#07-1. 스택/큐

나정휘
https://justiceHui.github.io/

자료구조

자료구조

- 데이터를 잘 저장하는 방법에 대해 다루는 분야
- 해결하고자 하는 문제에 따라 적합한 방법을 선택해서 저장해야 함

- 사전 vs 단어장
  - 사전: 뜻이 궁금한 단어를 찾아보는 용도
  - 단어장: 단어를 암기하기 위해 보는 용도

- 도서관 이용자가 책을 찾는 상황
  - 원하는 책의 제목을 알고 있어서, 그 제목을 가진 찾아야 하는 사람
  - IT 전공 서적을 구경하고 싶은 사람

자료구조

자료구조

- 데이터를 잘 저장하는 방법에 대해 다루는 분야
- 해결하고자 하는 문제에 따라 적합한 방법을 선택해서 저장해야 함

- 사전 vs 단어장
  - 사전: 뜻이 궁금한 단어를 찾아보는 용도
    - 원하는 단어를 빠르게 찾을 수 있도록 사전 순으로 정렬해서 배치
  - 단어장: 단어를 암기하기 위해 보는 용도
    - 학습의 효율성을 위해 접사/어근/상황 등에 따라 묶어서 제공

- 도서관 이용자가 책을 찾는 상황
  - 원하는 책의 제목을 알고 있어서, 그 제목을 가진 찾아야 하는 사람

  - IT 전공 서적을 구경하고 싶은 사람

자료구조

자료구조

- 데이터를 잘 저장하는 방법에 대해 다루는 분야
- 해결하고자 하는 문제에 따라 적합한 방법을 선택해서 저장해야 함

- 사전 vs 단어장
  - 사전: 뜻이 궁금한 단어를 찾아보는 용도
    - 원하는 단어를 빠르게 찾을 수 있도록 사전 순으로 정렬해서 배치
  - 단어장: 단어를 암기하기 위해 보는 용도
    - 학습의 효율성을 위해 접사/어근/상황 등에 따라 묶어서 제공

- 도서관 이용자가 책을 찾는 상황
  - 원하는 책의 제목을 알고 있어서, 그 제목을 가진 찾아야 하는 사람
    - 책장에 책을 제목의 사전 순으로 배치하면 효율적
  - IT 전공 서적을 구경하고 싶은 사람
    - 십진 분류법에 따라 구역을 나누면 효율적
    - 100 철학, 200 종교, 300 사회과학, 400 자연과학, 500 기술과학, 600 예술, 700 언어, 800 문학, 900 역사

자료구조

자료구조

- 데이터를 잘 저장하는 방법에 대해 다루는 분야
- 해결하고자 하는 문제에 따라 적합한 방법을 선택해서 저장해야 함

- Python에서도...
  - 원소가 맨 뒤에 추가되고, 추가된 순서가 중요하면 List
  - 원소의 순서는 상관 없고, 중복된 원소를 제거해야 한다면 Set
  - key-value 쌍을 관리해야 한다면 Dictionary

자료구조

자료구조

- 데이터를 잘 저장하는 방법에 대해 다루는 분야
- 해결하고자 하는 문제에 따라 적합한 방법을 선택해서 저장해야 함

- 구간의 합을 구하는 문제
  - 단순하게 구현하면 매번 O(n)에 구해야 함
  - 누적 합 배열을 사용하면 O(n) 시간에 배열 한 번 만든 이후로 항상 O(1) 시간에 계산 가능
  - 값이 바뀌는 쿼리도 함께 주어진다면?

- Prefix Sum:	전처리 n	값 변경 n	구간 합 1	매우 간단함
- Sqrt Decomposition:	전처리 n	값 변경 √n	구간 합 √n	간단함

자료구조

자료구조

- 데이터를 잘 저장하는 방법에 대해 다루는 분야
- 해결하고자 하는 문제에 따라 적합한 방법을 선택해서 저장해야 함

- 구간의 합을 구하는 문제
  - 단순하게 구현하면 매번 O(n)에 구해야 함
  - 누적 합 배열을 사용하면 O(n) 시간에 배열 한 번 만든 이후로 항상 O(1) 시간에 계산 가능
  - 값이 바뀌는 쿼리도 함께 주어진다면?

