



# Mathématiques discrètes

## Projet : Vote et Chemin de Dyck

**Consignes** Le but du projet est de présenter une application dans laquelle les mathématiques discrètes jouent un rôle fondamental.

Le rendu final du projet consistera en un article destiné au grand public au format pdf de 800-1000 mots plus une annexe numérique, qui pourra contenir par exemple une démonstration interactive, une vidéo explicative et/ou des graphiques générés par code écrit par vous-même ; cette annexe sera rendue sous la forme d'un lien vers un dépôt en ligne. La forme exacte et la technologie utilisée pour l'annexe peut varier et est donc laissée au libre choix des étudiants. L'article et son annexe seront jugés non seulement sur le contenu mais aussi sur la clarté de la présentation, la qualité de rédaction, et la créativité.

**Contenu** Le sujet détaille quelques points à développer mais ceux-ci sont proposés comme point de départ de votre travail. Vous êtes encouragés à développer d'autres pistes en lien avec les mathématiques discrètes. De même, la bibliographie conseillée est un point de départ. Vous pouvez vous appuyer sur d'autres sources sur lesquelles vous porterez un œil critique et que vous prendrez soin de citer correctement.

**Charte de bonne conduite** Lisez attentivement la charte de bonne conduite. Portez une attention particulière à citer toutes vos sources, y compris les exemples et les images que vous utiliserez. L'équipe pédagogique sera très attentive à cet aspect lors de la correction.

**Calendrier** Consultez la page Moodle du cours pour les dates des principales étapes du projet.

## Bref descriptif du sujet

Imaginons que lors du deuxième tour d'une élection, Alice et Bob terminent à égalité, et que pourtant Alice était en tête, tout au long du scrutin. Qu'elle est la probabilité qu'une telle situation se produise ?

Un chemin de Dyck est une structure combinatoire qui permet de répondre à cette question. Elle apparaît dans de nombreuses applications informatiques pour décrire les mots bien parenthésés, pour compter les arbres binaires,...

Le but du projet est de comprendre la notion de Chemin de Dyck, de savoir les dénombrer et de décrire la bijection avec les arbres binaires.

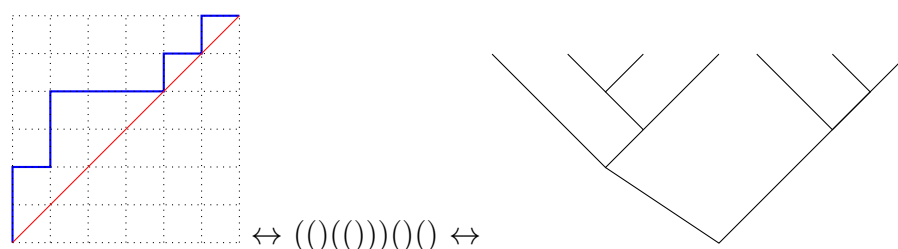


FIGURE 1 – Chemin de Dyck, mot bien parenthésé et arbre binaire associé

## Bibliographie conseillée

- [http://www.xavierviennot.org/xavier/cours\\_files/Ch2.pdf](http://www.xavierviennot.org/xavier/cours_files/Ch2.pdf) p47
- <http://www.xavierviennot.org/contscience/videos.html>
- [https://fr.wikipedia.org/wiki/Nombre\\_de\\_Catalan#Mots\\_de\\_Dyck](https://fr.wikipedia.org/wiki/Nombre_de_Catalan#Mots_de_Dyck)

## Pistes de développement

1. Définir la notion de chemin de Dyck (avec des exemples!)
2. Écrire un programme qui prend en entrée un mot bien parenthésé et dessine le chemin de Dyck qui lui est associé.
3. Écrire un programme qui génère tous les chemins de Dyck.
4. Calculer le nombre de chemin de Dyck de longueur  $n$ .
5. Établir un lien avec le problème du scrutin.