Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
«МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХ)

ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ, ТЕРМИНЫ И РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ИЗ ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ

Лабораторная работа 2.2
По курсу «Надёжность информационных систем»

Выполнил
Дубровских Н.Е.
Группа 221-361

Проверил
Маковей С.О.

Москва, 2024

Лабораторная работа 2.2
Основные распределения, используемые в теории надежности. Распределение Бернулли. Геометрическое распределение. Экспоненциальное распределение. Гиперэкспоненциальное распределение. Биномиальное распределение.

К **основным целям** лабораторной работы следует отнести:

- формирование у студентов понимания важности развития и применения средств теории вероятностей в современных информационных системах и технологиях;
- ознакомление студентов с основными распределениями теории вероятностей.

К **основным задачам** лабораторной работы следует отнести:

- анализа состояния и тенденций развития теории вероятностей;
- развитие навыков изучения истории и областей применения методов теории вероятностей;
- развитие навыков классификации средств генераторов последовательностей случайных чисел.

ОТЧЁТ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ

Задача № 1

ИИ выявил 5000 доброкачественных изделий. Вероятность того, что отобранное изделие является бракованным, равна 0,0002. Найти вероятность того, что среди всех изделий: а) три негодных изделия; б) не более трёх повреждённых изделия.

Решение

а)

Определим интенсивность события

$\lambda = n \cdot p = 5000 \cdot 0.0002 = 1$

Применим закон распределения Пуассона

$P_n(k) = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}$

$P_{5000}(3) = \frac{1^3}{3!} e^{-1} = \frac{1}{6} e^{-1} = \frac{1}{6e} = 0.06131324019524038 4 \approx 0.06$

б)

$P = P_{5000}(0) + P_{5000}(1) + P_{5000}(2) + P_{5000}(3) = \frac{1^0}{0!} e^{-1} + \frac{1^1}{1!} e^{-1} + \frac{1^2}{2!} e^{-1} + \frac{1^3}{3!} e^{-1} = \frac{1}{e} + \frac{1}{e} + \frac{1}{2e} + \frac{1}{6e} = \frac{2}{e} + \frac{1}{2e} + \frac{1}{6e} = \frac{12}{6e} + \frac{3}{6e} + \frac{1}{6e} = \frac{16}{6e} = \frac{8}{3e} = 0.9810118431238462 \approx 0.98$

Задача 2.

Случайная величина X имеет геометрическое распределение с параметром p=0,2. Построить ряд распределения случайной величины X. Построить многоугольник распределения. Определить математическое ожидание, дисперсию, среднее квадратическое отклонение величины X.

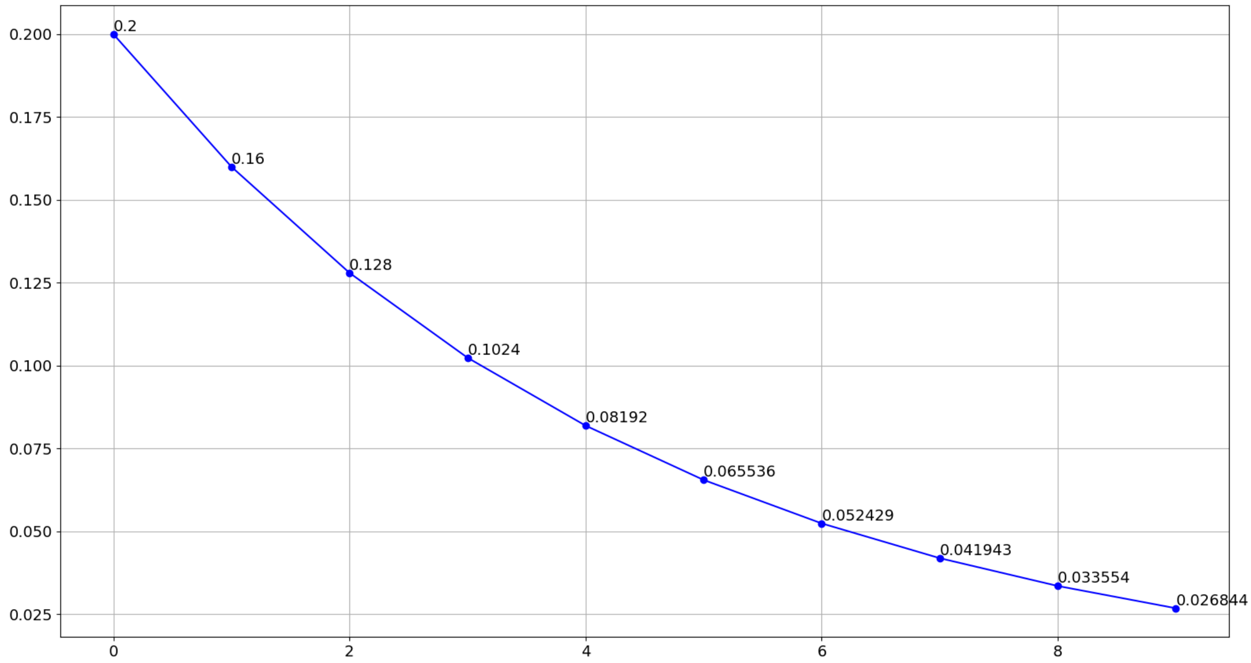
Решение

$P(X = k) = (1 - p)^k \cdot p = (1 - 0.2)^k \cdot 0.2 = 0.8^k \cdot 0.2$

Ряд распределения

X	0	1	2	3	...	k	...
P	0.2	0.16	0.128	0.1024	...	$0.8^k \cdot 0.2$	...

Многоугольник распределения



Определим математическое ожидание

$M(X) = \frac{q}{p} = \frac{0.8}{0.2} = 4$

Определим дисперсию

$D(X) = \frac{q}{p^2} = \frac{0.8}{0.2^2} = 20$

Определим среднее квадратическое отклонение

$\sigma(X) = \sqrt{D(X)} = \sqrt{20} \approx 4.472$

Задача 3.

Математическое ожидание случайной величины, распределенной по показательному закону:

$M(X) = \frac{1}{\lambda}$

Дисперсия случайной величины, распределенной по показательному закону:

$D(X) = \frac{1}{\lambda^2}$

Среднее квадратическое отклонение случайной величины, распределенной по показательному закону:

$\sigma(X) = \frac{1}{\lambda}$

Коэффициенты асимметрии и эксцесса для показательного распределения:

$A_S = 2; E_S = 6$

Таким образом, математическое ожидание и среднее квадратическое отклонение экспоненциального распределения равны между собой.

Случайная величина ξ задана функцией распределения

$$F_\xi(x) = \begin{cases} 1 - e^{-4x}, & \text{при } x > 0, \\ 0, & \text{при } x \le 0. \end{cases}$$

Определить математическое ожидание и среднее квадратическое отклонение этого распределения.

Найти вероятность того, что случайная величина примет значение от 0,2 до 1.

Решение

$\lambda = 4$

Определим математическое ожидание и среднее квадратическое отклонение

$M(\xi) = \sigma(\xi) = \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{4} = 0.25$

Определим вероятность того, что случайная величина примет значение от 0,2 до 1

$P(0.2 < \xi < 1) = F_\xi(1) - F_\xi(0.2) = 1 - e^{-4\cdot 1} - (1 - e^{-4\cdot 0.2}) = 1 - e^{-4} - 1 + e^{-0.8} = e^{-0.8} - e^{-4} = 0.4310133252284874 \approx 0.431$