



Plak asseblief die
strepieskode-etiket hier

PUNTE-
TOTAAL

--

NASIONALE SENIOR CERTIFIKAAT-EKSAMEN
NOVEMBER 2023

WISKUNDE: VRAESTEL II

EKSAMENNOMMER

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Tyd: 3 uur

150 punte

LEES ASSEBLIEF DIE VOLGENDE INSTRUKSIES NOUKEURIG

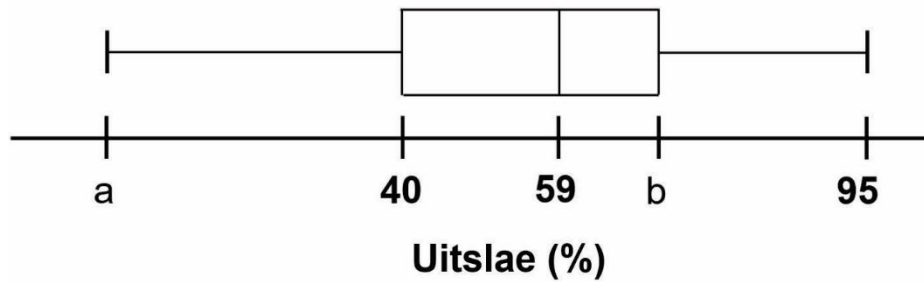
1. Hierdie vraestel bestaan uit 28 bladsye en 'n Inligtingsblad van 2 bladsye (i–ii). Maak asseblief seker dat jou vraestel volledig is.
2. Lees die vrae noukeurig.
3. **Beantwoord AL die vrae op die vraestel en lewer dit in aan die einde van die eksamen. Onthou om jou eksamennommer neer te skryf in die spasie wat voorsien word.**
4. Diagramme is nie noodwendig op skaal geteken nie.
5. Jy mag 'n goedgekeurde nieprogrammeerbare en niegrafiese sakrekenaar gebruik, tensy anders vermeld.
6. Maak seker dat jou sakrekenaar in **GRAAD**modus is.
7. Toon duidelik **ALLE** berekeninge, diagramme, grafieke, ensovoorts wat jy gebruik het om jou antwoorde te bepaal. **Antwoorde alleen sal NIE noodwendig volpunte verdien nie.**
8. Rond af tot **EEN DESIMALE PLEK** tensy anders vermeld.
9. Dit is in jou eie belang om leesbaar te skryf en jou werk netjies aan te bied.
10. TWEE blanko bladsye (bladsy 27 en 28) word aan die einde van die vraestel ingesluit. Gebruik hierdie bladsye indien jy te min spasie vir 'n vraag het. Toon die nommer van jou antwoord duidelik indien jy hierdie ekstra spasie gebruik.

SLEGS VIR KANTOORGEBRUIK: NASIENER MOET PUNTE INSKRYF

V1	V2	V3	V4	V5	V6	V7	V8	V9	V10	V11	V12	V13	TOTAAL
9	22	12	5	11	14	7	7	17	8	17	13	8	/150

AFDELING A**VRAAG 1**

Die persentasie-uitslae wat deur 26 leerders in 'n wiskundetoets behaal is, word in die houer-en-punt-diagram hieronder vertoon.



Indien die variasiewydte van die data **80** en die interkwartielvariasiewydte (IKV) **30** is:

(a) Bepaal die waarde van:

(1) a

(1)

(2) b

(1)

(b) Bepaal (deur jou antwoord op (a)(1) te gebruik) of die minimum uitslag wat behaal is 'n uitskieter is of nie.

Gebruik die formule $Q_1 - 1,5 \times \text{IKV}$.

(2)

- (c) Die tabel illustreer die benaderde tyd (x) in minute wat deur 7 leerders bestee is om vir 'n wiskundetoets te leer en die punte wat hulle behaal het as 'n persentasie.

Tyd bestee (x) in minute	0	90	90	80	90	120	150
Punt behaal (y) as 'n %	15	59	60	73	85	90	95

- (1) Voorspel deur die vergelyking van die kleinste kwadrate-regressielyn in die vorm $y = a + bx$ vir hierdie data te gebruik watter punt 'n leerder wat 180 minute leer, sal behaal.

Rond jou antwoorde af tot 3 desimale plekke.

