

# Projeto Nota em Matemática no ENEM no estado de Roraima

Jadson Rodrigo

20/06/2021

## Introdução

A análise de regressão é uma técnica utilizada para quantificar uma relação entre uma variável resposta e um conjunto de uma ou mais variáveis explicativas, sendo muito utilizada para ajustamento de curvas. Neste projeto, o foco será em estimar a nota em Matemática no Enem no estado de Roraima, de acordo com variáveis como Nota em Ciências Humanas, Sexo, Idade, Cor, etc.

## Descrição do Banco de dados

Primeiramente, pode-se conhecer as variáveis do banco de dados “dados\_218405 (1).csv” através das 6 primeiras linhas do conjunto de dados.

```
## # A tibble: 6 x 16
##   UF      Idade Sexo  Cor   EstadoCivil NotaCN NotaCH NotaLC NotaMT NotaRED
##   <chr> <dbl> <chr> <chr> <chr>         <chr> <chr> <chr> <chr> <dbl>
## 1 RR      23 F    "PPI" Solteiro   496.4  547.8  551.9  314.3    560
## 2 RR      17 M    "PPI" Solteiro   424.4  566.3  490    328.4    340
## 3 RR      18 F    "PPI" Solteiro   464.2  536.5  444.1  341.9    600
## 4 RR      24 F    "PPI" Solteiro   571.9  593.5  538.8  583.6    640
## 5 RR      19 M    "PPI" Solteiro   475    565.1  454.5  351.9    560
## 6 RR      24 F    "N"x~ Solteiro   552.2  579.9  579.8  541.9    800
## # ... with 6 more variables: InstrPai <chr>, InstrMae <chr>, NPessoas <dbl>,
## #   Renda <chr>, EscolaEM <chr>, TurnoEM <chr>
```

Pode-se então dar um breve descritivo das variáveis do conjunto de dados :

**UF**=Estado de residência do aplicante, todas RR

**Idade**=Variável discreta relacionada à idade do aplicante

**Sexo**=Variável qualitativa relacionada ao sexo do aplicante, nos níveis Masculino e Feminino

**Cor** =Variável qualitativa relacionada à cor dos aplicantes, nos níveis PPI e não PPI)

**EstadoCivil** = Variável qualitativa com os níveis Solteiro ou outro

**NotaCN**=Nota em Ciências da natureza

**NotaCH** = Nota em Ciências humanas

**NotaLC** = Nota em linguagens e códigos

**NotaMT** Nota em Matemática

**NotaRED**= Nota em redação

**InstrPai**=Nível de instrução do pai, nos níveis Fundamental, Médio ou Superior

**InstrMae**=Nível de instrução da mãe, nos níveis Fundamental, Médio ou Superior)

**NPessoas**=Número de pessoas que moram na casa do aplicante

**Renda**=Renda total da família do aplicante,nos níveis 1. Até 1 SM, 2. 1 a 3 SM ,3. 3 a 5 SM,4. 5 a 10 SM,5. 10 ou mais,onde SM=Salario minimo)

**EscolaEM**=Tipo de escola que o estudante estudou,nos níveis Publica/Privada,Somente Privada,Somente Publica

**TurnoEM**=Turno ensino médio,nos níveis Parte diurno/Parte noturno,somente diurno,somente noturno)

Após conhecer as variáveis é possível conhecer as medidas sumárias das variáveis do banco de dados .

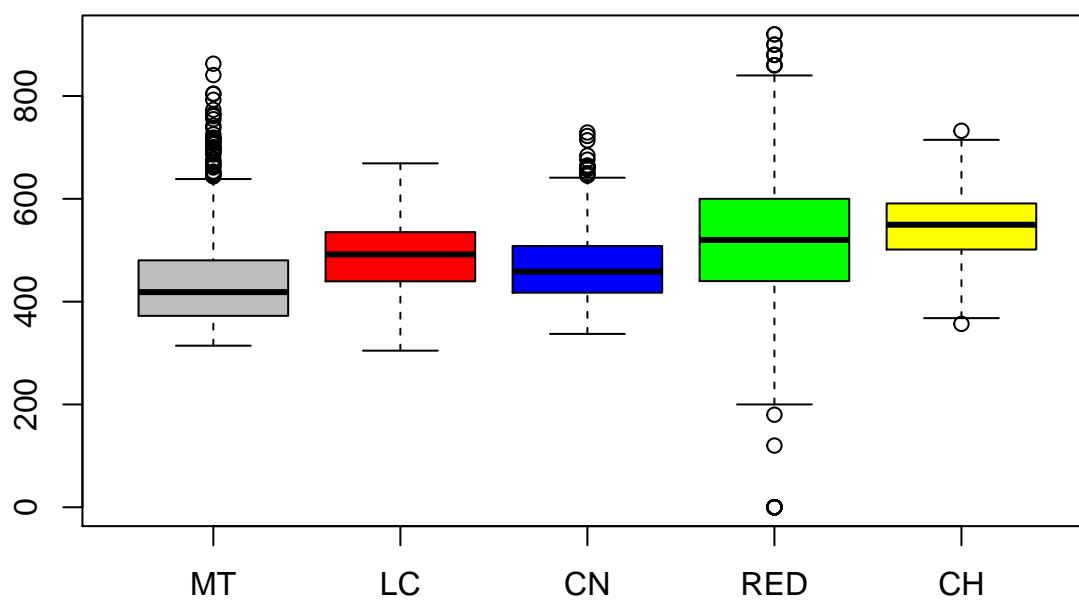
### Análise descritiva das variáveis do conjunto de dados

Após a descrição das variáveis , é possível estuda-las de uma forma mais profunda . Primeiramente , analisando as variáveis quantitativas .

