

2022 1학기 수학 발표 지수, 로그와 시간 복잡도

20620 최재혁

목차

01. 시간 복잡도는 무엇인가?

02. Big-O 표기법

03. 그래프와 코드를 통한 Big-O 표기법 확인



알고리즘이 뭔데?

어떤 문제를 해결하기 위한 **효율적 절차**

어떤 방법이 **더 빠르게** 해답을 구하고
메모리 공간을 적게 차지할 지 계산하는 절차

시간 초과

제출 번호	아이디	문제	결과
41844323	gghh3017	5 2751	맞았습니다!!
41421399	gghh3017	5 2751	시간 초과
41421358	gghh3017	5 2751	시간 초과

너, 고려 안했잖아

시간 제한

2 초

메모리 제한

256 MB

문제

N개의 수가 주어졌을 때, 이를 오름차순으로 정렬하는 프로그램을 작성하시오.

입력

첫째 줄에 수의 개수 N ($1 \leq N \leq 1,000,000$)이 주어진다. 둘째 줄부터 N개의 줄에는 수가 주어진다. 이 수는 절댓값이 1,000,000보다 작거나 같은 정수이다.

출력

첫째 줄부터 N개의 줄에 오름차순으로 정렬한 결과를 한 줄에 하나씩 출력한다.

시간 복잡도

시간 복잡도

입력 값의 변화에 따라 연산을 실행할 때,
연산 횟수에 비해 시간이 얼마만큼 걸리는가?