(3)

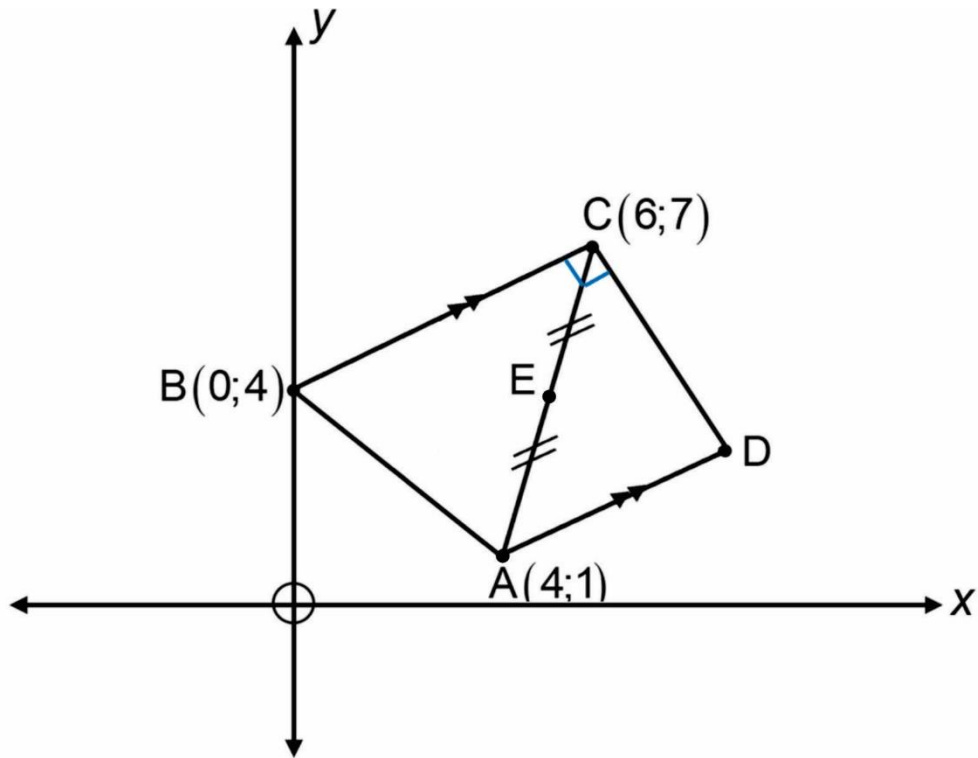
- (2) Is hierdie voorspelling in (c)(1) 'n betroubare een? Verduidelik.

(2)
[9]

VRAAG 2

In die diagram:

- ABCD is 'n trapesium met $AD \parallel BC$ en $\hat{BCD} = 90^\circ$.
- Punte A(4;1), B(0;4) en C(6;7) word gegee.
- E is 'n punt op CA sodat $EC = EA$.



(a) (1) Bepaal die helling van BC.

(2)

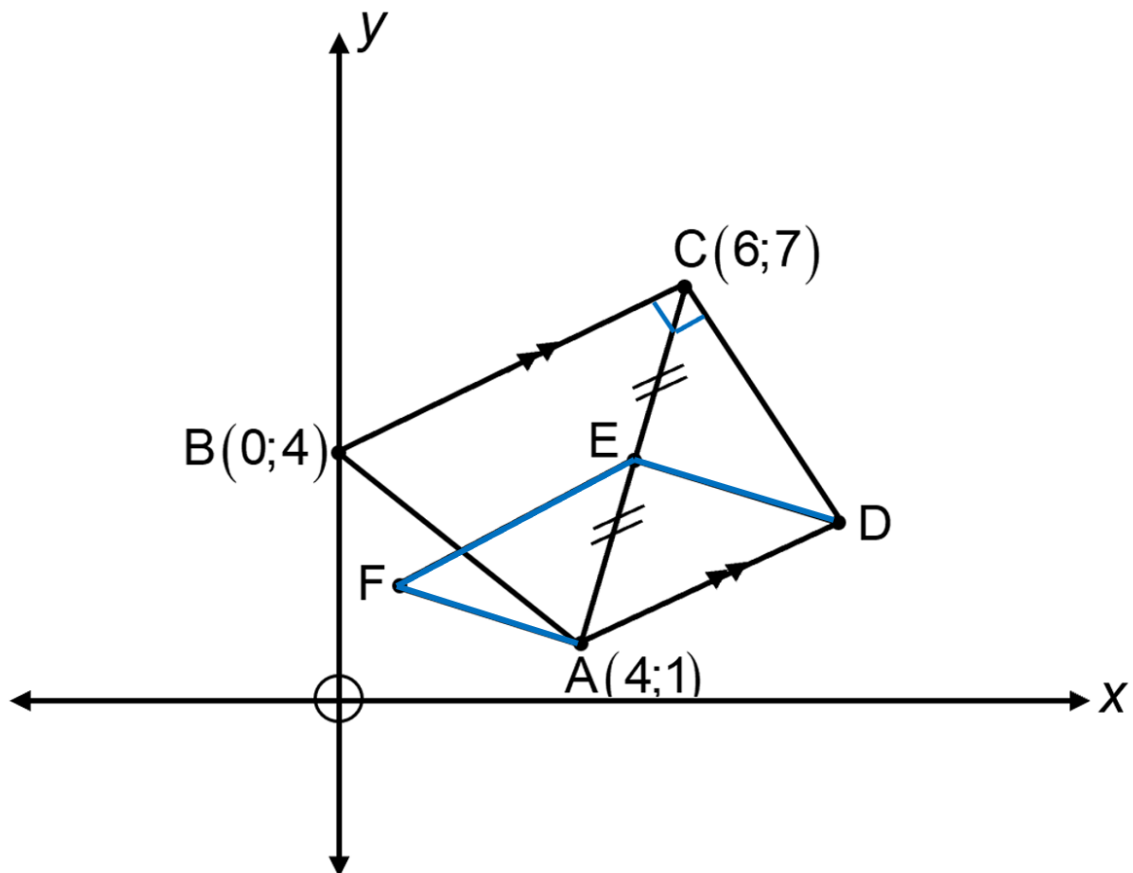
(2) Bepaal die vergelyking van die lyn CD.