- Prefix Sum:	전처리 n	값 변경 n	구간 합 1	매우 간단함
- Sqrt Decomposition:	전처리 n	값 변경 √n	구간 합 √n	간단함
- Segment Tree:	전처리 n	값 변경 log n	구간 합 log n	조금 복잡함
- Sqrt Tree:	전처리 n log log n	값 변경 √n	구간 합 1	복잡함

  - 문제 상황에 맞는 자료구조를 잘 선택해야 함

자료구조

오늘 하는 것

- 선형 자료구조: 배열과 유사한 구조를 이용해 데이터를 관리
  - 스택(stack), 큐(queue), 덱(deque)

- 그래프: 요소들 간의 연결 상태를 관리

질문?

주의

문제 풀이에 사용할 수 있을 정도로만 간단하게 다룸

- 직접 구현하는 방법은 다루지 않음
- C++ 표준 라이브러리에서 제공해주는 거 사용하면 됨

- 자세한 내용이 궁금하면 2학년 1학기 자료구조 과목에서...

스택

스택

- 가장 마지막에 넣은 원소가 가장 먼저 빠져나오는 구조
  - push x: x를 스택에 넣음
  - pop : 가장 마지막에 넣은 원소를 스택에서 제거함

- 프링글스 통
  - 통의 맨 위에만 과자를 넣을 수 있음
  - 맨 위에 있는 과자만 꺼낼 수 있음

스택

std::stack

- C++ 표준 라이브러리에 이미 스택이 구현되어 있음
  - 헤더: <stack>
  - 클래스: stack<Type>
    - int형 자료를 관리하는 스택: std::stack<int>
    - 두 번째 파라미터도 있는데 지금은 신경 쓸 필요 없음
  - 멤버 함수
    - push(value) : value를 스택에 넣음
    - pop() : 스택에서 원소를 하나 제거
    - top() : 가장 최근에 넣은 원소를 반환
    - empty() : 스택이 비어 있으면 true 반환
    - size() : 원소의 개수 반환

스택

std::stack

- 예시

```cpp
#include <iostream>
#include <stack>
using namespace std;

int main(){
    stack<int> stk;
    for(int i=1; i<=5; i++) stk.push(i);
    cout << stk.top() << "\n";
    stk.pop();
    cout << stk.top() << "\n";
    cout << stk.size() << " " << stk.empty() << "\n";
    while(!stk.empty()) stk.pop();
    cout << stk.empty() << "\n";
}
```

질문?

큐

큐

- 가장 먼저 넣은 원소가 가장 먼저 빠져나오는 구조
  - enqueue x : x를 큐에 넣음
  - dequeue : 가장 먼저 넣은 원소를 큐에서 제거함

- 대기열
  - 새로 들어온 사람은 줄의 맨 뒤로 감
  - 줄의 맨 앞에 있는 사람부터 처리

큐

std::queue

- C++ 표준 라이브러리에 이미 큐가 구현되어 있음
  - 헤더: <queue>
  - 클래스: queue<Type>
    - int형 자료를 관리하는 큐: std::queue<int>
    - 두 번째 파라미터도 있는데 지금은 신경 쓸 필요 없음
  - 멤버 함수
    - push(value) : value를 큐에 넣음
    - pop() : 큐에서 원소를 하나 제거
    - front() : 가장 처음에 넣은 원소를 반환
    - empty() : 큐가 비어 있으면 true 반환
    - size() : 원소의 개수 반환

큐

std::queue

- 예시

```cpp
#include <iostream>
#include <queue>
using namespace std;

int main(){
    queue<int> que;
    for(int i=1; i<=5; i++) que.push(i);
    cout << que.front() << "\n";
    que.pop();
    cout << que.front() << "\n";
    cout << que.size() << " " << que.empty() << "\n";
    while(!que.empty()) que.pop();
    cout << que.empty();
}
```

큐

std::deque

- double ended queue: 삽입/삭제가 앞/뒤에서 모두 가능한 자료구조
  - 헤더: <deque>
  - 클래스: deque<Type>
    - int형 자료를 관리하는 큐: std::deque<int>
    - 두 번째 파라미터도 있는데 지금을 신경 쓸 필요 없음
  - 멤버 함수
    - push_front(value), push_back(value)
    - pop_front(), pop_back()
    - front(), back()
    - empty(), size()

질문?

