



Mathématiques discrètes

Projet : Posets et extensions linéaires

Consignes Le but du projet est de présenter une application dans laquelle les mathématiques discrètes jouent un rôle fondamental.

Le rendu final du projet consistera en un article destiné au grand public au format pdf de 800-1000 mots plus une annexe numérique, qui pourra contenir par exemple une démonstration interactive, une vidéo explicative et/ou des graphiques générés par code écrit par vous-même ; cette annexe sera rendue sous la forme d'un lien vers un dépôt en ligne. La forme exacte et la technologie utilisée pour l'annexe peut varier et est donc laissée au libre choix des étudiants. L'article et son annexe seront jugés non seulement sur le contenu mais aussi sur la clarté de la présentation, la qualité de rédaction, et la créativité.

Contenu Le sujet détaille quelques points à développer mais ceux-ci sont proposés comme point de départ de votre travail. Vous êtes encouragés à développer d'autres pistes en lien avec les mathématiques discrètes. De même, la bibliographie conseillée est un point de départ. Vous pouvez vous appuyer sur d'autres sources sur lesquelles vous porterez un œil critique et que vous prendrez soin de citer correctement.

Charte de bonne conduite Lisez attentivement la charte de bonne conduite. Portez une attention particulière à citer toutes vos sources, y compris les exemples et les images que vous utiliserez. L'équipe pédagogique sera très attentive à cet aspect lors de la correction.

Calendrier Consultez la page Moodle du cours pour les dates des principales étapes du projet.

Bref descriptif du sujet

Lors de l'exécution d'un calcul, certaines parties du calcul peuvent s'effectuer de manière indépendante alors que d'autres dépendent profondément les unes des autres. Ainsi, lors du calcul de

$$(1 + 3) * 5 - (16/4),$$

les calculs des éléments à gauche et à droite de la différence peuvent s'effectuer de manière indépendante alors que l'on a besoin du résultat de ces deux calculs pour calculer la différence finale. L'exécution du calcul doit donc s'effectuer selon un ordre de priorité qui n'est pas total : cet ordre forme un *ensemble partiellement ordonné* ou *poset* (représenté sur la figure ??). Cependant, si l'on veut faire calculer cette formule à un processeur, il faut lui donner une liste d'instructions : on aura donc plusieurs choix sur la façon de procéder.

Le but du projet est de comprendre les notions d'*ensemble partiellement ordonné* (appelé aussi *poset*, pour *partially ordered set*) et d'extensions linéaires d'un poset.

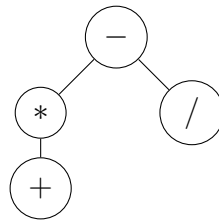


FIGURE 1 – Représentation graphique du poset des opérations à effectuer

Bibliographie conseillée

- <https://www.cs.rutgers.edu/~elgammal/classes/cs205/chapt76.pdf>
- Rosen, Discrete Mathematics and its applications (section 9.6)
- (**) Stanley, Enumerative combinatorics vol. 1 (Proposition 3.5.2 p257 et suivant, définition $J(P)$ p 246)
- <http://igm.univ-mlv.fr/~biane/cartes.pdf>

Pistes de développement

1. Écrire un programme qui prend en entrée un poset et renvoie une extension linéaire possible du poset (Tri topologique - Topological Sorting). Le choix du type de données utilisé pour représenter un poset est libre.
2. Donner le nombre d'extensions linéaires associées à certains types de posets simples (avec une seule chaîne $a < a_1 < \dots < a_n$, avec deux chaînes $a < a_1 < \dots < a_n$ et $a < b_1 < \dots < b_p, \dots$).
3. (Optionnel) Lien avec le battage de cartes.