

# Algorithme de couplage

*Rappel* : un ensemble est un **couplage** si aucune arête n'est adjacente à un même nœud. C'est-à-dire qu'on a un graphe simple (non redondant).

*Explication supplémentaire* :

On part du principe que chaque nœud est initialisé à  $m=false$  et  $p=null$  car au départ le nœud ne sait pas quel voisin il va choisir.

**Variables :**

$m_i \in \{true, false\}$

$p_i \in \{null\} \cup Vois_i$

**Prédicat :**

$PM(i) \equiv \exists j \in Vois_i | p_i = j \wedge p_j = i$

**Règles** (elles s'appliquent dans l'ordre donné ici)

**R1**

$m_i \neq PM(i)$   
 $\rightarrow m_i \leftarrow PM(i)$

**R2**

$m_i = PM(i) \wedge p_i = null \wedge \exists j \in Vois_i | p_j = i$   
 $\rightarrow p_i \leftarrow j$

**R3**

$m_i = PM(i) \wedge p_i = null \wedge \forall k \in Vois_i | p_k \neq i \wedge \exists j \in Vois_i | (p_j = null \wedge j > i \wedge \neg m_j)$   
 $\rightarrow p_i \leftarrow \max\{j \in Vois_i | p_j = null \wedge j > i \wedge \neg m_j\}$

**R4**

$m_i = PM(i) \wedge p_i = j \neq null \wedge p_j \neq i \wedge (m_j \vee j \leq i)$   
 $\rightarrow p_i \leftarrow null$

