Вариант 7

Задание 1

Универсальное множество состоит из 26 строчных букв латинского алфавита. Заданы множества A, B, C и D. Вычислить мощность множеств X и Y.

Даны множества $A = \{b, f, g, m, o\}, B = \{b, g, h, l, u\}, C = \{e, f, m\}, D = \{e, g, l, p, q, u, v\}$

Вычислить мощность множеств

$$X = (A \setminus C) \cup (B \cap C), Y = (A \cap \bar{B}) \cup (D \setminus C)$$

<u>Решение:</u>

1. Определим элементы множества $X = (A \setminus C) \cup (B \cap C)$.

Для этого найдём сначала разность множеств $A \setminus C$. Для этого вычеркнем из множества $A = \{b, f, g, m, o\}$ элементы $\{f, m\}$, принадлежащие $C = \{e, f, m\}$. Следовательно, $A \setminus C = \{b, g, o\}$. Затем найдём пересечение множеств $B \cap C$. Множества B и C не имеют общих элементов. Следовательно, $B \cap C = \varnothing$. Таким образом, объединение $(A \setminus C) \cup (B \cap C)$ состоит из трёх элементов $\{b, g, o\}$.

Мощность множества $X = (A \setminus C) \cup (B \cap C)$ равна 3.

2. Определим элементы множества $Y = (A \cap \bar{B}) \cup (D \setminus C)$

Найдем дополнение В . Универсальное множество по условию задания состоит их 26 букв $\{a, b, c, d, e, f, g, h, i, j, k, l, m, n, o, p, q, r, s, t, u, v, w, x, y, z\}$. Если отсюда исключить 5 элементов множества B, то получим множество B из 21 элемента $\{a, c, d, e, f, i, j, k, m, n, o, p, q, r, s, t, v, w, x, y, z\}$.

Пересечение множеств $A \cap \bar{B}$ состоит из элементов $\{f, m, o\}$, т.е. всех элементов множества A, которые не принадлежат $\bar{B}$.

Для нахождения разности множеств $D \setminus C$ вычеркнем из множества $D = \{e, g, l, p, q, u, v\}$ элемент $\{e\}$, принадлежащий $C = \{e, f, m\}$. Получим $D \setminus C = \{g, l, p, q, u, v\}$. В итоге

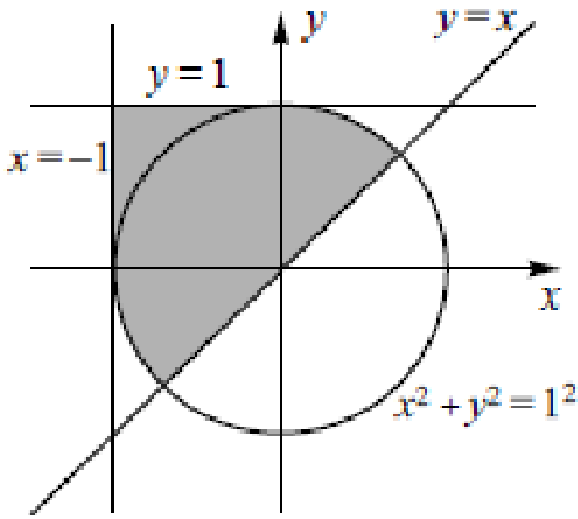
$$Y = (A \cap \bar{B}) \cup (D \setminus C) = \{f, g, l, m, o, p, q, u, v\}$$

Мощность множества Y равна 9. В данном случае множества $D \setminus C$ и $A \cap \bar{B}$ не пересекаются и мощность объединения равна сумме мощностей слагаемых

Card Y=3+6

Задание 2

Задайте множество, указанное на рисунке с использованием характеристического свойства множества:



Решение:

Предлагаем вначале выразить это множество через системы и совокупности:

$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} x^2+y^2 \le 1, \\ y \ge x \end{cases} \\ \begin{cases} x^2+y^2 \ge 1, \\ y \ge 0, \\ y \le 1, \\ x \le 0, \\ x \ge -1, \end{cases} \end{array}\right.$$

Теперь запишем с использованием характеристического свойства множества, используя для систем операцию пересечения множеств, а для совокупности - объединения:

$$X = \{(x;y)|x^2+y^2 \le 1, y \ge x\} \cup \{(x;y)|x^2+y^2 \ge 1, y \ge 0, y \le 1, x \le 0, x \ge -1\}$$

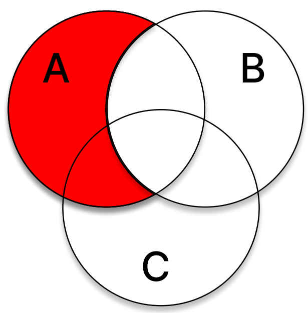
Задание 3

Проиллюстрировать равенство при помощи диаграмм Эйлера-Венна:

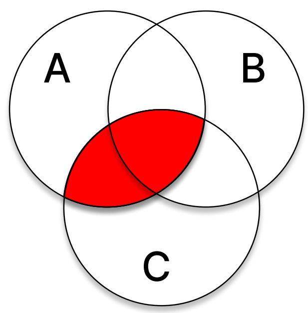
$$(A \setminus B) \cup (A \cap C) = A \setminus (B \setminus C)$$

<u>Решение:</u>

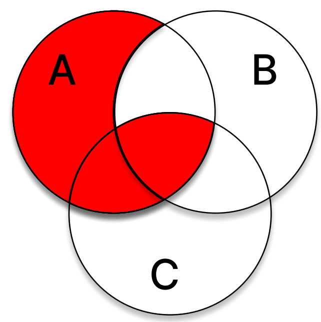
Построим последовательно левую часть равенства:



1. $A \setminus B$

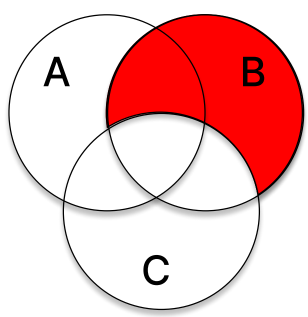


2. $A \cap C$

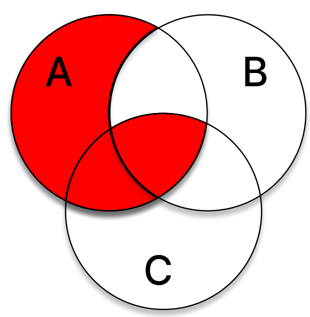


3. $(A \setminus B) \cup (A \cap C)$

Теперь построим правую часть:



1. $(B \setminus C)$



2. $A \setminus (B \setminus C)$

Диаграммы для левой и правой части оказались одинаковы!