



# Mathématiques discrètes

## Projet : Jeu de la vie unidimensionnel

**Consignes** Le but du projet est de présenter une application dans laquelle les mathématiques discrètes jouent un rôle fondamental.

Le rendu final du projet consistera en un article destiné au grand public au format pdf de 800-1000 mots plus une annexe numérique, qui pourra contenir par exemple une démonstration interactive, une vidéo explicative et/ou des graphiques générés par code écrit par vous-même ; cette annexe sera rendue sous la forme d'un lien vers un dépôt en ligne. La forme exacte et la technologie utilisée pour l'annexe peut varier et est donc laissée au libre choix des étudiants. L'article et son annexe seront jugés non seulement sur le contenu mais aussi sur la clarté de la présentation, la qualité de rédaction, et la créativité.

**Contenu** Le sujet détaille quelques points à développer mais ceux-ci sont proposés comme point de départ de votre travail. Vous êtes encouragés à développer d'autres pistes en lien avec les mathématiques discrètes. De même, la bibliographie conseillée est un point de départ. Vous pouvez vous appuyer sur d'autres sources sur lesquelles vous porterez un œil critique et que vous prendrez soin de citer correctement.

**Charte de bonne conduite** Lisez attentivement la charte de bonne conduite. Portez une attention particulière à citer toutes vos sources, y compris les exemples et les images que vous utiliserez. L'équipe pédagogique sera très attentive à cet aspect lors de la correction.

**Calendrier** Consultez la page Moodle du cours pour les dates des principales étapes du projet.

## Bref descriptif du sujet

On considère une variante simple du *jeu de la vie* de Conway.

Les *configurations du jeu* sont les séquences binaires circulaires, dont on appelle les 1 *cellules vivantes* et les 0 *cellules mortes*. Vu que l'on considère des séquences circulaires, chaque cellule possède *exactement* deux cellules voisines.

On se donne la règle d'évolution suivante :

- une cellule vivante meurt si et seulement si au moins une de ses deux voisines est vivante.
- une cellule morte naît si et seulement si exactement une de ses deux voisines est vivante.

## Bibliographie conseillée

- [https://fr.wikipedia.org/wiki/Automate\\_cellulaire](https://fr.wikipedia.org/wiki/Automate_cellulaire)
- [https://fr.wikipedia.org/wiki/Jeu\\_de\\_la\\_vie](https://fr.wikipedia.org/wiki/Jeu_de_la_vie)

## Pistes de développement

- Écrire un programme qui, à partir d'une configuration initiale donnée, engendre les configurations suivantes, jusqu'à la détection d'un cycle.
- Caractériser les configurations *stables*, celles qui ne sont pas modifiées par application de la règle d'évolution.
- La règle d'évolution peut être décrite par la fonction  $e : \{0, 1\}^3 \rightarrow \{0, 1\}$  qui donne l'état suivant de la cellule centrale (0 pour morte, 1 pour vivante) en fonction des états précédents de cette cellule et de ses deux voisines. Par exemple  $e(0, 1, 1) = 0$  et  $e(0, 0, 1) = 1$ . Il existe donc  $2^8$  variantes possibles de ce jeu de la vie unidimensionnel, que vous pouvez explorer.
- Une configuration est *catastrophique* si la configuration qui la suit ne contient que des cellules mortes. Trouver, en fonction de  $n$ , le nombre de configurations catastrophiques de taille  $n$ .