Procedimiento selectivo de ingreso al Cuerpo de Profesores de Enseñanza Secundaria
Comunidad Foral de Navarra
PRUEBA PRÁCTICA (primera prueba, parte A)
Especialidad e idioma: MATEMÁTICAS (CASTELLANO)

Problema 1 [2,5 puntos]

Dados los siguientes subespacios vectoriales S_1 y S_2 de R^4:

$$S_1 = \langle (1,1,-2,1), (0,1,-1,2), (2,-1,-1,-4) \rangle$$

$$S_2 = \{ (x,y,z,t) \in \mathrm{R}^4 \,/\, 3x + az = 0 \,;\, x - 2y - 2t = 0 \}$$

Hallar **a** para que $S_1 + S_2$ sea distinto de R^4. En este caso, obtener la dimensión y una base de $S_1 \cap S_2$.

Problema 2 [1,75 puntos + 0,75 puntos]

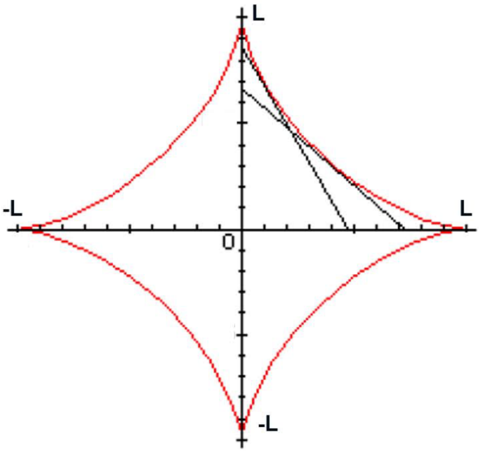
Dada la ecuación $x^4 + 4x^3 - 2x^2 - 12x + k = 0$ con $k \in \mathrm{R}$. Se pide:

(a) Discutir las soluciones de la ecuación en función de los valores del parámetro $k \in \mathrm{R}$.

(b) Resolver la ecuación si $k = -27$.

Problema 3 [2,5 puntos]

Demostrar que la astroide de ecuación $x^{2/3} + y^{2/3} = L^{2/3}$ es la envolvente de la familia de segmentos móviles de longitud constante L, cuyos extremos se apoyan en los ejes de coordenadas.



Problema 4 [1,25 puntos + 1,25 puntos]

El número de piezas por minuto que llegan a una máquina en una industria automovilística es una variable aleatoria X que sigue una distribución de Poisson de parámetro λ. Y el tiempo, en minutos, que transcurre entre las llegadas de un par de piezas, es una variable aleatoria T cuya función de densidad es:

$$f(t) = \begin{cases} \lambda^2 \cdot t \cdot e^{-\lambda t} \,, & \text{si } t \geq 0 \\ 0 \,, & \text{si } t < 0 \end{cases}$$

Suponiendo que $\lambda = 3$ en ambas variables aleatorias. Se pide:

(a) Si en un periodo de 120 segundos ya han llegado al menos 3 piezas, ¿cuál es la probabilidad de que en ese periodo lleguen como mucho 2 piezas más?

(b) Obtener la función de distribución de probabilidad acumulada de T, y utilizarla para calcular la probabilidad de que transcurran menos de 90 segundos entre las llegadas de un par de piezas.