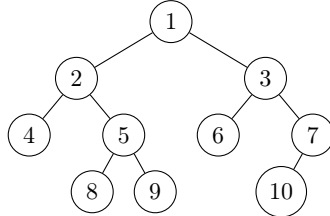


EA4 – Éléments d’algorithmique

TD n° 8 : arbres binaires de recherche

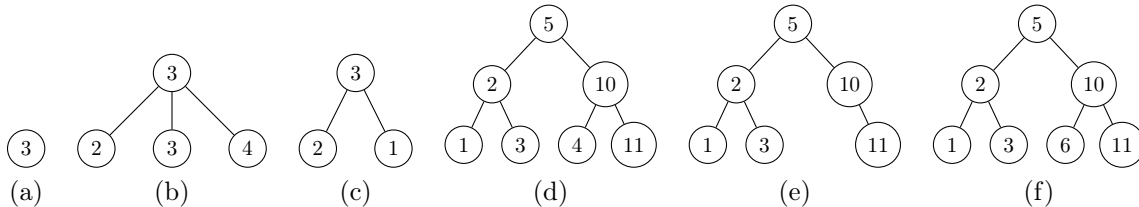
Exercice 1 : parcours d’arbres binaires

1. Vérifier que les sommets de l’arbre ci-dessous sont étiquetés dans l’ordre d’un parcours en largeur.
2. Lister les sommets de l’arbre binaire ci-dessous selon les ordres préfixe, infixe et suffixe.



Exercice 2 : arbres binaires de recherche

1. Parmi les arbres ci-dessous, lesquels sont des ABR ? Justifier.



2. Dessiner des ABR de toutes les hauteurs possibles pour l’ensemble de clés $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$.
3. Combien y a-t-il d’ABR d’une forme donnée pour un ensemble de n valeurs fixées ?
4. Donner un algorithme de complexité linéaire en la taille de l’arbre qui teste si un arbre binaire est un arbre binaire de recherche.
5. À partir de l’arbre vide, insérer successivement les nœuds d’étiquette 5, 9, 4, 2, 7, 1, 6, 3, et 8 en appliquant l’algorithme d’insertion dans un ABR vu en cours.

Exercice 3 : manipulation d’insertions

1. Dessiner les trois ABR obtenus par insertion successive pour les différents ordres suivants :
 - 1, 9, 8, 2, 3, 7, 6, 4, 5
 - 4, 2, 1, 3, 6, 5, 8, 7, 9
 - 4, 1, 2, 3, 8, 6, 5, 7, 9
2. Proposer, si possible, d’autres ordres menant aux mêmes ABR.
3. Pour chacun des ABR, dénombrer les ordres possibles.
4. On appelle arbre binaire *parfait* un arbre binaire dont toutes les feuilles sont à la profondeur maximale – autrement dit, tous ses niveaux sont entièrement remplis. Donner une équation de récurrence pour $N(h)$, le nombre d’ordres possibles pour l’ABR parfait de hauteur h .

Exercice 4 : recherche dans un ABR

Indiquer à quelle(s) suite(s) d’entiers $a_1 \rightarrow a_2 \rightarrow \dots$ un entier x pourrait-il être comparé ($x \leq a_1$, puis $x \leq a_2$, puis etc) lors de la recherche de ce x dans un ABR.

- ☐ 600 \rightarrow 299 \rightarrow 475 \rightarrow 388 \rightarrow 430 \rightarrow 399 \rightarrow 395 \rightarrow 401
- ☐ 237 \rightarrow 266 \rightarrow 245 \rightarrow 244 \rightarrow 239 \rightarrow 242 \rightarrow 243 \rightarrow 241
- ☐ 500 \rightarrow 590 \rightarrow 536 \rightarrow 569 \rightarrow 583 \rightarrow 586 \rightarrow 585 \rightarrow 584
- ☐ 478 \rightarrow 140 \rightarrow 259 \rightarrow 453 \rightarrow 375 \rightarrow 272 \rightarrow 271 \rightarrow 273
- ☐ 276 \rightarrow 655 \rightarrow 801 \rightarrow 875 \rightarrow 816 \rightarrow 811 \rightarrow 814 \rightarrow 812