTE INSKRYF

V1	V2	V3	V4	V5	V6	V7	V8	V9	V10	V11	TOTAAL
36	20	22	20	22	12	10	8	22	16	12	/200

VRAAG 1

1.1 Los op vir $x \in \mathbb{R}$ en toon alle berekeninge:

(a) $|\ln(x-2)| = 1$

(6)

(b) $e^{x+1} - e^x = 12$

(5)

(c) $3 - 2|2x + 4| \geq -13$

(7)

1.2 Bepaal a indien $\frac{15 - 5ai}{a + 2i} = -1 - 7i$.

(8)

1.3 Beskou $f(x) = x^4 - 3x^3 - 19x^2 + 85x - 100$ wat $f(2 + i) = 0$ het.

(a) Faktoriseer f volledig in \mathbb{R} .

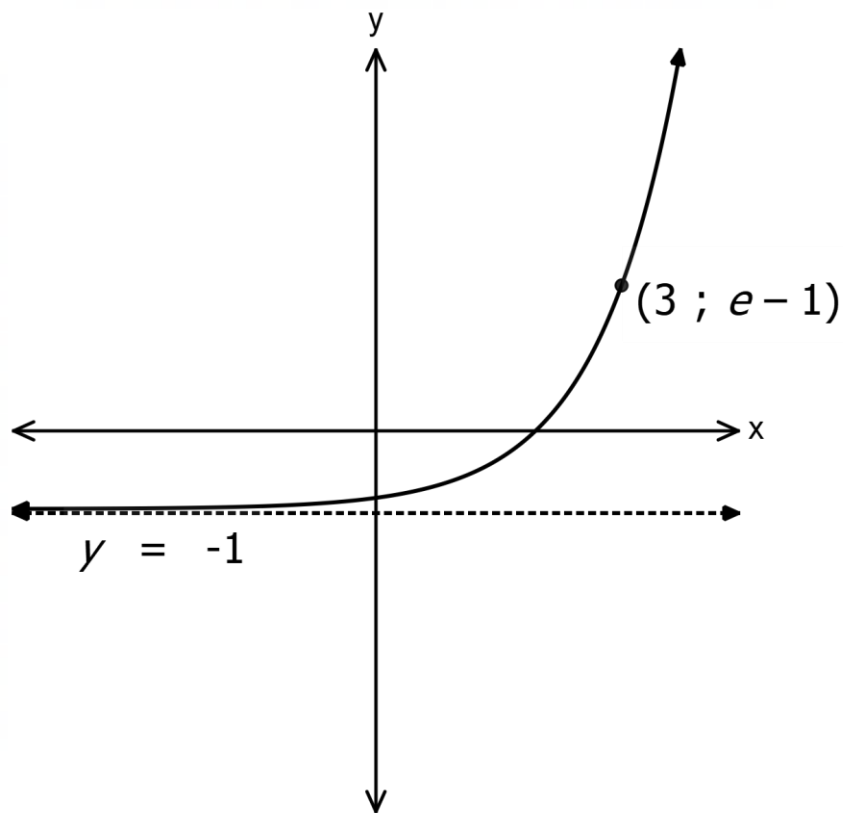
(7)

(b) Los $f(x) = 0$ vervolgens of andersins op vir $x \in \mathbb{C}$.

(3)
[36]

VRAAG 2

2.1 Beskou die funksie $f(x) = e^{x+p} + c$ wat hieronder geteken is:

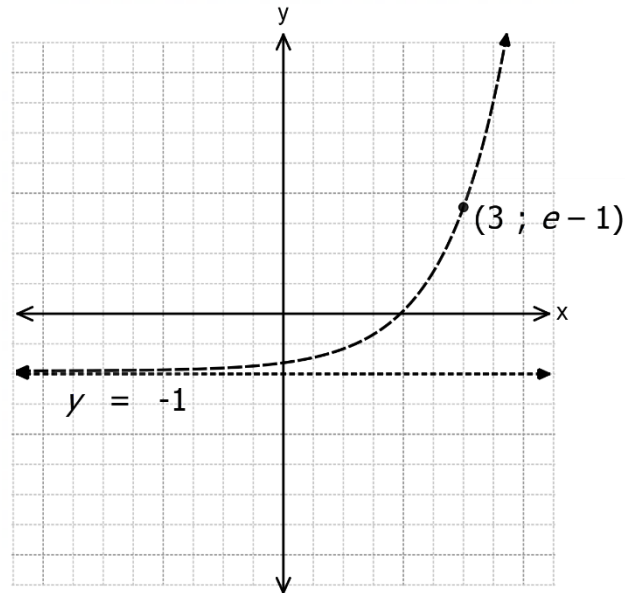


(a) Bepaal die waardes van p en c .

