Procedimiento selectivo para ingreso en el cuerpo de profesores de enseñanza secundaria. MATEMÁTICAS

RESOLUCIÓN de 27 de febrero de 2018

Primera prueba Parte A

Problema 1. Sea X una variable aleatoria cuya función de probabilidad es:

$$f(x) = \begin{cases} k \cdot x, & x = 1, 2, \ldots, n \\ 0 & \text{en el resto} \end{cases}$$

a) Hállese el valor de k y la función de distribución de X.

b) Calcúlese la probabilidad de que X tome un valor par.

Problema 2. Un número natural se dice *perfecto* si es igual a la suma de todos sus divisores salvo él mismo. Pruébese:

a) Un número natural par es perfecto si y solo si es de la forma $2^{p-1}(2^p - 1)$ con $p > 1$, donde $2^p - 1$ es primo.

b) Si $2^p - 1$ es primo, entonces p es primo.

c) La suma de todos los inversos de los divisores de un número perfecto par es 2.

d) Todo número perfecto par termina en 6 o en 8.

Problema 3. Siendo a y b dos números reales tales que $a + b \neq 0$, se definen las sucesiones de números reales $\{u_n\}$ y $\{v_n\}$ de la siguiente forma:

$$u_1 = a \qquad\qquad v_1 = b$$

$$u_{n+1} = \frac{u_n^2}{u_n + v_n} \qquad\qquad v_{n+1} = \frac{v_n^2}{u_n + v_n}$$

a) Si $a = b$, hállese $\lim\limits_{n\to\infty} u_n$ y $\lim\limits_{n\to\infty} v_n$.

b) Si $|b| < |a|$, demuéstrese que las dos sucesiones son convergentes.

c) Hállese el límite de $\{u_n\}$ y $\{v_n\}$, si $|b| < |a|$.

Problema 4. Las longitudes de los lados de un triángulo rectángulo son 6, 8 y 10.

a) Demuéstrese que existe una única recta que simultáneamente biseca el área y el perímetro del triángulo.

b) Encuéntrese dicha recta.

Avilés, 23 de junio de 2018

Criterios de calificación

Cada problema se calificará sobre un máximo de 1,25 puntos de acuerdo con los criterios de valoración publicados el 18 de junio de 2018.

En aquellos problemas con apartados la ponderación de cada uno de ello con relación a la calificación máxima es la siguiente:

Problema 1. Máximo 1,25 puntos

a) 60 %

b) 40 %

Problema 2. Máximo 1,25 puntos

a) 30 %

b) 30 %

c) 20 %

d) 20 %

Problema 3. Máximo 1,25 puntos

a) 30 %

b) 40 %

c) 30 %

Problema 4. Máximo 1,25 puntos

a) 75 %

b) 25 %