PROCESO SELECTIVO PARA EL INGRESO EN EL CUERPO DE PROFESORES DE ENSEÑANZA SECUNDARIA

Ceuta. Convocatoria 2021

MATEMÁTICAS

PRIMERA PRUEBA. PARTE A

1º En un triángulo acutángulo ABC: AH, AD y AM son, respectivamente, la altura, la bisectriz y la mediana que parten de A, estando H, D y M en el lado BC. Si las longitudes de AB, AC y MD son, respectivamente, 11, 8 y 1, calcula la longitud del segmento DH.

2º Demuestra que todos los términos de la sucesión $\{a_n\}_n$, con $n > 2$ son múltiplos de 600, siendo:

$$a_n = (n^2 - 1) \cdot (n^2 + 1) \cdot (n^4 - 16) \cdot n^2$$

3º Sea $(A, +, \cdot)$ un anillo tal que $x^2 = x, \quad \forall x \in A$.

a) Demostrar que: $x = -x \quad \forall x \in A$.

b) Demostrar que A es conmutativo.

c) Demostrar que la relación R definida en A por: xRy si y solo si $x \cdot y = x$ es una relación de orden en A.

d) Demostrar que si A es un dominio de integridad, entonces A tiene a lo sumo dos elementos.

4º a) Demuestra que la sucesión siguiente, con $n \in \mathbb{N}$, converge, y determina su límite:

$$\begin{cases} a_1 = 1 \\ a_{n+1} = 2 + \dfrac{a_n}{3}, \qquad n \geq 1 \end{cases}$$

b) Consideremos las funciones $f(x) = x \cdot e^{-x}$ $\quad y \quad$ $g(x) = 2 - x \cdot \int_0^{2x} e^{-t^2}\, dt$

Calcula:

$$\lim_{x \to 0} \frac{f(x) - g(x) + 2 - x}{x \cdot \ln(1 - x)}$$

5º Se consideran las funciones f y g definidas en $\mathbb{R}$ del siguiente modo:

$$f(x) = \lim_{t \to 0} \frac{x^2}{x^2 + t^2} \quad ; \quad g(x) = \lim_{n \to \infty} \mathrm{f}(\mathrm{sen}(n!\, \pi x))$$

Determina el conjunto de valores que toman estas funciones y estudia su continuidad en cada punto de $\mathbb{R}$.

6º De una urna que contiene bolas blancas y bolas negras, dos jugadores hacen extracciones alternativas reemplazando cada uno su bola antes de la siguiente extracción. Gana el jugador que consigue sacar primero una bola blanca. Calcula la probabilidad de ganar que tiene