##	Idade	NotaMT	NotaLC	NotaCN
##	Min. :15.00	Min. :314.3	Min. :304.6	Min. :337.2
##	1st Qu.:18.00	1st Qu.:372.4	1st Qu.:439.6	1st Qu.:417.4
##	Median :20.00	Median :418.6	Median :491.9	Median :458.4
##	Mean :22.64	Mean :438.3	Mean :486.7	Mean :466.1
##	3rd Qu.:24.00	3rd Qu.:480.3	3rd Qu.:535.2	3rd Qu.:508.3
##	Max. :66.00	Max. :862.9	Max. :669.0	Max. :729.1
##	NotaRED	NotaCH	NPessoas	
##	Min. : 0.0	Min. :356.8	Min. : 1.000	
##	1st Qu.:440.0	1st Qu.:501.4	1st Qu.: 3.000	
##	Median :520.0	Median :549.6	Median : 4.000	
##	Mean :519.7	Mean :544.9	Mean : 4.603	
##	3rd Qu.:600.0	3rd Qu.:591.0	3rd Qu.: 6.000	
##	Max. :920.0	Max. :732.4	Max. :16.000	

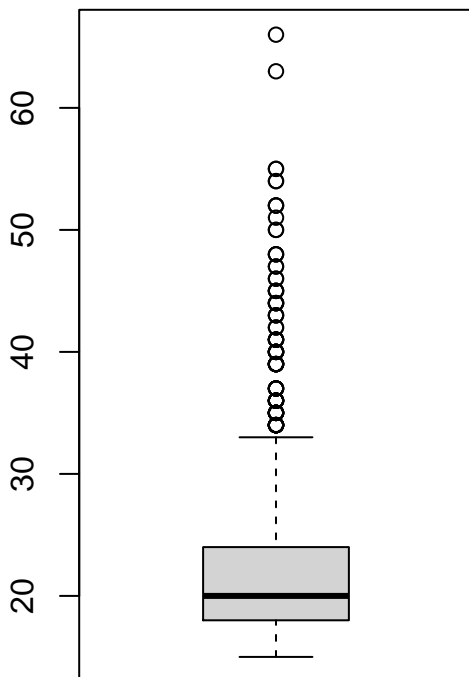
Ao se observar a tabela 1,pode-se verificar que a área que os aplicantes de Roraima vão melhor é Ciências humanas,com média 544.9 . E além disso,a área que os aplicantes vão pior é na variável resposta de estudo,Matemática,com média 438.3 . Por fim,pode-se verificar se existe outliers para as variáveis quantitativas por meio de boxplot,primeiramente construindo boxplot para as variáveis relacionadas a notas .

### Boxplot das notas nas matérias do ENEM

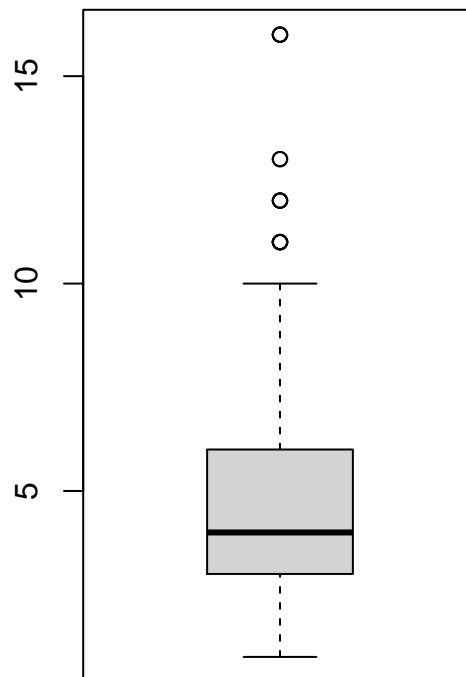


É possível construir agora boxplot para as variáveis relacionada a número de pessoas que moram na casa do aplicante, e também de idade .