(6)

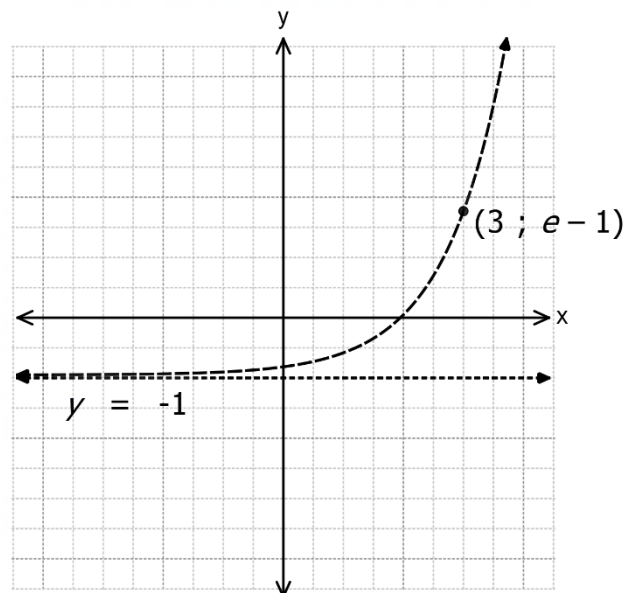
- (b) Die grafiek van $f(x)$ is hieronder vir elke vraag gereproduseer deur 'n stippellyn te gebruik. Skets op elke asstelsel die grafiek van die verlangde funksie en toon asimptote waar nodig. Dui ook deur middel van 'n kruis op jou kromme enige punte aan waarby die funksie NIE differensieerbaar is nie.

(i) $y = |f(x)|$



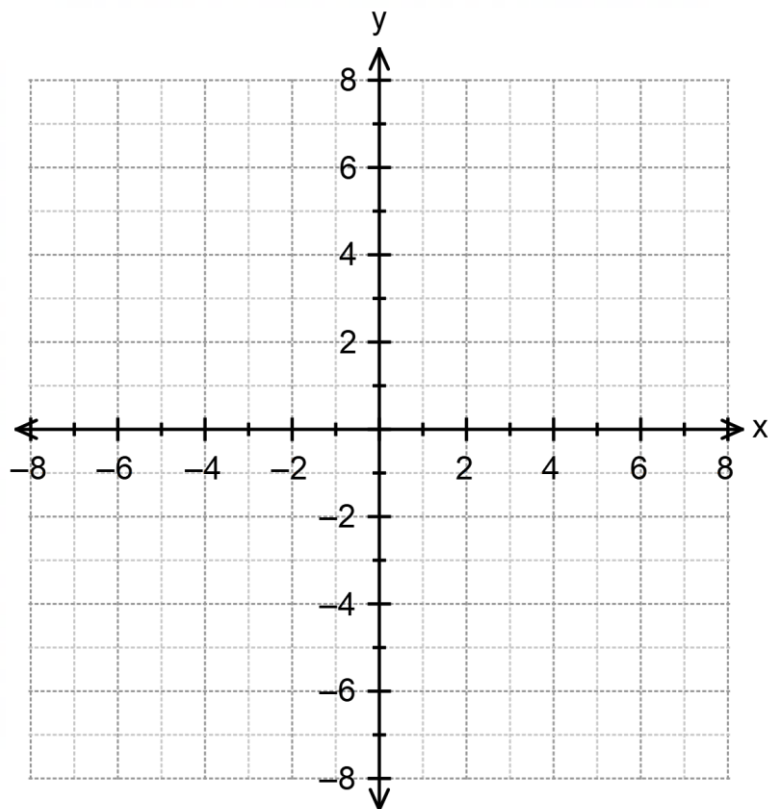
(4)

(ii) $y = f(|x|)$



(4)

- 2.2 Teken die grafiek van $y = -|x - 4| + 2$ op die asse wat voorsien word en toon alle punte van belang.



