

# Elements d'Algorithmique

## CMTD1: Introduction

---

Université de Paris, IRIF



INSTITUT  
DE RECHERCHE  
EN INFORMATIQUE  
FONDAMENTALE





# Organisation de l'UE

- Responsable de l'UE : Enrica Duchi `duchi@irif.fr`
- 12 séances de Cours-TD de 2h30 chacune. Une pause la semaine du 1er novembre.
- Modalités de contrôle des connaissances : 3 contrôles en cours de 1h en début du cours-td, 2 devoirs maison notés. Un rattrapage pour la session 2.
  - Note DM =  $\frac{DM1 + DM2}{2}$
  - Note session1 =  $\frac{CC1 + CC2 + CC3 + DM}{4}$
  - Note session2 =  $\max(E, \frac{CC1 + CC2 + E + DM}{4})$ , où E est le rattrapage en session 2.



- CC1 : semaine du 11 octobre
- CC2 : semaine du 15 novembre
- CC2 : semaine du 13 décembre
- devoir maison à déposer sur Moodle chaque semaine : deux DM pris au hasard sont notés (un sur les premières 6 séances, l'autre sur les 6 dernières).  
Il est donc important de rendre les devoirs maison ! Vous avez une semaine pour les déposer sur Moodle.

# Moodle, plateforme d'enseignements

# Moodle, plateforme d'enseignements

- Se connecter : <https://moodle.u-paris.fr>
- S'inscrire : IF13Y020 Eléments d'algorithmique 1.
- S'inscrire dans son propre groupe avec la clef EA3groupe:i, où i est le numéro de votre groupe.
- Deposer un DM sur moodle chaque semaine dans le dépôt de votre groupe.





- Algorithmique (conception, preuve, complexité)
- Programmation :
  - Installer java sur sa machine.
  - Programmer en ligne <https://pythontutor.com/java.html>

## Qu'est-ce qu'un *algorithme*?

**Un algorithme est une suite finie d'instructions qui prend des données en entrée et donne un résultat en sortie.**

À l'origine il y a un problème à résoudre. Par exemple :

**Problème : Faire un gâteau  
au chocolat.**

**Problème : Trouver le minimum  
entre deux entiers.**

# Qu'est-ce qu'un *algorithme* ?

Un algorithme est une suite finie d'instructions qui prend des données en entrée et donne un résultat en sortie.

À l'origine il y a un problème à résoudre. Par exemple :

**Problème : Faire un gâteau au chocolat.**

- **Données en entrée** : les ingrédients du gâteau.
- **Algorithme** : la recette du gâteau.
- **Sortie** : le gâteau au chocolat !

**Problème : Trouver le minimum entre deux entiers.**

- **Données en entrée** : 2 entiers **i** et **j**.
- **Algorithme** :
  - 1: **si** ( $i > j$ ) **alors**  $\text{min} = j$
  - 2: **sinon**  $\text{min} = i$
- **Sortie** : la valeur **min**.

# Qu'est-ce qu'un *algorithme*?

**Problème :** Trouver le minimum entre deux entiers.

# Qu'est-ce qu'un *algorithme*?

**Problème :** Trouver le minimum entre deux entiers.

- **Données en entrée :** 2 entiers **i** et **j**.
- **Algorithme :**
  - 1: **si** ( $i > j$ ) **alors**  $\text{min} = j$
  - 2: **sinon**  $\text{min} = i$
- **Sortie :** la valeur **min**.
- Une **instance** d'un problème est un ensemble de données sur lesquelles nous allons exécuter notre algorithme. Par exemple  $i=1$ ,  $j=3$  est une instance du problème de recherche d'un minimum entre deux entiers.

# Qu'est-ce qu'un *algorithme*?

**Problème :** Trouver le minimum entre deux entiers.

- **Données en entrée :** 2 entiers **i** et **j**.
- **Algorithme :**
  - 1: **si** ( $i > j$ ) **alors**  $\text{min} = j$
  - 2: **sinon**  $\text{min} = i$
- **Sortie :** la valeur **min**.
- Une **instance** d'un problème est un ensemble de données sur lesquelles nous allons exécuter notre algorithme. Par exemple  $i=1$ ,  $j=3$  est une instance du problème de recherche d'un minimum entre deux entiers.
- Un algorithme est **correct** s'il donne la bonne solution pour chaque instance d'un problème.

# Écriture d'un algorithme

# Écriture d'un algorithme

- Écriture en pseudo-code. À utiliser en cours ou en CC.
- Écriture en java. À utiliser pour les devoirs maisons à rendre chaque semaine mais aussi en cours ou en CC pour qui le souhaite.



# Efficacité d'un algorithme

# Efficacité d'un algorithme

- Complexité en temps de l'algorithme

# Efficacité d'un algorithme

- **Complexité en temps de l'algorithme**
  - compter le nombre d'opérations élémentaires effectuées lors de l'exécution de l'algorithme

- **Complexité en temps de l'algorithme**

- compter le nombre d'opérations élémentaires effectuées lors de l'exécution de l'algorithme
- pour avoir une bonne complexité il faut bien choisir les structures de données utilisées

# Efficacité d'un algorithme

- **Complexité en temps de l'algorithme**

- compter le nombre d'opérations élémentaires effectuées lors de l'exécution de l'algorithme
- pour avoir une bonne complexité il faut bien choisir les structures de données utilisées

- **Complexité en espace de l'algorithme**

# Efficacité d'un algorithme

- **Complexité en temps de l'algorithme**

- compter le nombre d'opérations élémentaires effectuées lors de l'exécution de l'algorithme
- pour avoir une bonne complexité il faut bien choisir les structures de données utilisées