스택 예시 – 1

BOJ 9012 괄호

- 괄호 문자열이 주어지면 올바른 괄호 문자열인지 판별

- ')' 는 이전에 매칭되지 않은 가장 가까운 '(' 와 매칭되어야 함
  - (((())()))

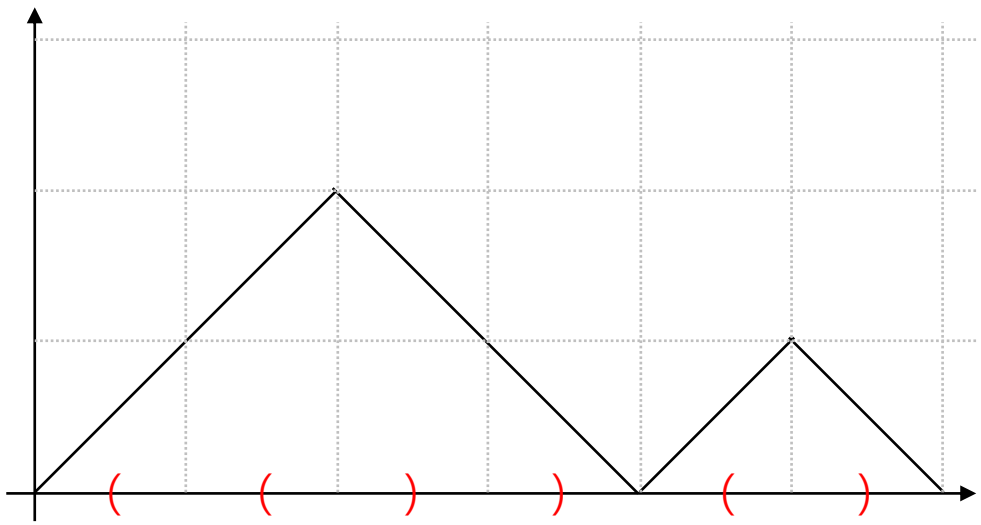
  - '(' 가 등장할 때마다 스택에 넣고
  - ')' 가 등장하면 스택에서 하나 제거
  - 모든 문자를 다 처리했을 때 스택이 비어 있어야 함

```cpp
#include <bits/stdc++.h>
using namespace std;

void Solve(){
    string str; cin >> str;
    stack<char> stk;
    for(auto i : str){
        if(i == '(') stk.push(i);
        else{
            if(!stk.empty()) stk.pop();
            else{ cout << "NO\n"; return; }
        }
    }
    if(stk.empty()) cout << "YES\n";
    else cout << "NO\n";
}

int main(){
    ios_base::sync_with_stdio(false); cin.tie(nullptr);
    int TC; cin >> TC;
    for(int tc=1; tc<=TC; tc++) Solve();
}
```

스택 예시 - 1

BOJ 9012 괄호

- 스택의 크기만 중요하기 때문에 스택을 명시적으로 관리하지 않아도 됨
- '(' 를 +1, ')' 를 -1이라고 생각하면, 누적 합이 모두 0 이상이고 전체 합이 0이면 됨

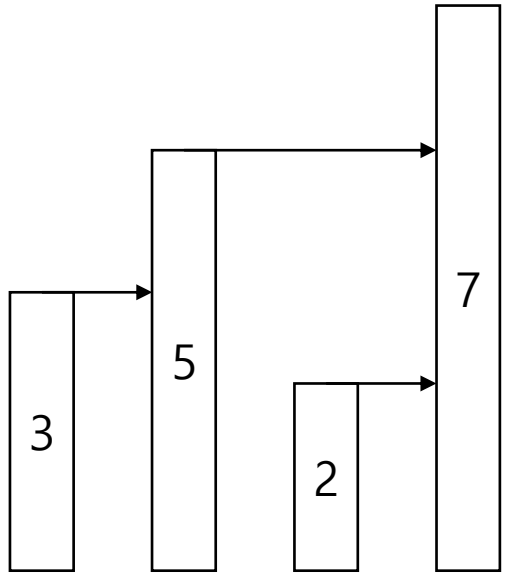



```cpp
#include <bits/stdc++.h>
using namespace std;

void Solve(){
    string str; cin >> str;
    int sum = 0, mn = 0;
    for(auto i : str){
        if(i == '(') sum += 1;
        else sum -= 1;
        mn = min(mn, sum);
    }
    if(sum == 0 && mn == 0) cout << "YES\n";
    else cout << "NO\n";
}

int main(){
    ios_base::sync_with_stdio(false); cin.tie(nullptr);
    int TC; cin >> TC;
    for(int tc=1; tc<=TC; tc++) Solve();
}
```

