



Mathématiques discrètes

Projet : Rotation dans les ABR

Consignes Le but du projet est de présenter une application dans laquelle les mathématiques discrètes jouent un rôle fondamental.

Le rendu final du projet consistera en un article destiné au grand public au format pdf de 800-1000 mots plus une annexe numérique, qui pourra contenir par exemple une démonstration interactive, une vidéo explicative et/ou des graphiques générés par code écrit par vous-même ; cette annexe sera rendue sous la forme d'un lien vers un dépôt en ligne. La forme exacte et la technologie utilisée pour l'annexe peut varier et est donc laissée au libre choix des étudiants. L'article et son annexe seront jugés non seulement sur le contenu mais aussi sur la clarté de la présentation, la qualité de rédaction, et la créativité.

Contenu Le sujet détaille quelques points à développer mais ceux-ci sont proposés comme point de départ de votre travail. Vous êtes encouragés à développer d'autres pistes en lien avec les mathématiques discrètes. De même, la bibliographie conseillée est un point de départ. Vous pouvez vous appuyer sur d'autres sources sur lesquelles vous porterez un œil critique et que vous prendrez soin de citer correctement.

Charte de bonne conduite Lisez attentivement la charte de bonne conduite. Portez une attention particulière à citer toutes vos sources, y compris les exemples et les images que vous utiliserez. L'équipe pédagogique sera très attentive à cet aspect lors de la correction.

Calendrier Consultez la page Moodle du cours pour les dates des principales étapes du projet.

Bref descriptif du sujet

Un ABR (pour Arbre Binaire de Recherche) est une structure combinatoire classique, utilisé notamment dans certains algorithmes de tri. C'est un arbre binaire dont les noeuds sont étiquetés par des entiers et qui ont au plus un sous-arbre gauche dont toutes les étiquettes sont plus petites que celles de la racine, et un sous-arbre droit dont toutes les étiquettes sont plus grandes que la racine.

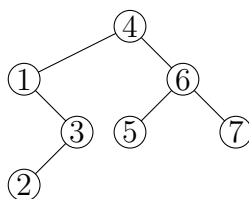


FIGURE 1 – Un ABR

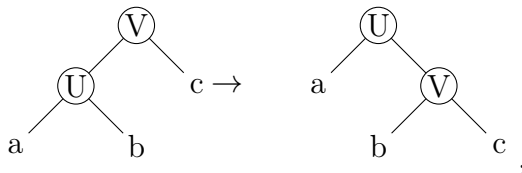
Un ABR peut être déséquilibré (c'est le cas notamment s'il n'y a que des sous-arbres gauches). Dans ce cas, l'insertion d'un sommet et sa suppression sont potentiellement très coûteux si celui-ci est situé loin dans l'arbre. Il vaut donc mieux que l'arbre soit équilibré avec une différence entre la valeur absolue du nombre de sommets à gauche et du nombre de sommets à droite la plus faible possible. Pour ce faire, il existe une manipulation sur les arbres binaires, appelée *rotation* qui permet de rééquilibrer un arbre. Le but de ce projet est l'étude de cette opération.

Bibliographie conseillée

- https://en.wikipedia.org/wiki/Tree_rotation
- <https://users.cs.duke.edu/~reif/courses/alglectures/skiena.lectures/lecture10.pdf>

Pistes de développement

1. Est-ce que tout ABR peut être transformé en un peigne droit à l'aide de rotation ?
2. Partant du peigne gauche et n'effectuant que des rotations de type



quel est le nombre maximum de rotations que l'on pourra effectuer ? Cette question peut être résolue de manière théorique ou empirique (à l'aide d'un algorithme)

3. Quel est le nombre minimal de rotations à effectuer pour transformer un peigne droit en peigne gauche ?
4. Quelle est la hauteur d'un ABR équilibré ?