1. 감독의 진출예상 표본비율: $\hat{p_1} = \frac{20}{100} = \frac{1}{5}$

스포츠기자의 진출예상 표본비율: = $\hat{p_2} = \frac{75}{144} = \frac{25}{48}$

귀무가설: $H_0 : p_1 = p_2$

검정통계량: $z = \frac{\hat{p_2} - \hat{p_1}}{\sqrt{\frac{\hat{p_1}(1-\hat{p_1})}{n_1} + \frac{\hat{p_2}(1-\hat{p_2})}{n_2}}} = \frac{\frac{25}{48} - \frac{1}{5}}{\sqrt{\frac{1}{5} \cdot \frac{4}{5} \div 100 + \frac{25}{48} \cdot \frac{23}{48} \div 144}} \approx 5.6$

표본의 크기가 충분하므로 검정통계량이 정규분포로 근사한다. 따라서 유의확률은 $2 \times P(|Z| < 5.6) < 0.1$ 이므로 유의수준 10%에서 귀무가설을 기각한다.

2.

1) 일원배치 분산분석을 위해 요인수준 별(낮음=A_1, 보통=A_2, 높음=A_3) 평균을 구하면, $\overline{A_1} = 10.4$, $\overline{A_2} = 9.4$, $\overline{A_3} = 15$ 이며, 전체 평균은 $\overline{A.} = 11.6$ 이다. 이제 $\overline{A_1} - \overline{A_.} = -1.2$, $\overline{A_2} - \overline{A_.} = -2.2$, $\overline{A_3} - \overline{A_.} = 3.4$이며, 각각을 제곱하고 더하면 17.84이다. 따라서 요인A 제곱합 $SSA = \sum_{i=1}^{5}\sum_{j=1}^{3}(\overline{A_j} - \overline{A_.})^2 = 5 \times 17.84 = 89.2$ 가 나오고, 이를 자유도인 2로 나누면 $MSA = 44.6$이 나온다. 이제 SSE를 구하자. SSE의 공식은 $SSE = \sum_{i=1}^{5}\sum_{j=1}^{3}(y_{ij} - \overline{A_j})^2$으로, 여기서 y는 관측된 마모율, i는 관측치, j는 요인의 index이다. 이를 계산하면 26.4가 나온다. SSE의 자유도는 $3 \times (5-1) = 12$이며 따라서 $MSE = SSE/12 = 2.2$이다. 이제 F 통계량은 $F = MSA/MSE = 44.6/2.2 \approx 20.27$이고, 이는 자유도가 2, 12인 F분포 $F(2,12)$를 따르므로 유의확률은 $P(F_{2,12} > 20.27) \approx 0.00014$ 이므로 유의수준 5%에서 요인A에 따른 평균 차이가 존재한다고 볼 수 있다.

2) 일원배치 분산분석을 위해 요인수준 별 평균을 구하면, $\overline{B_1} = 12$, $\overline{B_2} = 13$, $\overline{B_3} = 11$, $\overline{B_4} = 12$, $\overline{B_5} = 10$ 이며, 전체 평균은 $\overline{B.} = 11.6$ 이다. 이제 $\overline{B_1} - \overline{B_.} = 0.4$, $\overline{B_2} - \overline{B_.} = 1.4$, $\overline{B_3} - \overline{B_.} = -0.6$, $\overline{B_4} - \overline{B_.} = 0.4$, $\overline{B_5} - \overline{B_.} = -1.6$이며, 각각을 제곱하고 더하면 5.2이다. 따라서 요인B 제곱합 $SSB = \sum_{i=1}^{3}\sum_{j=1}^{5}(\overline{B_j} - \overline{B_.})^2 = 3 \times 5.2 = 15.6$ 가 나오고, 이를 자유도인 4로 나누면 $MSB = 3.9$가 나온다. 이제 SSE를 구하자. SSE의 공식은 $SSE = \sum_{i=1}^{3}\sum_{j=1}^{5}(y_{ij} - \overline{B_j})^2$으로, 여기서 y는 관측된 마모율, i는 관측치, j는 요인의 index이며, 이를 계산하면 100이 나온다. SSE의 자유도는 $5 \times (3-1) = 10$이며 따라서 $MSE = 10$이다. 이제 F 통계량은 $F = MSB/MSE = 3.9/10 = 0.39$이고, 이는 자유도가 4, 10인 F분포 $F(4,10)$을 따르므로 유의확률은 $P(F_{4,10} > 0.39) \approx 0.811$ 이므로 유의수준 5%에서 요인B에 따른 평균 차이가 존재한다고 볼 수 없다.

3. 표본통계량은 $\overline{x_1}=10$, $s_1=2$, $n_1=11$, $\overline{x_2}=12$, $s_2=3$, $n_2=6$ 으로 주어졌다.

검정통계량: $t=\dfrac{\overline{x_1}-\overline{x_2}}{s_p}=\dfrac{12-10}{s_p}$, 여기서 등분산을 가정했으므로

$s_p=\sqrt{\dfrac{(n_1-1)s_1^2+(n_2-1)s_2^2}{n_1+n_2-2}}=\sqrt{\dfrac{10\cdot 4+5\cdot 9}{11+6-2}}\approx 2.38$ 이고, 따라서 $t\approx 0.84$이다. 이때 귀무가설 $H_0:\mu_1=\mu_2$를 유의수준 5%에서 검정하면, 자유도가 15인 t분포를 따르는 확률변수를 T_{15}라 할 때, 유의확률은 $2\cdot P(|T_{15}|>0.84)\approx 0.41$로 귀무가설을 채택한다.

4.

1) 모분산 비율의 F 검정통계량을 구한다. $f=\dfrac{s_1^2}{s_2^2}=\dfrac{40}{60}=\dfrac{2}{3}$이고, 이 통계량은 자료가 정규분포에서 추출되었다고 가정할 때, 자유도가 6, 10인 F분포 $F(6,10)$를 따른다. 따라서 95% 신뢰구간은 다음과 같이 계산된다.
$Lower=F_{0.025}(6,10)\approx 0.183$, $Upper=F_{0.975}(6,10)\approx 4.072$

2) 1)에서 구한 95% 신뢰구간이 검정통계량인 $f\approx 0.67$을 포함하므로, 귀무가설을 채택한다.