

Giới thiệu khóa học



VietAI teaching team



Nội dung

1. Giới thiệu ML/DL
2. Giới thiệu khóa học
3. Ôn tập kiến thức toán
 - Đại số tuyến tính
 - Giải tích
 - Lý thuyết xác suất

Nội dung

1. Giới thiệu ML/DL

2. Giới thiệu khóa học

3. Ôn tập kiến thức toán

Đại số tuyến tính

Giải tích

Lý thuyết xác suất

1 Giới thiệu ML

- Machine Learning là một lĩnh vực nhỏ của Khoa Học Máy Tính
- Tạo cho máy khả năng tự học hỏi dựa trên dữ liệu đưa vào mà không cần phải được lập trình cụ thể

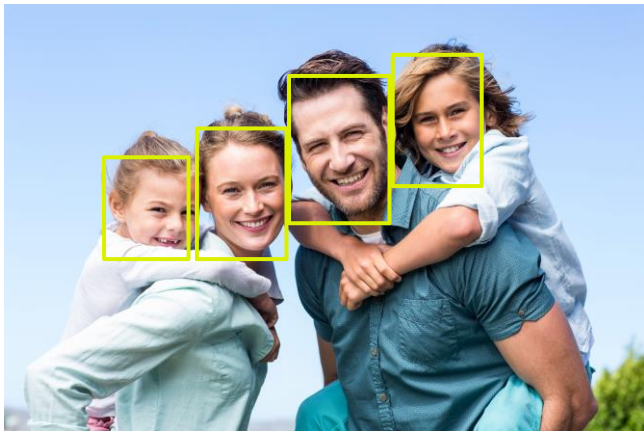
Machine learning

From Wikipedia, the free encyclopedia

For the journal, see [Machine Learning \(journal\)](#).

"Statistical learning" redirects here. For statistical learning in linguistics, see [statistical learning in language acquisition](#).

Machine learning is a subset of [artificial intelligence](#) in the field of [computer science](#) that often uses statistical techniques to give [computers](#) the ability to "learn" (i.e., progressively improve performance on a specific task) with [data](#), without being explicitly programmed.^[1]



Face detection



Face recognition

1 Giới thiệu ML



Spam email detection

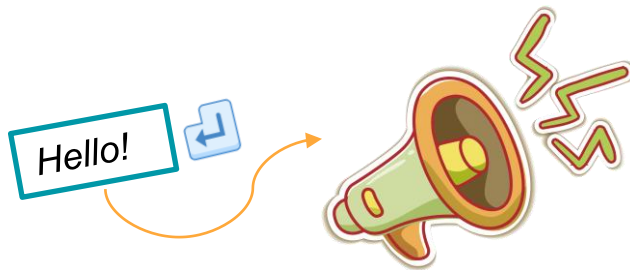


Machine translation

1 Giới thiệu ML



Speech recognition



Speech synthesis

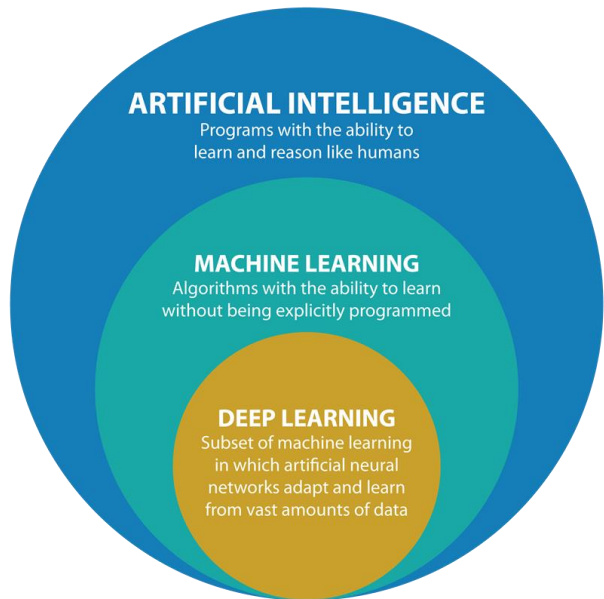
1

Giới thiệu ML

- Xử lý ngôn ngữ tự nhiên (natural language processing):
 - Text Classification
 - Machine Translation
 - Text Summarization
- Thị giác máy tính (computer vision):
 - Image Classification
 - Object Detection
- Xử lý tín hiệu âm thanh (audio signal processing)
 - Speech2Text, Text2Speech
 - Music generation

1 Giới thiệu DL

- Deep Learning là một lĩnh vực của Machine Learning
- Sử dụng mạng neuron nhiều lớp cùng biến đổi phi tuyến với mong muốn giải quyết bài toán với độ chính xác cao hơn



Source: Argility

Nội dung

1. Giới thiệu ML/DL

2. Giới thiệu khóa học

3. Ôn tập kiến thức toán

Đại số tuyến tính

Giải tích

Lý thuyết xác suất

2 Giới thiệu khóa học

- Cung cấp kiến thức cơ bản đến nâng cao về Machine Learning – Deep Learning
- Câu hỏi, bài tập thực hành nhằm củng cố và ứng dụng kiến thức
- Đề án khóa học giúp học viên áp dụng kiến thức ML/DL vào thực tế
- Thời gian dành cho khóa học: 5 giờ trên lớp và 3-4 giờ làm bài tập ở nhà

2 Giới thiệu khóa học

- Được thiết kế đơn giản về mặt kiến thức toán học
- Cần ghi chép trong quá trình học
- Dụng cụ học tập:
 - Bút viết
 - Tập vở (optional)
 - Laptop (optional)
 - Máy tính Casio (optional)
 - Smartphone (optional)
- Ủng hộ học viên đặt câu hỏi trong phạm vi khóa học
- Facebook Group: fb.com/groups/vietaicourse6

