

Вариант 7

Задание 1

Универсальное множество состоит из 26 строчных букв латинского алфавита. Заданы множества A , B , C и D . Вычислить мощность множеств X и Y .

Даны множества $A = \{b, f, g, m, o\}$, $B = \{b, g, h, l, u\}$, $C = \{e, f, m\}$, $D = \{e, g, l, p, q, u, v\}$
Вычислить мощность множеств

$$X = (A \setminus C) \cup (B \cap C), Y = (A \cap \bar{B}) \cup (D \setminus C)$$

Решение:

1. Определим элементы множества $X = (A \setminus C) \cup (B \cap C)$.

Для этого найдём сначала разность множеств $A \setminus C$. Для этого вычтем из множества $A = \{b, f, g, m, o\}$ элементы $\{f, m\}$, принадлежащие $C = \{e, f, m\}$. Следовательно, $A \setminus C = \{b, g, o\}$. Затем найдём пересечение множеств $B \cap C$. Множества B и C не имеют общих элементов. Следовательно, $B \cap C = \emptyset$. Таким образом, объединение $(A \setminus C) \cup (B \cap C)$ состоит из трёх элементов $\{b, g, o\}$.

Мощность множества $X = (A \setminus C) \cup (B \cap C)$ равна 3.

2. Определим элементы множества $Y = (A \cap \bar{B}) \cup (D \setminus C)$

Найдём дополнение \bar{B} . Универсальное множество по условию задания состоит из 26 букв $\{a, b, c, d, e, f, g, h, i, j, k, l, m, n, o, p, q, r, s, t, u, v, w, x, y, z\}$. Если отсюда исключить 5 элементов множества B , то получим множество \bar{B} из 21 элемента $\{a, c, d, e, f, i, j, k, m, n, o, p, q, r, s, t, v, w, x, y, z\}$.

Пересечение множеств $A \cap \bar{B}$ состоит из элементов $\{f, m, o\}$, т.е. всех элементов множества A , которые не принадлежат B .

Для нахождения разности множеств $D \setminus C$ вычтем из множества $D = \{e, g, l, p, q, u, v\}$ элемент $\{e\}$, принадлежащий $C = \{e, f, m\}$. Получим $D \setminus C = \{g, l, p, q, u, v\}$. В итоге

$$Y = (A \cap \bar{B}) \cup (D \setminus C) = \{f, g, l, m, o, p, q, u, v\}$$

Мощность множества Y равна 9. В данном случае множества $D \setminus C$ и $A \cap \bar{B}$ не пересекаются и мощность объединения равна сумме мощностей слагаемых

$$\text{Card } Y = 3 + 6$$

Задание 2

Задайте множество, указанное на рисунке с использованием характеристического свойства множества:

Решение:

Предлагаем вначале выразить это множество через системы и совокупности:

$$\left[\begin{array}{l} \left\{ \begin{array}{l} x^2 + y^2 \leq 1, \\ y \geq x \end{array} \right. \\ \left\{ \begin{array}{l} x^2 + y^2 \geq 1, \\ y \geq 0, \\ y \leq 1, \\ x \leq 0, \\ x \geq -1, \end{array} \right. \end{array} \right.$$

Теперь запишем с использованием характеристического свойства множества, используя для систем операцию пересечения множеств, а для совокупности - объединения:

$$X = \{(x; y) | x^2 + y^2 \leq 1, y \geq x\} \cup \{(x; y) | x^2 + y^2 \geq 1, y \geq 0, y \leq 1, x \leq 0, x \geq -1\}$$

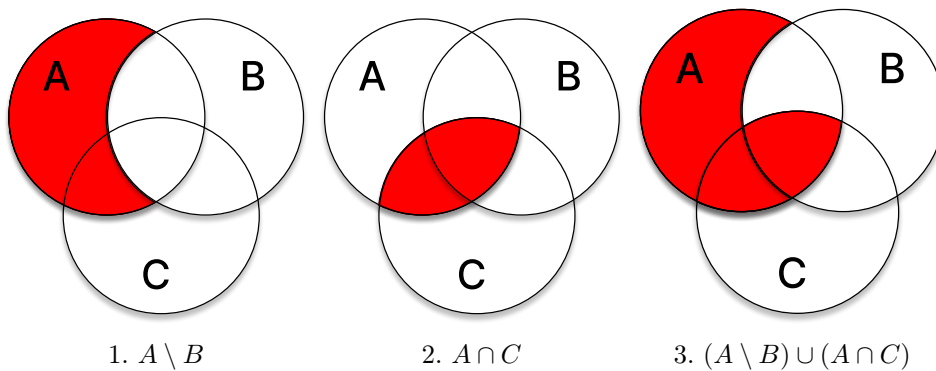
Задание 3

Проиллюстрировать равенство при помощи диаграмм Эйлера-Венна:

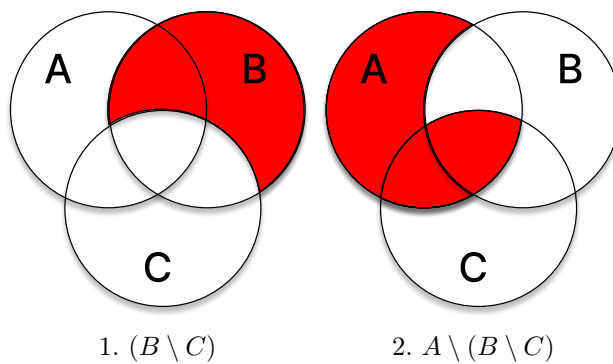
$$(A \setminus B) \cup (A \cap C) = A \setminus (B \setminus C)$$

Решение:

Построим последовательно левую часть равенства:



Теперь построим правую часть:



Диаграммы для левой и правой части оказались одинаковы!