(6)
[20]

VRAAG 3

3.1 Beskou die funksie $g(x) = \frac{2x^2 + bx - 10}{ax - 8}$ met die volgende asimptote:

$$x = 2 \text{ en } y = \frac{1}{2}x + 4$$

Bepaal die waardes van a en b .

(6)

3.2 Skryf die vergelyking neer van 'n rasionale funksie met:

- 'n y -afsnit van 3
- x -afsnitte van -2 en 3
- Twee vertikale asimptote waarvan een $x = 1$ moet wees
- 'n Horisontale asimptoot van $y = -2$

(8)

3.3 Bepaal die koördinate van die stasionêre punte van:

$$g(x) = \frac{x^2 + 3x - 10}{3x - 13}$$

VRAAG 4

4.1 Die funksie wat soos volg gedefinieer word, word gegee:

$$f(x) = \begin{cases} mx + c & x \leq -2 \\ -x^2 + 5 & -2 < x < 2 \\ p & x = 2 \\ 2x - 3 & x > 2 \end{cases}$$

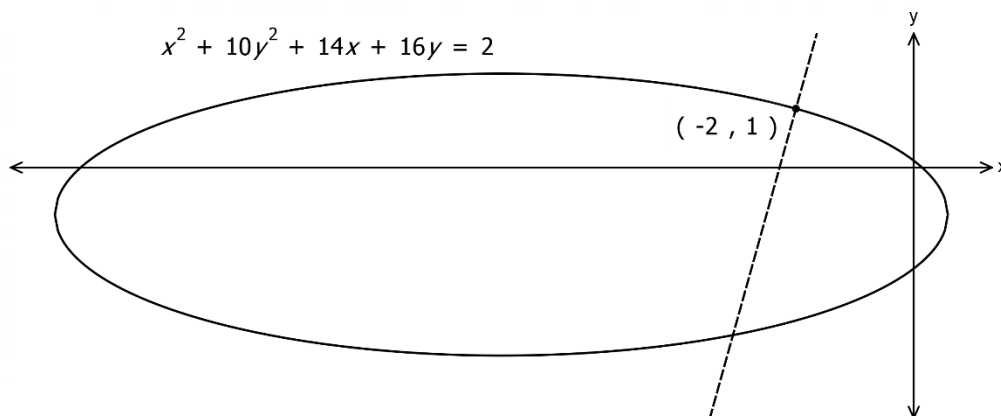
- (a) Gee die waarde van p wat f kontinu maak by $x = 2$.

(2)

- (b) Bepaal die waardes van m en c wat f differensieerbaar sal maak by $x = -2$.
Gee noukeurig aandag aan notasie en verskaf jou redenasie.

(8)

4.2 Die ellips met vergelyking $x^2 + 10y^2 + 14x + 16y = 2$ is hieronder geteken.



- (a) Bepaal 'n uitdrukking vir $\frac{dy}{dx}$.