- **Complexité en espace de l'algorithme**

- mesurer la place mémoire maximale occupée durant l'exécution

# Efficacité d'un algorithme

- **Complexité en temps de l'algorithme**

- compter le nombre d'opérations élémentaires effectuées lors de l'exécution de l'algorithme
- pour avoir une bonne complexité il faut bien choisir les structures de données utilisées

- **Complexité en espace de l'algorithme**

- mesurer la place mémoire maximale occupée durant l'exécution
- là encore, il faut bien choisir les structures de données utilisées

# Efficacité d'un algorithme

- **Complexité en temps de l'algorithme**

- compter le nombre d'opérations élémentaires effectuées lors de l'exécution de l'algorithme
- pour avoir une bonne complexité il faut bien choisir les structures de données utilisées

- **Complexité en espace de l'algorithme**

- mesurer la place mémoire maximale occupée durant l'exécution
- là encore, il faut bien choisir les structures de données utilisées

**Nous allons nous concentrer sur la complexité en temps de l'algorithme.**



# Analyse de la complexité en temps pour la recherche d'un minimum dans un tableau

pseudocode	java
<p><b>Entrée :</b> tableau de <math>n</math> entiers <math>tab</math></p> <p>1: <b>fonction</b> RECHERCHEMIN(<math>tab</math>)</p> <p>2:     <math>n \leftarrow \text{tab}[0]</math></p> <p>3:     <b>pour</b> <math>i \leftarrow 0</math> à <math>n - 1</math> <b>faire</b></p> <p>4:         <b>si</b> <math>\text{min} &gt; \text{tab}[i]</math> <b>alors</b></p> <p>5:             <math>\text{min} \leftarrow \text{tab}[i]</math></p> <p>       <b>retourne</b> min</p>	<pre>public static int min (int [] tab){     int min=tab[0];     for (int i=1; i&lt;=tab.length-1; i++){         if (min &gt; tab[i]) {             min=tab[i];         }     }     return min; }</pre>

Quelles sont les opérations élémentaires ?

# Analyse de la complexité en temps pour la recherche d'un minimum dans un tableau

pseudocode	java
<p><b>Entrée :</b> tableau de <math>n</math> entiers <math>tab</math></p> <p>1: <b>fonction</b> RECHERCHEMIN(<math>tab</math>)</p> <p>2:     <math>n \leftarrow \text{tab}[0]</math></p> <p>3:     <b>pour</b> <math>i \leftarrow 0</math> à <math>n - 1</math> <b>faire</b></p> <p>4:         <b>si</b> <math>\text{min} &gt; \text{tab}[i]</math> <b>alors</b></p> <p>5:             <math>\text{min} \leftarrow \text{tab}[i]</math></p> <p>       <b>retourne</b> min</p>	<pre>public static int min (int [] tab){     int min=tab[0];     for (int i=1; i&lt;=tab.length-1; i++){         if (min &gt; tab[i]) {             min=tab[i];         }     }     return min; }</pre>

**Quelles sont les opérations élémentaires ?**

- assignations :  $\text{min}=\text{tab}[0]$ ,  $\text{min}=\text{tab}[i]$
- comparaisons :  $\text{min}>\text{tab}[i]$
- L'accès à un élément  $\text{tab}[i]$  d'un tableau se fait en temps constant.

# Recherche d'un élément dans un tableau

pseudocode	java
<p><b>Entrée :</b> tableau de <math>n</math> entiers <i>tab</i></p> <p><b>Entrée :</b> un entiers <i>el</i></p> <p>1: <b>fonction</b> RECHERCHEELEM(<i>tab</i>)</p> <p>2:     <b>pour</b> <math>i \leftarrow 0</math> à <math>n - 1</math> <b>faire</b></p> <p>3:         <b>si</b> <math>el == tab[i]</math> <b>alors retourne</b> <math>i</math></p> <p>          <b>retourne</b> -1</p>	<pre>public static int rec (int [] tab, int el){     for (int i=0; i&lt;=tab.length-1; i++) {         if (el==tab[i]) {             return i;}         }     }     return -1; }</pre>

## Quelles sont les opérations élémentaires ?

- comparaisons :  $el == tab[i]$

## Quelle est la complexité en temps de cet algorithme ?

Dans le cas où l'élément recherché est à la fin du tableau, nous allons faire  $n$  opérations élémentaires, donc la complexité est linéaire dans le pire cas.

# Pourquoi on s'intéresse à la complexité en temps ?

La complexité en temps permet de comprendre si un algorithme peut servir pour de grandes taille de données :

$n$	20	40	60	100	300
$n^2$	$\frac{1}{2500}$ ms	$\frac{1}{625}$ ms	$\frac{1}{278}$ ms	$\frac{1}{100}$ ms	$\frac{1}{11}$ ms
$n^5$	3 ms	$\frac{1}{10}$ s	$\frac{78}{100}$ s	10 s	40,5 min
$2^n$	1 ms	18,3 min	36,5 années	$4 \cdot 10^{11}$ siècles	...
$n^n$	$3,3 \cdot 10^7$ siècles	...			

← taille de la donnée

↑  
nombres d'opérations élémentaires

Pour terminer

- Il existe des algorithmes pour lesquels nous ne connaissons pas de solutions efficaces.  
Exemple : le problème du voyageur de commerce.
- Il existe des problèmes qu'on ne sait pas résoudre avec un algorithme. Exemple : Le problème de l'arrêt : peut-on écrire un algorithme A qui pour tout algorithme B et toute instance I détermine si B s'arrête pour la donnée I ?  
La réponse est non, c'est un problème **indécidable**.