(3)

(b) Bepaal die vergelyking van AD en vervolgens die koördinate van D.

(5)

- (c) Verder word gegee dat punt F 'n punt in die eerste kwadrant is sodat FEDA 'n parallelogram is. Die koördinate van D(8;3) word nou ook gegee.



- (1) Bepaal die koördinate van F.

(3)

(2) Bepaal \widehat{EAD} , korrek tot een desimale plek.

(4)

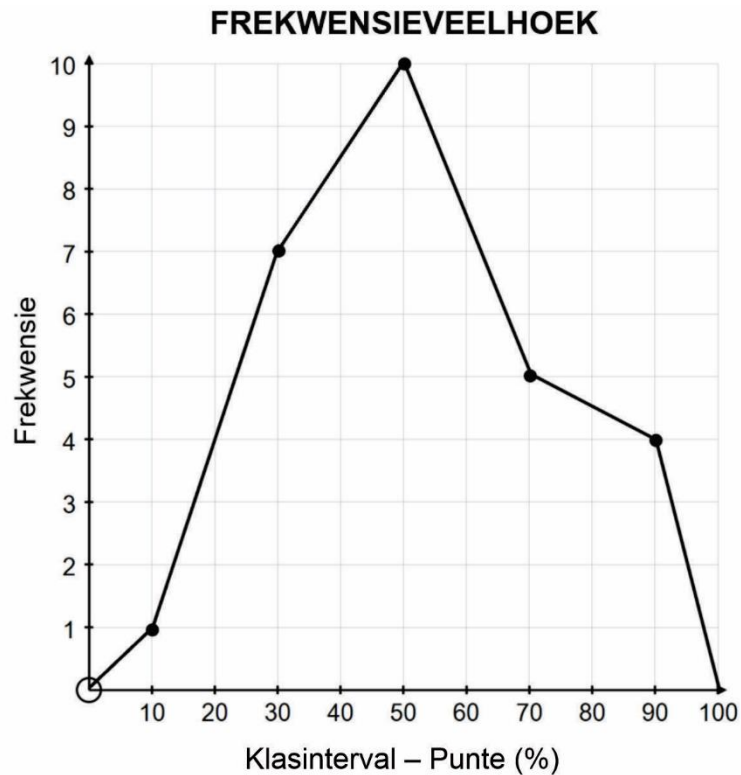
(3) Bepaal vervolgens, of andersins, die oppervlakte van parallelogram ADEF.

(5)
[22]

VRAAG 3

Die frekwensie veelhoek verteenwoordig die punte wat deur 27 leerders in 'n wiskundetoets behaal is.

Die klasintervalle word gegee as $[0;20)$; $[20;40)$; $[40;60)$; $[60;80)$; $[80;100]$.



