Mathématiques discrètes
Projet : Le jeux de Marienbad

Consignes Le but du projet est de présenter une application dans laquelle les mathématiques discrètes jouent un rôle fondamental.

Le rendu final du projet consistera en un article destiné au grand public au format pdf de 800-1000 mots plus une annexe numérique, qui pourra contenir par exemple une démonstration interactive, une vidéo explicative et/ou des graphiques générés par code écrit par vous-même ; cette annexe sera rendue sous la forme d'un lien vers un dépôt en ligne. La forme exacte et la technologie utilisée pour l'annexe peut varier et est donc laissé au libre choix des étudiants. L'article et son annexe seront jugés non seulement sur le contenu mais aussi sur la clarté de la présentation, la qualité de rédaction, et la créativité.

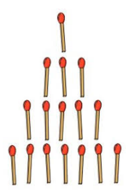
Contenu Le sujet détaille quelques points à développer mais ceux-ci sont proposés comme point de départ de votre travail. Vous êtes encouragés à développer d'autres pistes en lien avec les mathématiques discrètes. De même, la bibliographie conseillée est un point de départ. Vous pouvez vous appuyer sur d'autres sources sur lesquelles vous porterez un œil critique et que vous prendrez soin de citer correctement.

Charte de bonne conduite Lisez attentivement la charte de bonne conduite. Portez une attention particulière à citer toutes vos sources, y compris les exemples et les images que vous utiliserez. L'équipe pédagogique sera très attentive à cet aspect lors de la correction.

Calendrier Consultez la page Moodle du cours pour les dates des principales étapes du projet.

Bref descriptif du sujet

Le *jeu de Marienbad* appartient à la famille des *jeux de Nim*, et plus largement à celle des *jeux combinatoires*. Une position du jeu est une séquence de nombre naturels, et chacun des deux joueurs, à son tour, choisit un nombre positif de la position et le décremente à souhait. Par exemple, les positions atteignables à partir de $[1, 2, 0]$ sont $[0, 2, 0]$, $[1, 1, 0]$ et $[1, 0, 0]$. Le joueur qui ne peut plus jouer, car la séquence ne contient plus que des 0, a perdu. La position initiale est $[1, 3, 5, 7]$.



Bibliographie conseillée

- https://fr.wikipedia.org/wiki/Jeu_de_Marienbad
- https://fr.wikipedia.org/wiki/Jeux_de_Nim
- https://perso.liris.cnrs.fr/eric.duchene/articles/coursCGT.pdf
- https://fr.wikipedia.org/wiki/Théorème_de_Sprague-Grundy

Pistes de développement

1. Présenter les jeux combinatoires. Introduire le jeu de Marienbad, montrer quelques exemples de positions gagnantes et perdantes.
2. Montrer qu'une position p est gagnante si et seulement si sa *somme nim*, définie comme le `xor` bit à bit des représentations binaires des entiers dans p n'est pas nulle. Par exemple, la position $[1, 3, 5, 7]$ est perdante car $001 \oplus 011 \oplus 101 \oplus 111 = 000$.
3. Écrire un programme qui joue au jeu de Marienbad en utilisant la stratégie optimale.
4. Définir la notion de *nimber* d'une position et énoncer le thèorème de Sprague-Grundy pour les jeux combinatoires.