OPCIÓN 2

PROBLEMA 1:

Considera en R^4 los subespacios:

$$S=\{(x,y,z,t) \in R^4 / x+2y+z-t=0; z-t=0\} \text{ y } T=<(1,1,1,1)>.$$

a) Obtener una base de $S+T$.
b) Razonar por qué la suma $S+T$ es directa.
c) Determinar si $\vec{v}$ = (7,1,5,5) pertenece a S + T y en caso afirmativo descomponer $\vec{v}$ como suma de un vector $\vec{v_S}$ en *S* y un vector $\vec{v_T}$ en *T*.
d) ¿Son *S y T* complementarios uno del otro?

PROBLEMA 2:

Dado un cuadrante AB, de una circunferencia de centro O y radio R, determinar sobre él un punto M de modo que la superficie del cuadrilátero determinado por los radios OA, OB y por las tangentes al arco trazadas por M y por A tenga área mínima.

PROBLEMA 3:

Calcular $\int_0^{+\infty} \frac{x-[x]}{2^{[x]}} dx$, donde $[x]$ es la parte entera de x.

PROBLEMA 4:

Disponemos de dos urnas con N bolas cada una, numeradas de 1 a N en ambas. Se extrae simultáneamente una bola de cada urna y sin devolverlas repetimos esta operación, hasta vaciar las urnas.

a) Hallar la probabilidad de que en ninguna de las extracciones los números de las bolas coincidan.
b) Hallar el límite de dicha probabilidad cuando N tiende a infinito.

PROBLEMA 5:

Dada la circunferencia de centro (1, 0) y radio 2, se trazan por el origen de coordenadas dos rectas variables que forman entre sí un ángulo de 30º. Sean A y B los puntos medios de las cuerdas que cada una de ellas intercepta en la circunferencia. Sea M el punto medio de AB. Hallar el lugar geométrico de los puntos M.

OPCIÓN 2

PROBLEMA 1:

Considérase en R^4 os subespazos:

S=$\{(x,y,z,t) \in R^4 \,/ x+2y+z-t=0; z-t=0\}$ e T= <(1,1,1,1)>.

a) Obter unha base de $S + T$.
b) Razoar por que a suma $S + T$ é directa.
c) Determinar se $\vec{v}$ = (7,1,5,5) pertence a S + T e en caso afirmativo descompoñer $\vec{v}$ como suma dun vector $\overrightarrow{v_S}$ en S e un vector $\overrightarrow{v_T}$ en T.
d) Son S e T complementarios un do outro?

PROBLEMA 2:

Dado un cuadrante AB, dunha circunferencia de centro O e raio R, determinar sobre el un punto M de xeito que a superficie do cuadrilátero determinado polos raios OA, OB e polas tanxentes ao arco trazadas por M e por A teña área mínima.

PROBLEMA 3:

Calcular $\int_0^{+\infty} \frac{x-[x]}{2^{[x]}}dx$, onde $[x]$ é a parte enteira de x.

PROBLEMA 4:

Dispoñemos de dúas urnas con N bólas cada unha, numeradas de 1 a N en ambas. Extráese simultaneamente unha bóla de cada urna e sen devolvelas repetimos esta operación, ata baleirar as urnas.

a) Achar a probabilidade de que en ningunha das extraccións os números das bólas coincidan.

b) Achar o límite da devandita probabilidade cando N tende a infinito.

PROBLEMA 5:

Dada a circunferencia de centro (1, 0) e raio 2, trázanse pola orixe de coordenadas dúas rectas variables que forman entre si un ángulo de 30º. Sexan A e B os puntos medios das cordas que cada unha delas intercepta na circunferencia. Sexa M o punto medio de AB. Achar o lugar xeométrico dos puntos M.