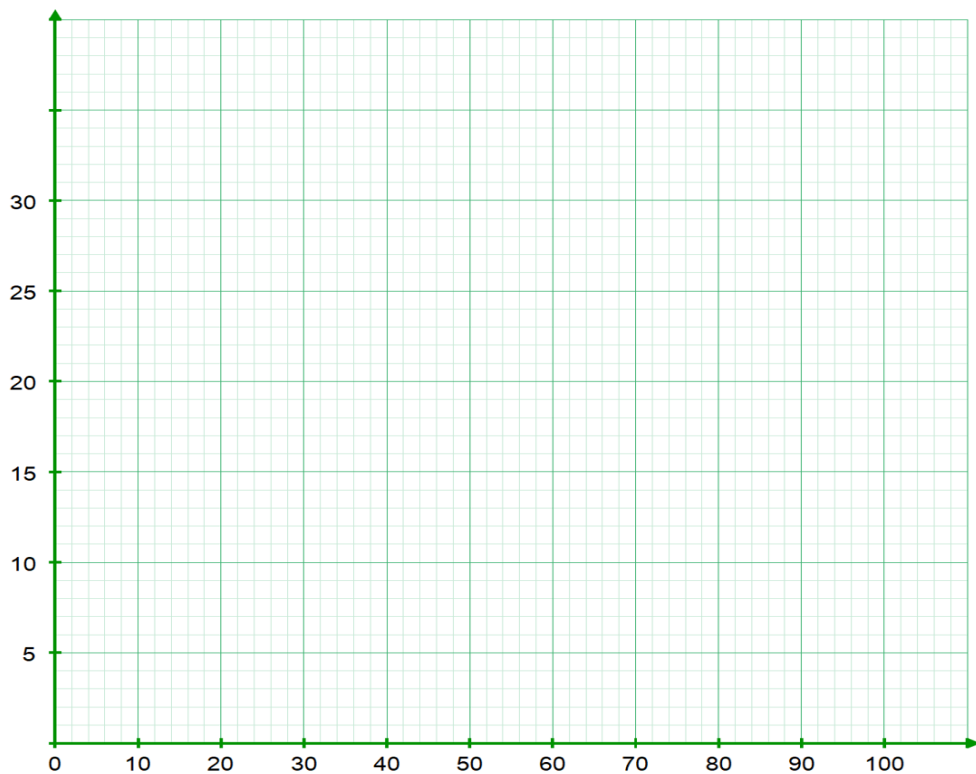
- (a) Bepaal die beraamde gemiddeld van hierdie stel punte.

(3)

- (b) Watter persentasie leerders het 'n punt in die interval $60 \leq x < 80$ behaal?

(1)

- (c) Gebruik die inligting wat op die frekwensievelhoek gegee word om 'n kumulatiewefrekwensie-kromme (ogief) te teken wat die punte van hierdie groep leerders verteenwoordig.



(3)

- (d) (1) Dui op die horisontale as van jou kumulatiewefrekwensie-kromme in (c) aan waar jy die volgende sal aflees:

(i) Die mediaan

(1)

(ii) Die waardes wat nodig is om die IKV te bepaal.

(2)

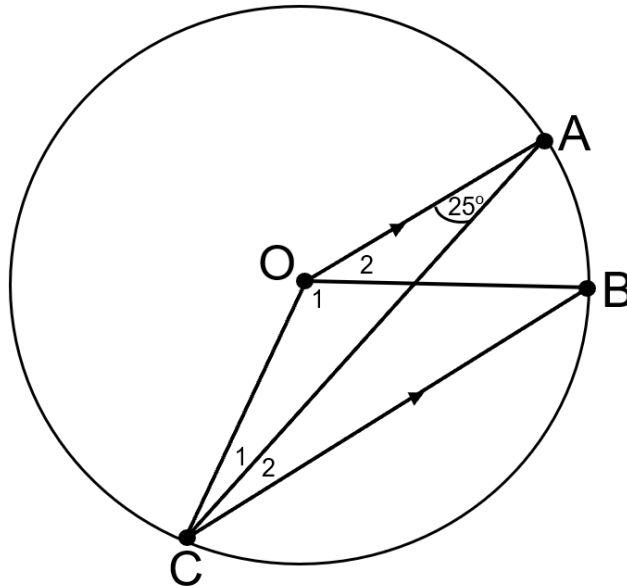
- (2) Gebruik jou antwoord op (a) en (d)(1)(i) om skeefheid van die dataset te beskryf. Verduidelik.

