

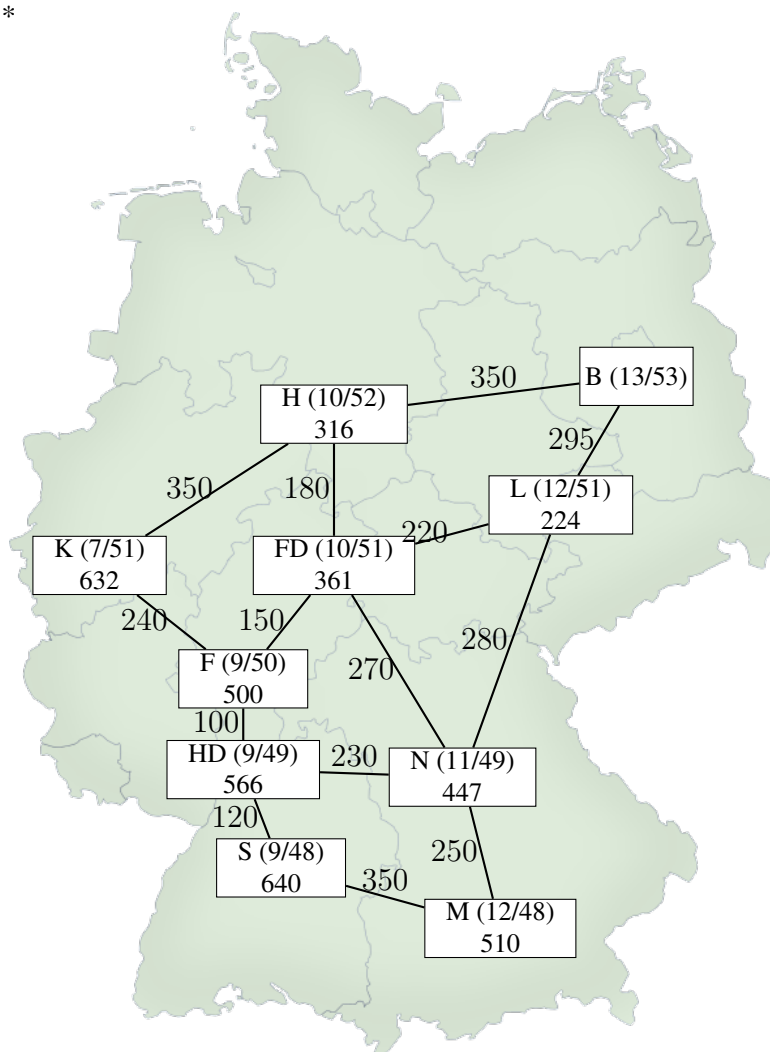
## Algorithmen und Datenstrukturen

SS 2021

### Übungsblatt 12: Graphen II

Tutorien: 12.07.-16.07.2021

#### Aufgabe 12-1     A\*



Es sei wieder ein Graph mit Deutschlands Städten gegeben. Für jede Stadt ist zusätzlich der Längen- und Breitengrad ( $\phi, \theta$ ) gegeben. Die Zahlenwerte unter den Städtebezeichnern können Sie vorerst ignorieren. Die Kantengewichte sind die Autobahnkilometer zwischen den Städten. Um effizient die kürzeste Auto-Reiseroute zu ermitteln, wollen Sie nun den A\* Algorithmus verwenden.

- Welche Anforderungen muss eine Heuristik des A\* Algorithmus erfüllen?
- Überlegen Sie sich qualitativ zwei unterschiedliche Heuristiken. Beachten Sie, dass die Erde eine Kugel ist! Sie müssen keinen mathematischen Ausdruck für ihre Heuristiken angeben.

- (c) **Bonus** Für einen durch Längen- und Breitengrad gegebenen Punkt  $(\phi, \theta)$  sind die kartesischen Koordinaten durch

$$\vec{r}(\phi, \theta) = R_{Erde} \cdot \begin{pmatrix} \cos(\theta)\cos(\phi) \\ \cos(\theta)\sin(\phi) \\ \sin(\theta) \end{pmatrix}$$

gegeben. Geben Sie nun explizit eine Abstandsfunktion für ihre Heuristiken aus b) an.