2 Giới thiệu khóa học

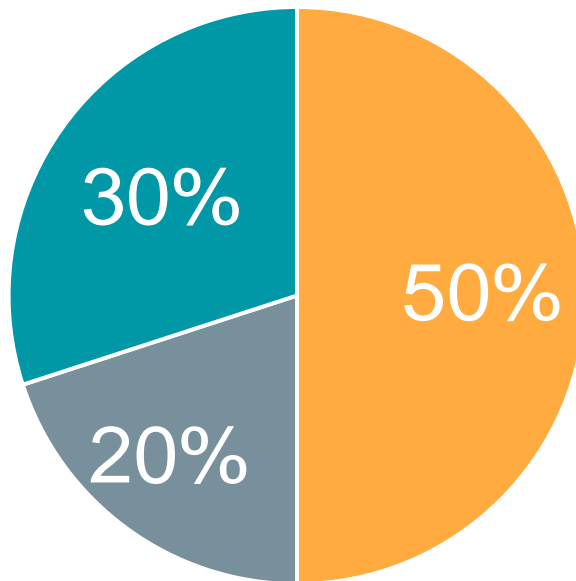
- **Tuần 1:** Tổng quan về khóa học. Ôn tập kiến thức toán học (linear algebra, probability, calculus). Lập trình Python & NumPy.
- **Tuần 2:** Giới thiệu về Machine learning và các ứng dụng trong thực tế. Giới thiệu về thư viện Tensorflow. Linear regression và Gradient Descent.
- **Tuần 3:** Logistic regression, Softmax Regression. Khái niệm về Overfitting, các phương pháp đánh giá mô hình
- **Tuần 4:** Feedforward Neural network (FNN) - thuật toán lan truyền thuận và lan truyền ngược. Những kỹ thuật liên quan đến FNN
- **Tuần 5:** Convolutional Neural Network (CNN) và một số kiến trúc thông dụng.

2 Giới thiệu khóa học

- **Tuần 6:** Ứng dụng của Neural networks trong xử lý ngôn ngữ tự nhiên. Giới thiệu về các phương pháp biểu diễn từ (word embeddings) và language modeling. Giới thiệu mô hình Recurrent Neural Network (RNN) đơn giản.
- **Tuần 7:** RNN với kiến trúc Long Short-Term Memory và Gated Recurrent Unit. Giới thiệu mô hình sequence-to-sequence với kiến trúc encoder-decoder.
- **Tuần 8:** Giới thiệu cơ chế attention cho mô hình sequence-to-sequence. Một số cải tiến của mô hình sequence-to-sequence
- **Tuần 9:** Một số chủ đề mở và nâng cao.
- **Tuần 10:** Ôn tập, tổng kết môn học. Thuyết trình về đồ án khóa học.

2

Cách tính điểm



■ Assignments ■ Quizzes ■ Tutorial + exercises

2 Đội ngũ giảng dạy

Lecturers:

Phát Hoàng
Anh Nguyễn
Bảo-Đại
Sỹ Khánh
Việt Hoàng
Hữu Thiệu
Thanh Hòa
Giang Trần

Advisors:

Thắng Lương
Tiệp Vũ

2 Một số hoạt động của VietAI



2 Một số hoạt động của VietAI





2 Một số hoạt động của VietAI



Ôn tập kiến thức toán



VietAI teaching team



Nội dung

1. Giới thiệu ML/DL
2. Giới thiệu khóa học
- 3. Ôn tập kiến thức toán**
 - Đại số tuyến tính
 - Giải tích
 - Lý thuyết xác suất

3 Đại số tuyến tính – khái niệm

- **Scalar:**

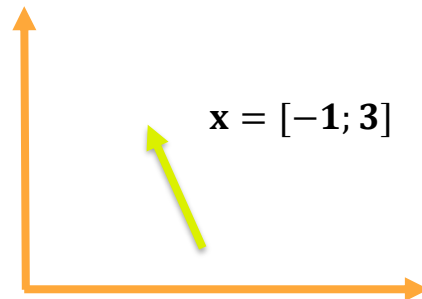
- Một số thực bất kỳ - đại lượng vô hướng
- Ký hiệu: $a \in \mathbb{R}$
- Ví dụ: $a = 1$, $M = 3.2$



- **Vector:**

- Một mảng gồm nhiều phần tử
- Mỗi phần tử là một scalar đại diện cho một chiều của vector
- Ký hiệu: $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$
- Ví dụ: $\mathbf{x} = [-1; 3]$ là một vector có số chiều $n = 2$
 $\mathbf{y} = [2; -4; 0.5; 7]$ là một vector có số chiều $n = 4$
 Ngoài ra có thể biểu diễn vector dưới dạng cột

$$\mathbf{y} = \begin{bmatrix} 2 \\ -4 \\ 0.5 \\ 7 \end{bmatrix}$$



3 Đại số tuyến tính – khái niệm

- **Ma trận (matrix):**

- Tập hợp nhiều vector, bao gồm n dòng và m cột
- Ký hiệu: $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{n \times m}$
- Ví dụ: $\mathbf{A} = \left[\begin{array}{ccc} 3 & 1 & 2 \\ 4 & -3 & 6 \end{array} \right]$

$$\underbrace{\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 4 & -3 & 6 \end{bmatrix}}_{m=3} \quad \left. \vphantom{\begin{bmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 4 & -3 & 6 \end{bmatrix}} \right\} n=2$$

- Ma trận vuông: khi $n = m$

- **Tensor:**

- Tập hợp nhiều phần tử để tạo nên không gian nhiều hơn 2 chiều
- Ký hiệu: $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{n \times m \times \dots \times k}$
- Ví dụ tensor \mathbf{B} : $\left[\begin{array}{ccc} 3 & 1 & 2 \\ 4 & -3 & 6 \end{array} \right] ; \left[\begin{array}{ccc} 4 & 2 & 0 \\ 1 & 5 & -3 \end{array} \right] \rightarrow \mathbb{R}^{2 \times 2 \times 3}$