(2)
[12]

VRAAG 4

In die diagram:

- Die punte A, B en C lê almal op die sirkel met middelpunt O.
- Lyn $OA \parallel CB$.
- $\angle OAC = 25^\circ$



(a) Bepaal: $\angle COA$

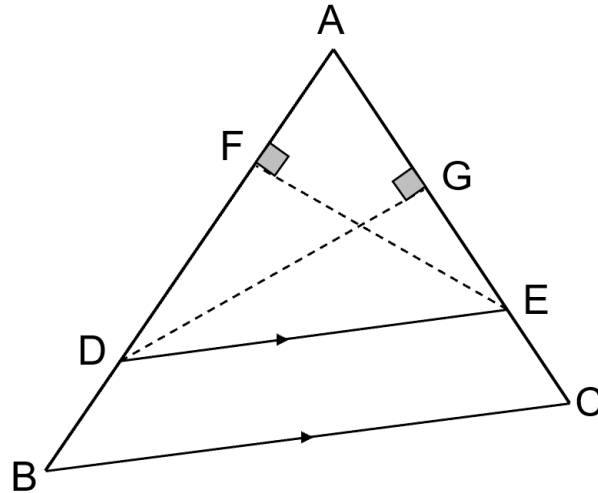
(2)

(b) Bepaal: $\angle O_1$

(3)
[5]

VRAAG 5

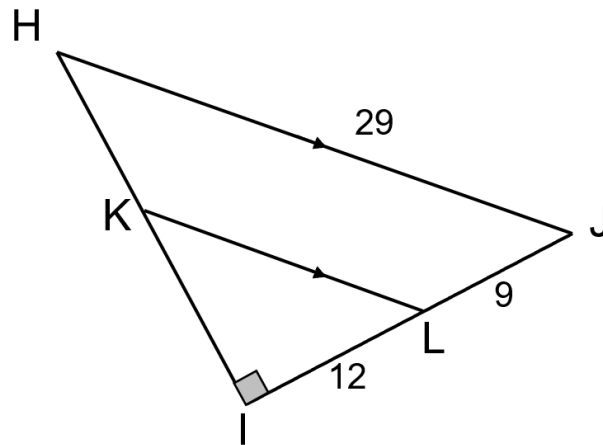
- (a) Gebruik die diagram hieronder om die stelling te bewys wat lui dat 'n lyn wat ewewydig aan een sy van 'n driehoek getrek word die ander twee sye eweredig verdeel.



Te bewys: $\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$

Bewys:

- (b) In die diagram:
- HIJ is 'n reghoekige driehoek by I .
 - L lê op IJ sodanig dat $JL = 9$ eenhede en $LI = 12$ eenhede.
 - K lê op HI met $KL \parallel HJ$.
 - $HJ = 29$ eenhede.



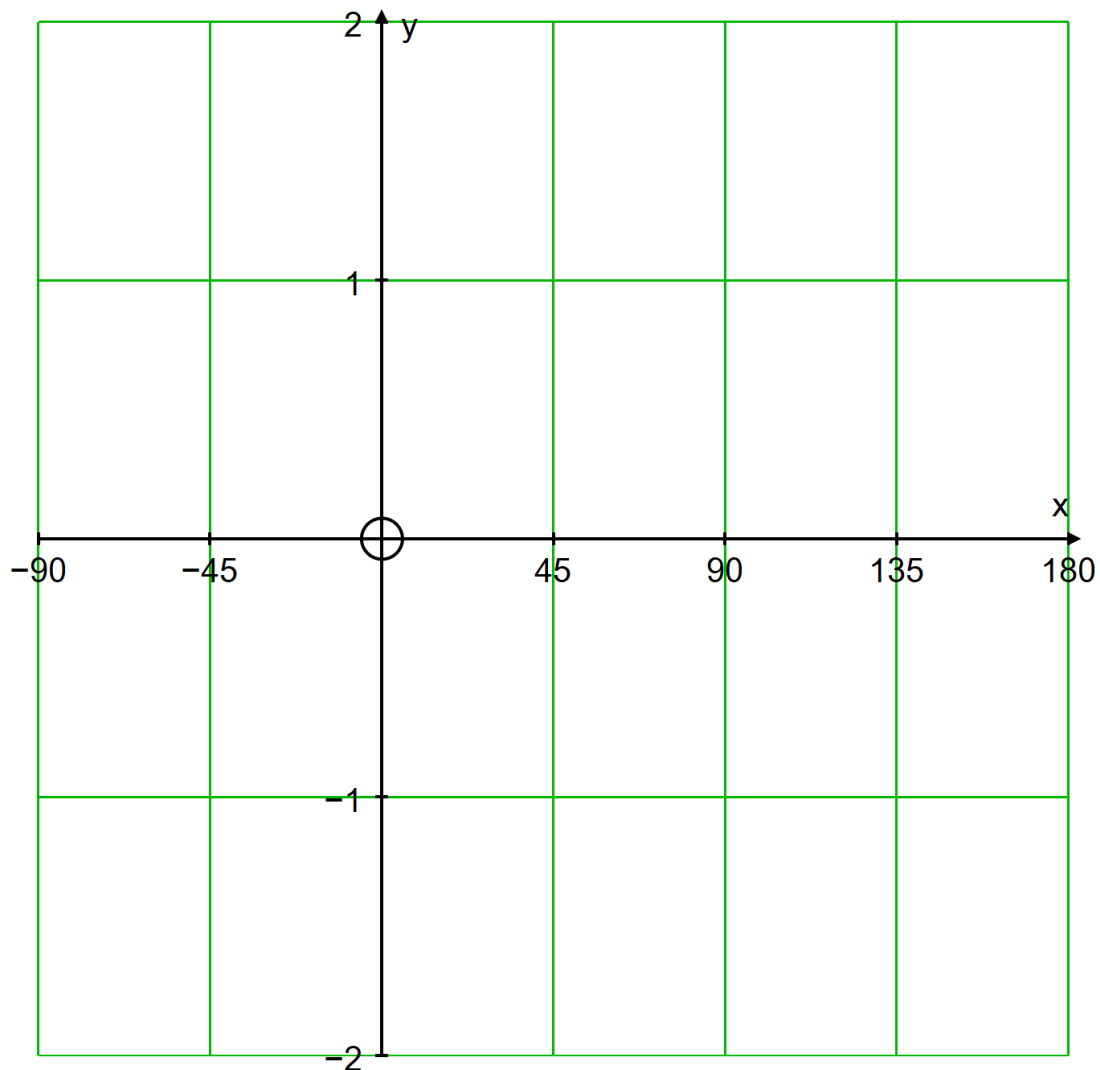
Bepaal die lengte van IK .