**Boxplot da variável idade**

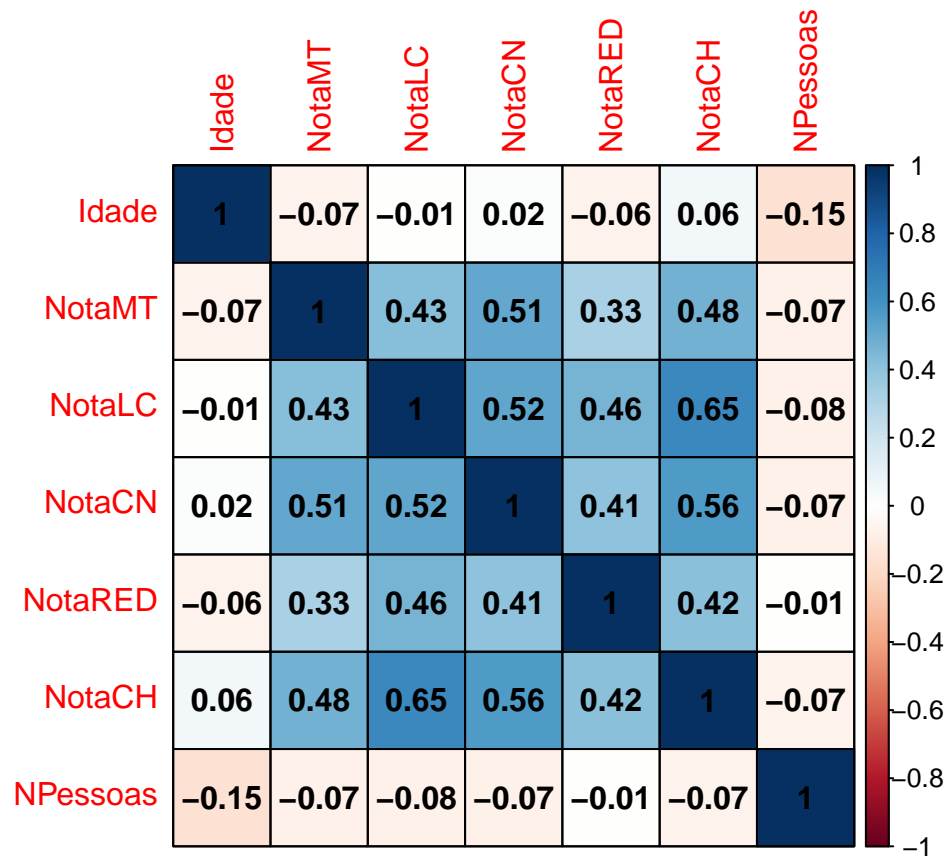


**Boxplot da variável NPessoas**



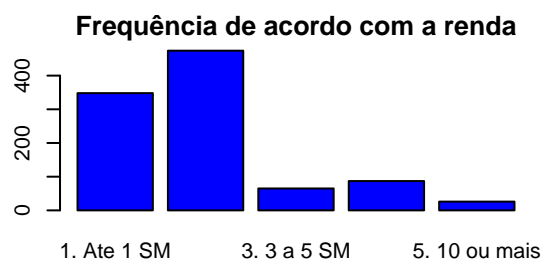
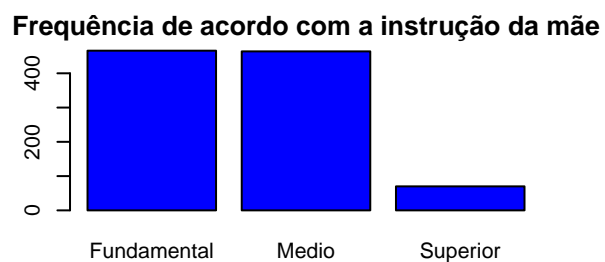
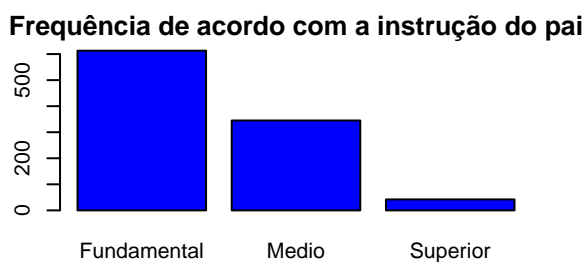
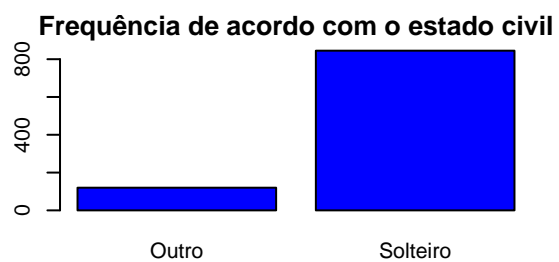
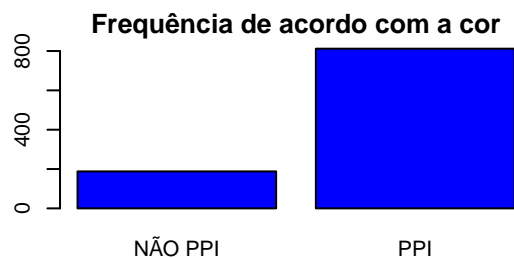
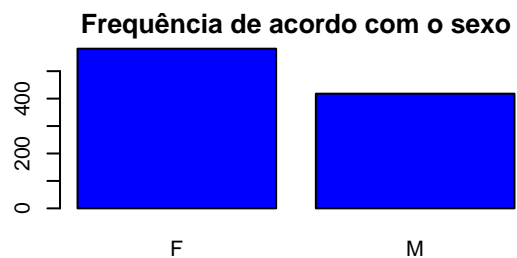
Uma possível análise que pode ser feita em relação aos boxplots é que é possível observar algumas presenças de outliers nas variáveis ,principalmente na variável NotaMT e NotaRED,porém a decisão aqui é não retirá-las,pois segundo a coluna de máximos e mínimos da Tabela 1 não há valores que fogem a regra do ENEM,isto é,as notas estão no intervalo 0-1000,e também um aplicante de 15 a 66 anos podem realizar ENEM,e é “possível” morar 16 pessoas em um casa . E retirar esses valores poderiam comprometer a predição de novas observações com esses valores .