3 Đại số tuyến tính – truy xuất

- Mỗi phần tử trong vector \mathbf{a} được ký hiệu là \mathbf{a}_i
- Giá trị đầu tiên bắt đầu từ $i = 0$
- Ví dụ:

- Cho vector $\mathbf{a} = [2; 9; -3]$. Khi đó:
$$\begin{cases} \mathbf{a}_0 = 2 \\ \mathbf{a}_1 = 9 \\ \mathbf{a}_2 = -3 \end{cases}$$

- Tương tự đối với ma trận, sử dụng ký hiệu \mathbf{A}_{ij} (i :dòng; j :cột)

$$\mathbf{A} = \begin{matrix} & \begin{matrix} 0 & 1 & 2 & 3 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 3 & 1 & -6 & 0 \\ 4 & -3 & 6 & 10 \\ -2 & 5 & 8 & -7 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

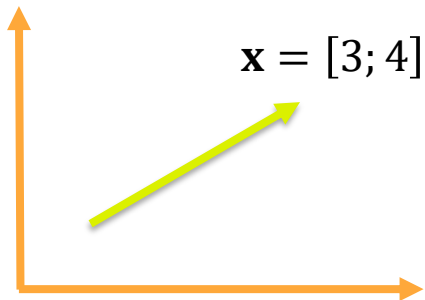
$$\mathbf{A}_{21} = 5$$

$$\mathbf{A}_{30} = ?$$

$$\mathbf{A}_{12} = ?$$

3 Đại số tuyến tính – Norm

- Norm của một vector cho ta biết “chiều dài” của vector đó
- Ví dụ:



Khi đó: Norm 2 của vector A là:

$$\|x\|_2 = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$$

$$y = [-2; 3; 5]$$

$$\|y\|_2 = \sqrt{(-2)^2 + 3^2 + 5^2} = \sqrt{38}$$

3 Đại số tuyến tính – Norm

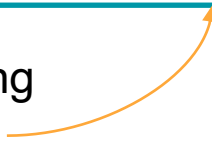
Công thức L2 Norm:
Euclidean norm

$$\|\mathbf{x}\|_2 = \sqrt{\sum_{i=0}^{n-1} x_i^2}$$

Công thức L2 Norm:
Frobenius norm

$$\|\mathbf{A}\|_F = \sqrt{\sum_{i=0}^{n-1} \sum_{j=0}^{m-1} A_{ij}^2}$$

Áp dụng
cho
ma trận A



Công thức L1 Norm:

$$\|\mathbf{x}\|_1 = \sum_{i=0}^{n-1} |x_i|$$

3 Đại số tuyến tính – biến đổi

- **Chuyển vị (Transpose):**

- Thao tác này biến các vector dòng của một ma trận thành cột hoặc ngược lại
- Ký hiệu: A^T là ma trận chuyển vị của ma trận A
- Ví dụ, cho ma trận:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 4 & -3 & 6 \end{bmatrix}$$

—————→
chuyển vị

$$\mathbf{A}^T = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 1 & -3 \\ 2 & 6 \end{bmatrix}$$

Đại số tuyến tính – bài tập ví dụ

Ví dụ 1: Cho vector x và ma trận B như sau

$$\mathbf{x} = [3; -4; 5]$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 3 & 4 & 2 \\ 4 & 1 & 6 \end{bmatrix}$$

Tính:

a) $\|\mathbf{B}\|_F$

b) $\|\mathbf{x}\|_2 + \|\mathbf{B}^T\|_F$

3 Đại số tuyến tính – phép cộng

- Cho hai ma trận **có cùng kích thước** $\mathbf{A}, \mathbf{B} \in \mathbb{R}^{n \times m}$
- Tổng của hai ma trận \mathbf{A} và \mathbf{B} , ký hiệu là $\mathbf{C} = \mathbf{A} + \mathbf{B}$ có giá trị mỗi phần tử là tổng phần tử tương ứng của \mathbf{A} và \mathbf{B}
- Ví dụ:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 3 & 4 & 2 \\ 4 & 1 & 6 \end{bmatrix} \quad \text{và} \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 8 \\ 0 & 5 & 3 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 2 & 6 & 10 \\ 4 & 6 & 9 \end{bmatrix}$$

- Công thức tổng quát:

$$C_{ij} = A_{ij} + B_{ij}$$

Đại số tuyến tính – phép nhân vector

Cho hai vector $x, y \in \mathbb{R}^n$, kết quả của phép tính sau được gọi là tích vô hướng (**inner product**) của hai vector

- Ví dụ:

$$\mathbf{x} = [1; -2; 3] \quad \text{và} \quad \mathbf{y} = [4; 6; 0]$$

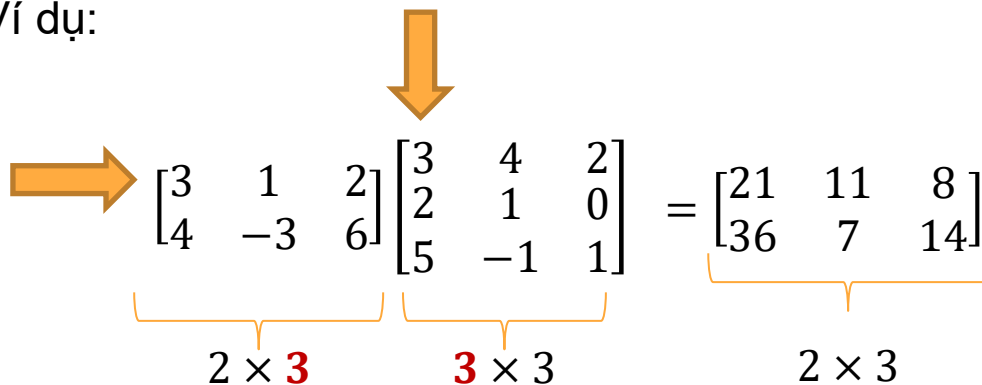
$$\text{Khi đó: } \mathbf{x} \cdot \mathbf{y} = 1.4 + (-2).6 + 3.0 = -8$$