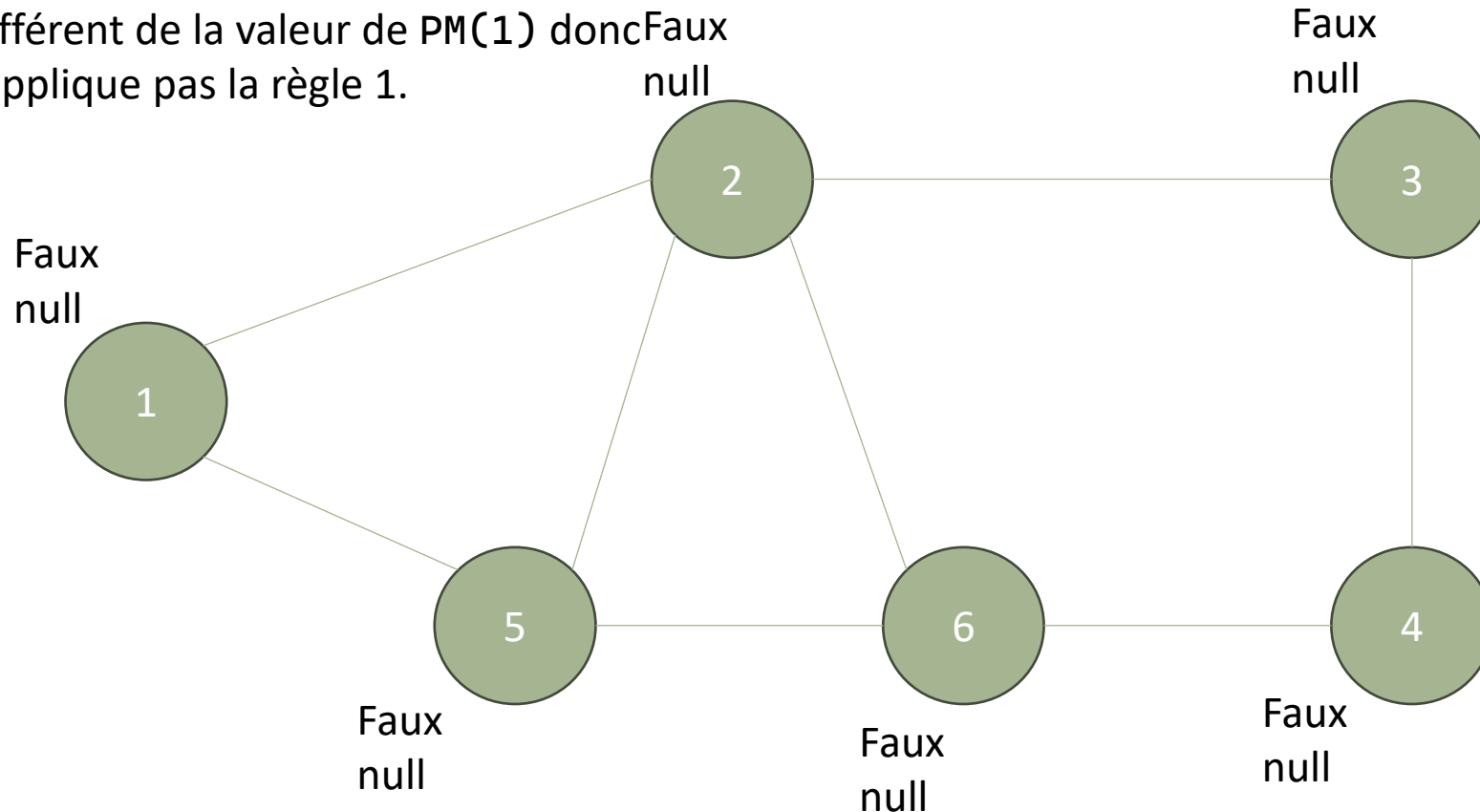
## 1- Initialisation

## 2- On applique les règles :

### Règle 1 :

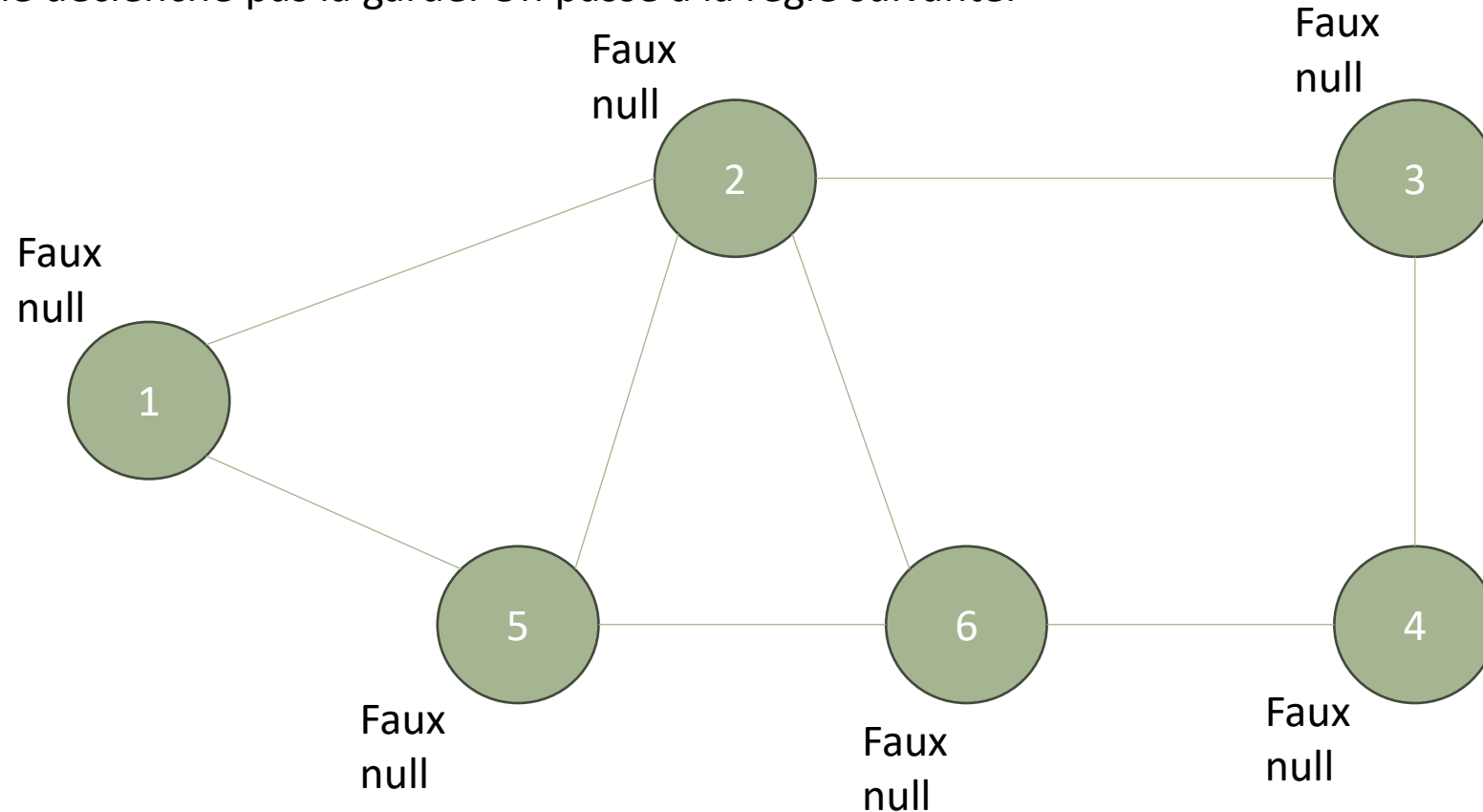
La variable  $m$  de 1 est faux ce qui n'est pas différent de la valeur de  $PM(1)$  donc Faux on n'applique pas la règle 1.