Por fim,pode-se verificar como a variável NotaMT ,Nota em Matemática se relaciona com as outras variáveis quantitativas do conjunto de dados ,através de uma matriz de correlação .Onde uma relação de duas variáveis próxima de 1 entre duas variáveis indica uma alta relação,ou seja ,quando uma aumenta a outra também aumenta . Enquanto que um coeficiente de correlação de -1 indica o oposto,ou seja ,se uma aumenta a outra diminui . Além disso, uma correlação entre duas variáveis pode ocasionar o problema de multicolinearidade .

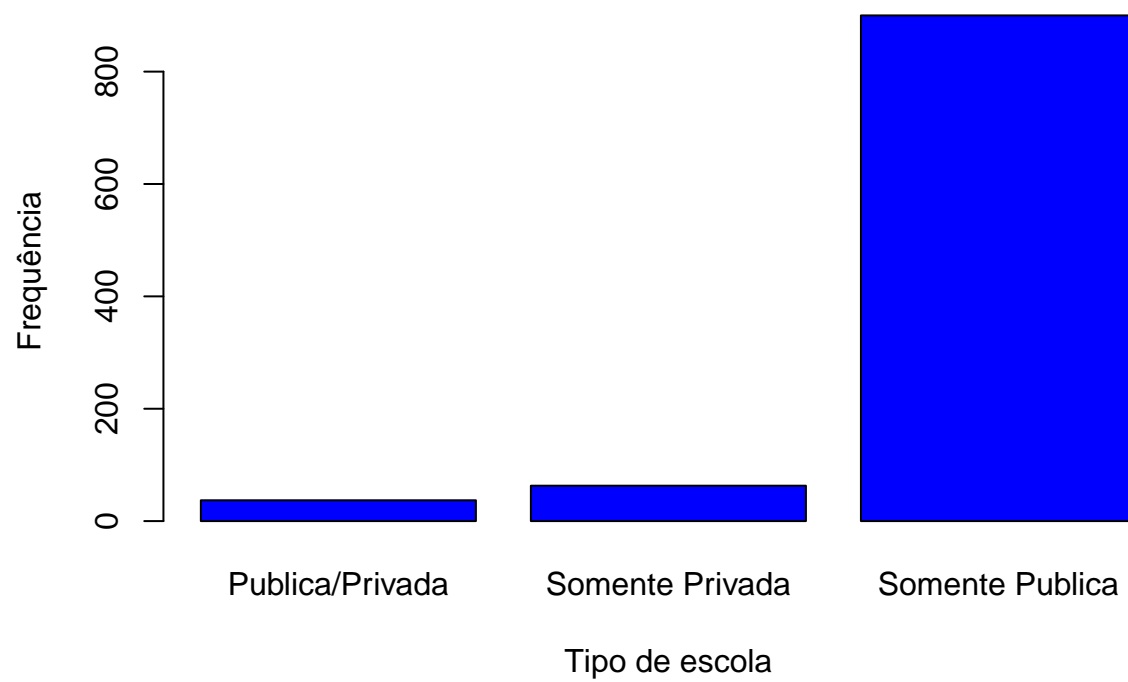


Ao se analisar a matriz, pode-se verificar que a variável NotaCN é a que mais está correlacionada com a variável NotaMT, o que faz de certa forma sentido, pois são duas matérias de exatas, e quando uma pessoa vai bem em Matemática ela normalmente vai bem em Natureza, devido a isso NotaCN provavelmente entrará no modelo. Além disso, NotaCH, NotaLC, NotaRED, tem uma correlação considerável com a variável NotaMT, o que é um indício que elas entrarão no modelo de regressão. E as variáveis idade e NPessoas têm uma correlação quase nula com a variável NotaMT, com grau de correlação de -0.07. A respeito da multicolinearidade, as variáveis apresentam entre si uma correlação máxima de 0.65, que ocorre as variáveis NotaLC e NotaCH, o que é bom para o modelo, pois evita problemas de multicolinearidade, tais como o modelo não ser único, efeitos na soma de quadrados, etc.