- Công thức tổng quát:

$$\mathbf{x} \cdot \mathbf{y} = \sum_{i=0}^{n-1} x_i y_i$$

3 Đại số tuyến tính – phép nhân ma trận

- Phép nhân ma trận **A** và **B** chỉ thực hiện được khi $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{n \times m}$ và $\mathbf{B} \in \mathbb{R}^{m \times k}$
- Kết quả của $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{n \times m}$ nhân $\mathbf{B} \in \mathbb{R}^{m \times k}$ sẽ được $\mathbf{C} \in \mathbb{R}^{n \times k}$
- Ví dụ:



$$\begin{bmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 4 & -3 & 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & 4 & 2 \\ 2 & 1 & 0 \\ 5 & -1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 21 & 11 & 8 \\ 36 & 7 & 14 \end{bmatrix}$$

$2 \times 3 \quad 3 \times 3 \quad 2 \times 3$

- Công thức tổng quát:

$$C_{ij} = \sum_{k=0}^{n-1} A_{ik} B_{kj}$$

3 Đại số tuyến tính – Ma trận \times Vector

- Phép nhân ma trận \mathbf{A} và vector \mathbf{x} tương tự nhân hai ma trận, với $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{n \times m}$ và $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^m$
- Ta xem vector \mathbf{x} là một ma trận $\mathbb{R}^{m \times 1}$
- Ví dụ:

$$\underbrace{\begin{bmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 4 & -3 & 6 \end{bmatrix}}_{2 \times 3} \underbrace{\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}}_{3 \times 1} = \underbrace{\begin{bmatrix} 7 \\ 5 \end{bmatrix}}_{2 \times 1}$$

3 Đại số tuyến tính – Tính chất

- Phép nhân ma trận **không có** tính giao hoán

$$\mathbf{AB} \neq \mathbf{BA}$$

- Kết hợp:

$$\mathbf{A}(\mathbf{BC}) = (\mathbf{AB})\mathbf{C}$$

- Phân phối:

$$\mathbf{A}(\mathbf{B} + \mathbf{C}) = \mathbf{AB} + \mathbf{AC}$$

- Chuyển vị (transpose):

$$(\mathbf{A}^T)^T = \mathbf{A}$$

$$(\mathbf{AB})^T = \mathbf{B}^T \mathbf{A}^T$$

$$(\mathbf{A} + \mathbf{B})^T = \mathbf{A}^T + \mathbf{B}^T$$

3 Đại số tuyến tính – Tích hadamard

- Cho hai ma trận cùng kích thước $A, B \in \mathbb{R}^{n \times m}$
- Tích Hadamard (hay entry-wise product), được tính theo công thức:
- Ví dụ:

$$\begin{bmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 4 & -3 & 6 \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix} \circ \begin{bmatrix} 3 & 4 & 2 \\ 2 & 1 & 0 \\ 5 & -1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9 & 4 & 4 \\ 8 & -3 & 0 \\ 0 & -1 & -1 \end{bmatrix}$$

- Công thức tổng quát:

$$C_{ij} = A_{ij} \times B_{ij}$$

$$C = A \circ B$$

3 Đại số tuyến tính – Ma trận đơn vị

- **Ma trận đơn vị (Identity matrix)**

- Ma trận vuông
- Tất cả phần tử trên đường chéo chính bằng 1, còn lại bằng 0
- Ký hiệu: $\mathbf{I}_n \in \mathbb{R}^{n \times n}$
- Ví dụ, cho ma trận đơn vị:

$$\mathbf{I}_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{I}_4 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

3 Đại số tuyến tính – Ma trận đơn vị

- **Ma trận đơn vị (Identity matrix)**

- Tổng quát:

$$I_n = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 1 \end{bmatrix} \quad I_{ij} = \begin{cases} 1 & i = j \\ 0 & i \neq j \end{cases}$$

- Tính chất:

$$A \in \mathbb{R}^{m \times n} \quad AI_n = A = I_m A$$

3 Đại số tuyến tính – Ma trận nghịch đảo

- Ma trận nghịch đảo (***Inverse Matrix***) của ma trận $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ kí hiệu là $A^{-1} \in \mathbb{R}^{n \times n}$ là ma trận sao cho:

$$A^{-1}A = I_n = AA^{-1}$$

- Ví dụ:

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 7 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -7 & 2 \\ 4 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

A   A^{-1}

- Một ma trận vuông có thể không có ma trận nghịch đảo (***non-invertible*** hay ***singular***)
- Nếu nó có thì chỉ có duy nhất một ma trận nghịch đảo

3 Đại số tuyến tính – Bài tập ví dụ

- **Ví dụ 2:** Cho ba ma trận **A**, **B** và **C**

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 2 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & 2 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 3 & 4 & 2 \\ 2 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 0 & 6 & -3 \\ -1 & -7 & 5 \\ 1 & -2 & 1 \end{bmatrix}$$

- Tính **A.B** và **B.A**
- Tính **A ° C + B^T**
- Hỏi trong ba ma trận, hai ma trận nào là ma trận nghịch đảo của nhau?