효율적 알고리즘
입력값이 커짐에 따라
증가하는 시간의 비율을 최소화

시간 복잡도

시간 복잡도 표기 방법

Big-O
최악의 경우

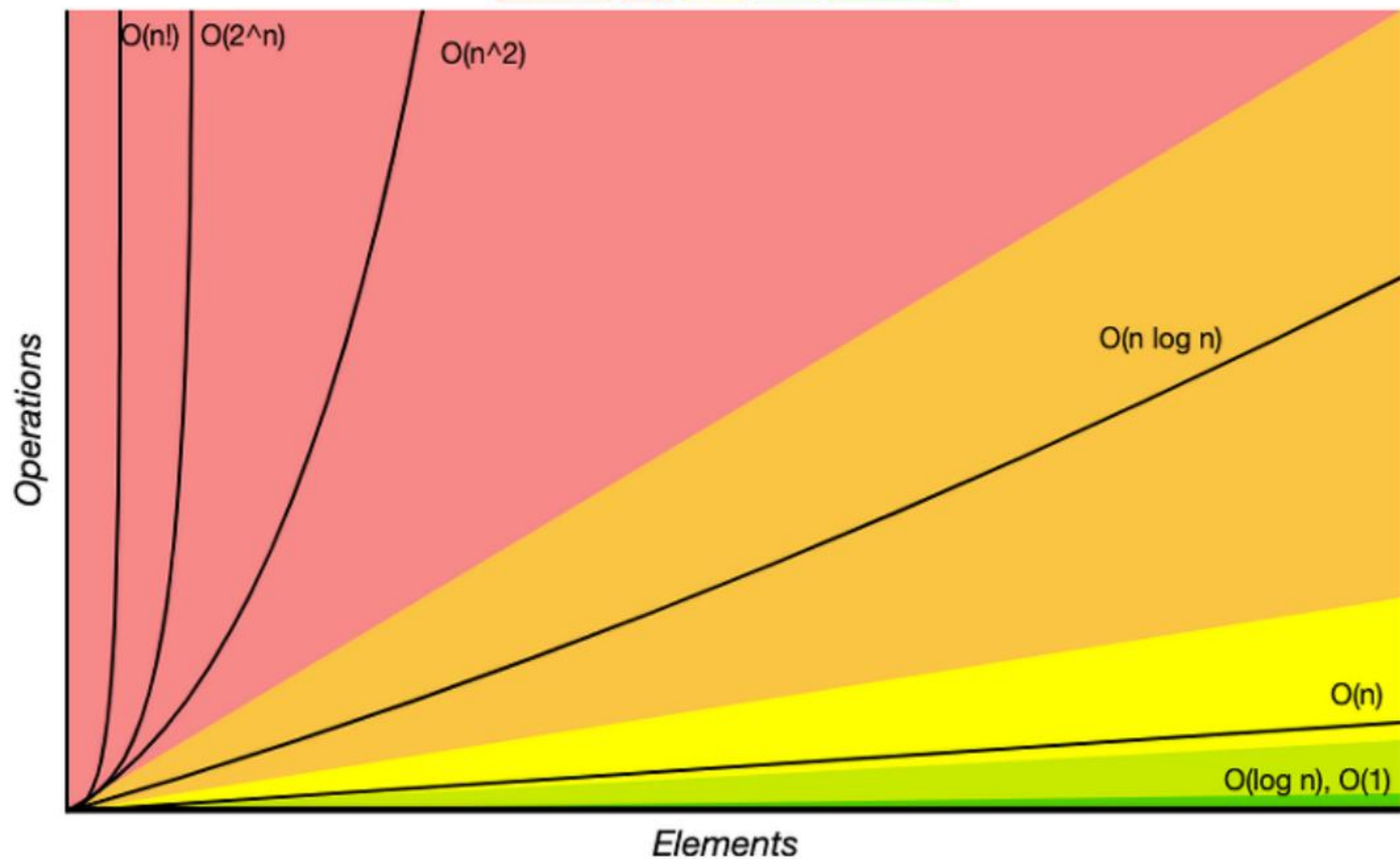
Big-Ω
최선의 경우

Big-θ
중간(평균)

