



# Mathématiques discrètes

## Projet : Les colliers combinatoires et le *Clapping music*

**Consignes** Le but du projet est de présenter une application dans laquelle les mathématiques discrètes jouent un rôle fondamental.

Le rendu final du projet consistera en un article destiné au grand public au format pdf de 800-1000 mots plus une annexe numérique, qui pourra contenir par exemple une démonstration interactive, une vidéo explicative et/ou des graphiques générés par code écrit par vous-même ; cette annexe sera rendue sous la forme d'un lien vers un dépôt en ligne. La forme exacte et la technologie utilisée pour l'annexe peut varier et est donc laissée au libre choix des étudiants. L'article et son annexe seront jugés non seulement sur le contenu mais aussi sur la clarté de la présentation, la qualité de rédaction, et la créativité.

**Contenu** Le sujet détaille quelques points à développer mais ceux-ci sont proposés comme point de départ de votre travail. Vous êtes encouragés à développer d'autres pistes en lien avec les mathématiques discrètes. De même, la bibliographie conseillée est un point de départ. Vous pouvez vous appuyer sur d'autres sources sur lesquelles vous porterez un œil critique et que vous prendrez soin de citer correctement.

**Charte de bonne conduite** Lisez attentivement la charte de bonne conduite. Portez une attention particulière à citer toutes vos sources, y compris les exemples et les images que vous utiliserez. L'équipe pédagogique sera très attentive à cet aspect lors de la correction.

**Calendrier** Consultez la page Moodle du cours pour les dates des principales étapes du projet.

## Bref descriptif du sujet

Steve Reich composa en 1972 *Clapping Music*, une oeuvre interprétée par deux personnes qui tapent des mains selon un rythme sur 12 temps : (xxx-xx-x-xx-). Après huit répétitions, une des personnes décale le motif par un temps (xx-xx-x-xx-x), et ainsi de suite. On peut l'écouter sur le lien suivant : <https://www.youtube.com/watch?v=hH1j06bMHDQ>. Ce motif a ceci de particulier que toutes les rotations du motif donne lieu à un nouveau motif. On appelle en combinatoire ce type de structure un collier apériodique. Ce type de structure rythmique est aussi présent dans de nombreuses musiques traditionnelles, notamment la musique cubaine, coréenne, et la musique d'Afrique de l'ouest.

## Bibliographie conseillée

– [https://fr.wikipedia.org/wiki/Collier\\_\(combinatoire\)](https://fr.wikipedia.org/wiki/Collier_(combinatoire))

- <https://web.archive.org/web/20061002130346/http://www.theory.csc.uvic.ca/~cos/inf/neck/NecklaceInfo.html>
- Clapping Music : a Combinatorial Problem <https://www.jstor.org/stable/2686645>
- The Euclidean Algorithm Generates Traditional Musical Rhythms <http://cgm.cs.mcgill.ca/~godfried/publications/banff-extended.pdf>

## Pistes de développement

1. Présenter les caractéristiques du rythme proposé par Steve Reich.
2. Expliquer les mots de Lyndon et en quoi compter les mots de Lyndon comptent les rythmes apériodiques comme celui de Reich.
3. Donner la formule qui compte les mots de Lyndon pour une longueur  $n$  donnée.
4. Illustrer avec d'autres exemples de rythmes présents dans des musiques traditionnelles.
5. Deux chaînes binaires sont équivalentes sous rotation si on peut obtenir l'une à partir de l'autre par rotation (p.ex. 1001 est équivalent à 0011, 0110, et 1100.) Implémenter un algorithme qui affiche les classes d'équivalences des chaînes binaires de longueur  $n$ , et dans chaque classe apériodique, identifie le mot de Lyndon.