(5)
[11]

VRAAG 6

Gegee: $f(x) = \sin 2x$ en $g(x) = \cos(x + 45^\circ)$ vir $x \in [-90^\circ; 180^\circ]$.

- (a) Skets die grafieke van f en g op dieselfde assestelsel hieronder. **Benoem alle afsnitte met asse, draaipunte en eindpunte.**



(6)

- (b) Bepaal die waardes van $x \in [-90^\circ; 180^\circ]$ waarvoor $f(x) = g(x)$.
Toon alle berekeninge.

(5)

- (c) Gebruik jou grafiek om die waarde(s) van $x \in [-90^\circ; 180^\circ]$ te bepaal waarvoor:

(1) $f(x) \geq g(x)$

(1)

(2) $f(x) \cdot g(x) < 0$

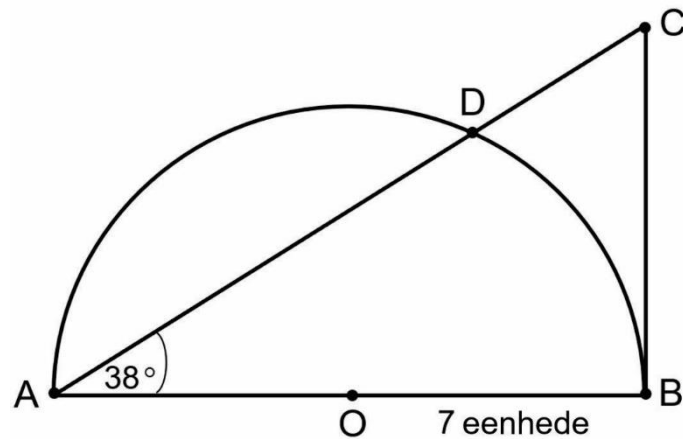
(2)
[14]

73 punte

AFDELING B**VRAAG 7**

In die diagram hieronder:

- ABD is 'n halfsirkel met middelpunt O.
- CB is 'n raaklyn aan die halfsirkel by B.
- $OB = 7$ eenhede en $\hat{CAB} = 38^\circ$.



Bepaal die lengte van CD korrek tot een desimale plek.
Gee alle relevante redes vir jou bewerings.

[7]

VRAAG 8

Gegee: $\cos\theta = \frac{a^2 - b^2}{a^2 + b^2}$ waar $0 < b < a$ en $\sin\theta < 0$.

(a) Bepaal $\tan\theta$ in terme van a en b . **Toon alle berekeninge.**

(4)

(b) Indien verder gegee word dat $a = 3$ en $b = 2$, los op vir θ waar $\theta \in (0^\circ; 720^\circ)$.

