Universidad de Castilla-La Mancha
Facultad Ciencias Químicas
Estadística. Primer Curso de Ingeniería Química
Examen de convocatoria ordinaria, 27-06-2003

INSTRUCCIONES

- Escribe claramente tus apellidos y nombre, en todas y cada una de las hojas de examen.
- No se admitirá más de una hoja por problema. No escribas partes de problemas diferentes en una misma hoja.
- En función de si uno tiene el examen parcial de evaluación suspenso, la duración, los ejercicios y su puntuación, quedan distribuidos del siguiente modo:

	Ejercicios	Puntuación	Duración
Con parcial aprobado	2,3,4,6	2'5 ptos cada uno	2h.30m
Sin parcial aprobado	1,2,3,5,6,7	2,1'5,2,1,1'5,2 ptos. resp.	2h.30m

EJERCICIOS

1. En tres grandes poblaciones A, B y C la proporción de individuos infectados por un determinado virus es del 30, 60 y 10% respectivamente. Se toma al azar una de las 3 poblaciones (las tres son igual de probables), y de ella elegimos a 10 individuos al azar, resultando que 2 de ellos están infectados. ¿A qué población es más probable que pertenezcan?

2. El número de partículas en suspensión que había en Madrid el día 22 de Febrero estaba distribuido de manera uniforme entre 20000 y 30000 particulas por decímetro cúbico (dm^3). Sabiendo que en cada inspiración introducimos 0'5 dm^3 de aire en nuestros pulmones y que realizamos 10 inspiraciones por minuto, calcular la probabilidad de que el número de partículas inspirado en una hora sea superior a 7510000.

3. Un investigador está estudiando un parámetro θ que representa la duración media (en días) de vida de una rata desde que se le suministra cierto tipo de veneno. Se sabe que esta duración viene dada por una variable aleatoria de distribución $N(\theta, 0.2)$. Les suministra el veneno a 100 ratas resultando que la suma de los tiempos que sobreviven dichas ratas es de 30 días. En base a esto construir un intervalo de confianza del 95 % para el parámetro θ.

4. Una población sigue un distribución de probabilidad cuya función de densidad de masa viene dada por

$$P_{\xi}^{*}(x) = p(1-p)^{x-1} \; x = 1, 2, ...$$

siendo p cierto parámetro del intervalo $(0,1]$. Se pide

   (a) Calcular un estimador de p mediante el método de los momentos (ayuda: $E[\xi] = 1/p$).

   (b) Determinar un estimador de p mediante el método de máxima verosimilitud.

5. Lanzamos un dardo sobre el plano al objeto de acertar en una diana de radio $\sqrt[2]{1.39}$ y centro en el punto de coordenadas $(3,2)$. Se supone que los lanzamientos tienen carácter aleatorio y que cada impacto (ξ_1, ξ_2) es un vector aleatorio, de suerte que las componentes ξ_1 y ξ_2 son independientes y además $\xi_1 \sim N(3,1)$ y $\xi_2 \sim N(2,1)$. Calcular la probabilidad de que el dardo impacte dentro de la diana.

6. Sean, ξ_1 la v.a. que representa a los gastos por impagados en millones de euros de una determinada empresa, y ξ_2 la v.a. de los ingresos netos. Se sabe que la función de densidad del vector (ξ_1, ξ_2) es

$$f_{(\xi_1,\xi_2)}(x,y) = \begin{cases} 5(1+x)e^{20(2-y)} & \text{si } x \in (0,2) \text{ e } y > 2 \\ 0 & \text{en el resto} \end{cases}$$

   (a) Calcular la probabilidad de que los gastos por impagados sean menores a un millón de euros.

   (b) ¿Son independientes los gastos por impagados y los ingresos netos?

   (c) ¿Qué cantidad de ingresos netos se esperan obtener si los impagados ascendieron hasta 1 millón de euros?

7. Una empresa desea determinar la proporción de clientes dispuestos a adquirir uno de sus productos. Estima que dicha proporción es 0.45 ó 0.5. Decidir en base al Principio de Máxima Verosimilitud, una estimación de dicha proporción si después de realizar una muestra aleatoria simple de tamaño 15 entre sus clientes potenciales, 6 de ellos afirmaron estar dispuestos a la adquirir y los 9 restantes no estaban dispuestos a optar por dicho producto.