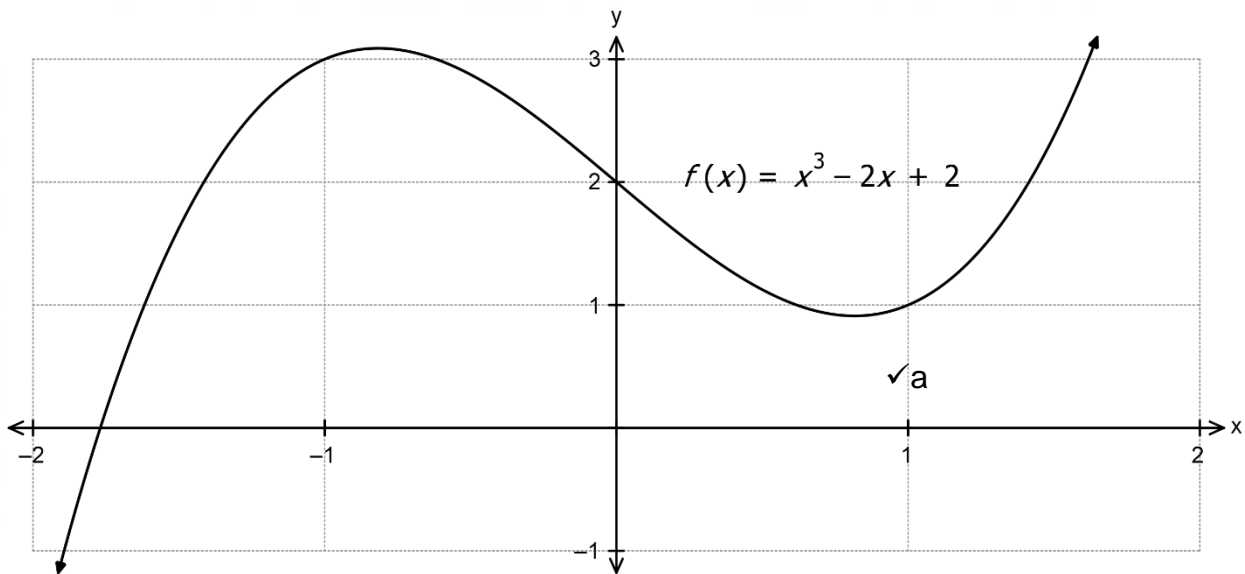
(6)

- (b) Bepaal vervolgens die vergelyking van die **loodlyn** op die ellips by die punt $(-2; 1)$ soos aangedui deur middel van die stippellyn. 'n **Loodlyn** is 'n lyn loodreg op die raaklyn aan die kromme by 'n punt.

(4)
[20]

VRAAG 5

5.1 Beskou die grafiek van die funksie $f(x) = x^3 - 2x + 2$ soos hieronder getoon:



Letlotlo probeer die x -afsnit bepaal deur die Newton-Raphson-metode te gebruik.

(a) Gee die iteratiewe formule wat hy sal gebruik.

(6)

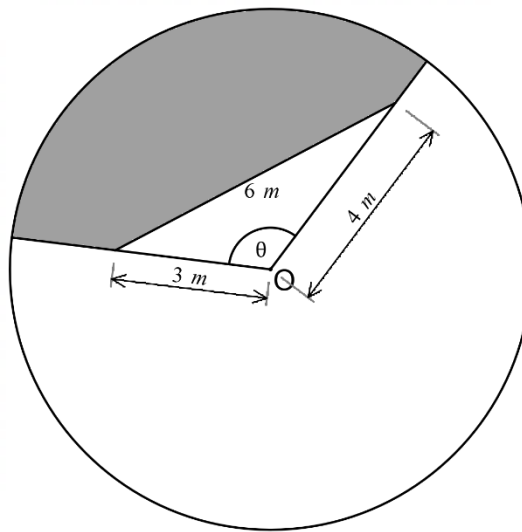
- (b) Wanneer hy met 'n aanvanklike raaiskoot van $x_0 = 1$ begin, lewer die metode nie die verlangde resultaat op nie. Illustreer op die diagram hierbo wat gebeur. Sluit 'n sin in om jou met jou verduideliking te help.

(4)

- (c) Hy besluit om weer te begin met 'n aanvanklike raaiskoot van $x_0 = -1$. Gee sy antwoord tot vyf desimale plekke.

(2)

- 5.2 Beskou die diagram hieronder met afmetings soos getoon. O is die middelpunt van die sirkel met radius 5 meter.



- (a) Bepaal die grootte van θ in radiale tot drie desimale plekke.

(4)

- (b) Bepaal vervolgens of andersins die oppervlakte van die gearseerde gebied.

(6)
[22]

VRAAG 6

Gebruik volledige induksie om te bewys dat:

$$\sum_{i=1}^n (3i-1)(3i+2) = 3n^3 + 6n^2 + n$$

VRAAG 7

Die voorkoms van 'n siekte neem toe teen 'n koers eweredig aan die getal gevalle volgens die volgende formule:

$$y = y_0 e^{kt}$$

waar y_0 die aanvanklike getal gevalle, t die tyd in maande en k 'n konstante is.

- 7.1 Indien daar tans 10 000 gevalle is en die getal gevalle neem teen 2% per maand toe, bepaal die waarde van k tot vier desimale plekke.

