G CONSELLERIA
O EDUCACIÓ
I I FORMACIÓ
B PROFESSIONAL
DIRECCIÓ GENERAL
PERSONAL DOCENT

Oposicions 2020
Cos: 590 SECUNDÀRIA
Especialitat: 006 MATEMÀTIQUES
Tribunal núm.: COMISSIÓ DE SELECCIÓ DELS TRIBUNALS DE MALLORCA

PART B DE LA PRIMERA PROVA: PROVA PRÀCTICA

(Tria una opció A o B. Tots els problemes estan puntuats amb 2 punts)

OPCIÓ A

1. Demostra que:

$$\int_0^1 (1-x^2)^n \, dx = \frac{2^{2n}\cdot (n!)^2}{(2n+1)!}$$

2. Sigui $f\colon \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ l'aplicació donada per f(n)= la suma dels dígits de n

   a. És f injectiva? És f exhaustiva? Justifica les respostes

   b. Per tot $i \geq 1$ sigui R_i la relació d'equivalència en $\mathbb{N}$ definida per: $xR_iy \leftrightarrow f^i(x) = f^i(y)$ on f^i indica la composició de la funció f amb ella mateixa i vegades.

      Descriu la classe $[1]_{R_1}$. Prova que si $1 \leq i \leq j$ llavors $[n]_{R_i} \subseteq [n]_{R_j}$ per tot n nombre natural. És $[1]_{R_1} = [1]_{R_2}$? Justifica les respostes

3. Si a, b, c són respectivament els termes p_èssim, q_èssim, r_èssim d'una progressió aritmètica i a la vegada d'una progressió geomètrica, demostra que es verifica $a^{b-c}\cdot b^{c-a}\cdot c^{a-b} = 1$

4. Si E és el punt mitjà del costat $\overline{AC}$ d'un triangle qualsevol ABC, i si S és l'àrea d'aquest triangle, prova la següent igualtat:

$$cotg\left(\widehat{AEB}\right) = \frac{\overline{BC}^2 - \overline{BA}^2}{4S}$$

5. Agafam dos nombres a l'atzar, $a \in [1,3]$ i $b \in [-1,1]$. Troba la probabilitat que l'equació $x^2 + ax + b = 0$ tingui dues arrels reals.

Carrer del Ter, 16, 1r
07009 Palma
971 17 78 00
educacioiuniversitat.caib.es