$PM(1)$  équivaut à : il existe au moins un voisin (*ici 2 ou 5*) tel que la valeur  $p$  du site 1 (*null*) soit égal à la valeur d'un de ses voisins ET que la valeur  $p$  de ce même voisin. La valeur de  $PM(1)$  est donc pour le moment faux. Aucun voisin ne correspond.



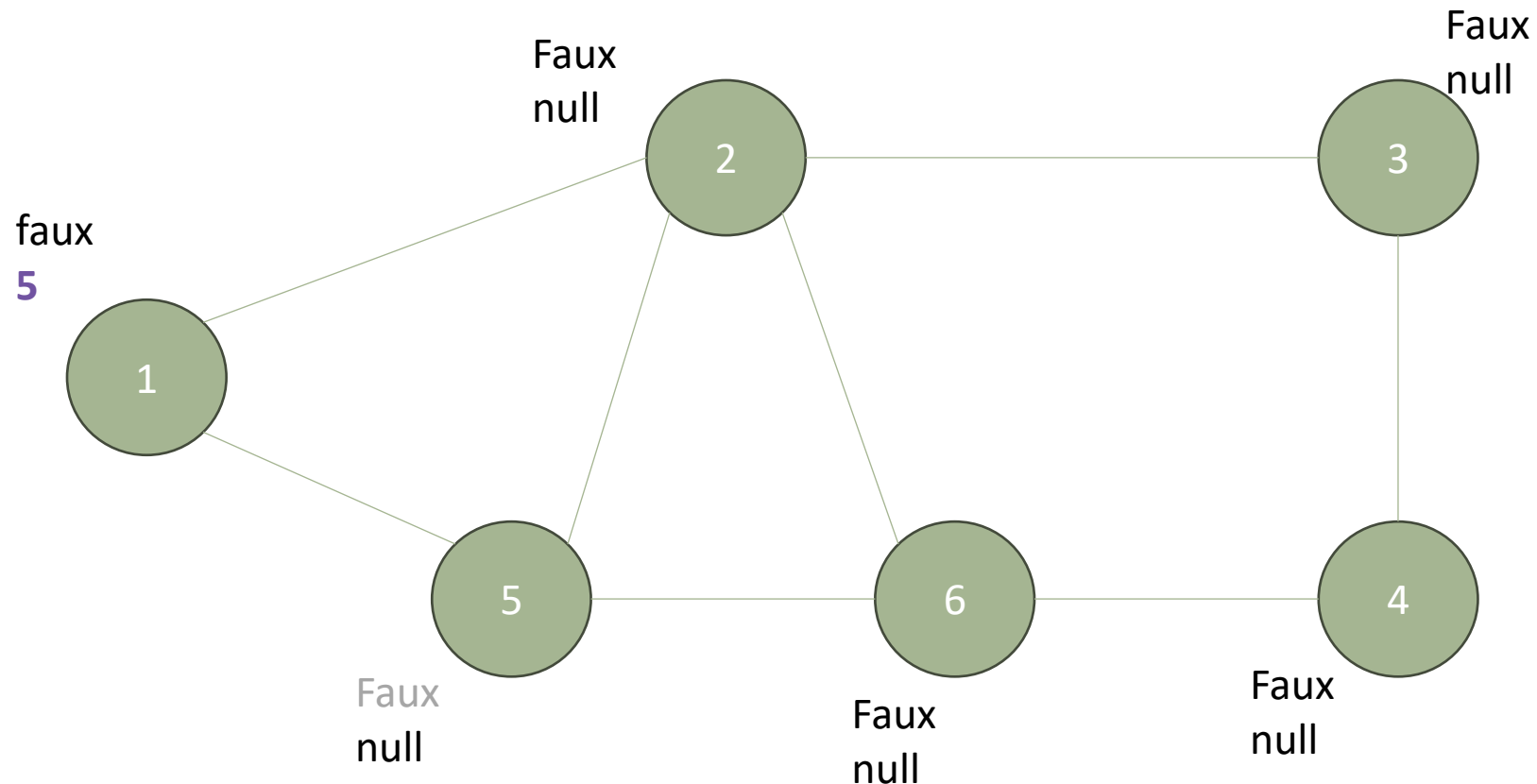
## Règle 2 :

- La valeur  $m$  du site 1 = FAUX ==  $PM(1)$  = FAUX (donc condition 1 ok) **et**
  - La valeur  $p$  du site 1 = null == null (donc condition 2 ok) **et**
  - Est-ce qu'il existe un voisin tel que sa valeur  $p$  soit égale à  $i$  ? Non. (condition 3 non vérifiée)
- Donc ça ne déclenche pas la garde. On passe à la règle suivante.