스택 예시 – 2

BOJ 17298 오큰수

- 자신보다 오른쪽에 있으면서 자신보다 큰 수 중 가장 왼쪽에 있는 수를 구하는 문제
  - 3 5 2 7 → 5 7 7 -1
  - 막대 그래프로 그렸을 때, 각 막대의 시야를 차단하는 막대를 구하는 문제



스택 예시 – 2

BOJ 17298 오큰수

- 스택을 사용한 풀이
  - 가장 오른쪽에 있는 원소부터 차례대로 보면서
  - 지금까지 본 원소 중 A[i]보다 큰 가장 왼쪽 원소를 구하면 됨

  - i < j이고 A[i] ≥ A[j]이면 A[j]는 더 이상 오큰수가 될 수 없음
    - A[i+1..N] 중 A[1..i]의 오큰수가 될 수 있는 후보는 오름차순
    - A[i]의 오큰수는 후보 중 A[i]보다 큰 첫 번째 원소
    - A[i]를 후보 집합에 넣을 때, A[i] 이하인 원소를 모두 제거해야 함

  - A[i]의 오큰수를 구하는 방법
    - 스택에서 A[i]보다 작거나 같은 수를 모두 제거한 뒤
    - 스택의 맨 위에 있는 원소가 오큰수
    - 오큰수를 구한 뒤 A[i]를 스택에 삽입

스택 예시 - 2

BOJ 17298 오큰수

- 시간 복잡도: O(N)
  - 각 원소는 최대 한 번 스택에 들어가고
  - 최대 한 번 스택에서 빠져나옴

- 이런 식으로 스택의 내용물의 단조성을 유지하는 것을 monotone stack 기법이라고 부름

```cpp
#include <bits/stdc++.h>
using namespace std;

int N, A[1010101], B[1010101];

int main(){
    ios_base::sync_with_stdio(false); cin.tie(nullptr);
    cin >> N;
    for(int i=1; i<=N; i++) cin >> A[i];

    stack<int> S;
    for(int i=N; i>=1; i--){
        while(!S.empty() && S.top() <= A[i]) S.pop();
        B[i] = S.empty() ? -1 : S.top();
        S.push(A[i]);
    }
    for(int i=1; i<=N; i++) cout << B[i] << " ";
}
```

스택 예시 – 3

BOJ 1725 히스토그램

- 히스토그램에서 가장 큰 직사각형의 넓이를 구하는 문제
  - 분할 정복에서 했던 그 문제

- 스택을 사용하면 O(N)에 해결할 수 있음
  - L[i] : A[i]의 왼쪽에 있으면서 A[i]보다 작으면서 가장 오른쪽에 있는 원소의 위치
  - R[i] : A[i]의 오른쪽에 있으면서 A[i]보다 작으면서 가장 왼쪽에 있는 원소의 위치

  - A[i]를 포함하면서 높이가 A[i]인 직사각형의 최대 너비 = R[i] – L[i] – 1
  - res = max(res, A[i] * (R[i] – L[i] – 1));

질문?

큐 예시 – 1

BOJ 2003 수들의 합 2

- A[i] + A[i+1] + … + A[j] = M이 되는 구간 [i, j]의 개수를 구하는 문제
  - A[1..N]은 양의 정수

- 각각의 j마다 A[i] + … + A[j] = M인 i를 찾는 방식
  - j가 증가할 때마다 조건을 만족하는 i도 증가함
  - A[j]를 맨 뒤에 넣고 A[i..]를 앞에서 빼는 방식으로 큐를 이용해 구간을 관리할 수 있음

  - 먼저 A[j]를 큐의 맨 뒤에 넣고
  - 큐에 있는 원소의 합이 M보다 크면 앞에 있는 원소를 제거
  - 큐에 있는 원소의 합이 정확히 M이라면 정답 += 1