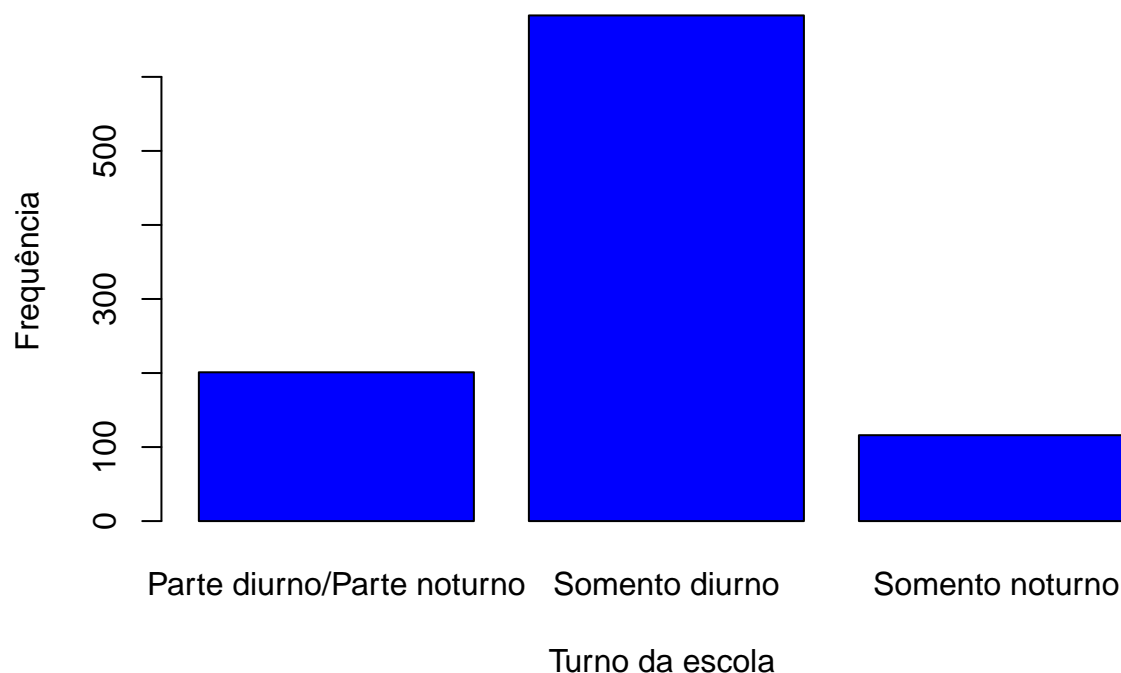
Por fim, pode-se realizar um estudo para as variáveis qualitativas do conjunto de dados, observando como os níveis estão distribuídos em cada uma das variáveis.



### Frequência de acordo com a renda



## Frequência de acordo com o turno



Dos gráficos , é possível retirar alguns insights . A maioria dos aplicantes são de escola pública,e o período em que há mais estudantes é somente diurno ,a maior parte dos aplicantes são solteiro . Outra análise a ser feita é referente a educação ao nível de instrução dos pais e das mães , onde há a predominância do nível Fundamental,principalmente no que se refere aos pais .

### Modelagem

Para a construção dos modelos para prever a nota em Matemática tem-se que criar variáveis dummies para as variáveis qualitativas ,e definir um nível de referência para elas . O nível de referência para a variável sexo é “Masculino”,para a cor é “NãoPPI”,para o estado civil é “Outro”,para instrução mãe e pai o nível de referência é “Fundamental” ,para a renda é “1. Até 1 SM”,para o tipo de escola é “Pública/Privada”,e para a variável referente ao turno é “Parte diurno/Parte noturno” .

Há seis métodos para selecionar variáveis para ajustar um modelo de Regressão ,que são AIC,PRESSp, BIC,Cp de mallow,R2 ajustado . Então,pode-se selecionar o modelo para cada critério,e verificar qual modelo se ajusta melhor utilizando o critério do MSPR,onde quando um modelo apresenta MSPR menor dos outros, é um indicio de que aquele modelo é o melhor .

Segundo o critério do AIC e PRESSp :

```
##
## Call:
## lm(formula = NotaMT ~ Idade + Cor + NotaCN + NotaCH + NotaLC +
##     Renda_5.10oumais + EscolaEM_SomentePrivada, data = dadostreino)
##
## Residuals:
##      Min       1Q   Median       3Q      Max
## -218.841  -48.948   -6.082   41.350  271.594
```



```
##
## Coefficients:
##              Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
## (Intercept)      74.59435    28.69912   2.599 0.009544 **
## Idade             -1.54498     0.39055  -3.956 8.41e-05 ***
## Cor              -17.61197     7.17106  -2.456 0.014295 *
## NotaCN             0.38949     0.05227   7.452 2.76e-13 ***
## NotaCH             0.29051     0.05775   5.031 6.24e-07 ***
## NotaLC             0.14148     0.05316   2.661 0.007961 **
## Renda_5.10oumais   64.36887    17.69366   3.638 0.000295 ***
## EscolaEM_SomentePrivada 38.83486    12.69559   3.059 0.002307 **
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
## Residual standard error: 72.42 on 692 degrees of freedom
## Multiple R-squared:  0.3931, Adjusted R-squared:  0.3869
## F-statistic: 64.03 on 7 and 692 DF,  p-value: < 2.2e-16
```

