

## **PROBLEMAS PARA LOS MÁS JÓVENES (36)**

### **CINCO PROBLEMAS DE LETONIA**

#### **Problema Jov36-1**

10 números están escritos en una circunferencia. Algunos son positivos y los demás, negativos. En un movimiento se pueden cambiar los signos a tres números en posiciones consecutivas. Probar que repitiendo el movimiento se puede conseguir que todos los números sean positivos.

#### **Problema Jov36-2**

Probar que la ecuación

$$x^5 + y^3 = z^2$$

Tiene infinitas soluciones naturales.

#### **Problema Jov36-3**

Probar que las diagonales de un cuadrilátero convexo ABCD son perpendiculares si y solamente si

$$AB^2 + CD^2 = AD^2 + BC^2$$

#### **Problema Jov36-4**

El cuadrilátero convexo ABCD tiene sus diagonales perpendiculares. Demostrar que puede ser descompuesto en tres piezas que se pueden disponer para formar un trapecio.

#### **Problem Jov36-5**

Demostrar que no hay ningún par de números reales tales que se verifiquen simultáneamente las igualdades

$$x = y^2 + 1; \quad y = x^2 + 1.$$