Big-O 표기법

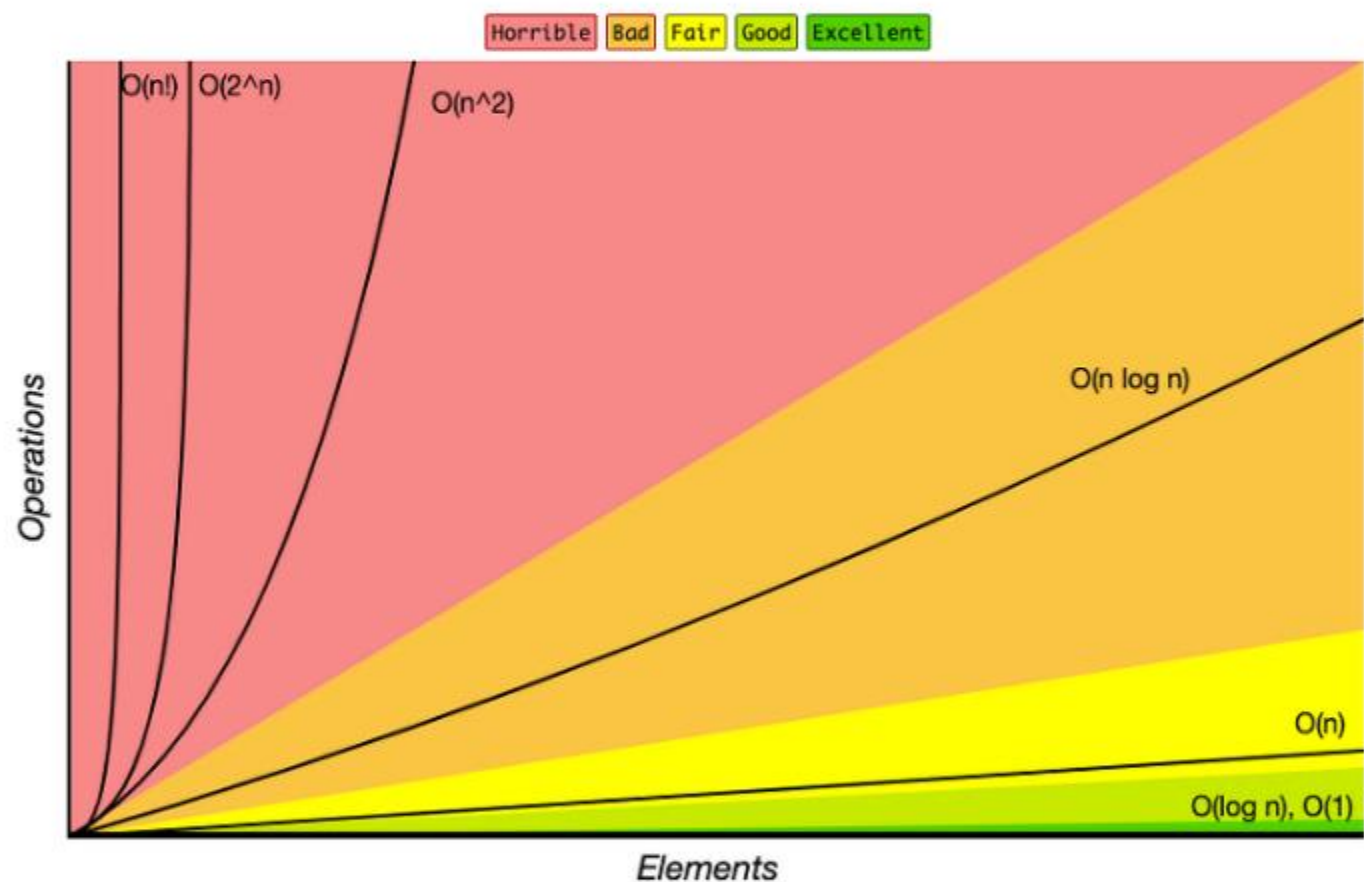
Big-O Complexity Chart

Horrible Bad Fair Good Excellent



Big-O 표기법

Big-O Complexity Chart



좋음(Better)



나쁨(Worse)

순위	명칭
$O(1)$	상수 시간(Constant time)
$O(\log N)$	로그 시간(Log time)
$O(N)$	선형 시간
$O(N \log N)$	로그 선형 시간
$O(N^2)$	이차 시간
$O(N^3)$	삼차 시간
$O(2^n)$	지수 시간

Big-O 표기법

```
void Insertion(int n) {  
    int key;  
    for (int i = 1; i <= n - 1; i++) {  
        key = a[i];  
        int j;  
        for (j = i - 1; j >= 0; j--) {  
            if (a[j] > key){  
                a[j + 1] = a[j];  
            }  
            else{  
                break;  
            }  
        }  
        a[j + 1] = key;  
    }  
}
```

외부 for문 : 연산 (n-1)회
교환연산이 최대 n-1회

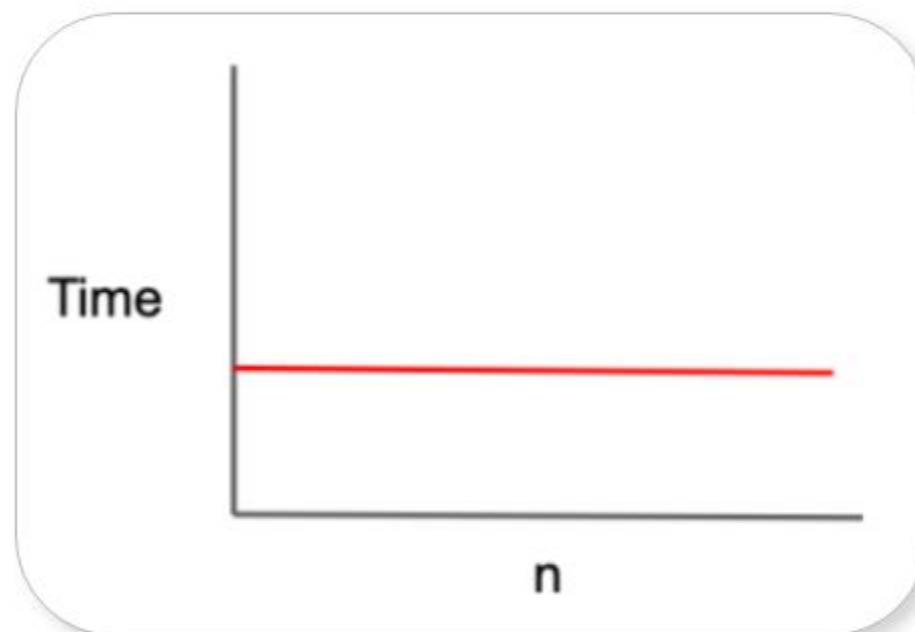
내부 for문 : 최대 i회
비교 연산은 최대
 $(n-1) + (n-2) \dots + 1 = n(n-1)/2$ 회
교환연산이 최대 $n(n-1)/2$ 회