Segundo o critério do BIC :

```
##
## Call:
## lm(formula = NotaMT ~ Idade + NotaCN + NotaCH + NotaLC + Renda_5.10oumais +
##      EscolaEM_SomentePublica, data = dadostreino)
##
## Residuals:
##      Min       1Q   Median       3Q      Max
## -213.492  -47.867   -6.772   42.397  249.484
##
## Coefficients:
##              Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
## (Intercept)      89.98389    32.28666   2.787 0.005465 **
## Idade             -1.53739     0.39189  -3.923 9.61e-05 ***
## NotaCN             0.39103     0.05283   7.401 3.92e-13 ***
## NotaCH             0.29146     0.05796   5.029 6.30e-07 ***
## NotaLC             0.14918     0.05325   2.802 0.005227 **
## Renda_5.10oumais   63.39071    18.13816   3.495 0.000504 ***
## EscolaEM_SomentePublica -35.57292    11.23051  -3.168 0.001605 **
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
## Residual standard error: 72.68 on 693 degrees of freedom
## Multiple R-squared:  0.3878, Adjusted R-squared:  0.3825
## F-statistic: 73.17 on 6 and 693 DF,  p-value: < 2.2e-16
```

Segundo o critério do Cp de mallow e R ajustado :

```
##
## Call:
## lm(formula = NotaMT ~ Idade + Cor + NotaCN + NotaCH + NotaLC +
##      Renda_5.10oumais + EscolaEM_SomentePublica, data = dadostreino)
##
## Residuals:
```

```
##      Min      1Q  Median      3Q      Max
## -221.00 -49.19   -5.97   41.03  240.37
##
## Coefficients:
##              Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
## (Intercept)    111.94782    33.43880   3.348 0.000859 ***
## Idade          -1.54911     0.39056  -3.966 8.06e-05 ***
## Cor           -17.31125     7.17717  -2.412 0.016125 *
## NotaCN         0.37924     0.05288   7.172 1.90e-12 ***
## NotaCH         0.28999     0.05776   5.020 6.57e-07 ***
## NotaLC         0.14355     0.05311   2.703 0.007048 **
## Renda_5.10oumais 59.84183    18.13522   3.300 0.001017 **
## EscolaEM_SomentePublica -33.98821    11.21094  -3.032 0.002523 **
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
## Residual standard error: 72.42 on 692 degrees of freedom
## Multiple R-squared:  0.3929, Adjusted R-squared:  0.3868
## F-statistic: 63.99 on 7 and 692 DF,  p-value: < 2.2e-16
```

Por fim,pode-se calcular o MSPR com os dados de teste,e verificar qual dos modelos apresenta o menor MSPR .

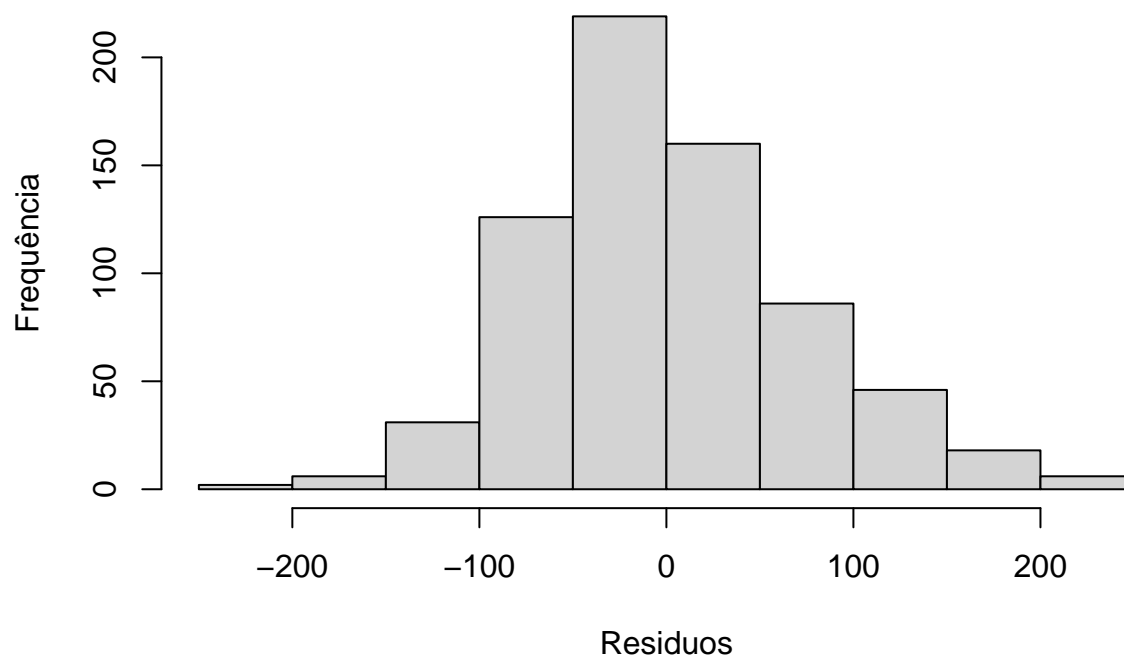
```
##      Modelo      MSPR
## 1 Modelo1 5923.386
## 2 Modelo2 5906.820
## 3 Modelo3 5914.324
```

