

## Outils formels de modélisation

### Exercices – TP6

#### **Traduire les informations en formules logiques du 1<sup>er</sup> ordre**

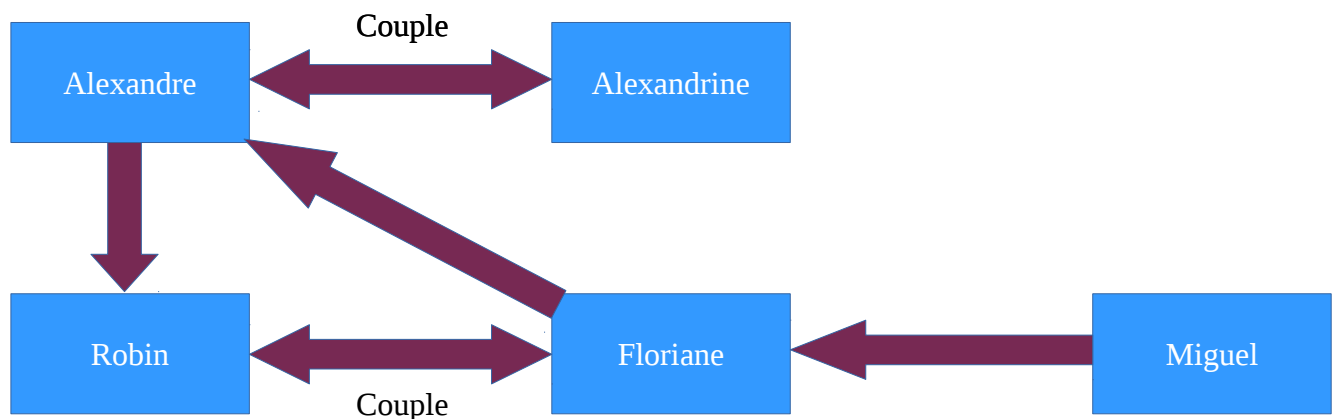
- Alex est en couple avec Alex et Robin est en couple avec Floriane.  
 $\text{couple}(\text{Alex}, \text{Alexandrine}) \wedge \text{couple}(\text{Robin}, \text{Floriane})$
- Il y a une femme et un homme qui aiment leur partenaire respectif mais qui ont aussi des sentiments pour une autre personne.  
 $[\exists x, \exists y, \exists z, \text{femme}(x) \wedge \text{couple}(x, y) \wedge \neg \text{couple}(x, z) \rightarrow \text{aime}(x, y) \wedge \text{aime}(x, z)] \wedge [\exists x, \exists y, \exists z, \text{homme}(x) \wedge \text{couple}(x, y) \wedge \neg \text{couple}(x, z) \rightarrow \text{aime}(x, y) \wedge \text{aime}(x, z)]$
- Il y a une femme et un homme qui n'aiment que leur partenaire respectif.  
 $[\exists x, \exists y, \forall z, \text{femme}(x) \wedge \text{couple}(x, y) \wedge \neg \text{couple}(x, z) \rightarrow \text{aime}(x, y) \wedge \neg \text{aime}(x, z)] \wedge [\exists x, \exists y, \forall z, \text{homme}(x) \wedge \text{couple}(x, y) \wedge \neg \text{couple}(x, z) \rightarrow \text{aime}(x, y) \wedge \neg \text{aime}(x, z)]$
- Après une soirée de folie dans l'épisode 4, Miguel commence à éprouver des sentiments pour une personne qui aime une personne qui aime Alexandrine.  
 $\exists x, \exists y, \text{aime}(\text{Miguel}, x) \wedge \text{aime}(x, y) \wedge \text{aime}(y, \text{Alexandrine})$
- C'est un peu sexiste parce que toutes les femmes n'aiment que des hommes.  
 $\forall x, \forall y, \text{femme}(x) \wedge \text{femme}(y) \rightarrow \neg \text{aime}(x, y)$
- Robin aime une personne dans un triangle amoureux.  
 $\exists x, \exists y, \exists z, \text{aime}(x, y) \wedge \text{aime}(y, z) \wedge \text{aime}(z, x) \wedge (\text{aime}(\text{Robin}, x) \vee \text{aime}(\text{Robin}, y) \vee \text{aime}(\text{Robin}, z))$
- Personne ne s'aime soi-même.  
 $\forall x, \neg \text{aime}(x, x)$

$\text{couple}(x, y)$  : vérifie si x et y sont en couple

$\text{femme}(x)$  /  $\text{homme}(x)$  : vérifie si x est une femme/ un homme

$\text{aime}(x, y)$  : vérifie si x aime y

## Graphe de relations amoureuses satisfaisant toutes les contraintes



Preuve :

- Alexandre est en couple avec Alexandrine et Robin est en couple avec Floriane
- Floriane aime son partenaire Robin mais aussi Alexandre  
Alexandre aime sa partenaire Alexandrine mais aussi Robin
- Alexandrine n'aime que son partenaire Alexandre  
Robin n'aime que sa partenaire Floriane
- Miguel aime Floriane qui aime Alexandre qui aime Alexandrine
- Aucune femme n'aime une autre femme
- Alexandre, Robin et Floriane forme un triangle amoureux et Miguel aime Floriane
- Personne ne s'aime soi-même

**Il paraît qu'un des hommes serait en fait le frère caché d'Alex. Prouver à l'aide des séquents que soit il y a une relation incestueuse, soit Miguel n'est pas amoureux de Floriane.**

Après avoir mis sous forme logique, on va faire le calcul du haut vers le bas pour des questions de lisibilité.

frere(x, y) : vérifie si x et y sont frères

$\exists x, \text{homme}(x) \wedge \text{frere}(x, \text{Alex}) \vdash \text{aime}(\text{Alex}, x) \vee \text{aime}(x, \text{Alex}) \vee \neg \text{aime}(\text{Miguel}, \text{Floriane})$	( $\exists$ )
$\text{homme}(x) \wedge \text{frere}(x, \text{Alex}) \vdash \text{aime}(\text{Alex}, x) \vee \text{aime}(x, \text{Alex}) \vee \neg \text{aime}(\text{Miguel}, \text{Floriane})$	( $\wedge$ )
$\text{homme}(x), \text{frere}(x, \text{Alex}) \vdash \text{aime}(\text{Alex}, x) \vee \text{aime}(x, \text{Alex}) \vee \neg \text{aime}(\text{Miguel}, \text{Floriane})$	( $\vee$ )
$\text{homme}(x), \text{frere}(x, \text{Alex}) \vdash \text{aime}(\text{Alex}, x), \text{aime}(x, \text{Alex}), \neg \text{aime}(\text{Miguel}, \text{Floriane})$	( $\neg$ )
$\text{homme}(x), \text{frere}(x, \text{Alex}), \text{aime}(\text{Miguel}, \text{Floriane}) \vdash \text{aime}(\text{Alex}, x), \text{aime}(x, \text{Alex})$	

On sait de source sûre qu'il existe un homme qui est le frère d'Alex donc  $\text{homme}(x) \wedge \text{frere}(x, \text{Alex})$  est toujours vrai

On a donc deux cas :

- Soit Miguel aime Floriane alors le jugement est vrai et il y a un inceste (car soit Alex aime cet homme, soit cet homme aime Alex)
- Soit Miguel n'aime pas Floriane (et il peut y avoir inceste ou pas)

Le preuve est faite.