(3)
[7]

VRAAG 9

- (a) Vereenvoudig die volgende tot 'n uitdrukking wat slegs een trigonometriese verhouding van θ bevat:

$$\frac{\frac{1}{2}\cos(90^\circ + \theta) - \sin\theta.\sin(\theta - 90^\circ)}{\cos^2(180^\circ - \theta) - 2\cos(-\theta) + \cos^2(\theta + 90^\circ)}$$

(b) (1) Bewys die volgende identiteit:

$$\frac{\sin \theta \cdot \tan \theta}{\tan 2\theta \cdot (1 - \tan^2 \theta)} = \frac{\sin \theta}{2}$$

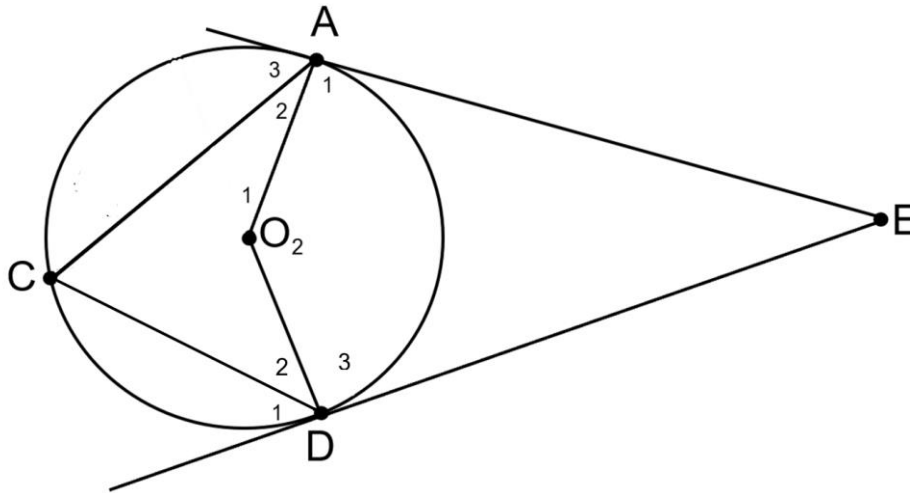
- (2) Bepaal die algemene oplossing vir die waardes van θ waarvoor die identiteit **nie geldig** is nie. Skryf jou antwoord as EEN enkele bewering.

(5)
[17]

VRAAG 10

In die diagram:

- A, C en D lê op die sirkel met middelpunt O.
- AE en DE is raaklyne aan die sirkel by A en D onderskeidelik.
- $\hat{ACD} = 68^\circ$



Gee alle relevante redes vir jou bewerings.

- (a) Bewys dat AODE 'n koordevierhoek is.

(4)

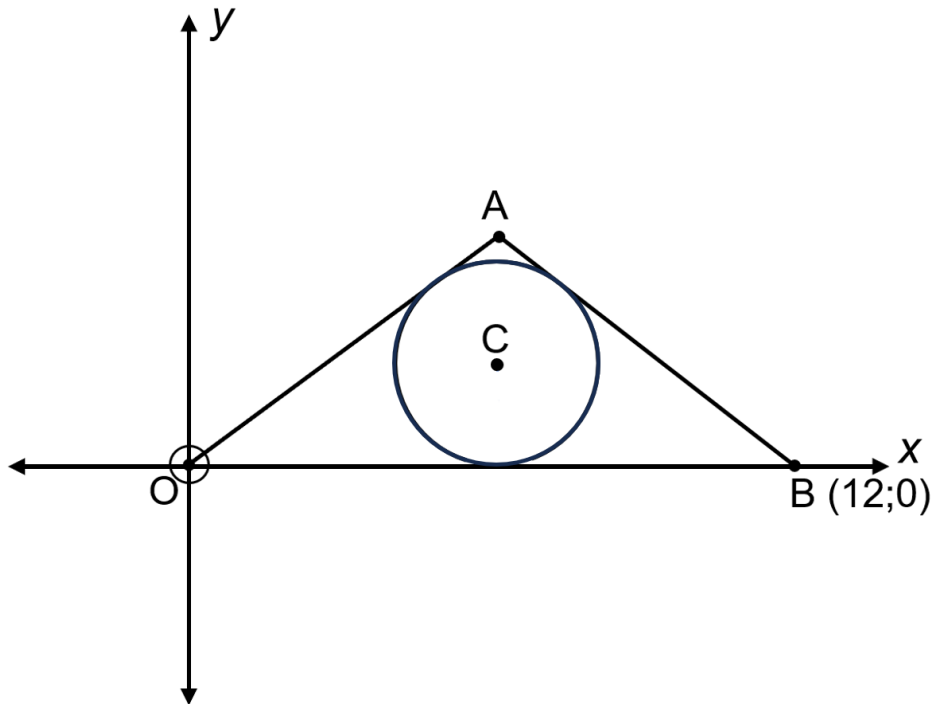
- (b) Bepaal: \hat{E}

(4)
[8]

VRAAG 11

In die diagram hieronder:

- Die vergelyking van die sirkel met middelpunt C is: $x^2 + y^2 - 12x - 4y + p = 0$.
- AO, OB en AB is raaklyne aan die sirkel.
- B is die punt (12;0).