Đại số tuyến tính

Outline

- Các khái niệm cơ bản
 - Scalar, Vector, Ma trận, Tensor
 - Phép tính Norm
- Ma Trận chuyển vị
- Các phép toán
 - Phép cộng
 - Phép nhân
 - Vector – Vector
 - Ma trận – Vector
 - Ma trận – Ma trận
 - Tích Hadamard
- Ma trận nghịch đảo

3 Đại số tuyến tính – Tính chất

- Phép nhân ma trận **không có** tính giao hoán

$$\mathbf{AB} \neq \mathbf{BA}$$

- Kết hợp:

$$\mathbf{A(BC)} = (\mathbf{AB})\mathbf{C}$$

- Phân phối:

$$\mathbf{A(B + C)} = \mathbf{AB + AC}$$

- Chuyển vị (transpose):

$$(\mathbf{A^T})^T = \mathbf{A}$$

$$(\mathbf{AB})^T = \mathbf{B^T A^T}$$

$$(\mathbf{A + B})^T = \mathbf{A^T + B^T}$$

3 Đại số tuyến tính – Tính chất

- Phép nhân ma trận **không có** tính giao hoán

$$\mathbf{AB} \neq \mathbf{BA}$$

- Kết hợp:

$$\mathbf{A(BC)} = (\mathbf{AB})\mathbf{C}$$

- Phân phối:

$$\mathbf{A(B + C)} = \mathbf{AB + AC}$$

- Chuyển vị (transpose):

$$(\mathbf{A^T})^T = \mathbf{A}$$

$$(\mathbf{AB})^T = \mathbf{B^T A^T}$$

$$(\mathbf{A + B})^T = \mathbf{A^T + B^T}$$

Nội dung

1. Giới thiệu ML/DL
2. Giới thiệu khóa học
- 3. Ôn tập kiến thức toán**
 - Đại số tuyến tính
 - Giải tích**
 - Lý thuyết xác suất

- **Đạo hàm (*Derivative*)** là khái niệm quan trọng trong giải tích để tìm giá trị lớn nhất (hoặc nhỏ nhất) của hàm số
- Công thức cơ bản:

$$(x^n)' = n \cdot x^{n-1}$$

$$(e^x)' = e^x$$

$$(\log x)' = \frac{1}{x}$$

$$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - v'u}{v^2}$$

$$(uv)' = u'v + v'u$$

$$[f(g(x))]' = f'(g(x))g'(x)$$

- **Đạo hàm riêng (*Partial Derivatives*)** của hàm nhiều biến f theo biến x kí hiệu là $\frac{\partial f}{\partial x}$
- Ví dụ: Cho hàm số

$$f(x, y) = x^2 + y^2 - 3xy - x + e^x + e^y$$

$$\frac{\partial f}{\partial x} = 2x - 3y - 1 + e^x$$

$$\frac{\partial f}{\partial y} = 2y - 3x + e^y$$

- Cho hàm số f , **gradient của f** là vector có n phần tử bao gồm các đạo hàm riêng của f , với n là số biến xuất hiện trong hàm số f
- Ký hiệu: ∇f
- Ví dụ: $F(x, y, z) = x + y^2 + z^3$ ($F: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$)

Khi đó:

$$\nabla F = [1; 2y; 3z^2]$$

Ví dụ 3: Cho hàm số sau:

$$f(x, y) = 2x^2 - \frac{3y}{x}$$

Hãy tìm ∇f

3 Giải tích

Outline

- Các công thức đạo hàm cơ bản
- Đạo hàm riêng
- Gradient

Nội dung

1. Giới thiệu ML/DL

2. Giới thiệu khóa học

3. Ôn tập kiến thức toán

Đại số tuyến tính

Giải tích

Lý thuyết xác suất

3 Khái niệm

- **Không gian mẫu (*Sample space*):**

- Là tập hợp bao gồm tất cả các kết quả có thể xảy ra của một phép thử
- Ký hiệu: Ω
- Ví dụ tung một đồng xu có 2 mặt, khi đó:

$$\Omega = \{\text{sấp, ngửa}\}$$

- **Sự kiện (*Event*):**

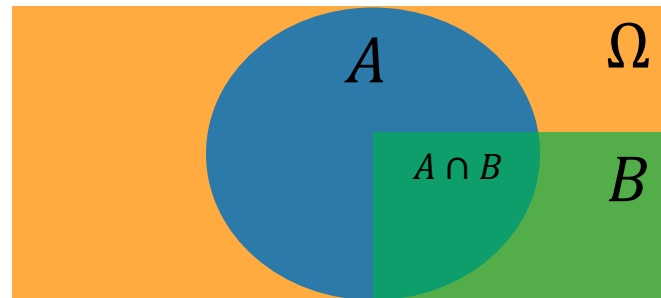
- Một tập hợp con của Ω
- Ký hiệu: chữ cái viết hoa (A, B, C,...)

- **Tiên đề xác suất (*Probability Axioms*)**

$$P(A) \geq 0$$

$$P(\Omega) = 1$$

$$\text{Nếu } A \cap B = \emptyset \text{ thì } P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$



3 Ví dụ



$$P(A) \geq 0$$

$$P(\Omega) = 1$$

Nếu $A \cap B = \emptyset$ thì $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

$$\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

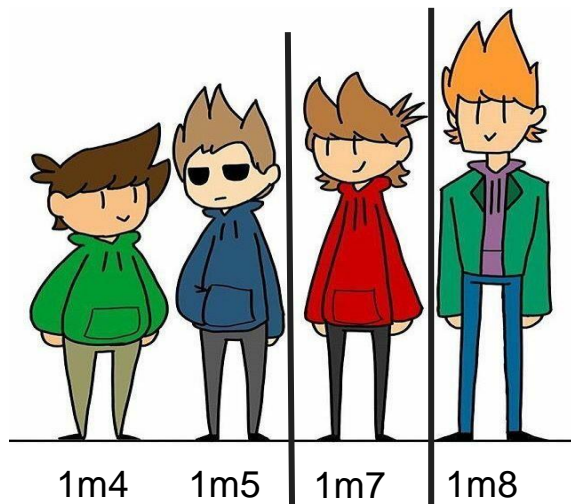
$$P(\text{mặt} = 1) = \frac{1}{6} \geq 0$$

$$P(\text{mặt} = 1 \cup \text{mặt} = 3) = P(\text{mặt} = 1) + P(\text{mặt} = 3) = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{1}{3}$$

