



Mathématiques discrètes

Projet : Cliques

Consignes Le but du projet est de présenter une application dans laquelle les mathématiques discrètes jouent un rôle fondamental.

Le rendu final du projet consistera en un article destiné au grand public au format pdf de 800-1000 mots plus une annexe numérique, qui pourra contenir par exemple une démonstration interactive, une vidéo explicative et/ou des graphiques générés par code écrit par vous-même ; cette annexe sera rendue sous la forme d'un lien vers un dépôt en ligne. La forme exacte et la technologie utilisée pour l'annexe peut varier et est donc laissée au libre choix des étudiants. L'article et son annexe seront jugés non seulement sur le contenu mais aussi sur la clarté de la présentation, la qualité de rédaction, et la créativité.

Contenu Le sujet détaille quelques points à développer mais ceux-ci sont proposés comme point de départ de votre travail. Vous êtes encouragés à développer d'autres pistes en lien avec les mathématiques discrètes. De même, la bibliographie conseillée est un point de départ. Vous pouvez vous appuyer sur d'autres sources sur lesquelles vous porterez un œil critique et que vous prendrez soin de citer correctement.

Charte de bonne conduite Lisez attentivement la charte de bonne conduite. Portez une attention particulière à citer toutes vos sources, y compris les exemples et les images que vous utiliserez. L'équipe pédagogique sera très attentive à cet aspect lors de la correction.

Calendrier Consultez la page Moodle du cours pour les dates des principales étapes du projet.

Bref descriptif du sujet

Si $G = (V, E)$ est un graphe, une *clique* de G est un ensemble de sommets $C \subseteq V$ tel que, pour tout $u, v \in C$, $\{u, v\} \in E$.

Beaucoup d'applications, résultats et problèmes ouverts en mathématiques et en informatique sont liés à la notion de clique.

Bibliographie conseillée

- https://fr.wikipedia.org/wiki/Problème_de_la_clique
- <https://arxiv.org/pdf/1808.07102.pdf>
- https://fr.wikipedia.org/wiki/Théorème_de_Ramsey

Pistes de développement

1. Concevoir et mettre en oeuvre un algorithme pour engendrer les cliques de taille maximale d'un graphe donné, basé sur la génération exhaustive des sous-ensembles de sommets du graphe.
2. Illustrer une application, par exemple parmi celles décrites dans le deuxième article conseillé.
3. Le *nombre de Ramsey* $R(b, r)$ est le nombre de sommets qu'un graphe doit avoir pour que chaque bi-coloration (disons en bleu et rouge) de ses arêtes donne lieu soit à une clique bleu de taille b , soit à une clique rouge de taille r ¹. L'existence de $R(b, r)$ pour tout b et r découle du théorème de Ramsey, que vous pouvez illustrer.
4. Le problème (de décision) de la clique prend en entrée un graphe G et un entier k et détermine si G contient une clique de taille k . Montrer que ce problème est NP-difficile (par exemple, en décrivant une réduction du problème 3 – *SAT* à ce problème).

1. Nous avons vu en TD que $R(3, 3) = 6$, la formulation de l'exercice étant légèrement différente.