Ao se observar o MSPR pode-se observar que o melhor modelo é o segundo modelo ,que apresenta um MSPR de 5906.82 .

Pode-se verificar então se o modelo possui os pressuposto da regressão linear,que é homogeneidade e normalidade dos residuos .

Para a normalidade pode-se construir um histograma dos residuos .

## Histograma dos resíduos do modelo 2



Do gráfico pode-se suspeitar que o resíduos não seguem uma distribuição normal, pois o gráfico não possui formato de sino. Porém, para se confirmar tem-se que realizar um teste, sendo que o teste escolhido é o Teste de Shapiro, em que as hipóteses são:

$H_0$  = Os resíduos seguem uma distribuição normal

$H_1$  = Os resíduos não seguem uma distribuição normal

```
##
## Shapiro-Wilk normality test
##
## data:  modelo2$residuals
## W = 0.98383, p-value = 5.446e-07
```

A um nível de significância de 5%, pode-se observar que os resíduos não seguem uma distribuição normal, logo o modelo fere um dos pressupostos da regressão linear, que é a linearidade. Portanto, pode-se tentar alguma transformação. Uma transformação possível é transformação a nota em Matemática como:

$$Nota_{MT*} = 1/Nota_{MT}$$

Logo, ajustando o modelo com a transformação, tem-se que o modelo ajustado é dado por:

```
##
## Call:
## lm(formula = 1/NotaMT ~ Idade + NotaCN + NotaCH + NotaLC + Renda_5.10oumais +
```

```
##      EscolaEM_SomentePublica, data = dadostreino)
##
## Residuals:
##      Min      1Q    Median      3Q      Max
## -1.047e-03 -2.526e-04 -2.410e-06  2.298e-04  1.090e-03
##
## Coefficients:
##              Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
## (Intercept)    3.869e-03  1.558e-04  24.827 < 2e-16 ***
## Idade          8.510e-06  1.891e-06   4.499 7.99e-06 ***
## NotaCN        -1.468e-06  2.550e-07  -5.756 1.29e-08 ***
## NotaCH        -1.354e-06  2.797e-07  -4.840 1.60e-06 ***
## NotaLC        -7.872e-07  2.570e-07  -3.063 0.00228 **
## Renda_5.10oumais -2.142e-04  8.754e-05  -2.447 0.01466 *
## EscolaEM_SomentePublica 1.289e-04  5.420e-05   2.378 0.01767 *
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
## Residual standard error: 0.0003508 on 693 degrees of freedom
## Multiple R-squared:  0.326, Adjusted R-squared:  0.3202
## F-statistic: 55.87 on 6 and 693 DF, p-value: < 2.2e-16
```

Por fim,pode-se realizar um teste de shapiro nesse modelo transformado ,tem-se então :

```
##
## Shapiro-Wilk normality test
##
## data:  modelo2.1$residuals
## W = 0.99679, p-value = 0.1769
```

Pode-se observar que o p\_valor do teste é 0.1769, logo a um nível de significância de 5%, não se rejeita a hipótese de que os resíduos seguem uma distribuição normal .

Pode-se então realizar um teste de homogeneidade ,para verificar homocedasticidade , em que as hipóteses são :

