Envariabelanalys
Sammanfattning av definitioner och satser

Jacob Adlers

March 12, 2016

1 Funktioner

1.1 Definition

En funktion f är en regel som för varje element i en mängd, definitionsmängden av f, tilldelar ett unikt element i värdemängden av f.

1.2 Sats (Bevis sid 51)

$cos(s-t) = cos(s)cos(t) + sin(s)sin(t)$

1.3 Sats

Om $f(x)$ är både jämn och udda då är $f(x) = 0 \quad \forall x$

1.4 Sats

Om $p(x)$ är ett polynom och $p(a) = 0$ så finns det ett polynom $q(x)$ sådant att $p(x) = q(x)(x-a)$

2 Gränsvärden

2.1 Definition

Vi säger att $f(x)$ går mot $L \in \mathcal{R}$ när x går mot oändligheten ($f(x) \to L$ då $x \to \infty$ $\lim_{x\to\infty} f(x) = L$).
Det gäller om det $\forall \varepsilon > 0$ existerar ett R_ε sådant att om $x > R_\varepsilon$ så $|f(x) - L| < \varepsilon$

2.2 Definition

Vi säger att en funktion $f(x)$ går mot L då x går mot a om det $\forall \varepsilon > 0$ existerar ett $\delta_\varepsilon > 0$ sådant att $0 < |x-a| < \delta_\varepsilon$. Det medför att $|f(x) - L| < \varepsilon$

2.3 Definition

$\lim_{x\to a^+} f(x) = L$

3 Kontinuitet

3.1 Definition

Vi säger att en funktion $f(x)$ är kontinuerlig i en inre punkt c av sitt definitionsområde om $\lim_{x\to c} f(x) = f(c)$

3.2 Definition

Vi säger att $f(x)$ är vänster/(höger)-kontinuerlig i en punkt c om: $\lim_{x \to c^-} f(x) = f(c) \quad (\lim_{x \to c^+} f(x) = f(c))$

3.3 Sats

Om $f(x)$ och $g(x)$ är kontinuerliga så kommer $f(x)+g(x)$, $f(x)-g(x)$, $f(x)g(x)$ och $f(g(x))$ att vara kontinuerliga där de är definerade.

3.4 Sats

Om $f(x)$ är kontinuerlig på ett slutet och begränsat intervall $[a,b]$ då kommer det att finnas två punkter $p, q \in [a,b]$ sådant att $f(p) \leq f(x) \leq f(q) \quad \forall x \in [a,b]$

3.5 Sats om mellanliggande värden

Om $f(x)$ är kontinuerlig på $[a,b]$ och om s ligger mellan $f(a)$ och $f(b)$ då finns det ett $x \in [a,b]$ sådant att $f(x) = s$