교환연산이 최대 n-1회

$$1 * (n-1) + 2 * (n(n-1)/2) + 1 * (n-1) = n/2 + n-2 = O(n^2)$$

$O(1)$: 상수

입력 값의 크기에 관계없이
일정한 실행 시간을 가지는 알고리즘



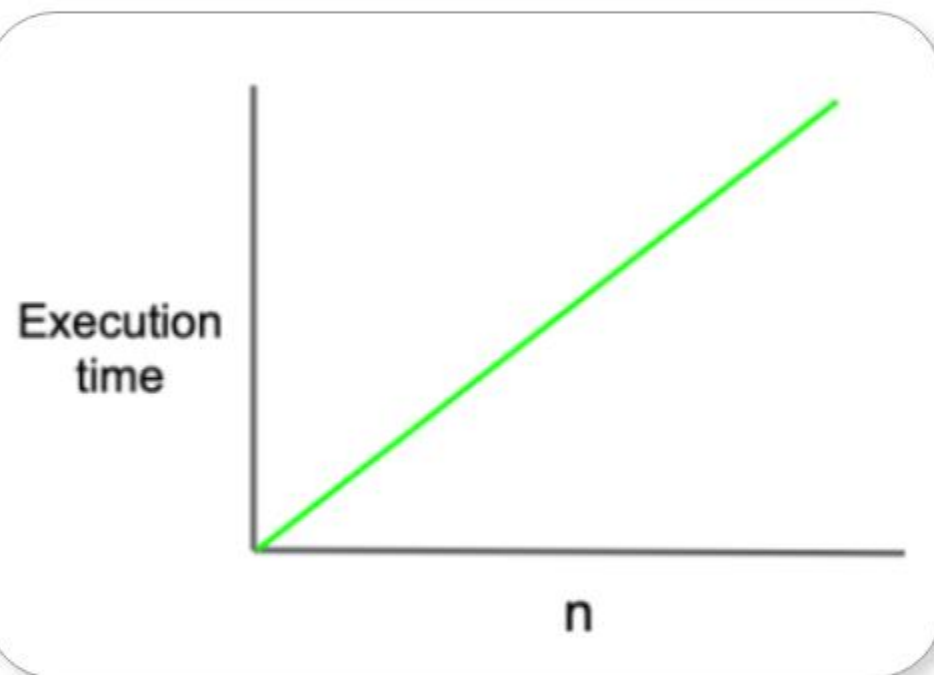
```
#include <stdio.h>

int main() {
    printf("Hello, World!");
}
```

위 코드에서 입력이 없고, Hello, World!라는 출력만 있음
따라서, 입력 값에 관계 없이 일정한 시간을 가지게 됨

$O(n)$: 선형

입력 값이 증가함에 따라 시간 또한 같은 비율로 증가



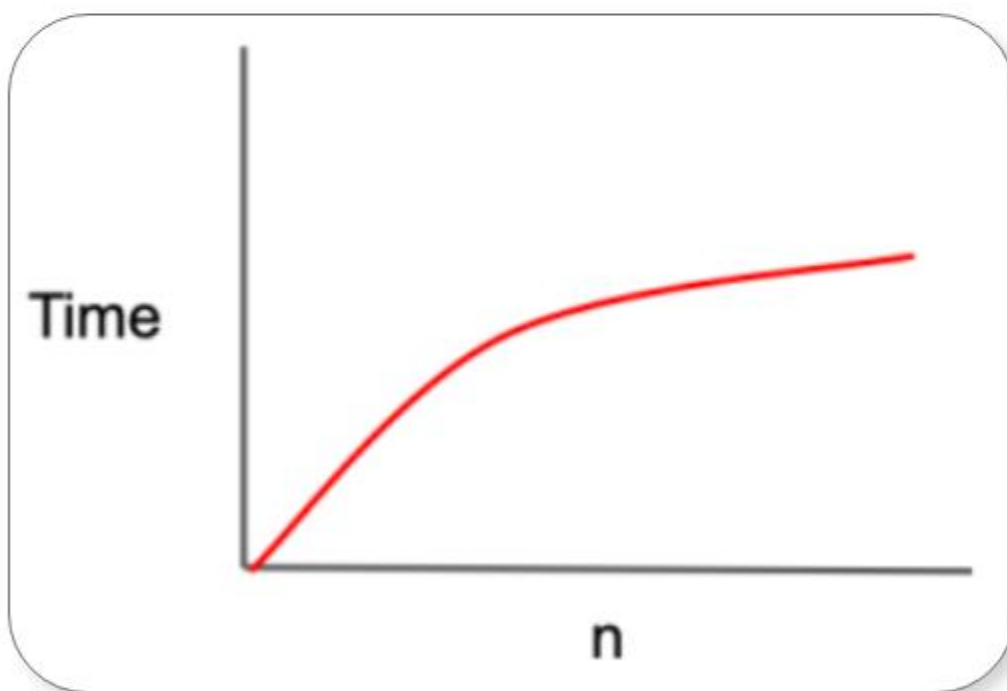
```
#include <stdio.h>

int main() {
    for(int i = 1; i<=5; i++){
        printf("Hello, World! #%d\n", i);
    }
}
```

위 코드에서, for(반복문)으로, 1부터 5까지 1씩 증가하면서 반복하므로, 같은 비율로 입력에 따른 출력 시간이 증가한다.

