FSKS-1

i) $L = \{aab^nc^m \mid n,m \in \mathbb{N}\}$

Schritte

1) Sei $n \in \mathbb{N}_{>0}$

2) wähle $x = a^2b^nc^n$ und $|x| = 2+2n \geq n$, $x \in L$

3) Sei $x = uvw$ Zerlegung so dass $u = a^l$ $v = a^k$

$1 \leq |v|$, $|uv| \leq n$

4) wähle $i = 2$, damit ist $uv^iw = a^l(a^k)^2 \cdot b^nc^n$

$\Rightarrow uv^2w = a^{l+2k} \cdot b^n \cdot c^n \notin L$

(Da $|uv| = 2 = l+k < L+2k$)

Somit ist die Sprache L nicht regulär

ii) $M = \{a^{2p} \mid p \text{ ist Primzahl}\}$

* Sei $n \in \mathbb{N}_{>0}$
* wähle $x = a^{2p}$ mit $2p$ ist das nächste duplikat einer Primzahl, das größer gleich n ist.
* wähle Zerlegung $uvw = a^{2p}$ mit $u = a^r$, $v = a^s$, $w = a^t$ $(r+s+t = 2p)$

$1 \leq |v|$, $|uv| \leq n$

* wähle $i = 2p+1$. Dann ist damit $uv^iw \notin L$, denn

$uv^{2p+1}w = a^r \cdot a^{s(2p+1)} \cdot a^t = a^{r+2sp+s+t} = a^{2p+2sp} = a^{2p(1+s)}$

und für $s \geq 1$ folgt, das $2p(1+s)$ kein duplikat einer primzahl sein kann (mindstens $4 \times p$) ■

Somit ist M nicht regulär

iii) $N = \{a^{3n} \mid n \in \mathbb{N}, n > 2\}$

* Sei $m \in \mathbb{N}_{>0}$

* wähle $x = a^{3m}$ und $|x| = 3m \geq m$, $x \in L$

* Sei $x = uvw$ Zerlegung sodass $u = a^{l}$ $v = a^{k}$ $w = a^{2m}$

mit $1 \leq |v|$, $|uv| \leq m$

iii) * wähle $i = 0$ ist $uv^{i}w \notin L$ denn $uv^{0}w = a^{l}(a^{k})^{0}a^{2m}$

$= a^{l+0+2m} = a^{l+2m}$ mit $|uv| \leq m$ (bzw. $|v| \leq m$)

kann $l+2m$ nie ein ~~[illegible] zwei~~ 3fach vom

m sein.

Sonit ist N nicht regulär

iv) $Q = \{ a^{k_1} b^{k_2} c^{k_3} \mid k_1 < k_2 < k_3 \quad k_1, k_2, k_3 \in \mathbb{N} \}$

* Sei $m \in \mathbb{N}_{>0}$
* wähle $x = a^{m} \cdot a^{m+1} \cdot a^{n+2} \in L$ mit $|x| = 3n+3 \geq n$
* Sei $x = uvw$ eine Zerlegung sodass $u = a^{k}$ $v = a^{L}$

und $w = a^{n+1} \cdot a^{n+2}$ mit $1 \leq |v| \leq |uv| \leq n$

* wähle $i = n+1$ dann ist $uv^i w \notin L$, denn:

$uv^i w = uvw = a^{k} (a^{L})^{n+1} \cdot a^{n+1} \cdot a^{n+2} = a^{k+Ln+L} \cdot w$

$= a^{n+Ln} \cdot w = a^{n(1+L)} \cdot w.$

mit $L = |v| \geq 1$ wissen wir $n(1+L) \geq 2n \geq n+1$ $\forall n \in \mathbb{N}_{>0}$

somit ist $k_1 > k_2$

und damit ist L nicht regulär

b) $\Sigma = \{a, b, c\}$

$R = \{a^e b^f c^g \mid e,f,g \in \mathbb{N}$ wenn $e=1$ dann $f=g\}$

* Sein $n \in \mathbb{N}_{>0}$
* wähle $x = a^e b^f c^g$ belibig mit $|x| = e+f+g > n$
* sei $x = uvw$ Zerlegung sodass $u = a^k$ $v = a^L$ $w = a^f c^g$

mit $1 \leq |v| \leq |uv| \leq n$

* ~~wähle~~ Induktion

anfang für $i=0 \rightsquigarrow uv^0w = a^k \cdot b^f c^g \in L$

Schritt Sei $uv^nw \in L$ z.z $uv^{n+1}w \in L$

$uv^{n+1}w = a^k \cdot a^{L(n+1)} \cdot w = a^{k+Ln+L} = a^{e+Ln} \cdot w$

Sei $e = c+Ln$: $a^{e+Ln} \cdot b^f \cdot c^g = a^e \cdot b^f c^g \in L$

$\forall i \in \mathbb{N}$ gilt $uv^iw \in L$ $\square$

$\Rightarrow$ somit ist die Pumping Eigenschaft von R bewiesen :)