



PART B DE LA PRIMERA PROVA: PROVA PRÀCTICA

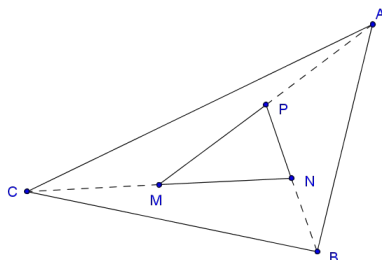
Indicacions generals: no s'acceptarà cap resultat sense el seu corresponent desenvolupament i justificació.

OPCIÓ A

Exercici 1: Sigui la funció $f(x) = \frac{x}{e^{|x-1|}}$. Es demana:

- (i) Estudiar la continuïtat i la derivabilitat de f .
- (ii) Estudiar la monotonia (creixement/decreixement) i els extrems (absoluts i relatius).
- (iii) Estudiar la curvatura (concavitat/convexitat) i els punts d'inflexió.
- (iv) Fer un esbos de la gràfica.

Exercici 2: Donat el triangle de vèrtexs MNP, allargant els costats de tal manera que aquests vèrtexs es converteixin en punts mitjans del segment. Troba la raó entre les àrees dels triangles MNP i el nou triangle ABC.



Exercici 3: Sigui $P_2(x)$ l'espai vectorial dels polinomis de grau menor o igual a 2.

- (i) Calcula a , b , c per tal que el següent polinomi pertanyi a $P_2(x)$.

$$P(x) = \frac{x^3 + ax^2 + bx + c}{x-1} + \frac{x^3 + bx^2 + cx + a}{x+1} + \frac{x^3 + cx^2 + ax + b}{x-2}$$

- (ii) Demuestra que $B = \{x^2 + x + 1, x^2 - 1, P(x)\}$ és una base de $P_2(x)$.
- (iii) Calcula les coordenades de $Q(x) = 2x^2 + 3x$ en aquesta base.

Exercici 4: En una confiteria hi ha 6 urnes que contenen 14 caramels. Una té 8 caramels de taronja i 6 de llimó; dues contenen 7 de taronja i 7 de llimó i tres contenen 6 de taronja i 8 de llimó. Es tria a l'atzar una urna i s'extreuen 3 caramels sense reemplaçament. Sabent que dos són de taronja i un de llimó, quina és la probabilitat de que la urna triada contingui 7 caramels de taronja i 7 de llimó?



PART B DE LA PRIMERA PROVA: PROVA PRÀCTICA

Indicacions generals: no s'acceptarà cap resultat sense el seu corresponent desenvolupament i justificació.

OPCIÓ B

Exercici 1: Demostrar que únicament existeix un triangle els costats del qual són nombres enters consecutius i que un angle és doble que altre.

Exercici 2: Siguin a i b dos nombres reals positius.

(i) Demostrar que si $a < b < e$ aleshores $a^b < b^a$.

(ii) Demostrar que si $e < a < b$ aleshores $a^b > b^a$.

Exercici 3: Sigui $\{e_1, e_2, e_3, e_4\}$ una base de \mathbb{R}^4 i considerem $f: \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4$ l'aplicació lineal tal que

$$f(e_1) = e_1 + e_3, f(e_2) = -e_2 + e_4$$

$$\text{Nuc}(f) = \{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 \mid 2x + y = 0, x + z + 2t = 0\}$$

(i) Trobeu la dimensió i una base de $\text{Nuc}(f)$

(ii) Calculeu les equacions implícites de $\text{Im}(f)$ i doneu-ne una base.

(iii) Determineu la matriu de f en la base $\{e_1, e_2, e_3, e_4\}$

Exercici 4: Demostreu que per a cada enter positiu n , $3^{2n+2} + 2^{6n+1}$ és divisible per 11.