큐 예시 - 1

BOJ 2003 수들의 합 2

- 시간 복잡도: O(N)
  - 각 원소는 최대 한 번 큐에 들어가고
  - 최대 한 번 큐에서 빠져나옴

  - 큐에 있는 원소의 합은 따로 관리

```cpp
#include <bits/stdc++.h>
using namespace std;

int N, M, A[10101];

int main(){
    ios_base::sync_with_stdio(false); cin.tie(nullptr);
    cin >> N >> M;
    for(int i=1; i<=N; i++) cin >> A[i];

    int sum = 0, cnt = 0;
    queue<int> que;
    for(int i=1; i<=N; i++){
        sum += A[i];
        que.push(A[i]);
        while(!que.empty() && sum > M){
            sum -= que.front();
            que.pop();
        }
        if(sum == M) cnt++;
    }
    cout << cnt;
}
```

큐의 예시 - 1

BOJ 2003 수들의 합 2

- 구간의 끝점만 알고 있으면 되므로 큐를 명시적으로 관리하지 않아도 됨
- 단조 증가하는 구간의 끝점을 관리하는 기법을 투 포인터 또는 슬라이딩 윈도우라고 부름

```cpp
#include <bits/stdc++.h>
using namespace std;

int N, M, A[10101];

int main(){
    ios_base::sync_with_stdio(false); cin.tie(nullptr);
    cin >> N >> M;
    for(int i=1; i<=N; i++) cin >> A[i];

    int cnt = 0;
    for(int i=1, j=1, sum=0; j<=N; j++){
        sum += A[j];
        while(i <= j && sum > M) sum -= A[i++];
        if(sum == M) cnt++;
    }
    cout << cnt;
}
```

```cpp
#include <bits/stdc++.h>
using namespace std;

int N, M, A[10101];

int main(){
    ios_base::sync_with_stdio(false); cin.tie(nullptr);
    cin >> N >> M;
    for(int i=1; i<=N; i++) cin >> A[i];

    int l = 1, r = 1, sum = A[1], cnt = 0;
    while(true){
        if(sum == M) cnt++;
        if(l == N) break;
        if(r == N) sum -= A[l++];
        else if(l == r) sum += A[++r];
        else if(sum < M) sum += A[++r];
        else sum -= A[l++];
    }

    cout << cnt;
}
```

질문?

큐의 예시 – 2

BOJ 11003 최솟값 찾기

- 고정된 L에 대해, 모든 i에 대해 A[i-L+1..i]의 최솟값을 구하는 문제

- 오큰수 문제에서 했던 것처럼, 최솟값이 될 수 있는 원소를 관리
  - 인덱스가 i-L+1보다 작은 원소는 더 이상 필요 없음
  - x < y이면서 A[x] > A[y]이면 x는 더 이상 최솟값이 될 수 없음
  - x < y이면서 A[x] = A[y]이면 y가 더 오래 살아있으므로 x는 신경 쓰지 않아도 됨

  - 오큰수 문제에서 인덱스가 i-L+1 미만인 원소를 제거하는 것만 추가됨
  - +) A[i]를 넣을 때 A[i] 이상인 원소 모두 제거

큐의 예시 – 2

BOJ 11003 최솟값 찾기

- A[i-L+1..i]의 최솟값을 구하는 과정
  - 인덱스가 i-L+1보다 작은 후보를 모두 제거
  - A[i]보다 크거나 같은 후보 모두 제거
  - A[i]를 후보에 삽입

  - deque로 관리하면 위 3가지 작업은 pop_front, pop_back, push_back으로 할 수 있음
  - deque의 내용물은 증가하는 상태
  - deque의 맨 앞에 있는 원소가 최솟값

큐의 예시 - 2

BOJ 11003 최솟값 찾기

- 시간 복잡도: O(N)
- monotone stack과 비슷하게 monotone queue라고 부름

```cpp
#include <bits/stdc++.h>
using namespace std;

int main(){
    ios_base::sync_with_stdio(false); cin.tie(nullptr);
    int N, L; cin >> N >> L;

    deque<pair<int,int>> dq;
    for(int i=1; i<=N; i++){
        int t; cin >> t;
        while(!dq.empty() && dq.front().second < i-L+1) dq.pop_front();
        while(!dq.empty() && dq.back().first >= t) dq.pop_back();
        dq.push_back(make_pair(t, i));
        cout << dq.front().first << " ";
    }
}
```

질문?