### Règle 3 :

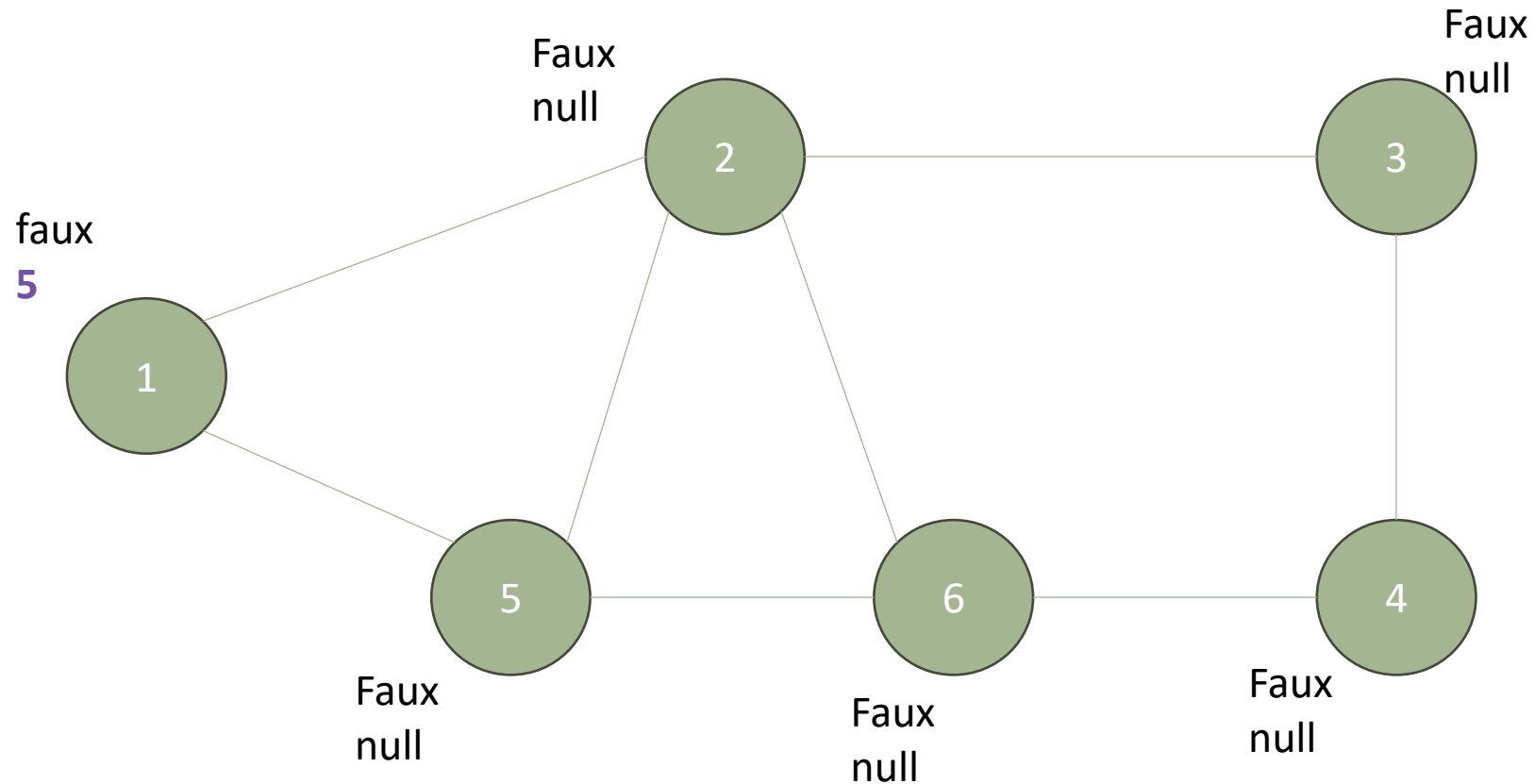
- La valeur m du site 1 = FAUX == PM(1) = FAUX (donc condition 1 ok) **et**
  - La valeur p du site 1 = null == null (donc condition 2 ok) **et**
  - Est-ce que tous les voisins ont un p différent de i ? Oui (donc condition 3 ok) **et**
  - Est-ce qu'il existe un voisin tek que son p = null et  $j > i$  et son m en négation soit vrai ? Oui (2 et 5) (donc condition 4 ok)
- Les 4 conditions sont vérifiées : ça **déclenche la garde**. Donc p du site 1 prend la valeur du plus grand des voisins qui valide la condition précédente, ici 5



#### Règle 4 :

- La valeur m du site 1 = FAUX ==  $PM(1) = FAUX$  (donc condition 1 ok) **et**
- La valeur p du site 1 est 5 ==  $j \neq \text{null}$  (donc condition 2 ok) **et**
- La valeur p de 5(j) est différente de i (donc condition 3 ok) **et**
- La valeur m de 5(j) est fausse, et  $5 > 1$  (condition non vérifiée)

Ca ne déclenche pas la garde



Même principe sur tous les sites. Il faut bien respecter l'ordre des règles.