$O(\log n)$: 로그

UP & Down 게임과 같이
범위를 줄여가면서
정답을 찾는 알고리즘 등에
사용된다



```
#include <stdio.h>
#include <string.h>

void quickSort(int arr[], int L, int R) {
    int left = L, right = R;
    int pivot = arr[(L + R) / 2];
    int temp;
    do
    {
        while (arr[left] < pivot){
            left++;
        }

        while (arr[right] > pivot){
            right--;
        }

        if (left <= right) {
            temp = arr[left];
            arr[left] = arr[right];
            arr[right] = temp;

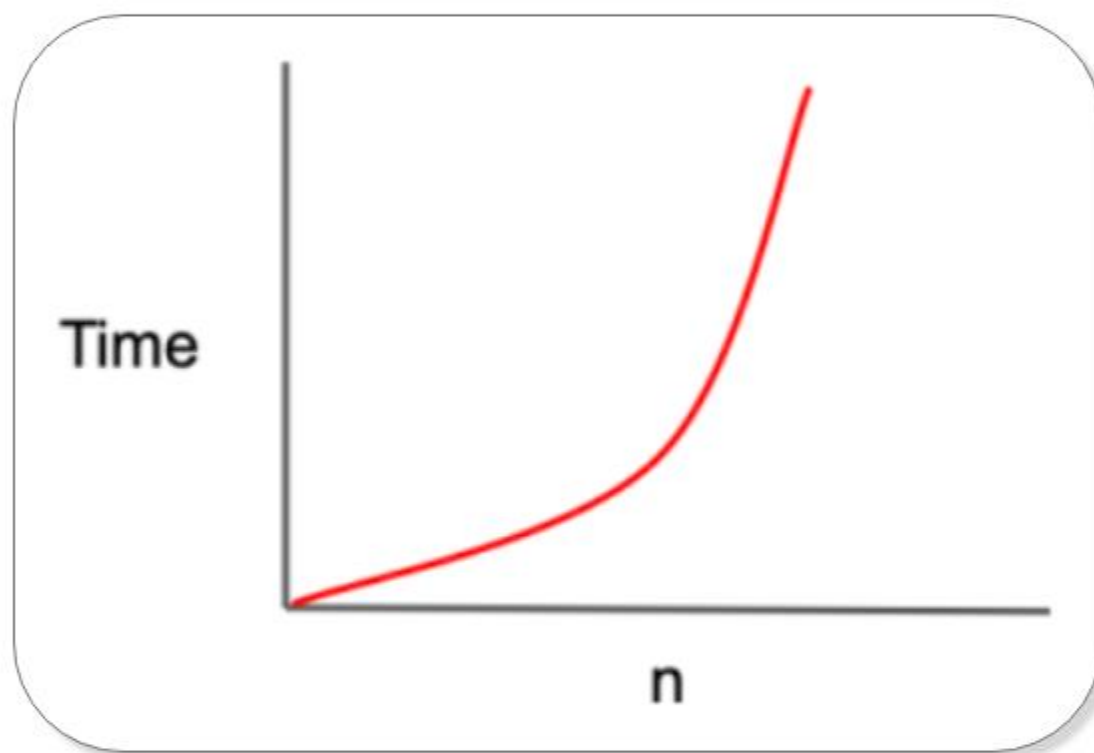
            left++;
            right--;
        }
    } while (left <= right);

    if (L < right)
        quickSort(arr, L, right);

    if (left < R)
        quickSort(arr, left, R);
}
```


$O(n^2)$: 이차

입력 값이 증가함에 따라 시간이 n 의 제곱수의 비율로 증가하는 것을 의미함



```
#include <stdio.h>

int main() {
    for(int i = 0; i < 5; i++){
        for(int j = 0; j < 5-i; j++){
            if(a[j] > a[j+1]){
                int tmp = a[j];
                a[j] = a[j+1];
                a[j+1] = tmp;
            }
        }
    }
}
```

$n = 5$ 라 하였을 때, 바깥쪽 반복문은 5번 반복하고, 안쪽 반복문은 최대 5번 반복하므로 $O(n^2)$ 의 복잡도를 가짐

$O(2n)$: 지수

기하급수적 복잡도라고 부르며, Big-O 표기법 중 가장 느린 시간 복잡도를 가진다.

Execution
time

n

```
int fibonacci(int n) {  
    if (n <= 1) {  
        return 1;  
    }  
    return fibonacci(n - 1) + fibonacci(n - 2);  
}
```

n을 40정도로만 두어도,
굉장히 오랜 시간이 소요됨을 알 수 있다.