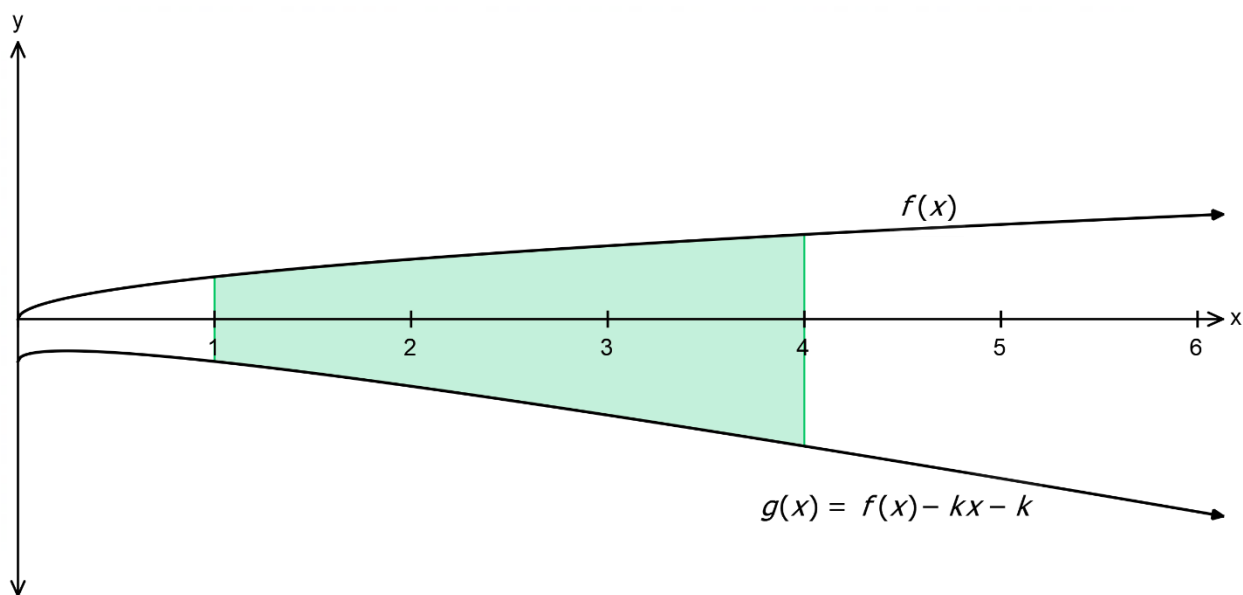
(4)

- 7.2 Maak t eers die onderwerp van die formule en bepaal dan hoe lank dit sal neem voor die getal gevalle 100 000 die eerste keer oorskry.

(6)
[10]

VRAAG 8

Die diagram hieronder toon die grafieke van die funksies $f(x)$ en $g(x) = f(x) - kx - k$.



Indien $\int_1^4 f(x) dx = \frac{14}{3}$ en die gearseerde gebied $\frac{21}{2}$ eenhede² is, bepaal k en toon alle berekeningbesonderhede.

VRAAG 9

Bepaal die volgende integrale:

9.1 $\int -\operatorname{cosec}^2 \theta \cot \theta \, d\theta$

(5)