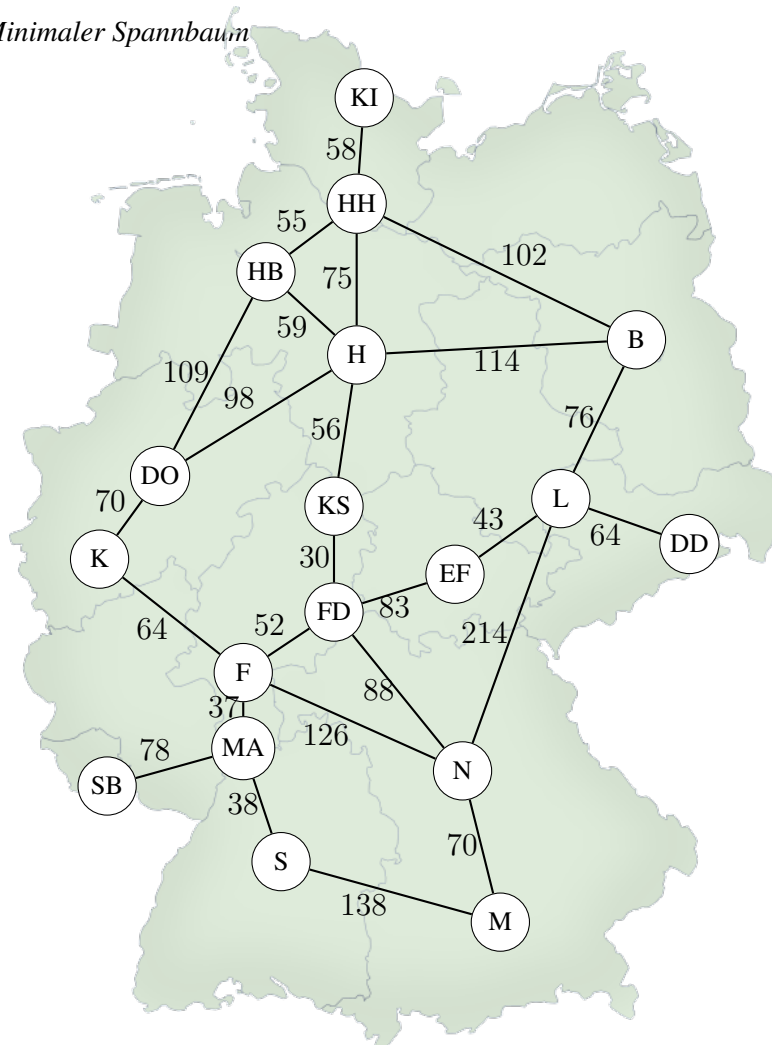
*Hinweis:*  $\cos(a)\cos(b) + \sin(a)\sin(b) = \cos(a - b) = \cos(b - a)$

- (d) Es sein nun folgende Heuristik gegeben:

$$h(\phi, \theta) = \sqrt{((\phi - \phi_{Berlin}) \cdot 100km)^2 + ((\theta - \theta_{Berlin}) \cdot 100km)^2} \quad (1)$$

Die Zahlenwerte unter den Städtebezeichnern im Graphen, entsprechen der durch  $h$  geschätzten Distanz nach Berlin. Benutzen sie nun  $h$  um den kürzesten Weg von Heidelberg nach Berlin mittels des A\* Algorithmus zu finden. Welche Näherung wurde für  $h$  gemacht?

## Aufgabe 12-2 Minimaler Spannbaum



Der gezeigte Graph ist bereits bekannt. Ermitteln Sie einen minimalen Spannbaum. Verwenden Sie dazu jeweils den Prim- und den Kruskalalgorithmus. Vergleichen Sie die Ergebnisse. Sind diese gleich? Unter welchen Umständen unterscheiden sich die Ergebnisse beider Algorithmen?