Dirección General de Personal Docente

CS-3.1	Enunciado de Prueba	Año:	2021
Especialidad:	MATEMÁTICAS		

Prueba: 1-A Acceso: 1-2

# **OPCIÓN A**

#### > EJERCICIO A.1

Calcular tres números positivos x, y, z tales que su suma es 30 y la expresión  $x^2$  y  $z^3$  es máxima.

### > EJERCICIO A.2

Se considera una circunferencia con centro el origen de coordenadas y radio R. Se considera una recta variable paralela al eje OY que corta a la circunferencia en dos puntos A y A´. Hallar el lugar geométrico de los puntos P en que se cortan las rectas que unen los puntos de intersección A y A´ con los puntos de intersección de la circunferencia con el eje OX.

### > EJERCICIO A.3

Los coeficientes de la ecuación  $x^2+Ax+B=0$  se eligen al azar en el intervalo (-1,1). Calcula la probabilidad de que las raíces de esta ecuación sean reales y positivas.

#### > EJERCICIO A.4

Determinar la función  $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ , sabiendo que es impar, que F(1) = 1 y que verifica la relación

$$\int_{-a}^{a} (a^{x} - x^{2}) f'''(x) dx = a^{3}$$

# OPCIÓN B

#### > EJERCICIO B.1

17 personas van a jugar a un casino y se reparten fichas de igual valor a partes iguales, sobrando tres. 6 de los jugadores se encuentran cansados y deciden irse a dormir. El resto vuelve a repartir las fichas sobrando cuatro. Al fin, sólo 6 deciden jugar, repartiendo de nuevo sobrando cinco fichas. Calcula el número total de fichas sabiendo que es un número comprendido entre 1500 y 3000.

Dirección General de Personal Docente

## **EJERCICIO B.2**

Sea  $(2\mathbb{Z}, +, \perp)$  el conjunto de los números enteros pares, donde + es la suma y  $\perp$  es la ley de composición definida por  $x \perp y = \frac{x \cdot y}{2}$ . Justificar que  $(2\mathbb{Z}, +, \perp)$  es un anillo.

# **EJERCICIO B.3**

Hallar el volumen del toro de revolución que se obtiene al girar la circunferencia:  $x^2+(y-2)^2=1$  alrededor del eje OX

# > EJERCICIO B.4

Dada la matriz 
$$M = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & a & 2 \end{pmatrix}$$
. Estudiar para qué valores de  $a$  es diagonalizable.

# OPCIÓN C

## > EJERCICIO C.1

Calcula 
$$\lim_{n \to \infty} \sum_{k=1}^n \sqrt{\frac{1}{n^2} - \frac{(k-n)^2}{n^4}}$$

### **EJERCICIO C.2**

Por los puntos A(a,0) y B(b,0) se trazan las tangentes a circunferencias de centro el origen de coordenadas y radio variable. Hallar el lugar geométrico de los puntos de intersección de dichas tangentes.

### > EJERCICIO C.3

Si  $p \in \mathbb{R}$  y las raíces de  $x^3 + 2px^2 - px + 10 = 0$  están en progresión aritmética, calcula dichas raíces.

#### > EJERCICIO C.4

Calcular la probabilidad de, elegido un punto al azar del interior de una elipse esté dentro del cuadrado inscrito