9.2 $\int \frac{3x}{\sqrt{2x^2 + 5}} \, dx$

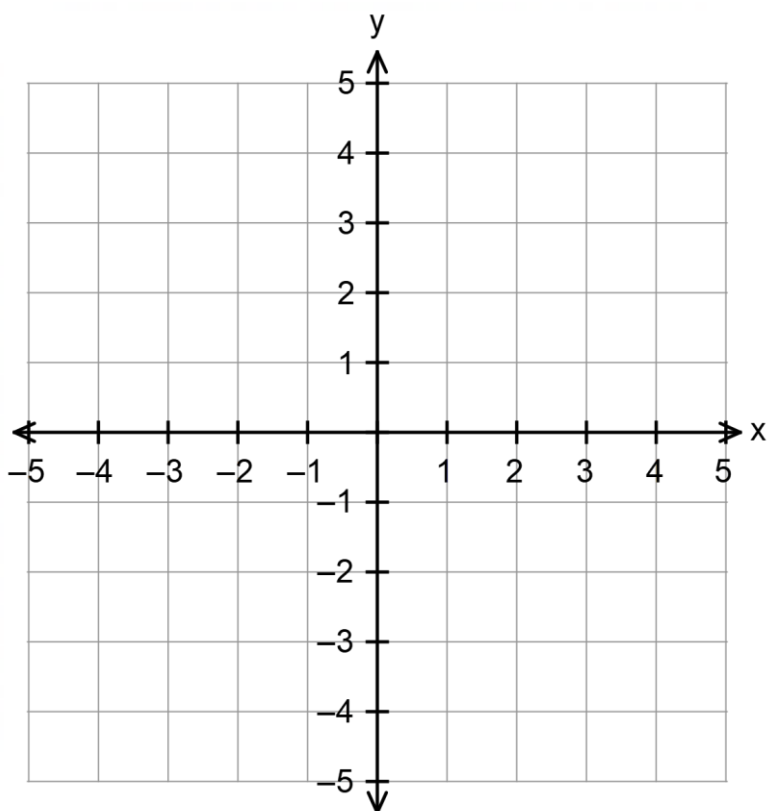
(7)

9.3 $\int \frac{2x^2 + 3x + 8}{x^2 - x - 6} dx$

VRAAG 10

10.1 Gebruik die inligting in die tabel hieronder om 'n ruwe skets van f te teken op die asse wat voorsien word:

	$-5 < x < -3$	$x = -3$	$-3 < x < 1$	$x = 1$	$1 < x < 5$
$f(x)$	+	1	+	3	+
$f'(x)$	–	bestaan nie	+	0	–
$f''(x)$	+		–	0	–



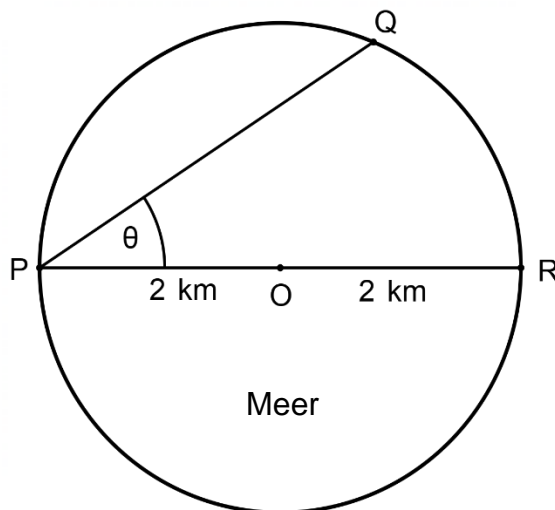
10.2 Bepaal die koördinate van die stasionêre punt van $g(x) = \sin x \tan x$ op die interval $(0; 4]$.

VRAAG 11

Nonhlanhla en haar kêrel wil van P af aan die teenoorstaande kant R van 'n ronde meer van radius 2 km middelpunt O kom.

Wanneer hulle roei, lê hulle 3 km/h af en wanneer hulle langs die meer stap, lê hulle 5 km/h af.

In die diagram hieronder verteenwoordig koord PQ die afstand wat geroei sal word, terwyl boog QR die afstand verteenwoordig wat gestap sal word.



Nonhlanhla het calculus gestudeer en wil die hoek θ bereken waarteen sy oor die meer moet roei om hul tyd saam te maksimaliseer.

11.1 Toon dat die tyd (t) wat hulle saam sal hê, gegee word deur die formule:

$$t = \frac{4}{3} \cos \theta + \frac{4\theta}{5}$$

- 11.2 Bepaal vervolgens of andersins die grootte van $\theta \in [0; 2\pi]$ wat die maksimum tyd t tot gevolg sal hê. Druk jou antwoord uit as 'n hoek in radiale tot 3 desimale plekke.

(4)
[12]

Totaal: 200 punte

BYKOMENDE SPASIE (ALLE VRAE)

ONTHOU OM DUIDELIK BY DIE VRAAG AAN TE DUI DAT JY DIE BYKOMENDE SPASIE GEBRUIK HET OM TE VERSEKER ALLE ANTWOORDE WORD NAGESIEN.