3 Tính chất

- **Tính chất:**

- Nếu $A \subseteq B$ thì $P(A) \leq P(B)$
- $P(A \cup B) \leq P(A) + P(B)$
- Nếu A_1, \dots, A_k là các sự kiện **không giao nhau từng đôi một** và $\cup_{i=1}^k A_i = \Omega$, thì $\sum_{i=1}^k P(A_i) = 1$



A : Chọn được 1 bạn thấp hơn 1m6

$$P(A) = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

B : Chọn được 1 bạn thấp hơn 1m75

$$P(B) = \frac{3}{4}$$

$$P(A \cup B) = P(B) = \frac{3}{4} < P(A) + P(B)$$

3 Xác suất có điều kiện

Ví dụ: Một hộp gồm 8 bi trắng, 2 bi đỏ

Lần lượt bốc từng bi

Giả sử lần đầu tiên bốc được bi trắng $\xrightarrow{\text{yellow arrow}} B$

Xác định xác suất lần thứ hai bốc được bi đỏ.. $\xrightarrow{\text{orange arrow}} A$

$$P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)}$$

$$\rightarrow P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)} = \frac{\frac{8}{10} \cdot \frac{2}{9}}{\frac{8}{10}} = \frac{2}{9}$$

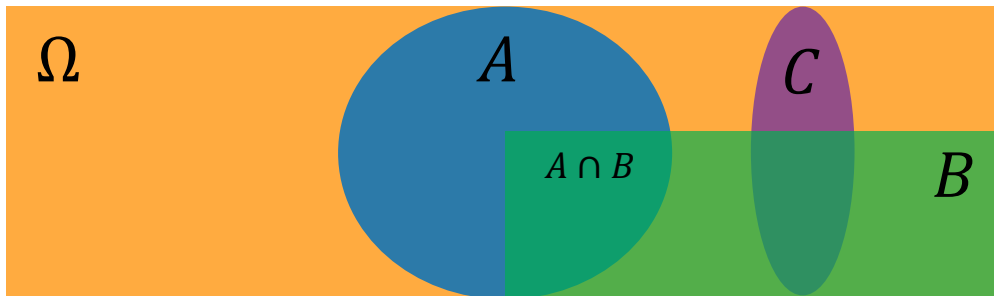
3 Tính chất

Tính chất của xác suất có điều kiện:

- $P(A|B) \geq 0$
- $P(\Omega|B) = 1$
- Nếu $A \cap C = \emptyset$ thì $P(A \cup C|B) = P(A|B) + P(C|B)$

Công thức nhân xác suất:

- $P(AB) = P(B).P(A|B) = P(A).P(B|A)$
- $P(A_1 A_2 \dots A_n) = P(A_1). \prod_{i=2}^n P(A_i | A_1 \dots A_{i-1})$



Sự kiện độc lập

Hai sự kiện A và B được gọi là độc lập với nhau nếu:

$$P(AB) = P(A).P(B)$$

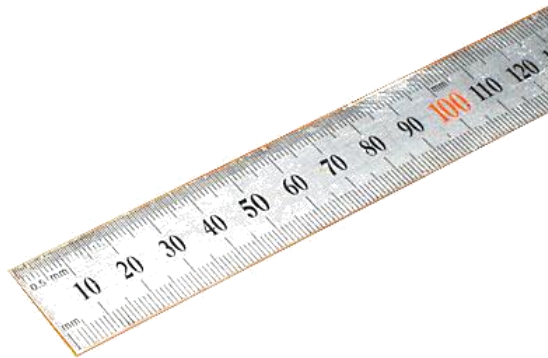
Hệ quả:

- $P(A|B) = P(A)$
- $P(B|A) = P(B)$

→ Việc A xảy không cung cấp thêm thông tin liên quan đến B và ngược lại

3 Biến ngẫu nhiên

- **Biến ngẫu nhiên (*random variable*)** gán mỗi kết quả của phép thử với một số
- Định nghĩa toán học: **biến ngẫu nhiên** là một hàm số $X : \Omega \rightarrow \mathbb{R}$
- Gồm hai loại:
 - Biến ngẫu nhiên rời rạc
 - Biến ngẫu nhiên liên tục