(a) Bepaal die waarde van p .

(5)

(b) Bepaal die vergelyking van AB. Toon al jou berekeninge.

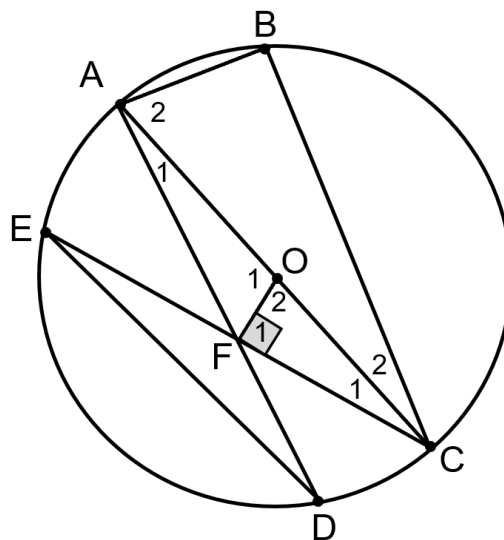
- (c) 'n Tweede sirkel met middelpunt $(0;9)$ en met punt $(2;3)$ wat op die omtrek lê, word op dieselfde assestelsel getrek. Sny die twee sirkels? Toon alle berekeninge.

(5)
[17]

VRAAG 12

In die diagram:

- 'n Sirkel met middelpunt O het middellyn AOC en koorde AB en BC.
- Koorde AD en EC sny by F met OF loodreg op EC.
- $\angle AOC$ halveer $\angle BCE$.



Gee alle relevante redes vir jou bewerings.

- (a) Bewys dat $\triangle ABC \sim \triangle OFC$

(4)

- (b) Bepaal die numeriese waarde van $BC : FC$

(2)

(c) Bewys vervolgens dat $\left(\frac{AC}{2}\right)^2 - \left(\frac{AB}{2}\right)^2 = DF \times FA$

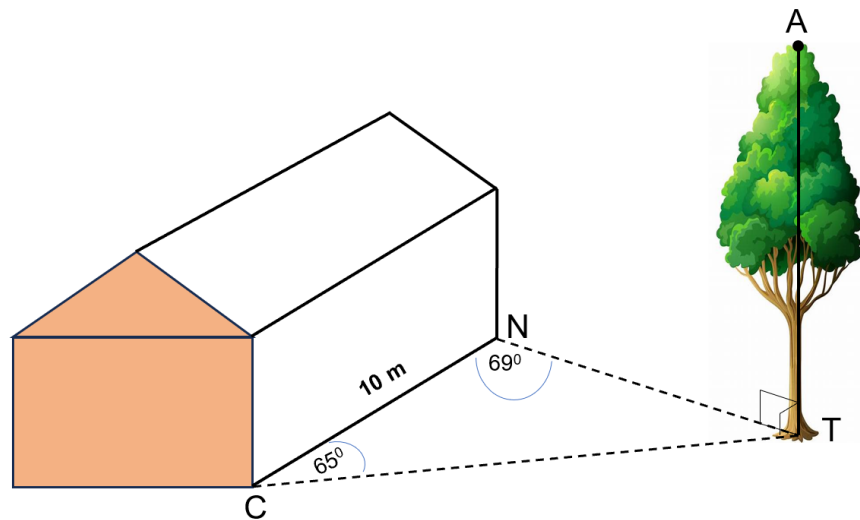
VRAAG 13

In die diagram hieronder is 'n huis in die vorm van 'n prisma met 'n driehoekvormige dak met een sy $CN = 10$ m.

'n Vertikale boom groei by 'n punt T in die tuin.

$\hat{NCT} = 65^\circ$ en $\hat{CNT} = 69^\circ$.

Die hoogtehoek na die bokant van die boom van C af is $43,5^\circ$.



Is dit moontlik dat die boom die huis sal tref indien dit omval? Toon alle berekeninge.

[8]

77 punte

Totaal: 150 punte

BYKOMENDE SPASIE (ALLE VRAE)

ONTHOU OM DUIDELIK BY DIE VRAAG AAN TE DUI DAT JY DIE BYKOMENDE SPASIE GEBRUIK HET OM TE VERSEKER ALLE ANTWOORDE WORD NAGESIEN.

