

Universidad de Castilla-La Mancha
Facultad CC del Medio Ambiente
Examen de Estadística. Tercer curso de CC Ambientales
Convocatoria extraordinaria de Diciembre 2005

1. Un laboratorio ha desarrollado una prueba para el diagnóstico de la hepatitis de tipo C. Esta prueba tiene un 95 % de exactitud tanto en los que tienen hepatitis C como entre los que no la tienen. Si el 0'5 % de la población realmente tiene hepatitis C, calcular la probabilidad de que un determinado individuo tenga tal enfermedad, si la prueba dice que la tiene. [2 puntos]

2. Emplear el Teorema Central de Límite para resolver las siguientes cuestiones:
 - (a) Una compañía aérea sabe por experiencia que el 12% de las reservas telefónicas de plazas no se llevan a efecto, de modo que reserva más plazas de las que dispone. Si en un vuelo hay 150 plazas, ¿cuántas reservas puede hacer la compañía para que la probabilidad de cubrir al menos 145 plazas sea del 99%? [1 punto]
 - (b) Si la compañía reserva 160 plazas, ¿cuál es la probabilidad de que, al menos un pasajero no tenga plaza disponible a la hora de embarcar? [1 punto]

3. La distancia ξ entre un árbol cualquiera y el árbol más próximo a él en un bosque sigue una distribución con función de densidad de probabilidad

$$f_{\xi}(x) = \begin{cases} 2\theta x \exp(-\theta x^2) & \text{si } x \geq 0 \\ 0 & \text{en el resto} \end{cases}$$

($\theta > 0$). Obtener el estimador de máxima verosimilitud de θ , supuesto que se realiza una m. a. s. de tamaño n . Realiza la estimación de máxima verosimilitud del parámetro θ si $n = 10$ y la realización de la muestra es

$$\left\{ \begin{array}{l} x_1 = 2, \ x_2 = 2.1, \ x_3 = 3.1, \ x_4 = 2.8, \ x_5 = 1.9, \\ x_6 = 1.45, \ x_7 = 1.55, \ x_8 = 1.77, \ x_9 = 2, \ x_{10} = 2.6 \end{array} \right\}$$

[2 puntos]

4. El coseno ξ del ángulo con el que se emiten los electrones en un proceso radiactivo es una variable aleatoria con densidad de probabilidad

$$f_{\xi}(x) = \begin{cases} \frac{1+\theta x}{2} & \text{si } x \in [-1, 1] \\ 0 & \text{en el resto} \end{cases}$$

donde $\theta \in [-1, 1]$. Dada una m.a.s. ξ_1, \dots, ξ_n , encontrar el estimador de θ por el método de los momentos. [2 puntos]

5. ¿Cuál es el intervalo de confianza para la varianza de una población que se distribuye normalmente y donde se supone que la esperanza es desconocida? Aplica este intervalo al siguiente ejemplo: un metalúrgico ha hecho 4 determinaciones del punto de fusión del manganeso, 1269, 1271, 1263 y 1265 grados C. Tras valorar los resultados y los posibles errores decidió que la varianza habría de ser 1 ó 2. ¿Es posible esta afirmación con los datos experimentales obtenidos, suponiendo normalidad y a un nivel de confianza del 95 % ?. [2 puntos]