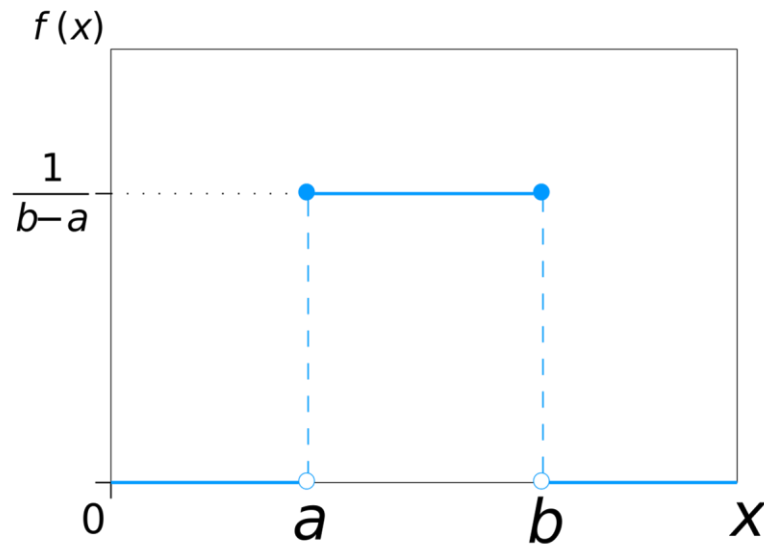


3 Phân phối xác suất

Phân phối đều

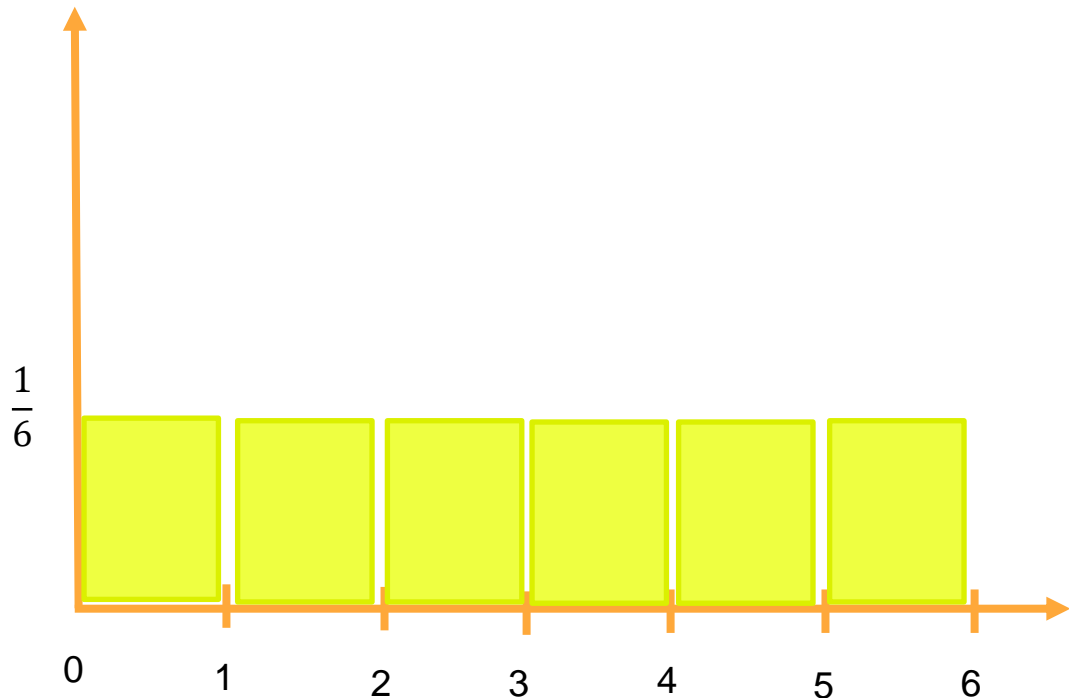
- Ký hiệu: $X \sim \text{Uniform}(a, b)$
- Định nghĩa: là phân phối sao cho xác suất như nhau tại mọi giá trị trong khoảng từ a đến b

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{b-a} & x \in [a, b] \\ 0 & x \notin [a, b] \end{cases}$$



3 Phân phối xác suất

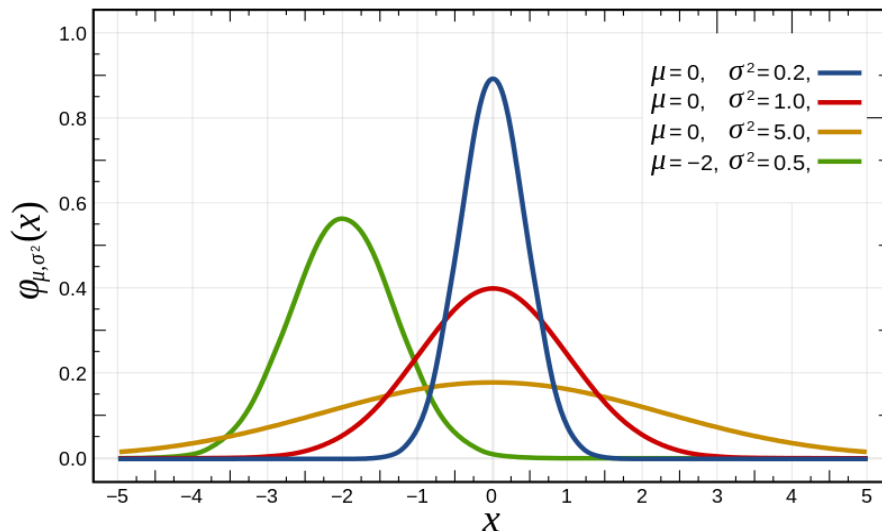
- Ví dụ:



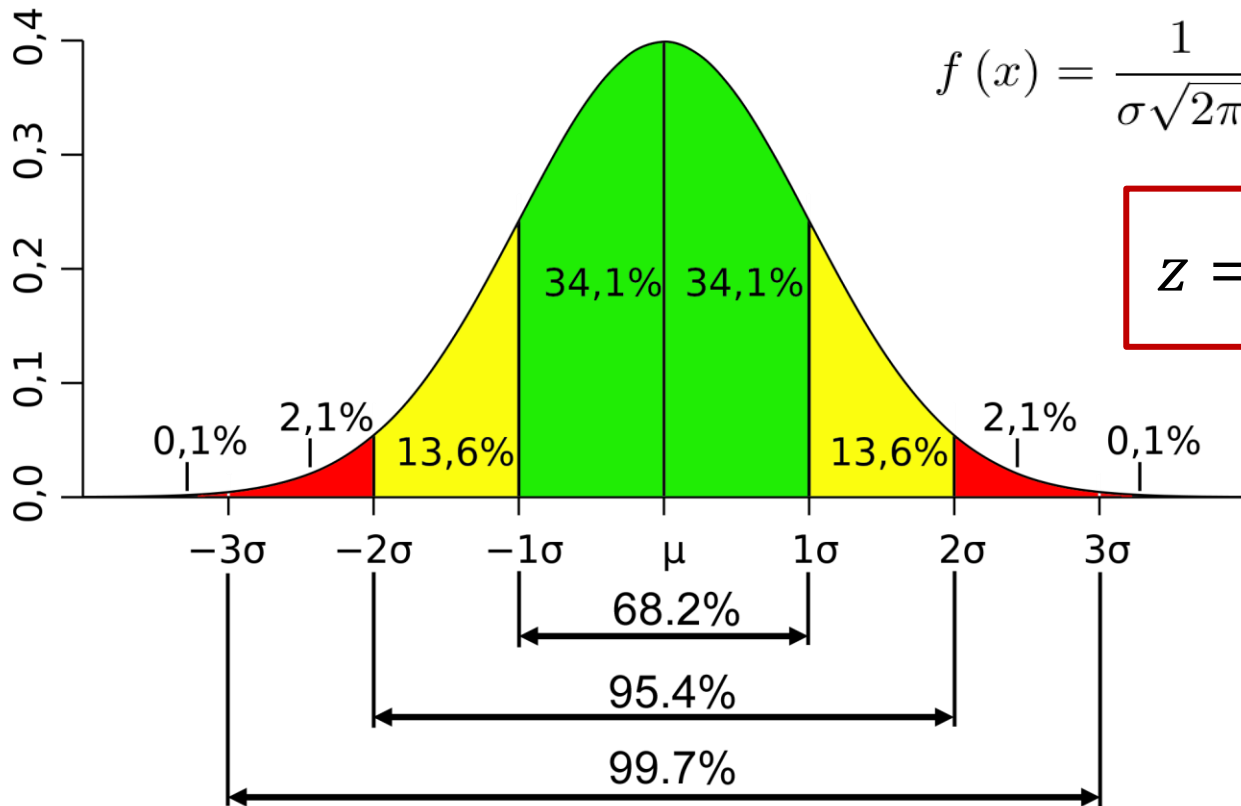
Phân phối chuẩn

- Ký hiệu: $X \sim Normal(\mu, \sigma^2)$
- Còn được gọi là phân phối Gauss (Gaussian distribution)

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$



3 Phân phối xác suất



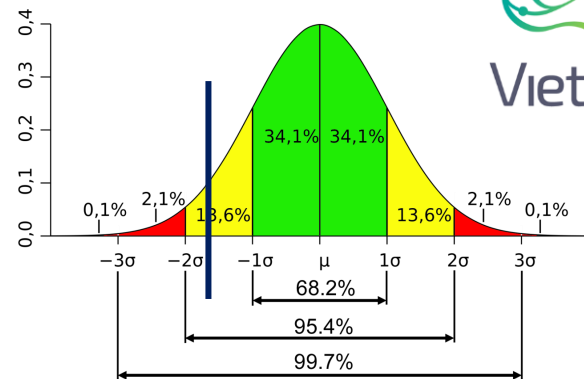
$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

$$z = \frac{x - \mu}{\sigma}$$

3 Ví dụ

Chiều cao trung bình μ của các bạn học viên lớp VietAI ML Foundation (class 5) là 65 inches với độ lệch chuẩn σ là 3 inches.

Hỏi xác suất để chọn ngẫu nhiên một bạn sao cho bạn đó có chiều cao ≤ 60 inches là bao nhiêu?



$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

$$Z = \frac{x - \mu}{\sigma}$$

$$Z = \frac{60 - 65}{3} \approx -1.7$$

Tra bảng:

$$P(X \leq 60) = 0.0446$$

Tài liệu tham khảo

1. [3Blue1Brown channel – Grant Sanderson](#)
2. *Linear algebra review* – CS229 - Stanford University
<http://cs229.stanford.edu/section/cs229-linalg.pdf>
3. Paul's Online Math Notes - <http://tutorial.math.lamar.edu/>



Bài tập về nhà

Bài 1: Thực hiện các phép tính sau:

$$(a) \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} 3 \\ -2 \end{bmatrix}$$

$$(b) \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} 4 \\ -3 \\ 2 \end{bmatrix}$$

$$(c) \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 3 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ -2 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$(d) \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{bmatrix}$$

$$(e) \begin{bmatrix} -2 & 3 & 1 \\ 0 & 4 & -1 \\ -3 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{bmatrix}$$

$$(f) \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 0 \\ 1 & 3 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$(g) \begin{bmatrix} 2 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 0 \\ 1 & 3 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Bài tập về nhà

Bài 2: Cài đặt Python 3.7 thông qua Anaconda Distribution

Link: <https://www.anaconda.com/download/>

(highly recommended for Windows)

← → ↻ anaconda.com/products/individual ☆ 198 Incogni...

Anaconda Installers

Windows

Python 3.7

64-Bit Graphical Installer (466 MB)

32-Bit Graphical Installer (423 MB)

Python 2.7

64-Bit Graphical Installer (413 MB)

32-Bit Graphical Installer (356 MB)

MacOS

Python 3.7

64-Bit Graphical Installer (442)

64-Bit Command Line Installer (430 MB)

Python 2.7

64-Bit Graphical Installer (637 MB)

64-Bit Command Line Installer (409 MB)

Linux

Python 3.7

64-Bit (x86) Installer (522 MB)

64-Bit (Power8 and Power9) Installer (276 MB)

Python 2.7

64-Bit (x86) Installer (477 MB)

64-Bit (Power8 and Power9) Installer (295 MB)