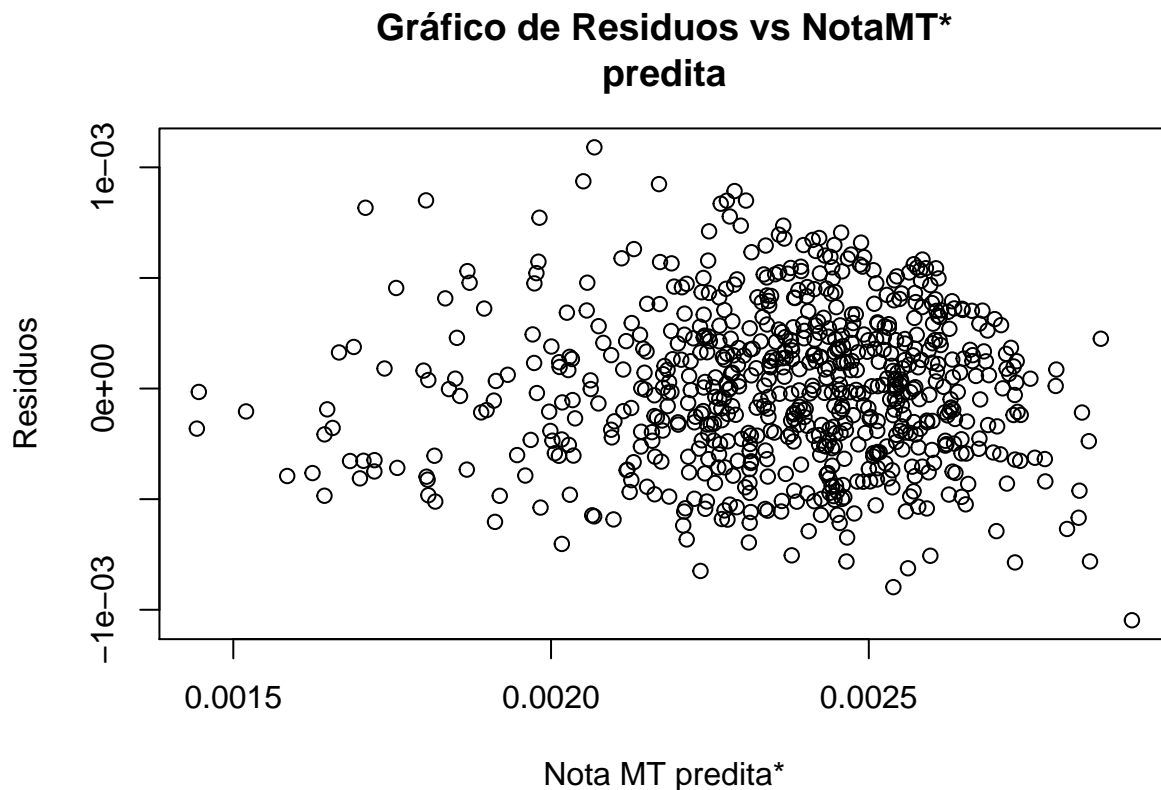
```
H0= A  variância  do modelo  é  constante
H1 = A  variância  do modelo  não  é  constante
```

Realizando o teste de Breusch-Pagan test tem-se :

```
##
## studentized Breusch-Pagan test
##
## data:  modelo2.1
## BP = 7.3615, df = 6, p-value = 0.2887
```

Pode-se observar que o p\_valor do teste de homogeneidade é de 0.2887 , logo a um nível de significância de 5% ,não se rejeita a hipótese de que o modelo apresenta variância constante ,logo o modelo apresenta homocedasticidade .

É possível então construir um gráfico para verificar como os resíduos estão de acordo com a nota predita pelo modelo .



O gráfico de homogeneidade diz que a variância está constante, pois os resíduos se encontram ao redor de 0, e a variabilidade é constante, pois não se tem uma grande variação de acordo com o valor de NotaMT\* predita. Logo, pode-se concluir que a transformação na variável NotaMT deu certo, e o modelo ajustado está correto.

### Conclusão

Portanto, do summary do modelo pode-se retirar algumas conclusões:

- 1) Os coeficientes do modelo são:

```
##               modelo2.1$coefficients
## (Intercept)      3.868813e-03
## Idade            8.510147e-06
## NotaCN           -1.467701e-06
## NotaCH           -1.353848e-06
## NotaLC           -7.871967e-07
## Renda_5.10oumais -2.142031e-04
## EscolaEM_SomentePublica 1.289079e-04
```

- 2) O modelo consegue explicar 32.6% da variabilidade dos dados
- 3) As variáveis importantes no modelo são a idade, NotaCN(Ciências da Natureza), NotaCH(Ciências humanas), NotaLC(Linguagens e Códigos), Renda\_5.10oumais, EscolaEM\_SomentePublica. Enquanto que variáveis como a NotaRED(Nota Redação), Sexo, EstadoCivil, CorAs variáveis foram descartadas.
- 4) As variáveis NotaCN, NotaCH, NotaLC, Renda\_5.10oumais tem uma relação negativa com NotaMT\*, o que pode indicar que quanto maior o valor dessas variáveis maior será a nota em Matemática, pois

quanto menor o valor de  $\text{NotaMT}^*$  maior  $\text{NotaMT}$  (nota em Matemática), pois  $\text{NotaMT}^*$  e  $\text{NotaMT}$  são inversamente proporcionais. Enquanto que as variáveis  $\text{Idade}$  e  $\text{EscolaEM\_SomentePublica}$  tem uma relação positiva, o que indica que quanto maior a idade e quando é somente escola pública tende-se a ter um pior desempenho em Matemática.

- 5) Outro fator que pode ser relevante para a análise é em relação a condição social do estudante, pois o modelo mostra que pessoas de escola pública (normalmente com menor poder aquisitivo) tendem a tirar uma nota pior em Matemática, enquanto que quem possui  $\text{Renda\_5.10}$  ou mais tende a ir melhor.